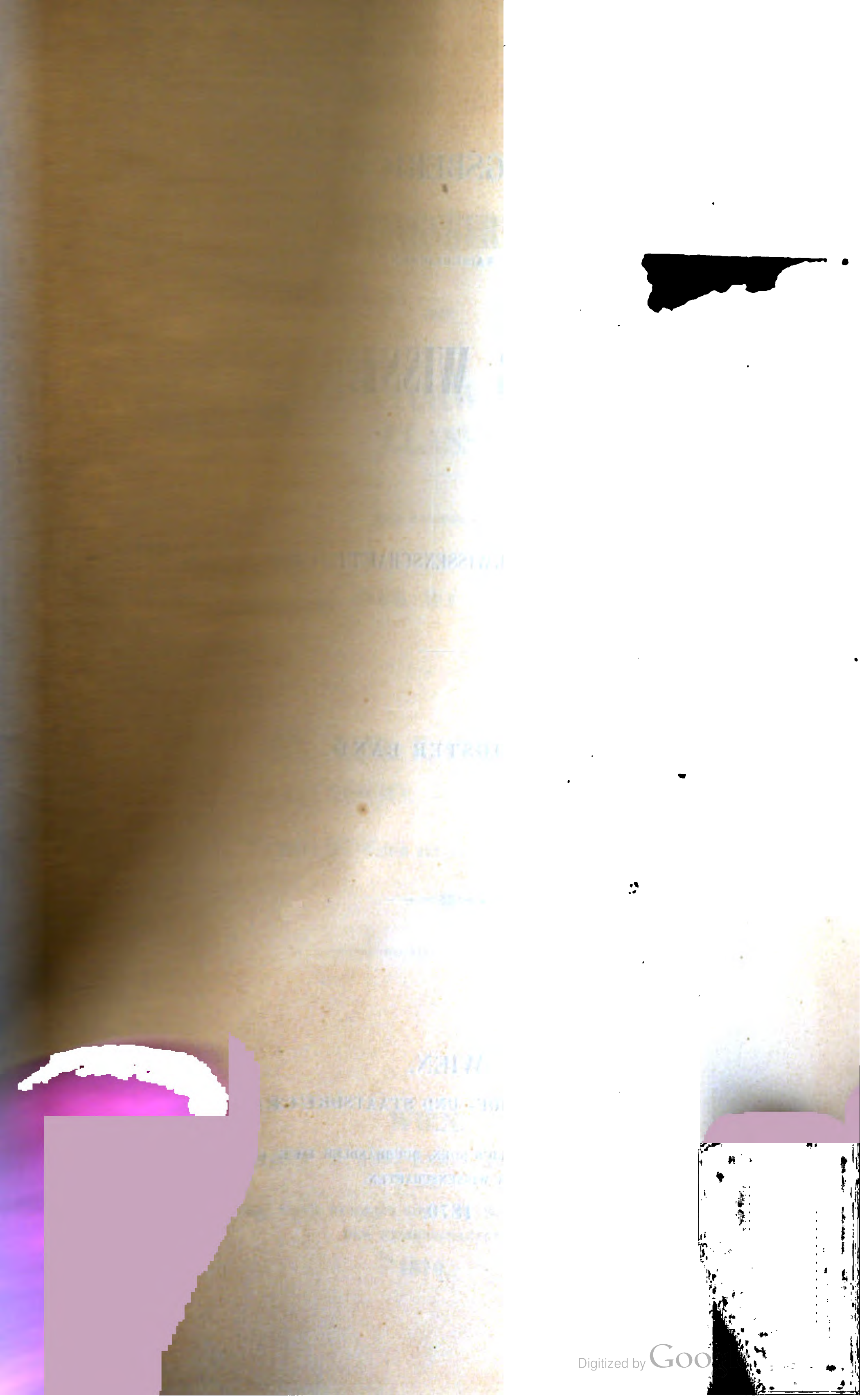


Sitzungsberichte der Kaiserlichen Akademie der ...

Kaiserl. Akademie der Wissenschaften in Wien. Mathematisch-Naturwissenschaftliche Klasse





SITZUNGSBERICHTE

DER KAISERLICHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

SECHZIGSTER BAND.

WIEN.

AUS DER K. K. HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

IN COMMISSION BEI KARL GEROLD'S SOHN, BUCHHÄNDLER DER KAIS. AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1870.

SITZUNGSBERICHTE

DER

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHEN CLASSE

DER KAISERLICHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

LX. BAND. II. ABTHEILUNG.

JAHRGANG 1869. — HEFT VI BIS X.

(Mit 27 Tafeln und 15 Holzschnitten.)

WIEN.

AUS DER K. K. HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

IN COMMISSION BEI KARL GEROLD'S SOHN, BUCHHÄNDLER DER KAIS. AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1870.

INHALT.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

LX. BAND.

ZWEITE ABTHEILUNG.

6.

Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Physiologie, Meteorologie, physischen Geographie und Astronomie.

XIV. SITZUNG VOM 3. JUNI 1869.

Das k. k. Ministerium für Cultus und Unterricht eröffnet mit Zuschrift vom 14. Mai l. J., daß die Direction des k. k. Obergymnasiums zu Zara angewiesen wurde, dem Herrn Hofrathe Dr. F. Unger die von ihm erbetenen Münzen aus der Sammlung der genannten Lehranstalt nach Graz zu übersenden.

Der kais. türkische Divisions-General Mehemed Ali übermittelt mit Schreiben, ddo. Candia, 3. Mai 1869, eine neuerliche Sendung fossiler Thierknochen von der Insel Creta.

Herr Prof. Dr. K. Friesach in Graz macht in einem der kais. Akademie am 3. d. M. zugekommenen Schreiben aufmerksam, daß Babinet's homalographische Projection bereits früher von Mollweide (Zach's Mon. Corr. XII. p. 152) behandelt wurde, der sich bekanntlich seinerseits durch Arbeiten von T. Mayer, Bonne u. a. dazu veranlaßt sah.

Herr Dr. Šofka übermittelt eine Anzahl kleiner Mittheilungen, betitelt: I. „Bagatellen, meist aus dem Gebiete der physikalischen Technik“; II. „Meteorologica“.

Herr Prof. Dr. H. Hlasiwetz überreicht folgende „Mittheilungen aus dem chemischen Laboratorium der Universität Innsbruck:

3. „Über die Producte der Oxydation der Toluolsulfosäure durch schmelzendes Kali“, von Herrn Prof. L. Barth;
4. „Über die Constitution der Phloretinsäure und des Tyrosins“, von demselben;
5. „Über die Sulfoxybenzoësäure“, von Herrn C. Senhofer;
6. „Notiz über eine neue Bildungsweise der Protokatechusäure“, von Herrn G. Malin.

Derselbe legt ferner eine Abhandlung: „Über einige Succinylderivate“ von Herrn Dr. Weselsky vor;

Endlich eine für den Anzeiger bestimmte vorläufige Mittheilung von ihm selbst über einen schönen violetten Farbstoff, welcher in einigen Stücken eine gewisse Ähnlichkeit mit dem Indigo hat.

Herr Hofrath Dr. E. Brücke legt eine Abhandlung des Herrn Puky Ákos: „Über die Schleimdrüsen der Mundhöhle" vor.

Herr. Prof. C. Freiherr v. Ettingshausen überreicht eine Abhandlung, betitelt: „Beiträge zur Kenntniß der Tertiärfauna Steiermarks". Die betreffenden Untersuchuugen wurden mit Unterstützung der k. Akademie ausgeführt, wofür der Herr Verfasser seinen Dank ausspricht.

Herr Dr. S. L. Schenk übergibt eine Abhandlung: „Über den Einfluß minderer Temperaturgrade auf einige Elementarorganismen".

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Akademie der Wissenschaften, königl. bayer. zu München: Abhandlungen der philosoph.-philolog. Classe. XI. Band. 3. Abtheilg. — Abhandlungen der mathem.-physik. Classe. X. Band, 2. Abthlg. Münehen, 1868; 4°. — Kluckhohn, Aug., Der Freiherr von Ickstatt und das Unterrichtswesen in Bayern unter dem Churfürsten Maximilian Joseph. München, 1869; 4°. — Lauth, Josef, Die geschichtlichen Ergebnisse der Ägyptologie. München, 1869; 4°.

Annales des mines. VIe Série. Tome XIV; 6e Livraison de 1868. Paris; 8°.

Apotheker-Verein, allgem. österr.: Zeitschrift. 7. Jahrg., Nr. 10—11. Wien, 1869; 8°.

Archives des missions scientifiques et littéraires. IIe Série. Tome V, 2e Livraison. Paris, 1869; 8°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1756—1758. Altona, 1869; 4°.

Beobachtungen, magnetische und meteorologische, auf der k. k. Sternwarte zu Prag im Jahre 1868. (XXIX. Jahrgang.) Prag, 1869; 4°.

Bibliothèque Universelle et Revue Suisse: Archives des Sciences physiques et naturelles. N. P. Tome XXXIV, Nr. 136. Genève, Lausanne, Neuchatel, 1869; 8°.

Carl, Ph., Repertorium für Experimental-Physik etc. V. Band, 1. Heft. München, 1869; 8°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXVIII, Nrs. 16—20. Paris, 1869; 4°.

Cosmos. XVIII[e] Année. 3[e] Serie. Tome IV, 20[e]—22[e] Livraisons. Paris, 1869; 8°.

Gesellschaft der Wissenschaften, k. böhmische, in Prag: Abhandlungen vom Jahre 1868. VI. Folge. II. Band. Prag, 1869; 4°. — Sitzungsberichte, Jahrgang 1868. Prag; 8°.

— österr., für Meteorologie: Zeitschrift. IV. Band, Nr. 10—11. Wien, 1869; 8°.

— Deutsche geologische: Zeitschrift. XXI. Band, 1. Heft. Berlin, 1868; 8°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Verhandlungen und Mittheilungen. XXX. Jahrg. Nr. 20—21. Wien, 1869; 8°.

Isis: Sitzungsberichte. Jahrgang 1869. Nr. 1—3. Dresden; 8°.

Istituto, R., Veneto di Scienze, Lettere ed Arti: Memorie. Tomo XIV., Parte 2[a], Venezia, 1869; 4°. — Atti. Tomo XIV., Serie III[a], disp. 5[a]. Venezia, 1868—69; 8°.

Jahrbuch, Neues, für Pharmacie und verwandte Fächer, von Vorwerk. Band XXXI, Heft 4. Speyer, 1869; 8°.

Landbote, Der steierische. 2. Jahrg., Nr. 10—11. Graz, 1869; 4°.

Mittheilungen des k. k. Artillerie-Comité. Jahrgang 1869, 3. Heft. Wien; 8°.

— des k. k. Génie-Comité: Jahrg. 1869, 4. & 5. Heft. Wien; 8°.

— aus J. Perthes' geographischer Anstalt. Jahrg. 1869. IV. Heft. Gotha; 4°.

Moniteur scientifique. Tome XI[e], Année 1869. 298[e]—299[e] Livraisons. Paris; 4°.

Revue des cours scientifiques et littéraires de la France et de l'étranger. VI[e] Année. Nrs. 24—26. Paris & Bruxelles, 1869; 4°.

Societas entomologica Rossica: Horae. T. VI., Nro. 2. Petropoli, 1869; 8°.

Societé botanique de France: Bulletin, Tome XV (1868), Revue bibliographique. *D.* Tome XVI. (1869), Revue bibliographique. *A.* Paris; 8°.

Tübingen, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus dem Jahre 1868. 4° & 8°.

Verein, physikalischer, zu Frankfurt a. M.: Jahresbericht für 1867 bis 1868; 8°.

— der Freunde der Naturgeschichte in Meklenburg: Archiv. 22. Jahr. Güstrow, 1869; 8°.

Wiener Landwirthschaftl. Zeitung. XIX. Jahrgang, Nr. 20—22. Wien, 1869; 4°.

— Medicin. Wochenschrift. XIX. Jahrgang, Nr. 39—44. Wien, 1869; 8°.

Zeitschrift für Chemie, von Beilstein, Fittig und Hübner. XII. Jahrg. N. F. V. Band, 8. & 9. Heft. Leipzig, 1869; 8°.

Mittheilungen aus dem chemischen Laboratorium der Universität Innsbruck.

3. Über die Producte der Oxydation der Toluolsulfosäure durch schmelzendes Kali.

Von **L. Barth.**

Erhitzt man toluolsulfosaures Kali mit überschüssigem Kalihydrat bis zum Schmelzen des letzteren, so beobachtet man nach einiger Zeit in der Schmelze vereinzelte dunklere Punkte und Flecken, die sich rasch vermehren. Wenn man in diesem Stadium den Proceß unterbricht, und die mit Schwefelsäure übersättigte Masse mit Äther auszieht, so hinterläßt derselbe nach dem Verdunsten eine dunkelbraune ölige Masse, in der nach einigen Stunden sich Krystallansätze zeigen. Destillirt man diese Masse für sich, so erhält man ein ziemlich farbloses Öl vom Geruche des Phenols, das mit Eisenchlorid eine intensiv violettrothe Farbenreaction gibt. Auch in diesem Destillate bemerkt man, namentlich in den letzten Parthien, häufig Krystallansätze. Dieses Öl hielt ich für Kresol [1]), zumal der Siedepunkt desselben annähernd mit dem des Kresols übereinstimmte. Die Analysen aber zeigten, daß hier ein Gemisch vorliegen mußte.

In der That enthält das ursprüngliche Product mehrere Körper; Paraoxybenzoësäure, Salicylsäure, Kresol (wahrscheinlich in zwei isomeren Modificationen) und etwas Phenol.

Zur Trennung dieser Körper wurde folgender Weg eingeschlagen. Die ganze nach dem Abdestilliren des Äthers hinterbleibende Masse wird zunächst mehrmals mit kohlensaurem Ammon durchgeschüttelt, die ammoniakalische Lösung von dem Ungelösten getrennt

1) Annal. d. Chemie, Bd. 148, S. 35. Anmerkung.

und bis zum Verschwinden der alkalischen Reaction gekocht (wobei übrigens stets der Geruch nach Phenol auftritt), dann mit Salzsäure versetzt und mit Äther ausgeschüttelt.

Der Äther hinterläßt nach dem Verdunsten noch etwas gefärbte Krystalle, die durch Kochen mit Thierkohle und nochmaliges Umkrystallisiren vollkommen farblos erhalten werden können.

Schon mit freiem Auge ließen sich darin zwei verschiedene Formen erkennen: lange, dünne Nadeln und kürzere dicke Prismen. Eine mechanische Trennung der beiden Körper schien nicht wohl möglich, und da dieselben nach dem äußeren Ansehen in der Eisenreaction ein Gemisch von Salicylsäure und Paraoxybenzoësäure zu sein schienen, so wurde zunächst versucht, die beiden Säuren durch fractionirte Krystallisation zu trennen.

In der That bestanden die bei nochmaligem Umkrystallisiren zuerst anschießenden Krystalle fast nur aus Paraoxybenzoësäure, während die zweite und dritte Krystallisation wieder ein Gemisch beider Körper lieferte. Der Grund, warum die viel leichter lösliche Paraoxybenzoësäure dennoch zuerst auskrystallisirt, liegt offenbar darin, daß sie ihrer relativen Menge nach weit überwiegend ist.

Die zuerst erhaltenen Krystalle wurden wiederholt umkrystallisirt, und auf diese Weise ein Körper in blendend weißen, ziemlich großen Prismen erhalten, der alle Eigenschaften der Paraoxybenzoësäure besaß.

Mit Eisenchlorid gab er eine gelblichbräunliche Färbung, wurde von Metallsalzen nicht gefällt, sein Schmelzpunkt lag bei 210°. Die lufttrockene Substanz gab bei 100° getrocknet 11·6 Proc. Wasser, die getrocknete bei der Verbrennung 60·8 Proc. Kohlenstoff und 4·3 Proc. Wasserstoff.

	$C_7H_6O_3$	Gefunden
C	60.9	60·8
H	4·3	4·3

$C_7H_6O_3 + H_2O$	Gefunden
$H_2O = 11,5$	11·6

Um nun die Salicylsäure, deren Anwesenheit wegen der prachtvoll violetten Eisenreaction der später anschießenden Krystalle sehr

wahrscheinlich war, nachzuweisen, digerirte ich das ganze Gemische[1]) mit einem Überschusse von Kalkmilch, wobei, wie Gräbe gefunden hat, sich calciumsalicylsaures Calcium bildet, das wegen seiner Schwerlöslichkeit sich ausscheidet, während das unter diesen Umständen entstehende Salz der Paraoxybenzoësäure viel leichter löslich ist.

Die Masse wurde filtrirt, das auf dem Filter Gebliebene mit heißem Wasser nachgewaschen, in Salzsäure gelöst und mit Äther mehrere Male ausgeschüttelt. Nach dem Verdunsten des Äthers hinterblieb ein krystallinischer Rückstand, der aus Wasser krystallisirt, zolllange, farblose, dünne Nadeln ansetzte, in ihrem äußeren Habitus vollkommen den Formen entsprechend, wie sie die Salicylsäure unter diesen Bedingungen zeigt.

Die Reaction mit Eisenchlorid und der Schmelzpunkt derselben, der bei 156° lag, ließen keinen Zweifel über die Identität derselben mit Salicylsäure. Eine Elementaranalyse konnte ich der geringen Menge des vorhandenen Materiales wegen nicht anstellen.

Das vom calciumsalicylsauren Calcium, sowie vom überschüssigen Kalk getrennte Filtrat lieferte nach dem Ansäuern und Behandeln mit Äther noch eine gewisse Menge Paraoxybenzoësäure, die nach dem Umkrystallisiren rein weiss erschien und durch Zusatz von Eisenchlorid kaum einen Stich ins Röthliche erhielt.

Die von kohlensaurem Ammon nicht gelöste dunkelgefärbte Masse, welche Kresol enthalten sollte, wurde in Kali gelöst und mit Salzsäure gefällt. Da die sich ausscheidenden Öltröpfchen nicht leicht zu vereinigen waren, wurde die Flüssigkeit ebenfalls mit Äther geschüttelt, der ätherische Auszug von der wässerigen Flüssigkeit getrennt, der Äther im Wasserbade verjagt, und der Rückstand für sich destillirt. Es ging nur gelbliches Öl vom Geruche des Phenols über, das beim Rectificiren keinen constanten Siedepunkt zeigte und mit dem seiner nicht grossen Menge wegen keine fractionirte Destillation vorgenommen werden konnte.

---

[1]) Dieses Gemisch enthält noch eine sehr geringe Menge durch Bleizucker fällbarer Substanz, die man vor dem Behandeln mit Kalkmilch entfernen kann, obwohl ihre Anwesenheit auf den Gang des Processes keinen hindernden Einfluß ausübt. Sie gibt eine bräunlichrothe Eisenreaction, aber die erhaltene Quantität gestattete keine nähere Untersuchung.



Zwei Elementaranalysen gaben Gehalte von C und H, die zwischen denen des Kresols und Phenols lagen.

Da nun das Öl seiner Entstehung nach wahrscheinlich außer Phenol zwei isomere Körper C_7H_8O enthielt, so mußte auf seine Reinigung unter diesen Umständen verzichtet werden. — Es gelang nicht die Bedingungen zu finden, unter denen das toluolsulfosaure Kali vornehmlich Kresol oder die zwei Säuren liefert. Durch sehr gelindes Erhitzen wurde das toluolsulfosaure Kali gar nicht zersetzt, und so wie Reaction eintrat, waren auch immer schon die Säuren gebildet. Dagegen konnte selbst durch sehr langes Schmelzen der ölige, nach Phenol riechende Körper nicht entfernt werden. Da nun Paraoxybenzoësäure sowohl als auch Salicylsäure beim Schmelzen mit einem großen Überschusse von Kalihydrat auch nach längerer Zeit sich nicht merklich in Phenol und Kohlensäure zersetzen, so kann das gebildete Phenol möglicher Weise einer geringen Menge von Benzol im verwendeten Toluol [1]) seinen Ursprung verdanken.

Ich werde zunächst versuchen, die zwei isomeren Toluolsulfosäuren, die sich ursprünglich bei der Behandlung von Toluol mit Schwefelsäure gebildet haben mußten, zu trennen und rein darzustellen, da bisher nur das Gemische beider als einheitlicher Körper bekannt und beschrieben war. Ich werde weiters versuchen, die Zersetzung derselben durch Kalihydrat so zu leiten, daß die Ausbeute an Kresol eine einigermaßen bedeutende wird, um die so enstandenen Körper mit den schon bekannten Kresolen vergleichen zu können.

Es wäre ferner interessant zu erfahren, ob bei Zersetzungen von mit SHO_3, Br. etc. substituirten Homologen des Benzols durch Kali unter gewissen Bedingungen neben der Einführung von OH auch eine oder mehrere Seitenketten oxydirt werden, und ob in dieser Beziehung irgend welche Gesetzmässigkeiten aufgefunden werden können [2]).

---

[1]) Das Toluol war aus der chem. Fabrik von Trommsdorff in Erfurt bezogen und vor seiner Verwendung nochmals rectificirt worden.

[2]) Wurtz hat bekanntlich früher schon aus Xylol zwei isomere Phenole dargestellt und in neuester Zeit auch Pott aus Cymol auf diese Weise β—Thymol erhalten, in keinem Falle geschieht aber einer dabei sich bildenden Säure Erwähnung. Dagegen haben ebenfalls ganz vor kurzem Fittig und Hoogewerff bei der Oxydation des Mesitylensulfosauren Kali's Oxymesitylensäure erhalten, also auch die Oxydation einer Seitenkette beobachtet.

4. Über die Constitution der Phloretinsäure und des Tyrosins.

Von Demselben.

Die der Phloretinsäure isomeren Säuren, die Melilotsäure und die Hydroparacumarsäure, liefern beim Erhitzen mit Kalihydrat Essigsäure und je eine Oxybenzoësäure, die erstere Salicylsäure, die letztere Paraoxybenzoësäure. Es schien mir von Interesse, dieselbe Reaction auch mit Phloretinsäure zu wiederholen, um dadurch Aufschluß über ihre Constitution zu erlangen. Erhitzt man Phloretinsäure [1]) mit überschüssigem Kalihydrat (1 Thl. Säure auf 5—6 Thl. KHΘ) anhaltend, zieht dann die angesäuerte Masse mit Äther aus, so hinterbleiben nach dem Verdunsten des Äthers Krystalle, die nach dem Auflösen in Wasser und Behandeln mit Thierkohle als vollkommen farblose Prismen erscheinen. Die Analyse der Krystalle führte zur Formel $C_7H_6O_3$.

Die lufttrockene Substanz verlor bei 100° getrocknet 11·4 Pct. Wasser, und die getrocknete gab bei der Analyse:

	Gefunden	$C_7H_6O_3$
C	60·8	60·9
H	4·3	4·3

Für die lufttrockene Säure ($C_7H_6O_3 + H_2O$) berechnen sich 11·5 Pct. Krystallwasser.

Die Reactionen, der Schmelzpunkt, der bei 210° lag, und der äußere Habitus der Krystalle charakterisiren sie als Paraoxybenzoësäure.

Beim Lösen des ätherischen Auszuges der Schmelze in Wasser und Einengen der Lösung bemerkte man ferner deutlich den Geruch nach Essigsäure.

---

[1]) Das Präparat war der Sammlung des hiesigen Laboratoriums entnommen und war von Prof. Hlasiwetz bei Gelegenheit seiner ausgezeichneten Untersuchung über die Phloretinsäure dargestellt worden.

Diese Thatsache erscheint bemerkenswerth, wenn man sich eine Vorstellung von der Constitution dieser isomeren Säuren zu machen bestrebt ist.

Betrachtet man dieselben nach den jetzt herrschenden Theorien, so erscheint zunächst, daß alle nur eine kohlenstoffhältige Seitenkette enthalten und weiters, daß bei der Oxydation mit Kali wie bei der mit Salpetersäure, die Länge der Seitenkette ohne Einfluß auf das Endproduct ist, indem sich die Seitenkette auf $COOH$ reducirt [1]), Wären mehrere Seitenketten vorhanden, so würden sie entweder alle in $COOH$ übergehen, die entstehenden Säuren müßten dann mehr Kohlenstoff enthalten und zwei- oder dreibasisch sein; oder wenn die Seitenketten auch nicht sämmtlich oxydirt werden, müßten sie jedenfalls als solche erhalten bleiben, da bei dem Oxydationsprocesse durch Kali ein Auslösen derselben und eine Substitution durch Wasserstoff nicht wohl angenommen werden kann.

Es erscheint nun eigenthümlich, daß nach dieser Auffassung zwei Säuren $C_6H_4 \begin{cases} OH \\ C_3H_5O_2 \end{cases}$ existiren, welche beide durch Oxydation Paraoxybenzoësäure liefern, während man vielmehr erwarten sollte, daß von den drei Oxyphenylpropionsäuren jede einer der drei bekannten Oxybenzoësäuren entsprechen sollte.

In dem mir soeben zugekommenen 7. Hefte der Zeitschrift für Chemie 1869 haben Buchanan und Glaser in ihrer interessanten Abhandlung über die Synthese der Hydroparacumarsäure der letzteren Vermuthung Ausdruck gegeben und die Phloretinsäure der Orthoreihe angehörend und der Oxybenzoësäure entsprechend bezeichnet. Nach dem oben mitgetheilten Versuche ist diese Auffassung der Phloretinsäure jedoch unzulässig, und es muß die Säure noch gefunden werden, welche wirklich der Orthoreihe entspricht. Vielleicht ist es die von Rochleder neuerlich entdeckte Isophloretinsäure.

---

[1]) Unterbricht man das Schmelzen der Phloretinsäure mit Kali zu frühe, so erhält man eine Substanz, die ein Gemisch von Phloretinsäure und Paraoxybenzoësäure ist, wovon man sich leicht durch eine Schmelzpunktsbestimmung überzeugen kann, aber niemals eine Säure

$$C_6H_4 \begin{cases} OH \\ \Theta_2H_3\Theta_2 \end{cases}$$

Zugleich sieht man, daß es vorläufig nicht möglich ist, den eigentlichen Grund der Isomerie von Phloretinsäure und Hydroparacumarsäure anzugeben, und man muß entweder die bisherige Theorie als nicht ausreichend zur Erklärung dieser Isomerie ansehen, oder mann kann sich die letztere auf die Weise erklären, daß der Rest Oxyphenyl $\Theta_6H_4\Theta H$ verschiedene Wasserstoffe in der Propionsäure ersetzt, ähnlich wie z. B. eine α und β Chlorpropionsäure bekannt sind.

Versuche, die ich in dieser Richtung ausführen will, werde ich seinerzeit, wenn sie ein positives Resultat ergeben haben werden, mittheilen.

Im Anschlusse an diese Bemerkungen über die Phloretinsäure sei es mir noch gestattet, einige Worte über das Tyrosin zu sagen, einen Körper, der nach Versuchen von Hüfner als Amidophloretinsäure anzusprechen wäre.

Da die Phloretinsäure auch Paraoxybenzoësäure liefert, wie das Tyrosin, so konnte diese Ansicht noch mehr an Bedeutung gewinnen.

Das sicherste Mittel die Identität oder Nichtidentität des letzteren Körpers mit Amidophloretinsäure zu zeigen, die Darstellung derselben und der Vergleich ihrer Eigenschaften mit denen des Tyrosins scheiterte an der Unmöglichkeit, eine Mononitrophloretinsäure zu erhalten (wie dies schon Hlasiwetz gefunden hatte), aus der dann eine Amidosäure hätte gebildet werden können.

Gegen die Ansicht Hüfner's, ebenso wie gegen meine eigene frühere, wornach das Tyrosin als $\Theta_6H_3\begin{cases}\Theta H\\ NH\Theta_2H_5\\ \Theta\Theta\Theta H\end{cases}$ Äthylamidoparaoxybenzoësäure betrachtet wurde, spricht das Verhalten amidirter aromatischer Säuren gegen schmelzendes Kalihydrat. Es wird dadurch nämlich keineswegs die Gruppe NH_2 durch H ersetzt, sondern die Reaction verläuft entweder unter Substitution von ΘH statt NH_2 oder unter weitergehender Zersetzung, wobei braune, größtentheils nicht krystallisirende Producte erhalten werden. Ich habe diese Versuche

mit Amidobenzoësäure, Amidoparaoxybenzoësäure, Amidosalicylsäure und Amidophenylpropionsäure (Amidohydrozimmtsäure) angestellt.

Die erstgenannnte Amidosäure liefert dabei sehr wenig Oxybenzoësäure neben viel einer unkrystallisirbaren, schmierigen Masse, aber keine Benzoësäure. Die zweite und dritte scheinen überhaupt größtentheils flüchtige Producte zu geben, allerdings neben Spuren von Paraoxybenzoësäure resp. Salicylsäure [1]) und einer kleinen Menge durch Blei fällbarer Substanz. Die Amidohydrozimmtsäure gibt dagegen neben Essigsäure eine sehr reichliche Menge von Paraoxybenzoësäure fast ohne andere Nebenproducte [2]). Es scheint daher als ob eine kohlenstoffhältige Seitenkette, welche beim Schmelzen in ȻΘΘH verwandelt wird, auch die Ersetzung von NH_2 durch ΘH begünstige.

Ich habe absichtlich auch eine Amidosäure mit kohlenstoffreicherer Seitenkette zu diesen Versuchen gewählt, um mich zu überzeugen, daß auch in diesem Falle keine Rücksubstitution von H statt NH_2 eintrete, wie man vielleicht einwerfen könnte, wenn nur die drei erstgenannten Amidosäuren der Behandlung mit Kalihydrat unterzogen worden wären. Denn die Ansicht war von vorneherein nicht zu verwerfen, daß eine solche Rücksubstitution bei solchen Substanzen eher eintreten könne, weil der freiwerdende Sauerstoff leichter die Nebenkette als den Benzolkern oxydirt. Der Versuch hat, wie ersichtlich ist, gezeigt, daß diese letztere Ansicht nicht haltbar ist.

---

[1]) Diese Spuren konnten ebensoleicht der Nitrirung und Amidirung entgangen und daher nicht aus den Amidosäuren durch Kali entstanden sein.

[2]) Die Säure, auf gewöhnliche Weise aus der geschmolzenen Masse gewonnen, zeigte schon vor dem Umkrystallisiren alle Eigenschaften der Paraoxybenzoësäure. Um zu erfahren, ob sich nicht doch vielleicht eine Spur Benzoësäure gebildet hatte, wurde die Masse mit Schwefelkohlenstoff behandelt. Nachdem derselbe von den ungelösten Krystallen abgegossen und verdampft war, blieb im Schälchen ein fast unwägbarer Rückstand, der beim Erhitzen zwischen zwei Uhrgläsern ein paar feine Nädelchen als Sublimat lieferte, die aber nicht Benzoësäure, sondern der Eisenreaction nach Salicylsäure waren, welche aus Spuren einer der Hauptmasse beigemengten isomeren Amidosäure entstanden sein mußte. Die Hauptmasse der ungelösten Paraoxybenzoësäure wurde aus Wasser unter Zusatz von Thierkohle umkrystallisirt und dadurch ganz rein erhalten. Bei der Analyse gab die bei 100° getrocknete Substanz: Ȼ—60·9—H—4·5 Pct.: die lufttrockene verlor 11·7 Pct. Wasser; berechnet Ȼ—60·9—H—4·3—H_2Θ—11·5 Pct.

Reines Tyrosin liefert aber fast ganz genau die theoretische Menge Paraoxybenzoësäure, welche die Gleichung verlangt.

Nimmt man nun diese Thatsachen zu Hilfe, so erscheint es am wahrscheinlichsten, daß das Tyrosin als eine Oxyphenylamidopropionsäure zu betrachten ist, womit seine Eigenschaften, seine Entstehung neben andern Amidosäuren der fetten Säurereihe, und auch die Beobachtung von Hüfner übereinstimmt, wornach es mit Jodwasserstoff nur Ammoniak liefert. Geht die Zersetzung, wie Hüfner annimmt, weiter, so wird sich unter Kohlensäureausscheidung allerdings Phlorol oder ein Isomeres bilden können. Die Basis, welche Schmitt und Nasse durch vorsichtiges Erhitzen aus Tyrosin erhalten haben, wäre dann natürlich nicht Amidophlorol $\Theta_6H_3\left\{\begin{array}{l}\Theta H\\ NH_2\\ \Theta_2H_5\end{array}\right.$ (Hüfner), sondern $\Theta_6H_4\left\{\begin{array}{l}\Theta H\\ \Theta_2H_4NH_2\end{array}\right.$. Der Unterschied der letzteren Formel von der der genannten Chemiker $\Theta_6H_4\left\{\begin{array}{l}\Theta H\\ NH\Theta_2H_5\end{array}\right.$ bestünde darin, daß der Stickstoff nicht direct mit dem Benzolkerne verbunden, sondern an die Seitenkette angelagert wäre. Eine Behandlung dieser Basis mit Oxydationsmitteln, wobei, wenn die von mir mitgetheilte Ansicht richtig ist, wahrscheinlich Paraoxybenzoësäure entstehen mußte, konnte genaueren Aufschluß über ihre Constitution geben.

Ich habe daher aus reinem Tyrosin die Basis von Schmitt und Nasse dargestellt, und sie mit Kalihydrat erhitzt.

Die Substanz verschmilzt nicht ganz leicht, es scheiden sich anfangs dunkle ölige Tropfen an der Oberfläche der Schmelze aus, nach und nach verschwinden sie, man nimmt den Geruch nach Ammoniak wahr, und die Masse fängt beträchtlich zu schäumen an. In diesem Zeitpunkte unterbricht man die Reaction, säuert mit Schwefelsäure an und schüttelt mit Äther, der nach dem Abheben und Verdunsten Krystalle hinterläßt, die leicht als Paraoxybenzoësäure erkannt werden. Nach dem Umkrystallisiren zeigten sie einen Schmelzpunkt von 210—211 und genau dieselbe Krystallgestalt, wie die reine Paraoxybenzoësäure. Dies Verhalten zeigt deutlich, daß nicht die Gruppe $NH.\Theta_2H_5$, sondern $\Theta_2H_4.NH_2$ Wasserstoff im Benzolkerne substituirt.

Aus den früheren Auseinandersetzungen ist es ferner ersichtlich, daß das Tyrosin eben so gut von der Hydroparacumarsäure als von der Phloretinsäure durch Substitution von NH_2 in der Seitenkette abgeleitet werden kann.

Trotzdem, daß bisher alle Versuche, die ich zur Synthese des Tyrosins angestellt habe, vergeblich waren, beabsichtige ich dennoch dieselben auf Grundlage der so eben mitgetheilten Anschauungsweise fortzusetzen.

---

5. Über die Sulfoxybenzoësäure.

Von **Carl Senhofer.**

Die Sulfoxybenzoësäure war bisher noch nicht rein dargestellt worden. In seinen Untersuchungen über die Oxybenzoësäure [1]) hat Prof. Barth derselben Erwähnung gethan als Zwischenglied bei der Überführung der Oxybenzoësäure in Protokatechusäure, und auf seine Veranlassung habe ich nachstehende Versuche zu ihrer Reindarstellung unternommen, sowie einige Salze derselben analysirt.

Dem Verfahren zur Bereitung der Sulfoxybenzoësäure habe ich wenig Neues mehr hinzuzufügen. Die Dämpfe wasserfreier Schwefelsäure wurden in einen Kolben geleitet, der ganz reine, mehrmals umkrystallisirte, dann zerriebene und getrocknete Oxybenzoësäure enthielt [2]). Die Vorlage wurde nicht gekühlt, so daß die Temperatur darin circa 100° erreichte.

---

[1]) Anal. Bd. 148, S. 30.

[2]) In der soeben citirten Abhandlung hat Prof. Barth eines Körpers von rother Eisenreaction Erwähnung gethan, der aus den Mutterlaugen der Oxybenzoësäure durch Blei gefällt werden kann. —

In der Absicht die Natur dieses Körpers zu erforschen habe ich eine beträchtliche Quantität von solchen Mutterlaugen, die bei Gelegenheit einer neuerlichen Darstellung von größeren Mengen Oxybenzoësäure erhalten wurden, in dieser Richtung verarbeitet.

Die rohe Oxybenzoësäure, wie sie nach dem Ausschütteln der Sulfobenzoësäureschmelze mit Äther und nach dem Abdestilliren des letzteren hinterbleibt, wurde 6—7mal umkrystallisirt, bis die Mutterlaugen der letzten Krystallisation keine rothe Färbung mit Eisenchlorid mehr zeigten, darauf alle Mutterlaugen vereinigt und mit Bleizucker gefällt, der entstandene bläulich graue Niederschlag abfiltrirt und einstweilen aufgehoben. *a.* Das Filtrat wurde entbleit, zur Verjagung der freigewordenen Essigsäure bis zur Trockene verdampft, in Wasser aufgenommen, und die Lösung, die noch eine rothe Eisenreaction gab, neuerdings mit Blei gefällt. Die freiwerdende Essigsäure löst nämlich nicht unbeträchtliche Mengen des Bleisalzes wieder auf. Der Niederschlag wurde wieder abfiltrirt mit dem ersterhaltenen vereinigt und das Filtrat nach dem Entbleien wieder zur Trockene gebracht. Die ganze Operation wurde 4mal wiederholt. Die nunmehr

Die Einwirkung geht anfangs ziemlich rasch vor sich, die Masse wird von oben nach unten braun und zähe, schließt aber allmählig die noch unzersetzte Oxybenzoësäure so ein, daß es nur schwierig gelingt, die Reste der letztern zu zersetzen.

---

vom Bleiniederschlage getrennte Flüssigkeit gab nach dem Entfernen des überschüssig gelösten Bleies mit Eisenchlorid eine intensiv grüne Farbenreaction.

Die von jetzt an auf obige Weise erhaltenen neuen Bleifällungen (die Operation mußte 4mal wiederholt werden, bis keine Fällung mehr entstand) wurden für sich gesammelt. *b*.

Beide verschiedenen Bleisalze wurden für sich mit heißem Wasser angerührt und bei 100° mit Schwefelwasserstoff zersetzt.

Die Flüssigkeit, durch Zersetzung von *a* erhalten, lieferte schon bei geringer Concentration eine gelbliche gelatinirende Substanz, schwer löslich in Wasser. Diese wurde filtrirt mehrmals in Wasser aufgenommen und wieder sich ausscheiden gelassen.

Beim Trocknen schwindet ihr Volum sehr beträchtlich und ihre Farbe wird dunkler.

Sie ist vollkommen amorph. Ihr Schmelzpunkt liegt über 250°, derselbe konnte wegen schon beginnender Zersetzung nicht genau bestimmt werden.

Bei der Analyse gab sie Zahlen, die zwischen denen der Oxybenzoësäure und der Dioxybenzoësäure lagen.

Beim Destilliren für sich scheint ein Theil unverändert überzugehen, wie die rothe Eisenreaction des Destillates zeigte, während ein anderer Theil verkohlt.

Die geringe Menge derselben (aus 1 Pfund Benzoësäure 1 Gramm Substanz) verhinderte eine weitere Untersuchung. Über die Constitution dieses Körpers, auf dessen procentische Zusammensetzung sich kaum eine Formel ausrechnen läßt, die nach seiner Entstehung durch eine Gleichung gerechtfertigt werden kann, kann man sich vielleicht eine Vorstellung machen, wenn man denselben als ein intermediäres Product zwischen Oxy- und Dioxybenzoësäure ansieht, entstanden durch moleculare Umwandlung oder eine Accumulation des Molecüls, ähnlich vielleicht wie dies bei der Veränderung des Benzaldehyds durch Phosphorsäure (Anal. Bd. 139, Seite 86) der Fall ist, wobei ein amorpher Körper entsteht, der seinem Procentgehalt nach zwischen dem Bittermandelöl und der Benzoësäure steht.

Das Filtrat, respective die Mutterlaugen, von der ersten Ausscheidung dieser gelatinirenden Substanz lieferten beim Eindampfen einen Syrup von bräunlicher Farbe ohne Spuren von Krystallisation, der ebenfalls eine rothe Eisenreaction gab, und trotz mehrmaligem Auflösen und wieder Eindampfen sich nicht weiter änderte oder Krystallansätze zeigte. Im Wasserbade, zur Entfernung der letzten Antheile Wassers, erwärmt und erweicht er und wird dann in der Kälte fest und brüchig. —

Die Analysen zeigten einen Procentgehalt an Kohlenstoff und Wasserstoff, welcher zwischen dem der Benzoësäure und der Oxybenzoësäure lag.

Wenn neue Mengen wasserfreier Schwefelsäure keine merkliche Einwirkung mehr zeigen, wird die ganze Masse, bestehend aus gebildeter Sulfoxybenzoësäure, unzersetzter Oxybenzoësäure und überschüssiger Schwefelsäure, vorsichtig mit dem 10—12fachen Volumen Wasser verdünnt. Die Flüssigkeit erhält dabei eine entschiedene grünbraune Farbe.

Durch oftmaliges Ausschütteln mit Äther entfernt man die Oxybenzoësäure. Zur Entfernung der Schwefelsäure wurde zuerst mit kohlensaurem Baryt gekocht, der schwefelsaure Baryt abfiltrirt und im Filtrat der gelöste Baryt möglichst genau wieder mit Schwefelsäure ausgefällt; doch erwies sich diese Methode als nicht geeignet zur Darstellung der freien Säure, da dieselbe sich stets stark aschenhältig zeigte. Ein besseres, wenn gleich auch nicht vollkommen entsprechendes Resultat erzielt man dadurch, daß man die Schwefel-

---

Über seine Constitution kann man eine der früher entwickelten ähnliche Ansicht haben, wornach er ein intermediäres Product zwischen den genannten beiden Säuren wäre.

Die früher mit *b* bezeichneten Bleisalze, bedeutend geringer an Quantität als die vorigen, gaben nach dem Zersetzen mit Schwefelwasserstoff und Eindampfen des Filtrates Krystalle, die umkrystallisirt ganz die Formen der Protocatechusäure zeigten, mit Eisenchlorid eine intensiv grüne Farbenreaction gaben, die auf Zusatz von Soda zuerst blau dann roth wurde.

Die Verbrennung lieferte in Procenten Kohlenstoff 55·2, Wasserstoff 4·2, Zahlen, die sich denen, welche die Protocatechusäure verlangt, sehr nähern und nur eine kleine Verunreinigung mit einer kohlen- und wasserstoffreicheren Substanz (Brenzcatechin) anzeigen.

Die kleine Menge Protocatechusäure verdankt ihre Entstehung offenbar einer Disulfobenzoësäure, und es zeigt sich, daß die Gruppe $SH\Theta_3$ das zweitemal an diejenige Stelle im Benzolkerne tritt, welche bei der bromirten oder jodirten Paraoxybenzoësäure oder Anissäure das Brom oder Jod oder endlich bei der Sulfoanissäure (siehe folgende Notiz) wieder der Schwefelsäurerest einnimmt. Es scheint damit eine Bestätigung des Satzes gegeben, daß gleiche und verwandte Elemente oder Gruppen, wenn sie neuerdings Wasserstoff im Benzolkerne substituiren, stets an einem bestimmten, durch das früher vorhandene Radical bedingten Orte einzutreten geneigt sind. —

Das in der früher citirten Abhandlung von Prof. Barth angegebene Verhalten und die Zusammensetzung des Körpers, den er aus den Mutterlaugen der Oxybenzoësäure erhielt, erklärt sich leicht, wenn man bedenkt, daß wegen der geringen Quantität Substanz, die zur Verfügung stand, eine Trennung der darin enthaltenen drei Körper, die ohnedies nur in sehr kleiner Menge gebildet werden, nicht wie im vorliegenden Falle ausgeführt werden konnte.

säure mit einem geringen Überschuß von kohlensaurem Blei ausfällt, das Filtrat mit Bleiessig versetzt, den dadurch entstehenden fleischrothen Niederschlag, nachdem er zuerst durch Decantiren, dann auf dem Filter gut ausgewaschen wurde, mit heissem Wasser anrührt und durch mehrere Stunden, während er auf 100° erhitzt wird, einen Strom von Schwefelwasserstoff durchleitet. Die vom Schwefelblei abfiltrirte Flüssigkeit ist goldgelb und gibt, nachdem man sie im Wasserbade ziemlich stark eingedampft und dann längere Zeit sich selbst überlassen hat, schmutziggelbe Krystallkrusten.

Die so dargestellte Säure enthält noch ziemlich viel Asche, kann aber davon zum größten Theil befreit werden, indem man sie wiederholt gut getrocknet mit einer Mischung von 1 Theil Alkohol und 2 Theilen Äther behandelt, worin sich die reine Substanz, wenn auch schwierig, löst, und die Lösung vom Rückstande abfiltrirt.

Durch nochmaliges Umkrystallisiren aus Wasser erhält man die Säure in zeisiggrünen, nadelförmigen Krystallen. Sie wird im unreinen Zustande an der Luft rasch feucht, rein besitzt sie diese Eigenschaft in geringerem Maße. Mit Eisenchlorid gibt sie eine weinrothe Reaction, die auf Zusatz von kohlensaurem Natron verschwindet.

Durch Bleizucker wird sie nicht gefällt, wohl aber, wie ihre Darstellung zeigt, durch Bleiessig. In Wasser ist sie zerfließlich, Weingeist löst sie ebenfalls sehr leicht, in Äther ist sie fast ganz unlöslich.

Das Wasser verliert sie erst bei 160°.

Die Analyse ergab:

0·2582 Gr. getrocknete Substanz gaben 0·3582 Gr. Kohlensäure und 0·0681 Gr. Wasser,

0·8492 Gr. getrocknete Substanz gaben 0·9008 schwefelsauren Baryt, was der Formel $C_7H_6SO_6$ hinlänglich entspricht.

	Berechnet	Gefunden
C . . .	38·07	37·83
H . . .	2·74	2·93
S . . .	14·69	14·49

Die Bestimmung des Krystallwassers führte zu keinen genügenden Resultaten, da die Substanz zu schwierig lufttrocken zu erhalten ist. Die über Schwefelsäure getrocknete Substanz gab beim Trocknen einen Wasserverlust, der annähernd $1^1/_2$ H_2O entspricht.

Die reine Säure schmilzt bei 208° zu einer schwarzen breiigen Masse.

Zur Controle wurde das Barytsalz analysirt.

Es entspricht getrocknet der Formel $C_7H_4BaSO_6$.

I. 0·2936 Gr. getrocknete Substanz gaben 0·2535 Gr. Kohlensäure und 0·0411 Gr. Wasser.

II. 0·478 Gr. getrocknete Substanz gaben 0·3146 Gr. schwefelsauren Baryt.

	Berechnet	Gefunden
C . . .	23·79	23·58
H . . .	1·13	1·21
S . . .	9·06	8·94
Ba . .	38·81	38·64

Der Wasserverlust des lufttrockenen Salzes betrug bei 160° in Procenten 20·81 für $4^1/_2$ $H_2\Theta$ berechnet sich 20·36.

Das Barytsalz war aus dem anfangs erwähnten Gemisch von Schwefelsäure und Sulfoxybenzoësäure nach Entfernung der Oxybenzoësäure durch Äther, durch Absättigen desselben mit kohlensaurem Baryt in der Siedhitze erhalten worden.

Es tritt dabei vorübergehend eine rothe Färbung ein, die von Spuren den Baryt verunreinigenden Eisens herrührt und wieder verschwindet, sobald die Flüssigkeit neutral geworden ist.

Der gebildete Niederschlag von kohlen- und schwefelsaurem Baryt wird erst nach wiederholtem Auskochen entfernt, da auch der sulfoxybenzoësaure Baryt ziemlich schwierig löslich ist.

Die abgelaufene Flüssigkeit zeigt eine hellrothgelbe Farbe und gibt beim Verdunsten in gewöhnlicher Temperatur anfangs drusig vereinigte kleinere, später größere, gleichmäßiger ausgebildete prismatische Krystalle von mehr weniger röthlicher Farbe.

Zur Reinigung wurden letztere mit Thierkohle gekocht und aus dem Filtrat nach einem geringen Ätzbaryt-Zusatz durch Schwefelwasserstoff die Spuren vorhandenen Eisens entfernt, der Schwefelwasserstoff verjagt, der Barytüberschuß durch Kohlensäure beseitigt. Die so erhaltene, fast wasserhelle Flüssigkeit gibt beim Verdunsten schön farblose, durchsichtige, 2—3 Linien lange Krystalle, die an der

Luft bald opak werden und sich dann leicht zwischen den Fingern zerreiben lassen.

Ihre Lösung gibt gleich der freien Säure eine rothe Eisenreaction, die beim Stehen etwas verblaßt.

Bleisalz. Der durch Fällen der freien Säure mit Bleiessig entstehende fleischrothe Niederschlag ist voluminös, wird beim Stehen unter der Flüssigkeit wenig dichter und trocknet zu einer amorphen, blaßrothen, lockeren Masse ein.

Sein Bleigehalt entspricht der Formel $C_{14}H_6Pb_2S_2O_{12}$, es ist daher ein basisches Salz, worin auch der Hydroxylwasserstoff durch Blei ersetzt ist.

Gefunden 58·59, berechnet 59·08 Pct. Blei.

Cadmiumsalz. Kohlensaures Cadmium in die wässerige kochende Lösung der Säure eingetragen, wird anfangs rasch gelöst, ohne daß sich die gelbe Farbe der Flüssigkeit ändert. Nachdem das Filtrat stark eingeengt und lange sich selbst überlassen worden war, war es zu strohgelben Warzen eingetrocknet, die unter dem Mikroskop nur Spuren von Krystallisation zeigten. Beim Trocknen wird die Farbe des Salzes etwas dunkler. Im Wasser ist es zerfließlich, und seine Lösung gibt mit Eisenchlorid gleichfalls eine weinrothe Reaction.

Es ist ein saures Salz, das, wie die Cadmiumbestimmung zeigt, getrocknet der Formel 2 $(C_7H_5SO_6)$ Cd am nächsten kommt.

0·6125 Gr. getrocknete Substanz gab 0·152 Cadmiumoxyd = 21·98 Pct. Cadmium. Die obige Formel verlangt 20·51.

Die lufttrockene Substanz gab bei 125° getrocknet 12·84 Pct. Wasser. Der Formel 2 $(C_7H_5SO_6)$ Cd + $2H_2O$ entspricht 13·59 Pct.

Wie man aus den Zahlen ersieht, war die Substanz wahrscheinlich mit etwas des neutralen Salzes verunreiniget.

Die Salze der Alkalien zur Analyse darzustellen versuchte ich auf zwei Wegen, einmal durch Absättigung der freien Säure mit kohlensauren Alkalien, dann durch Wechselzersetzung von schwefelsauren Alkalien und dem Barytsalz, doch erhält man beim Eindampfen stets syrupartige Massen, die namentlich im ersteren Falle sich stark bräunten und in keine zur Analyse taugliche Form gebracht werden konnten.

6. Notiz über eine neue Bildungsweise der Protocatechusäure.

Von Georg Malin.

Zum Zwecke der Ausführung einiger Versuche mit Protocatechusäure, namentlich zur Darstellung von Methyl- und Äthylprotocatechusäure benöthigte ich eine etwas größere Menge derselben.

Die vielen Methoden, welche bis jetzt bekannt sind, liefern sämmtlich eine verhältnißmäßig geringe Ausbeute [1]).

Indem ich nach einer neuen suchte, benützte ich die Erfahrungen, welche im hiesigen Laboratorium in Bezug auf die Darstellung von Protocatechusäure aus Bromanissäure und von Oxybenzoësäure aus Sulfobenzoësäure gemacht waren. Ich versuchte nämlich aus Sulfanissäure durch schmelzendes Kali Protocatechusäure zu erzeugen.

Sulfanissäure wurde nach der Methode von Zervas [2]) dargestellt und mit überschüssigem Kalihydrat so lange erhitzt, bis das starke Schäumen vorüber war.

Äther entzog der angesäuerten Lösung der Schmelze eine Substanz, welche nach dem Verdunsten des Lösungsmittels in krystallinischen Krusten zurückblieb und nach mehrmaligen Umkrystallisiren die Formen und Reactionen der Protocatechusäure zeigte. Namentlich wurde die Veränderung der Formen der Krystalle beim Stehen in der Mutterlauge und die schön grüne auf vorsichtigen Sodazusatz

---

[1]) Ich habe bei dieser Gelegenheit, um die von Prof. Barth bereits ausgesprochene Identität von Protocatechusäure mit Carbohydrochinonsäure auch durch das Experiment festzustellen, letztere nach der Angabe von Hesse aus Chinasäure durch Behandeln derselben mit Brom dargestellt, und gefunden, daß sie in allen Reactionen und im Schmelzpunkte mit der Protocatechusäure übereinstimmt. Die grüne Reaction mit Eisenchlorid, die auf Zusatz von Soda durch Blau in Roth übergeht, die Reactionen auf alkalische Kupferoxydlösung und auf salpetersaures Silber, welche als bei beiden Säuren verschieden angegeben wurden, stimmten mit reinen Materialien angestellt vollkommen überein, indem beide Säuren zwar Silberlösung, nicht aber Kupferoxydlösung reducirten.

[2]) Annal. d. Chem. u. Pharm. Band 103. S. 338.

zuerst blau dann roth werdende Farbenreaction mit Eisenchlorid beobachtet. Der Schmelzpunkt der Säure lag bei 198.

Die Analyse ergab Θ—54·7, H—4·0 statt der berechneten Θ—54·5, H—3·9. Die lufttrockene Substanz verlor, bei 100° getrocknet 10·5 Pct. Wasser, berechnet 10·5.

Die Ausbeute beträgt ungefähr 2 Gr. reiner Substanz Säure aus 1 Loth Sulfanissäure.

Das Erhitzen mit Kali muß, wenn man die eben erwähnte Menge Protocatechusäure erhalten will, öfters geübt werden, um die Dauer desselben sowie die Temperatur richtig ermessen zu können. Erhitzt man zu lange, so bildet sich leicht Brenzcatechin (Hydrochinon) neben unkrystallisirbaren schmierigen Producten. Erhitzt man aber zu kurze Zeit, so findet man häufig einen Theil der Sulfanissäure noch unzersetzt. Etwas Brenzcatechin bildet sich übrigens stets, auch bei vorsichtigem Erhitzen und aus eingetrockneter Mutterlauge sublimirt es von selbst in weißen flimmernden Blättchen, die sich an der Oberfläche der Masse absetzen.

Im Ganzen scheint die Ersetzung von $SH\Theta_3$ durch ΘH und der Austritt von ΘH_2 ziemlich gleichzeitig zu erfolgen, und es gelang durch früheres Unterbrechen der Schmelzung weder Sulfoparaoxybenzoësäure noch Methylprotocatechusäure abzuscheiden.

Was die Versuche zur Darstellung der Methyl- und Äthylprotocatechusäure betrifft, mit denen ich augenblicklich beschäftiget bin, so erwähne ich nur, daß die Reaction innerhalb sehr enger Temperaturgrenzen zu verlaufen scheint, indem ich fast jedesmal statt der erwarteten Säure ein Öl von sehr angenehmem an Guajacol erinnernden Geruche erhielt, das höchst wahrscheinlich aus Methylprotocatechusäure unter Austritt von $\Theta\Theta_2$ entstanden war.

Aus Äthyl- oder Bimethylprotocatechusäure müßte auf diese Weise ein Öl entstehen, das identisch oder isomer mit Veratrol oder Kreosol wäre.

Ich hoffe nächstens darüber berichten zu können.

Über den Einfluß niederer Temperaturgrade auf einige Elementarorganismen.

Von Dr. S. L. Schenk,
Assistenten am physiologischen Institute in Wien.

Die Angaben bis zu welchem Temperaturgrade unter 0° C. die Elementarorganismen noch ihre Erregbarkeit beibehalten, um mit Hilfe höherer Temperatur die Bewegungserscheinungen des Protoplasma zu zeigen, ist nur für wenige Elementarorganismen festgestellt. Valentin und Purkinye erwähnten, daß das Flimmerepithel der Rachenschleimhaut des Frosches, selbst nachdem die Frösche gefroren waren, nach dem Aufthauen wieder seine frühere Lebhaftigkeit im Flimmern zeigt. Prevost[1]) gibt an, daß die Spermatozoën eines fest gefrorenen Hodens eines Frosches nach dem Aufthauen wieder beweglich wurden.

Roth[2]) kam für das Flimmerepithel zu dem Resultate, daß man es bis —4° C. bringen kann um bei höherer Temparatur die Flimmerbewegung wieder anregen zu können. Mit Letzterem übereinstimmend sind die Angaben von Engelmann[3]).

Kühne[4]) fand, daß die Amöben im Eiswasser ihre Bewegungen einstellen, die sie bei einer höheren Temperatur wieder beginnen.

Nach dem zuletzt Angeführten liegt es sehr nahe, daß die weißen Blutkörperchen bei einer Temperatur unter 0° C. ihre amoëboiden Bewegungen nur vorübergehend einstellen.

Die Versuche machte ich zunächst mit dem Blute der Tritonen, Frösche und Kröten. Das Blut wurde in einem Uhrglase, worin sich

---

[1]) Comptes rendus 1840. Nov.

[2]) Über einige Beziehungen des Flimmerepithels zum contractilen Protoplasma. Virchow's Archiv XXXVII. Bd. 1866.

[3]) Über die Flimmerbewegung v. Th. W. Engelmann. Leipzig. 1868.

[4]) Kühne. Das Protoplasma. Leipzig 1864, S. 46.

ein Thermometer befand, auf eine Kältemischung gelegt. War die Temperatur bis 0° C. gesunken, so wurde die erste Probe auf den heitzbaren Objecttisch (von M. Schulze, Stricker) gegeben. Bei erhöhter Temperatur (+ 30 bis 40° C.) zeigten sich die lebhaftesten Bewegungen, die darin bestanden, daß das weiße Blutkörperchen (wie normaler Weise) abwechselnd Fortsätze aussendete und dieselben wieder einzog. — Sinkt die Temperatur des heitzbaren Objecttisches bis zu dem Grade der umgebenden Zimmertemperatur herab, so hören die Bewegungen auf, können aber neuerdings durch Erhöhung der Temperatur angeregt werden. Dasselbe zeigte sich an den weißen Blutkörperchen, die aus demselben Blute genommen wurden, bei einer Temperatur von —3° C. bis —5° C. Bei noch niedrigeren Graden, bis —7° C., war die Erregbarkeit des Protoplasma zuweilen erhalten, wenn die Minimaltemperatur nur kurze Zeit gedauert kat.

Blieben aber die Blutkörperchen einige Stunden im eisigen Zustande, so werden die Bewegungserscheinungen bei höherer Temperatur nur selten wieder zum Vorscheine kommen. Bei einer Blutportion, die acht Stunden einer Temperatur von —2 bis —3 ausgesetzt war, konnte ich keine Bewegungserscheinungen an den weißen Blutkörperchen bei erhöhter Temperatur wahrnehmen.

Eben so wenig war es der Fall, wenn ich das Blut zweimal gefrieren ließ. — Nach dem Aufthauen waren die weißen Blutkörperchen rundlich, und blieben es auch bei erhöhter Temperatur, ohne irgend welche Andeutung eines ausgesendeten Fortsatzes zu zeigen.

Wir ersehen somit, daß das Protoplasma der weißen Blutkörperchen seine Lebenseigenschaft bei Erniedrigung der Temperatur beibehält, wenn auch die Erregbarkeit desselben vorübergehend herabgesetzt wird. Bei einer Temperatur von unter —7° C. wird die Erregbarkeit gänzlich aufgehoben.

Die weißen Blutkörperchen der warmblütigen Thiere, besonders die des Kaninchens, haben ihre Lebenseigenschaft bei einer Temperatur von —3° C. nur dann beibehalten, wenn die Zeit, während welcher sie dieser Temperatur ausgesetzt waren, nur kurz (etwa 10 bis 15 Minuten) war.

Nächst den weissen Blutkörperchen wählte ich mir die Speichelkörperchen, welche der Temperatur unter 0° C. einen viel größeren

Widerstand zu bieten scheinen, als die weißen Blutkörperchen der Warmblüter.

Während die letzteren bei —3° C. nach 15 Minuten ihre Fähigkeit, amoeboide Bewegungen auszuführen, gänzlich einbüßen, zeigen die Speichelkörperchen ihre Molekularbewegung nachdem sie einer Temperatur von —6° C. bis —8° C. während einer Stunde ausgesetzt waren.

Allerdings findet man im gefrorenen Speichel viele Speichelkörperchen, welche abgestorben sind und keine Molekularbewegung zeigen, andere wieder, von denen nur Trümmer da sind.

Läßt man den Speichel wiederholt gefrieren, so sieht man nur selten ein ganzes unversehrtes Speichelkörperchen, zumeist sind nur Trümmer derselben im Gesichtsfelde zu finden, ähnlich wie sie von Prof. Brücke [1]), durch andere Agentien hervorgebracht, beschrieben wurden.

Von den anderen Elementarorganismen wählte ich die Eichen von *Rana temporaria*.

Da das Eichen als ein Elementarorganismus aufzufassen ist gleich den anderen Elementarorganismen, welches sich aber von den letzteren dadurch unterscheidet, daß es durch die Befruchtung den Impuls zu einer Reihe von Vorgängen erhält, die nur ihm allein und keinem anderen Elementarorganismus zukommt, so untersuchte ich, ob die befruchteten Eichen des oben benannten Thieres, nachdem sie einer Temperatur unter 0° C. ausgesetzt waren, von den Veränderungen, die ein Batrachierembryo im Laufe seiner Entwickelung zeigt, irgend wie abweichen, beziehungsweise ihre Weiterentwickelung sistirt wird.

Der Versuch zeigte, daß keines von beiden der Fall war. Die Eichen, welche während einer Stunde einer Temperatur von —3° C. ausgesetzt blieben, waren nach dem Aufthauen sofort entwicklungsfähig, trotzdem die Gallerte, welche die Eichen umgibt, ganz fest und eisig war.

---

[1]) Über die sogenannte Molekularbewegung in thierischen Zellen, insonderheit in den Speichelkörperchen. v. Brücke. Sitzungsberichte d. Wiener Akad. d. Wissenschaften. Maiheft 1862.

Ja, die Entwickelung hielt so ziemlich gleichen Schritt mit den übrigen Eichen, welche demselben Laiche angehörten und constant der gewöhnlichen Zimmertemperatur ausgesetzt waren. Eine zweite Partie desselben in Entwickelung begriffenen Laiches, die einer Temperatur von —7° während einer Stunde ausgesetzt war, zeigte nach dem Aufthauen kein weiteres Fortschreiten der Entwickelung.

Wir ersehen hieraus, daß der Temperaturgrad unter 0° C., bei welchem die Eichen von *Rana temp.* ihre Lebensfähigkeit verlieren, ungefähr mit jenem Grade zusammenfällt, bei welchem die weißen Blutkörperchen derselben Thiergattung ihre Lebensfähigkeit einbüßen.

So weit die Versuche am befruchteten Eichen.

Reife und unbefruchtete Eichen von *Bufo cinereus,* die dem Mutterleibe entnommen waren, und die eine gallertige Hülle besaßen, wurden einer Temperatur von —4° C. während einer Stunde ausgesetzt. Hierauf wurde nach dem Aufthauen künstliche Befruchtung eingeleitet, wozu ein Sperma von *Bufo cinereus* diente, welches durch Auspressen des Hodens gewonnen ward.

Die Eichen wurden den günstigen Bedingungen zur Entwickelung ausgesetzt.

In den ersten Stunden, nachdem sie aufgethaut waren, konnte man keine äußerlich wahrnehmbare Veränderung bemerken, die auf eine Befruchtung schließen ließe, während man an jenen Eichen, die nicht gefroren waren und die zum Parallelversuch dienten, nach verhältnißmäßig kurzer Zeit den Furchungsproceß verfolgen konnte.

Erst am anderen Tage, ungefähr 14 Stunden nach der künstlichen Befruchtung, war an ihnen der Furchungsproceß zu sehen. An denen, die sich nur in der Zimmertemperatur befanden, war schon das am unteren Pole des Eichens befindliche weiße Feld deutlich zu sehen.

Es waren also die letzteren in der Entwicklung weiter vorgeschritten als die ersteren.

Das Zurückbleiben der Eichen in ihrer Entwickelung könnte einen zweifachen Grund haben. Es können die einzelnen Entwickelungsvorgänge an den gefroren gewesenen Eichen langsamer auf einander folgen, oder es kann sich die Einwirkung der Kälte auf die Eichen längere Zeit nach dem Aufthauen erstrecken, und das Eichen

würde erst einige Stunden nach der Einwirkung der Kälte die Fähigkeit erlangen, befruchtet zu werden.

Aus unserem Versuche geht das Letztere hervor.

Sobald das Eichen irgend welche äußerlich wahrnehmbaren Zeichen der Entwickelung erkennen läßt, so geht die Reihenfolge der auf einander folgenden Erscheinungen an den Embryonen in so ziemlich gleichen Zeitabschnitten vor sich, als würde das Eichen dem Einflusse niederer Temperaturgrade gar nicht ausgesetzt gewesen sein.

Hingegen treten an jenen die ersten Spuren der Furchung später auf, als an den Eichen die zum Parallelversuche dienten.

Ich stellte mir ferner die Aufgabe, die Befruchtungsversuche derart auszuführen, daß ich die Eichen, sobald sie aus dem Mutterleibe genommen wurden, mit Sperma in Contact brachte, welches einer Temperatur von —4° C. ausgesetzt ward.

Das Ergebniß des Versuches war, daß ich auf diese Weise keine Befruchtung der Eichen erzielen konnte. Bei niedereren Temperaturgraden zeigte sich derselbe Erfolg.

Dies ließ der Vermuthung Raum, daß die Spermatozoën, welche den wesentlichen Antheil an der befruchtenden Wirkung des Sperma haben, wahrscheinlich durch den Einfluß einer Temperatur von —4° bis —7° C. ihre Lebenseigenschaft und somit ihre befruchtende Wirkung auf das Eichen verlieren.

Da wir gewohnt sind, die Bewegungserscheinungen an den Elementarorganismen als Ausdruck ihrer Lebenseigenschaften anzusehen, so dachte ich, gestützt auf die Befruchtungsversuche mit gefrorenem Sperma, daß wir an den Spermatozoën nach dem Aufthauen bei einer gewöhnlichen Zimmertemperatur die Bewegungserscheinungen nicht wahrnehmen.

Am Sperma von Fröschen und Kröten war auch keine Bewegungserscheinung nach dem Aufthauen wahrzunehmen. Allein diese konnte auf dem heitzbaren Objecttische zur Anschauung gebracht werden, sobald die Temperatur + 38° bis 40° C. erlangt hatte. Die Bewegung war zuweilen längere Zeit anhaltend.

Nun stellte ich die Befruchtungsversuche mit einem gefrorenen und nachher auf 40° C. erwärmten Sperma an.

Die Befruchtung fand nicht statt, wiewohl die Eichen reif und zur Befruchtung geeignet waren.

Daraus ist zu ersehen, daß die Spermatozoën nach dem Aufthauen bei erhöhter Temperatur bewegungsfähig werden, aber ihre Fähigkeit befruchtend auf das Eichen zu wirken, einbüßen. — Die Spermatozoën von Säugethieren (Kaninchen, Hund) zeigten noch nachdem sie einer Temperatur von —6° C. ausgesetzt worden waren, nach dem Aufthauen Bewegungen, welche bei erhöhter Temperatur lebhafter wurden, ja die normale Lebhaftigkeit erreichten.

Die Spermatozoën haben gegenüber dem Einflusse niederer Temperaturgrade unter 0° C. ein ähnliches Verhalten bezüglich ihrer Lebensfähigkeit wie die anderen Elementarorganismen, und wie die Muskeln und Nerven.

Von den Muskeln wissen wir, daß sie frieren können ohne daß sie nach dem Aufthauen ihre Erregbarkeit verlieren (Kühne)[1].

Von Affanasieff[2]) wurde durch Versuche ermittelt, daß man Nerven bei einer Temperatur von —4° C. abkühlen kann, nach dem Aufthauen waren sie in ihrer Erregbarkeit nicht beeinträchtigt.

---

1) Kühne. Physiologische Chemie 1866.

2) Untersuchungen über den Einfluß der Wärme u. s. w. Archiv für Anatomie und Physiologie. 1865.

Über die Schleimdrüsen der Mundhöhle.

Von **Puky Ákos.**

(Aus dem physiol. Institute der Wiener Universität.)

(Mit 1 Tafel.)

Die Schleimdrüsen nicht allein der Mundhöhle, sondern die Schleimdrüsen überhaupt, sind bis jetzt stets als acinöse Drüsen beschrieben worden. —

Hiervon sind mir nur drei Ausnahmen bekannt. —

Die eine macht Donders, der in seiner Physiologie des Menschen (deutsche Originalausgabe, 2. Aufl.) Bd. I, S. 203 und 206, die Schleimdrüsen der *Pars pylorica* des Magens als verzweigte tubulöse, mit Cylinderepithel ausgekleidete Drüsen abbildet und beschreibt. Dort heißt es: „Die Drüsenröhrchen werden nach unten zu, wo sie einen mehr gewundenen Verlauf annehmen, enger und enger, und dabei findet auch wohl zum Theil eine Verästelung statt. Der charakteristische Unterschied — zwischen diesen und den Labdrüsen — besteht darin, daß sie bis zu den letzten Endigungen hin mit einem Cylinderepithelium bekleidet sind und einen geräumigeren Canal behalten. — Auf Querschnitten dieser Drüsen vom Menschen sieht man die gruppenweise Anordnung deutlich.“ —

Die zweite Ausnahme macht Luschka, indem er bei der Beschreibung der Drüsen des *Antrum Highmori* (Archiv für pathol. Anatomie, Physiologie und klin. Medicin, redig. von Virchow, Berlin 1855, Bd. 8, Seite 422) Folgendes sagt: „Weitaus die meisten Drüsen, und ihre Anzahl ist eine sehr beträchtliche zu nennen, bieten die Gestalt mannigfach verästigter Schläuche, welche eine Länge bis zu 2 Millimetern erreichen können. Die einfachsten und zugleich kleinsten Formen stellen die Vereinigung von zwei, drei und mehreren kolbig beginnenden, zu einem gemeinsamen Rohre convergirenden Schläuchen dar (Fig. 1). — Die umfänglichsten zeigen einen mittleren, vielfach hin- und hergebogenen Schlauch, aus

welchem von Stelle zu Stelle sowohl einfache, an ihren Enden abgerundete, als auch mehr oder minder tief gespaltene, übrigens ähnlich geformte Ausläufer unter meist rechtem Winkel abgehen (Fig. 2). — Der Anfang des mittleren, den Ausführungsgang darstellenden Schlauches ist in der Regel, in ähnlicher Weise wie manche Seitenäste, in einzelne kolbige Theile zerfallen.“ —

Luschka bezeichnet die von ihm beschriebenen Drüsen zwar nirgends als Schleimdrüsen; aber das, was ich weiter unten mittheilen werde, wird zeigen, daß ich dennoch Ursache habe, seines Befundes hier zu erwähnen.

Die dritte Ausnahme macht Szontágh, indem er bei der Beschreibung der Schleimdrüsen des Gaumens sagt: (Sitzungsber. d. Wiener Akad., Bd. 20, S. 6 März 1856) „Außer diesen acinösen Drüsen findet man auch noch an manchen Gaumen einfache ziemlich weite, aber kurze Tubuli, die, vom Epithel ausgehend, in ihrem Verlaufe oft rechtwinkelig geknickt, mit etwas erweiterten blinden Enden in der obersten Schichte des submucösen Bindegewebes aufhören. — Sie sind besonders am oberen Theile des weichen Gaumens, sowohl an seiner vorderen als hinteren Fläche zu beobachten“. —

So weit meine Untersuchungen jetzt reichen — sie erstrecken sich auf die Drüsen des Gaumens, der Uvula, der Zunge, der Lippen, der Backen und des Kehldeckels — gibt es gar keine acinösen Schleimdrüsen; sie sind sämmtlich tubulös, mit Cylinderepithel ausgekleidet und im Wesentlichen nach dem Typus gebaut, den Donders an den *Glandulae pyloricae* beschreibt, nur daß die verästelten Tubuli mehr hin und her gekrümmt sind und man sie deshalb in Schnitten, seltener der Länge nach, trifft. Aus letzterem Umstande erklärt es sich auch, daß man diese Drüsen bisher hat für acinöse halten können.

Der tubulöse Bau zeigte sich zuerst an einem Schnitte, den ich von der Uvula eines Kindes gemacht hatte. — Es war hier ganz deutlich, daß man es theils mit der Länge nach getroffenen, gekrümmten und gewundenen Tubulis zu thun hatte, theils mit Querschnitten, an denen man sich häufig genug durch Veränderung der Einstellung überzeugen konnte, daß sie einem Cylinder und nicht einem Sphäroid angehörten. An diesem Präparate zeigte es sich auch schon, daß die Drüsen bis in ihre letzten secernirenden

Elemente mit Cylinderepithelium ausgekleidet sind, was sich später auch an allen übrigen Schleimdrüsen der Mundhöhle sicherstellen ließ. Diese Thatsache scheint gleichfalls nicht bekannt zu sein, da Kölliker in seiner Gewebelehre (1867, S. 253, Fig. 235) dieselben mit Plattenepithel abbildet. —

Ich habe alle weiteren Untersuchungen an Theilen gemacht, die den Leichen Erwachsener entnommen waren, um dem Einwande zu entgehen, daß vielleicht im extrauterinen Leben noch ein Übergang des tubulösen in den acinösen Typus stattfinde. — Auch bei Erwachsenen waren die Schleimdrüsen stets verzweigte tubulöse Drüsen bis in ihre letzten Enden mit Cylinderepithelium ausgekleidet. —

Ich will jetzt die Drüsen etwas näher beschreiben. — Die Beschreibung, welche für die einen gegeben wird, paßt in ihren wesentlichen Punkten auf alle übrigen. Diese Beschreibung ist entworfen nach Präparaten, die ich durch Einlegen möglichst frischer Leichentheile — ich erhielt sie aus dem Materiale der gerichtlichen Obductionen — in Alkohol und nachheriges Färben und Aufhellen der Durchschnitte erhielt. Das Färben geschah mit Carmin, das Aufhellen mit Glycerin. —

Die Drüsen beginnen mit einem verhältnißmäßig weiten Ausführungsgange, dieser verzweigt sich mehrmals hintereinander dichotomisch; die so entstehenden Äste sind enger als der Stamm; wenn man sich aber die Lumina derselben vereinigt denkt, so würden sie zusammen bedeutend weiter sein. — Diese Gänge sind schon gewunden, aber sie fallen noch immer unter den Begriff der Ausführungsgänge, da sie noch nicht das charakteristische Epithel der Tubuli letzter Ordnung haben; diese entstehen durch dichotomische oder trichotomische Theilung dieser Ausführungsgänge, sie sind mit ihnen von gleicher Dicke oder stärker und selbst wieder verästigt und gewunden.

Das Kriterium, um zwischen secernirenden Tubulis und Ausführungsgängen zu unterscheiden, gibt, wie schon erwähnt, das Epithelium. — Die Zellen in den secernirenden Tubulis sind verhältnißmäßig groß, cylindrisch, glashell durchsichtig und, selbst wenn das übrige Gewebe schon ziemlich stark durch Carmin gefärbt ist, noch wasserhell. — Die Zellen in den Ausführungsgängen sind kleiner, niedriger und nehmen leichter die Carminfärbung an. —

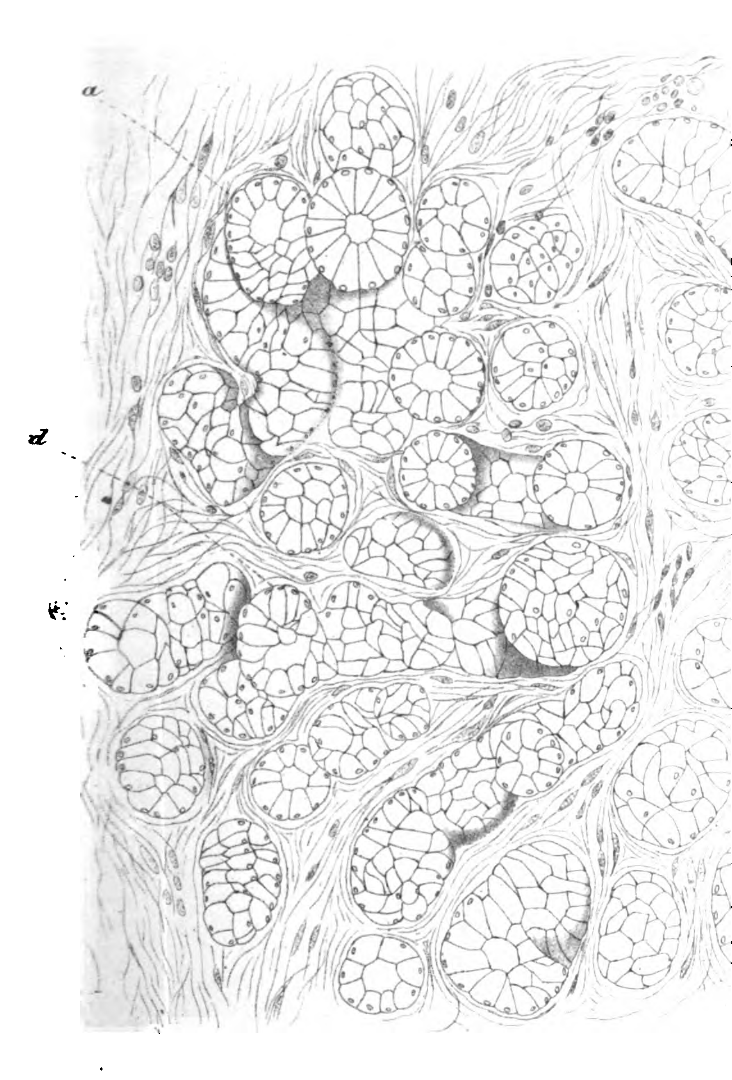
Die Enden der Tubuli sind bisweilen, aber keineswegs immer, leicht kolbig angeschwollen. — Dieses kolbige Ende stellt aber nicht etwa einen Acinus dar, denn die Acini der acinösen Drüsen hängen mit ihren Secretionszellen unmittelbar an den Enden von Ausführungsgängen, die wiederum ihr, von den Secretionszellen verschiedenes Epithel haben. Hier aber ist das Epithel in dem etwas kolbig angeschwollenen Ende kein anderes, als in den Tubulis, und erst diese setzen sich wieder zu verzweigten Ausführungsgängen zusammen, die sich durch ein niedrigeres, kleinzelligeres und leichter tingirbares Epithel auszeichnen. —

Erklärung der Tafel.

Fig. 1. Schnitt aus der Uvula eines Erwachsenen; *a.* = *S*-förmig gewundenes Stück eines Tubulus, *b.* schwachgekrümmtes Stück eines Tubulus mit Querschnitt, *c.* starkgekrümmtes Stück eines Tubulus zweimal durch denselben Schnitt getroffen, *d.* Endstück eines Tubulus, dessen unteres angeschwollenes Ende angeschnitten ist.

Fig. 2. Schnitt aus den Lippen eines Erwachsenen, *a* = stark gekrümmtes Stück eines Tubulus zweimal durch denselben Schnitt getroffen, *b.* fast gerade verlaufendes Stück eines Tubulus, *c.* ein ähnliches kürzeres. —

1.



Autor del, P. Zeidler lith.

Über einige Succinylderivate.

Von P. Weselsky,

Adjuncten bei der Lehrkanzel der Chemie am k. k. polytechnischen Institute.

Nach einer Beobachtung von Kekulé setzen sich essigsaures Phenol und Kaliumsulfhydrat nicht wie man erwarten könnte, in essigsaures Kali und Sulfophenylalkohol, sondern in Phenol und thiacetsaures Kali um [1].

Diese, zunächst zur Charakterisirung der chemischen Natur des sogenannten Phenylalkohols von Kekulé ausgeführte Reaction zeigt auch zugleich einen Weg zur Darstellung schwefelhaltiger Säuren, von denen bis jetzt nur einige und zwar nur einbasische bekannt sind.

Ich habe versucht auf demselben Wege zu der der zweibasischen Bernsteinsäure entsprechenden Schwefelbernsteinsäure zu gelangen, und nach folgenden Gleichungen experimentirt:

$$\text{I.}\quad \underbrace{\left.\begin{matrix} C_4H_4O_2 \\ Cl_2 \end{matrix}\right\}}_{\text{Succinylchlorür}} + 2\,\underbrace{\left.\begin{matrix} C_6H_5O \\ H \end{matrix}\right\}}\,O = 2\left.\begin{matrix} H \\ Cl \end{matrix}\right\} + \underbrace{\left.\begin{matrix} C_4H_4O_2 \\ 2(C_6H_5) \end{matrix}\right\}\,O_2}_{\text{Succinylphenol}}$$

$$\text{II.}\quad \underbrace{\left.\begin{matrix} C_4H_4O_2 \\ 2(C_6H_5) \end{matrix}\right\}}_{\text{Succinylphenol}}\,O_2 + 2\left.\begin{matrix} K \\ H \end{matrix}\right\}\,S = 2\,\underbrace{\left.\begin{matrix} C_6H_5 \\ H \end{matrix}\right\}}\,O + \underbrace{\left.\begin{matrix} C_4H_4O_2 \\ K_2 \end{matrix}\right\}\,S_2}_{\text{Schwefelbernsteinsaures Kali}}$$

$$\text{III.}\quad \underbrace{\left.\begin{matrix} C_4H_4O_2 \\ K_2 \end{matrix}\right\}}\,S_2 + 2\left.\begin{matrix} H \\ Cl \end{matrix}\right\} = 2\left.\begin{matrix} K \\ Cl \end{matrix}\right\} + \underbrace{\left.\begin{matrix} C_4H_4O_2 \\ H_2 \end{matrix}\right\}\,S_2}_{\text{Schwefelbernsteinsäure}}$$

---

[1]) Zeitschrift für Chemie, J. 1867, S. 196.

Ich werde im Folgenden beschreiben, daß die Umsetzung der betreffenden Verbindungen so erfolgt, wie die Schemata I. und II. erwarten lassen, daß der Verlauf der Reaction III. jedoch ein etwas verschiedener ist.

Succinylphenol.

Succinylchlorür und Phenylalkohol wurden in dem Verhältnisse von 20 zu 25, in einem mit einem Rücklaufkühler versehenen Kolben im Wasserbade erwärmt. Die bald eintretende Zersetzung verlauft unter reichlicher Salzsäure-Entwickelung, und vollendet sich etwa in einer Stunde.

Beim Abkühlen wird der Inhalt des Kolbens fest und krystallinisch. Er wurde vor dem Umkrystallisiren durch Abpressen zwischen Leinwand und Papier von einer kleinen Menge eines öligen Antheiles befreit.

In siedendem absoluten Alkohol löst er sich leicht auf, und die filtrirte Lösung läßt während des Auskühlens schon die Verbindung in schönen perlmutterglänzenden Blättchen fallen, die nach wiederholter Krystallisation vollständig farblos und chemisch rein sind.

Succinylphenol ist im Wasser unlöslich, löslich in Äther, Schwefelkohlenstoff und Benzol, schmilzt bei 118° C. und ist bei 330° C. unzersetzt destillirbar.

0·332 Grammen Substanz gaben 0·8635 Grm. Kohlensäure, und 0·169 Grm. Wasser.

$$\left.\begin{matrix} C_4H_4O_2 \\ 2(C_6H_5) \end{matrix}\right\} O_2$$

			Gefunden
C_{16}	192	71·1	70·9
H_{14}	14	5·2	5·1
O_4	64	23·7	—
	270	100·0	

Brom wirkt auf die Verbindung heftig ein; das Ende der Reaction, welche in einem Kolben vorgenommen wurde, kennzeichnet sich durch eine Verflüssigung der ganzen rothbraunen Masse, der bald eine fast völlige Erstarrung folgt. Das stark gefärbte Rohproduct, läßt sich zerrieben auf einem Filter mit Äther ganz farblos waschen, es hinterbleibt dann das Bromsuccinylphenol als ein kreideweißes

Krystallmehl, welches nur in großen Mengen siedenden Alkohols löslich ist, und daraus in zarten weißen Nädelchen wieder erhalten wird.

Der Analyse nach sind Br_3 für H_3 eingetreten.

I. 0·244 Grm. Substanz gaben 0·3355 Grm. Kohlensäure und 0·05 Grm. Wasser.

II. 0·5385 Grm. Substanz gaben 0·598 Grm. Bromsilber.

	$C_{16}H_{11}Br_3O_4$		Gefunden
C_{16}	— 192	— 37·8	— 37·2
H_{11}	— 11	— 2·1	— 2·2
Br_3	— 240	— 47·3	— 47·0
O_4	— 64	—	—

Weingeistige Kalilösung zersetzt beim Sieden die Verbindung schnell. Dampft man die Flüssigkeit zur Trockene ein, löst den Rückstand wieder in Wasser, säuert mit Schwefelsäure an, und schüttelt mit Äther aus, so erhält man als Zersetzungsproducte Bernsteinsäure und Bibromphenöl, die aus dem Ätherrückstand durch Wasser getrennt werden können.

Das Bibromphenol wurde durch Umkrystallisiren gereinigt und analysirt. Es wurden erhalten C — 27·7; H — 1·8; Br — 62·8, statt C — 28·5; H — 1·6; Br — 63·4.

Ich werde bei einer anderen Gelegenheit auf diese Verbindung und ihre Zersetzungsweise zurückkommen.

Von Chloracetyl wird das Succinylphenol selbst unter höherem Drucke und bei der Temperatur des Wasserbades nicht angegriffen. Es löst sich darin auf und krystallisirt in sehr schön ausgebildeten größeren Krystallen wieder heraus.

Schwefelbernsteinsaures Kali.

Es ist nicht gleichgiltig, wie man die Umsetzung des Succinylphenols mit dem Kaliumsulfhydrat ausführt. Kocht man dasselbe mit einer wässerigen Lösung des Letzteren, so wird es zwar allmälig aufgelöst, allein man findet bei entsprechender Behandlung der Flüssigkeit in derselben nur Bernsteinsäure und Phenylalkohol neben Schwefelkalium.

Die Schwefelbernsteinsäure und ihre Verbindungen werden beim Erwärmen ihrer wässerigen Lösungen schnell zersetzt, sie sind aber

in absolutem Alkohol gelöst, haltbar. Man muß eine Lösung des krystallisirten Kaliumsulfhydrates in absolutem Alkohol auf Succinylphenol, oder eine eben solche Lösung desselben einwirken lassen.

In einem Kolben mit einem Verdichtungskühler bis zur Kochhitze des Wassers erwärmt, tritt nach vorausgegangener Lösung ziemlich schnell eine reichlich sich vermehrende Krystallbildung ein, die endlich die ganze Flüssigkeit breiig erstarren macht; man kühlt schnell ab, seihet den Brei durch feine Leinwand und preßt ihn schnell in einer Presse trocken, zerreibt die völlig farblose Masse und trocknet unter der Luftpumpe.

Die Verbindung erscheint unter dem Mikroskope als gruppen- oder bündelweise vereinigte spitze Nadeln, löst sich unter Kälteerzeugung mit größter Leichtigkeit im Wasser auf und wird auch von Weingeist und Äther leicht gelöst. Die Lösungen, besonders die wässerige, zersetzt sich beim freiwilligen Verdunsten an der Luft, und hinterlassen schmierige, lauchartig riechende Rückstände. Eine frisch bereitete Lösung reagirt auf Metallsalze, wie die Lösung eines Schwefelalkalis. Alle Säuren zersetzen sie rasch unter Entwickelung von Schwefelwasserstoff; waren sie concentrirt, so scheidet sich Schwefelbernsteinsäure, als ölige bald krystallinisch erstarrende Tropfen, aus.

Die Analyse der unter der Luftpumpe getrockneten Substanz führte zu der Formel

$$\left.\begin{matrix} C_4H_4O_2 \\ K_2 \end{matrix}\right\} S_2$$

I. 0·544 Grammen Substanz gaben 0·4155 Grammen Kohlensäure und 0·099 Grammen Wasser.

II. 0·4995 Grammen Substanz gaben 0·385 Grammen Kohlensäure und 0·082 Grammen Wasser.

III. 0·5285 Grammen Substanz gaben 0·407 Grammen schwefelsaures Kali.

IV. 0·7543 Grammen Substanz gahen 0·5725 Grammen schwefelsaures Kali.

V. 0·2975 Grammen Substanz gaben 0·608 Grammen schwefelsauren Baryt. (Methode von Carius.)

VI. 0·325 Grammen Substanz gaben 0·6595 Grammen schwefelsauren Baryt.

Berechnet			I.	II.	III.	IV.	V.	VI.
C_4	— 48·	— 21·2	20·8	21·0	—	—	—	—
H_4	— 4·	— 1·8	2·0	1·8	—	—	—	—
O_2	— 32·	— 14·2	—	—	—	—	—	—
K_2	— 78·2	— 34·5	—	—	34·5	34·1	—	—
S_2	— 64·	— 28·3	—	—	—	—	28·0	27·8
	226·2	—100·0						

Schwefelbernsteinsäure.

Das Auftreten des Schwefelwasserstoffes beim Zusammenbringen des eben beschriebenen Kalisalzes mit einer Säure, z. B. Salzsäure, beweist schon, daß auf diesem Wege kein Schwefelbernsteinsäurehydrat entstehen kann. In der That findet man, daß die Zersetzung nach der Gleichung

$$\left.\begin{matrix} C_4H_4O_2 \\ K_2 \end{matrix}\right\} S_2 + 2 \left.\begin{matrix} H \\ Cl \end{matrix}\right\} = C_4H_4O_2S + \left.\begin{matrix} H \\ H \end{matrix}\right\} S + 2 \left.\begin{matrix} K \\ Cl \end{matrix}\right\}$$

erfolgt, und also Schwefelbernsteinsäureanhydrid oder was dasselbe ist, Sulfosuccinyl gebildet wird.

Das Product wird in folgenderweise rein erhalten. Man säuert in einer verschließbaren Flasche die wässerige Lösung der Kaliverbindung mit Schwefelsäure an, schüttelt hierauf mit Äther, trennt den Ätherauszug und trocknet ihn mit Chlorcalcium; nach dem Abdestilliren desselben hinterbleibt ein öliger Rückstand, welcher über Ätzkali unter der Luftpumpe stehen gelassen, bald zu einer großstrahlig blätterigen, aber lange feucht bleibenden Krystallmasse erstarrt, die meist etwas gelblich gefärbt ist; sie wird aber völlig farblos, trocken und geruchlos, wenn man sie nun in einer Presse von einer kleinen Menge eines lauchartig riechenden Nebenbestandtheiles befreit.

Sulfosuccinyl löst sich gleich leicht im Wasser, Weingeist und Äther, reagirt stark sauer, besitzt einen sehr süßen hinterher Bernsteinsäure ähnlichen Geschmack und schmilzt bei 31° C.; seine Lösung gibt, mit Bleizuckerlösung versetzt, einen eigelben, schnell braun werdenden Niederschlag, der sich beim Erwärmen schwärzt und spiegelnd an die Gefäßwand ansetzt.

Mit einer Kupfervitriollösung entsteht sofort eine Fällung von Schwefelkupfer.

Der mit Silbernitrat erzeugte Niederschlag ist anfangs weiß, wird schnell gelb, braun und endlich schwarz.

Eisenchlorid läßt die Lösung anfangs klar, dann erscheint eine milchige Trübung, die sich zu einem weißen Niederschlage vermehrt. Dieser Niederschlag wird beim Erwärmen grau und auf Zusatz von etwas Ammoniak schwarz.

Die Analyse beweist die Formel $C_4H_4O_2S$

I. 0·356 Grammen Substanz gaben 0·5305 Grammen Kohlensäure und 0·1098 Grammen Wasser.

II. 0·408 Grammen Substanz gaben 0·611 Grammen Kohlensäure und 0·1234 Grammen Wasser.

III. 0·3648 Grammen Substanz gaben 0·7425 Grammen schwefelsauren Baryt. (Methode von Carius.)

IV. 0·2390 Grammen Substanz gaben 0·50 Grammen schwefelsauren Baryt.

Berechnet			I.	II.	III.	IV.
C_4	48	41·3	40·6	40·8	—	—
H_4	4	3·4	3·4	3·3	—	—
O_2	32	27·7	—	—	—	—
S	32	27·6	—	—	27·7	28·6
	116	100·0				

Nach diesen Erfahrungen scheint es, daß ein Schwefelbernsteinsäurehydrat und vielleicht die Hydrate solcher schwefelhaltigen mehrbasigen Säuren überhaupt entweder gar nicht existirt, oder einen ganz ephemeren Bestand hat. Die Theorie des Vorganges wird noch etwas klarer, wenn man für die hier in Reaction tretenden Substanzen die näheren Formeln:

Bernsteinsäure	Succinylchlorür	Succinylphenol
COHO	COCl	$CO-C_6H_5O$
C_2H_4	C_2H_4	C_2H_4
COHO	COCl	$CO-C_6H_5O$

gebraucht.

Man hat dann:

$$\text{I.}\quad \begin{matrix} CO-C_6H_5O \\ | \\ C_2H_4 \\ | \\ CO-C_6H_5O \end{matrix} + \begin{matrix} KHS \\ KHS \end{matrix} = \begin{matrix} C_6H_5HO \\ C_6H_5HO \end{matrix} + \underbrace{\begin{matrix} COKS \\ | \\ C_2H_4 \\ | \\ COKS \end{matrix}}_{\text{Kaliumsalz}}$$

$$\text{II.}\quad \begin{matrix} COKS \\ | \\ C_2H_4 \\ | \\ COKS \end{matrix} + \begin{matrix} HCl \\ HCl \end{matrix} = \begin{matrix} KCl \\ KCl \end{matrix} + H_2S + \underbrace{\begin{matrix} CO \\ | \\ C_2H_4 \\ | \\ CO \end{matrix} > S}_{\text{Succinylsulfür}}$$

Die vorstehenden Reactionen auf die Oxalsäure ausgedehnt, müßten zu dem Sulfoxalyl oder dem Anhydrid einer Schwefeloxalsäure C_2O_2S führen, einer Verbindung, die dem Kohlenoxysulfid von Than analog constituirt wäre.

Ich bin im Begriffe Versuche in dieser Richtung auszuführen, und noch einige mehrbasische Säuren in den Kreis der Untersuchung zu ziehen.

Die vorliegende Arbeit wurde im Laboratorium des Herrn Prof. Hlasiwetz ausgeführt.

XV. SITZUNG VOM 10. JUNI 1869.

Das k. k. Ministerium des Innern übersendet ein demselben von Sr. Excellenz dem Herrn Reichskanzler übermittelten Bericht des Herrn Luigi Barissich, k. k. Vice-Consuls auf Rhodus vom 24. April l. J. an den General-Consul in Smyrna, Freih. v. Baum, über das am 18. April 6 Uhr Früh auf Rhodus stattgefundene Erdbeben.

Herr Dr. F. Steindachner übermittelt eine Abhandlung: „Über *Polypterus Lapradei* n. sp. und *Polypterus senegalus* Cuv. aus dem Senegal", nebst einem Anhange: „Über die Blutgefäße der äußeren Kiemendeckelkieme von *Polypterus Lapradei* Steind."

Herr Prof. Dr. Ed. Linnemann in Lemberg übersendet eine Abhandlung: „Untersuchung einiger Aminamide der Fettsäurereihe".

Herr Isaacs Loomis, Pastor in New-York, übermittelt eine Notiz über die Sonnenparallaxe.

Herr Hofrath Dr. E. Brücke legt folgende Abhandlungen vor: 1. „Über quergestreifte Muskeln der in's Herz einmündenden Venen des Menschen", von Herrn *stud. med.* J. Elischer; 2. „Über den Bau einiger sogenannter Drüsen ohne Ausführungsgänge", von Herrn *med. cand.* E. Fleischl.

Herr Prof. Dr. H. Hlasiwetz überreicht eine Abhandlung: „Über die Kresylpurpursäure" von Herrn Dr. E. v. Sommaruga.

Herr Dr. A. v. Hüttenbrenner legt eine Abhandlung: „Über eigenthümliche Zellen in der Iris des Huhnes" vor.

Herr Dr. L. Boltzmann übergibt eine Abhandlung: „Über die elektrodynamische Wechselwirkung der Theile eines elektrischen Stromes von veränderlicher Gestalt".

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Abbe, Cleveland, Dorpat and Poulkova, (From the Report of the Smithson. Inst. for 1867.) 8°.

Annales des mines. VI[e] Série. Tome XV, 1[re] Livraison de 1869. Paris; 8°.

Bericht über den Handel, die Industrie und die Verkehrsverhältnisse in Nieder-Österreich während des Jahres 1868. Wien; 8°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXVIII, Nr. 21. Paris, 1869; 4°.

Cosmos. XVIII[e] Année. 3[e] Série. Tome IV, 23[e] Livraison. Paris, 1869; 8°.

Fischer, H., Kritische mikroskopisch-mineralogische Studien. Freiburg i. Br. 1869; 8°.

Freeden, W. v., Mittheilungen aus der norddeutschen Seewarte. I. Über die wissenschaftlichen Ergebnisse der ersten deutschen Nordfahrt von 1868. Hamburg, 1869; 4°.

Kokscharow, Nikolai, Materialien zur Mineralogie Rußlands. V. Band. (Schluß.) St. Petersburg, 1869; 8°.

Osservatorio del R. Collegio Carlo Alberto in Moncalieri: Bullettino meteorologico. Vol. IV, Nr. 3—4. Torino, 1869; 4°.

Rechenschaftsbericht, Vierter, des ersten allg. Beamtenvereines der österr.-ungar. Monarchie f. d. J. 1868. Wien, 1869; 4°.

Revue des cours scientifiques et littéraires de la France et de l'étranger. VI[e] Année, Nr. 27. Paris & Bruxelles, 1869; 4°.

Wiener Landwirthschaftliche Zeitung. XIX. Jahrgang, Nr. 23. Wien, 1869; 4°.

— Medizin. Wochenschrift. XIX. Jahrgang. Nr. 45—46. Wien, 1869; 4°.

Zeitschrift des österr. Ingenieur- und Architekten-Vereins. XXI. Jahrgang, 5. Heft. Wien, 1869; 4°.

Untersuchung einiger Aminamide der Fettsäurereihe.

Von Prof. Dr. Ed. Linnemann.

Am Schlusse des zweiten Theiles der in den Annalen der Chemie und Pharmacie erschienenen Abhandlung „Über die Darstellung der Fettalkohole aus ihren Anfangsgliedern“ stellte ich die Muthmaßung auf: die zwischen den Aminbasen der Fettalkohole und den Amiden der Fettsäuren intermediären Verbindungen, als deren Prototyp das Äthylacetamid genommen werden könnte, möchten sich gegen wasserentziehende Mittel ähnlich wie die Amide der Fettsäuren verhalten und so Gelegenheit zur Synthese einer großen Reihe von Fettalkoholen abgeben.

Etwa drei Monate später sprach Herr A. W. Hofmann in seinem dritten Briefe „Über eine neue Reihe mit der Blausäure homologer Körper“, welcher in der Sitzung vom 9. September 1867 durch Herrn M. Dumas der französischen Akademie vorgelegt wurde, dieselbe Vermuthung aus, und theilte gleichzeitig mit, daß es ihm zwar nicht gelungen sei, durch Einwirkung wasserfreier Phosphorsäure auf fettsaure Monaminsalze ein der Vermuthung entsprechendes Resultat zu erzielen, daß er sich aber von den intermediären Amiden (Monaminamides) einen besseren Erfolg verspreche.

Trotzdem meine auf diesen Gegenstand bezüglichen Versuche zur Zeit der Bekanntwerdung obiger Angaben bereits ein ähnliches Resultat geliefert hatten, so sah ich mich doch veranlaßt, um eine genaue Kenntniß über das Verhalten erwähnter intermediärer Verbindungen zu erlangen, die Untersuchung fortzusetzen.

Die bemerkenswerthe Leichtigkeit, mit welcher aus den ameisensauren Aminsalzen „Formamide“ erhalten werden, ließ mich namentlich eine Umwandlung dieser, in die zugehörigen, von A. Gautier in neuerer Zeit ausführlich untersuchten „Carbylamine“ anstreben; als aber auch in dieser Beziehung das gewünschte Ziel nicht erreicht

werden konnte, und manche der von mir dargestellten Formamide mittlerweile von Gautier beschrieben wurden, hielt ich eine Zusammenstellung der gewonnenen Resultate für geboten.

Indem ich im Nachfolgenden das Resultat der mit ameisensaurem Methyl-, Äthyl-, Diäthyl- und Triäthylamin, respective mit Methyl-, Äthyl- und Diäthylformamid, so wie mit Äthylacetamid und mit Diacetamid ausgeführten vergleichenden Versuche mittheile, wird man einige theils früher gekannte, oder erst in neuester Zeit veröffentlichte Beobachtungen anderer Forscher bestätigt finden; für die Angaben der Herren E. T. Chapman und M. Smith, welche in ihrer Abhandlung „Über die Wirkung wasserentziehender Mittel auf organische Verbindungen" Seite 24—25 des Januarheftes des London, Edinburgh und Dublin Philosophical Magazine und Journal of science vom Jahre 1869 die Mittheilung machen, daß sowohl wasserfreie Phosphorsäure als auch Chlorzink die intermediären Formamide in die entsprechenden Carbylamine überführten, wird man dagegen in meinen Beobachtungen eine derartige Bestätigung nicht finden können.

Den bequemsten Ausgangspunkt zur Gewinnung der Formamide mußten die ameisensauren Salze der Monaminbasen abgeben, falls es gelingen würde, diesen Salzen Wasser zu entziehen, ohne sie mit stark wirkenden, bei Bildung von Wasser sauer oder alkalisch werdenden Reagentien zusammenbringen zu müssen. Ich versprach mir in dieser Beziehung viel von der durch M. Berend bekannt gewordenen Reaction zwischen ameisensaurem Amoniak und Harnstoff, wobei Formamid gebildet wird.

Die Beobachtung indessen, daß beim Abdampfen von ameisensaurem Ammoniak auf dem Wasserbade neben dem auskrystallisirenden Ammoniaksalze stets eine syrupartige Mutterlauge bleibt, welche nichts anderes als Formamid ist, eine Beobachtung, die ich wiederholt zu machen Gelegenheit hatte, veranlaßte mich, einfach die Wirkung der Wärme auf die ameisensaueren Monaminsalze zu versuchen. In der That erhält man schon bei wiederholtem Eindampfen einer wässerigen Lösung von ameisensaurem Methyl-, Äthyl- und Diäthylamin auf dem Wasserbade einen Syrup, der nicht krystallisirt und kein ameisensaures Salz, sondern ein Formamid ist. Die ameisensauren Salze dieser Basen erleiden also schon bei gelindem Erwärmen die erwünschte Zersetzung, welche jedenfalls eine vollständige wird, wenn man den erwähnten Syrup einer einmaligen Destillation unter-

wirft, wobei die letzten Mengen ameisensauren Salzes nach folgender Gleichung in ein Formamid übergehen:

$$\left.\begin{matrix} CHO \\ N(C_nH_{2n+1})H_2 \end{matrix}\right\} O = H_2O + \left.\begin{matrix} CHO \\ (C_nH_{2n+1}) \\ H \end{matrix}\right\} N.$$

Da nun diese Formamide in der Kälte von kohlensaurem Kali nicht angegriffen werden, so können sie aus ihrer concentrirten wässerigen Lösung (dem Destillate der auf dem Wasserbade verdampften wässerigen Lösung von ameisensaurem Salze) mit Leichtigkeit abgeschieden und mit demselben Mittel entwässert werden. Eine nicht zu weit fortgesetzte fractionirte Destillation liefert dann die Formamide in einem Zustande bemerkenswerther Reinheit.

Methylformamid. $\left.\begin{matrix} CHO \\ CH_3 \\ H \end{matrix}\right\} N.$

In erwähnter Weise dargestellt (das Methylformamid wird nur aus conc. wässeriger Lösung durch kohlensaures Kali abgeschieden und löst dann etwas Salz; man entwässert es deßhalb zweckmäßig in alkoholiger Auflösung und entfernt den Alkohol durch Destillation) ist das Methylformamid eine farblose, geruchlose, dickliche Flüssigkeit, deren spec. Gewicht bei + 19° C., verglichen mit Wasser von gleicher Temperatur, zu 1·011 gefunden wurde, und welche unter einem Drucke von 0·140 Metre Quecksilber bei 190° C. siedet. Diese, mit schwach violett gesäumter Flamme brennende Flüssigkeit ist nach allen Verhältnissen in Wasser und Alkohol löslich, aber unlöslich in Äther. Die Analyse der Substanz ergab folgendes Resultat:

0·3190 Grm. Substanz lieferten 0·4735 Grm. CO_2 und
0·2100 „ H_2O.

	Berechnet		Gefunden
C_2	= 24	40·67%	40·48%
H_5	= 5	8·47	8·70
O	= 16		
N	= 14		
	59		

Das Methylformamid wird von concentrirtem wässerigem Kali schon bei gelinder Wärme unter heftiger Entwicklung von Methylamin und Bildung von ameisensaurem Kali zerlegt; dieselbe Zersetzung erleidet es beim Kochen mit verdünnter Schwefelsäure, und concentrirte englische Schwefelsäure zerlegt es unter stürmiger Entwicklung von Kohlenoxydgas, indem sich gemäß folgender Gleichung gleichzeitig schwefelsaures Methylamin bildet:

$$\left.\begin{matrix} \text{CHO} \\ \text{CH}_3 \\ \text{H} \end{matrix}\right\} \text{N} + \left.\begin{matrix} \text{SO}_2 \\ \text{H}_2 \end{matrix}\right\} \text{O}_2 = \text{CO} + \left.\begin{matrix} \text{SO}_2 \\ (\text{NCH}_3 . \text{H}_2) . \text{H} \end{matrix}\right\} \text{O}_2 .$$

In diesen drei Fällen wurde das gebildete Methylamin aufgefangen und in Verbindung mit Platinchlorid analysirt. Ebenso wurde das saure Destillat von der Einwirkung verdünnter Säure auf Methylformamid neutralisirt, die Säure in das Bleisalz übergeführt und eine Bleibestimmung genommen. Die Resultate stimmten mit den oben erwähnten Reactionen überein.

Im ersten	Falle	lieferten	0·8020	Grm.	Platinsalz	0·3325	Grm.	Pt.
Im zweiten	„	„	1·4355	„	„	0·5955	„	„
Im dritten	„	„	1·5205	„	„	0·6315	„	„

und 0·6105 Grm. Bleisalz lieferten 0·6205 Grm. PbO SO_3.

Gefunden	Berechnet für Methylamin-platinchlorid
I. 41·45%	
II. 41·48	41·65%
III. 41·53	
	Berechnet für ameisensaures Blei
IV. 69·32% Pb.	69·59% Pb.

Beim Zusammenbringen von Methylformamid mit Phosphorsäureanhydrit findet eine sehr heftige Einwirkung statt, bei welcher sich kein flüssiges, flüchtiges Product bildet. Außer Kohlenoxyd konnte noch Blausäure unter den flüchtigen Producten entdeckt werden, aber kein Kohlenwasserstoff. Der Rückstand aber enthielt große Mengen von Methylamin, so daß also auch hier das Methylformamid vorwiegend in Kohlenoxyd und Methylamin gespalten wird.

Geschmolzenes, gröblich gepulvertes Chlorzink wirkt erst bei beginnendem Schmelzen auf Methylformamid ein, indem sich nur Spuren eines condensirbaren Productes entwickeln, sich aber ohne Unterlaß eine große Menge von Gas bildet. Dieses Gas bestand aus Kohlenoxyd und Kohlenwasserstoffen zugleich; der Rückstand enthielt ein flüchtiges durch Kali abscheidbares Alkali, welches dem Gehalte seines salzsauren Platinchloridsalzes an Platin nach nichts anderes als Ammoniak war.

1·0645 Grm. Salz gaben 0·4655 Grm. Pt. oder 43·73% Pt., während Platinsalmiak 44·27% Pt. verlangt.

Die Zersetzungsproducte sind also hier: Ammoniak, Kohlenoxyd und Kohlenwasserstoffe.

Äthylformamid. $\left.\begin{matrix} CHO \\ C_2H_5 \\ H \end{matrix}\right\} N.$

In angegebener Weise aus reinem, nach W. Hofmann dargestelltem Äthylamin und Ameisensäure gewonnen, stellt das Äthylformamid eine farblose, dickliche, fast geruchlose, mit leuchtender Flamme brennende Flüssigkeit dar, welche bei + 21° C. ein spec. Gewicht von 0·952 besitzt, und deren Siedepunkt bei 196—197° C. liegt. Es ist löslich in Wasser, Alkohol und Äther nach allen Verhältnissen. Aus den wässerigen Lösungen wird es leicht durch kohlensaures Kali abgeschieden. Ein Festwerden des Äthylformamides konnte selbst bei —30° C. nicht beobachtet werden, sondern nur eine Verdickung der Flüssigkeit. Mit concentrirter rauchender Salzsäure vermischt es sich unter starker Erhitzung zu einer syrupartigen Masse, die erst nach 12 Stunden mit Platinchlorid einen Niederschlag erzeugt und erst alsdann freie Ameisensäure enthält.

Die Analyse des Äthylformamides gab folgendes, mit der Rechnung übereinstimmendes Resultat:

0·2800 Grm. gaben 0·5040 Grm. CO_2 und 0·2425 Grm. H_2O.

C_3	= 36	49·31%	49·09%
H_7	= 7	9·59	9·62
N	= 14		
O	= 16		
	73		

Von concentrirter Kalilösung wird diese Verbindung in der Kälte nur sehr langsam, in der Siedhitze aber rasch vollständig in Äthylamin und Ameisensäure gespalten. Das aus dem so gewonnenen Äthylamin dargestellte Platindoppelsalz hinterließ beim Glühen folgende Mengen von Platin:

0·3790 Grm. Salz gaben 0·1485 Grm. Pt. entsprechend 39·18% Pt., während 39·28% Pt. sich berechnen.

Auch Natriumamalgam zersetzt wässeriges Äthylformamid nicht anders als freies Alkali für sich. Das gewonnene Alkali, welches möglicherweise Methyläthyl- oder Propylamin hätte sein können, erwies sich als reines Äthylamin, wie nachfolgende Platinbestimmung des aus diesem Alkali dargestellten Doppelsalzes zeigt:

0·8515 Grm. Salz gaben 0.3330 Grm. Pt. entsprechend 39.10% Pt.

Phosphorsäureanhydrit wirkt ebenso heftig und in ähnlicher Weise auf Äthylformamid ein, wie auf Methylformamid. Dabei tritt zwar ein höchst widerlicher, an Carbylamine erinnernder Geruch auf, aber es ließ sich in dem sehr spärlichen, wässerigen Destillate, welches durch stärkeres Erhitzen des Rückstandes nach Verlauf der ersten Reaction erhalten wurde, Äthylcarbylamin mit Sicherheit nicht nachweisen oder abscheiden. Die Hauptmenge des Äthylformamids wird unter Bräunung und theilweiser Verkohlung in Ammoniak und gasförmige Producte zerlegt.

Geschmolzenes und dann gepulvertes Chlorzink wirkt auch auf das Äthylformamid erst bei beginnendem Schmelzen ein. Obwohl auch hier ein an die Carbylamine erinnernder Geruch beobachtet wird, so tritt doch keine Spur eines flüchtigen, condensirbaren Productes auf, selbst wenn man die reichlich sich entwickelnden Gase, gut gekühlt, noch durch ein Kältegemisch leitet. Das sich bildende Gas wird theilweise von Brom absorbirt, während der nicht absorbirbare Rest alle Eigenschaften des Kohlenoxydgases besitzt. Die erhaltene Bromverbindung erwies sich als nahezu reines Äthylenbromid. Das im Rückstande aufgefundene Alkali aber war Ammoniak, wie aus folgender Platinbestimmung des dargestellten Platinsalmiaks hervorgeht.

0·276 Grm. Salz hinterließ 0·1200 Grm. Pt. entsprechend 43·48% Pt., während 44·27% Pt. gefordert werden.

Die Zersetzung des Äthylformamides unter dem Einflusse des schmelzenden Chlorzinkes erfolgt demnach nach beistehender Gleichung:

$$\left.\begin{matrix}\text{ЄHΘ}\\ \text{Є}_2\text{H}_5\\ \text{H}\end{matrix}\right\}\text{N} = \text{ЄΘ} + \text{Є}_2\text{H}_4 + \text{NH}_3$$

Eine eigenthümliche Zersetzung erleidet das Äthylformamid bei anhaltendem Sieden.

Der Umstand, daß hierbei das Destillat einen wahrhaft furchtbaren Geruch annimmt und im höchsten Grade Kopfweh hervorruft, ließ mich anfangs vermuthen, daß das Äthylformamid unter diesen Umständen durch die lange Einwirkung der Wärme ein Molecül Wasser verliere und in Äethylcarbylamin überginge. Die nähere Untersuchung konnte diese Vermuthung indessen nicht bestätigen. Bei diesen Versuchen, die ich zu wiederholten Malen, und mit beträchtlichen Mengen Substanz anstellte, wurde das Äthylformamid stets lange Zeit — einmal gegen sechs Wochen — in einem sehr langsamen, regelmäßigen Sieden derart erhalten, daß die übergehenden Dämpfe eine Temperatur von 60—70° C. zeigten. Die Vorlage war so gewählt, daß das Destillat einer möglichst geringen Verdunstung ausgesetzt war. Die Kühlung der Dämpfe war gut und ausreichend, und hinter der Vorlage war das Ganze mit Wasser abgesperrt, um entweichende Gase aufsammeln zu können. Während dem langen Sieden der Flüssigkeit findet eine nicht unbeträchtliche Verkohlung statt, und es konnten, als alles Flüssige überdestillirt war, folgende Producte unterschieden werden: 1. Kohlenoxydgas. 2. Eine alkalische flüchtige Flüssigkeit im Destillate und im vorgelegten Wasser. 3. Eine krystallisirte Substanz, welche sich im Kühler ansetzte und auch im Destillate vorhanden war, aus welchem sie, bei wiederholter, sehr langsamer Destillation abdunstet und sich im Kühlrohre ansetzt. 4. Eine äußerst heftig riechende Substanz im Destillate. 5. Unzersetztes Äthylformamid im Destillate.

Das Alkali im vorgelegten Wasser mit Salzsäure neutralisirt und in das Platinsalz übergeführt, ergab einen Glührückstand im Verhältnisse des Äthylamins:

0·5701 Grm. Salz ergab 0·2225 Grm. Pt. = 39·02% Pt., und berechnet sind 39·28% Pt.

Das Alkali im Destillate, durch Destillation desselben als das Flüchtigste, schon aus dem Wasserbade Abdestillirende gewonnen, erwies sich gleichfalls als Äthylamin. Es konnte aus seiner Salzsäureverbindung vollkommen rein, als zwischen 18—20° C. siedend erhalten werden. Bei Analyse des Platinsalzes wurden folgende Zahlen erlangt: 0·8050 Grm. Salz gaben 0·3145 Grm. Pt., entsprechend 39·06%.

Die krystallisirte Substanz konnte nach dem Abtrocknen zwischen Papier als vollkommen geruchlose, weiße Masse erhalten werden. Sie zersetzt sich beim Erhitzen unter Aufbrausen und Ausstoßung eines alkalischen Dampfes. Sie braust mit Säuren auf und scheidet mit Kali ein flüssiges, flüchtiges Alkali ab, welches abgehoben, mit Salzsäure neutralisirt mit Platinchlorid einen krystallinischen Niederschlag von der Form des Äthylplatinchlorid gab. Die Krystalle gaben in wässeriger Lösung mit Chlorbarium einen weißen Niederschlag, der nach dem Auswaschen mit Säuren aufbraust. Diese qualitativen Versuche lassen die krystallisirte Substanz als kohlensaures Äthylamin erscheinen. Analysen konnten wegen Mangel an Material nicht ausgeführt werden.

Die heftig riechende Substanz, welche sowohl auf Zusatz von Säuren, als auch bei wiederholter Destillation zerstört wird, konnte nicht isolirt werden. Sie kann ebensowohl Äthylcarbylamin, als auch blausaures Äthylamin sein. Die Menge ist äußerst gering.

Bei der Zersetzung, welche das Äthylformamid durch anhaltendes Sieden erleidet, findet also vorherrschend, in Übereinstimmung mit den früheren Versuchen, statt einer Spaltung in Wasser und Carbylamin, eine Zersetzung zu Kohlenoxyd und Äthylamin statt.

Diaethylformamid. $\left.\begin{matrix} \mathrm{CHO} \\ \mathrm{C_2H_5} \\ \mathrm{C_2H_5} \end{matrix}\right\} \mathrm{N}.$

Wie das Äthylformamid aus reinem Diäthylamin und Ameisensäure dargestellt, ist es eine farb- und geruchlose, dickliche Flüssigkeit, welche bei —20° C. nicht fest wird, bei 175—178° C. siedet, und bei + 19° C. ein spec. Gewicht von 0·908 zeigt. Es löst sich leicht in Alkohol, Äther und Wasser. Aus letzterer Lösung wird es als eine leichte Schichte durch kohlensaures Kali abgeschieden, enthält aber anfangs fast noch die Hälfte Wasser gelöst.

Die Analyse ergab bei zwei verschiedenen Darstellungen nachfolgende Resultate:

I. 0·3305 Grm. gaben 0·7215 Grm. $ЄΘ_2$ und 0·3240 Grm. $H_2Θ$.
II. 0·1520 „ „ 0·3290 „ $ЄΘ_2$ „ 0·1530 „ $H_2Θ$.

Berechnet			Gefunden I.	Gefunden II.
$Є_5$	= 60	59·40%	59·53	59·02
H_{11}	= 11	10·88	10·89	11·18
N	= 14			
Θ	= 16			
	101.			

Beim Kochen mit verdünnten Säuren oder Alkalien bildet sich rasch Ameisensäure und Diäthylamin. Das aus der gewonnenen Base dargestellte Platindoppelsalz enthielt, insofern 0·6100 Grm. Salz 0·2130 Grm. Pt. hinterließen, 34·91% Pt., während Diäthylamin 35·39% Pt. verlangt.

Gegen schmelzendes Chlorzink verhält sich das Diäthylformamid ganz wie Äethylformamid. Es wurden nur Kohlenoxyd, Kohlenwasserstoffe der Reihe $Є_nH_{2n}$ und Ammoniak im Rückstande erhalten.

Es gelang nicht das „ameisensaure Triäthylamin" durch Erhitzen oder Destilliren zum Zerfallen in Äthylalkohol und Diäthylformamid zu veranlassen. Es zersetzt sich vielmehr dabei stets unter Bräunung und Aufbrausen theilweise nach folgender Gleichung:

$$\left.\begin{matrix} N(Є_2H_5)_3.H \\ ЄHΘ \end{matrix}\right\} Θ = ЄΘ + H_2Θ + (Є_2H_5)_3 N.$$

Schon aus diesem Grunde konnte das ameisensaure Triäthylamin, wie es beim Verdampfen seiner wässerigen Lösung als Syrup erhalten wurde, welcher Chlorcalcium und Pottasche löst und somit nicht vollständig wasserfrei erhalten werden kann, durch fract. Destillation nicht rein erhalten werden. Es ging allmälig bis gegen 200° C. über.

Interessant ist das Verhalten gegen schmelzendes Chlorzink. Das ameisensauere Triäthylamin wird dabei nach folgender Gleichung zerlegt:

$$\left.\begin{matrix} N(Є_2H_5)_3H \\ ЄHΘ \end{matrix}\right\} Θ = ЄΘ + H_2Θ + Є_2H_4 + \left.\begin{matrix} (Є_2H_5)_2 \\ H \end{matrix}\right\} N.$$

Als 1 Thl. ameisensaures Triäthylamin, 5 Thl. geschmolzenes Chlorzink und 10 Thl. Sand bis zum Aufhören des Schäumens erhitzt wurden, konnte aus dem Rückstande ein bei 57—65° C. siedendes Alkali durch Kali abgeschieden werden, dessen Platindoppelsalz Platin im Verhältnisse wie Diäthylaminplatinchlorid enthielt.

1·454 Grm. gaben 0·5045 Grm. Pt., entsprechend 35·38% Pt., während 35·39% Pt. erlangt werden.

Das entweichende Gas war ein Gemenge von Kohlenoxyd und Äthylen, welches letztere an Brom gebunden eine Flüssigkeit vom Siedepunkt des Äthylenbromides lieferte. Ein flüssiges Zersetzungsproduct wurde nicht erhalten.

Auch das Verhalten des Äthylacetamid gegen schmelzendes Chlorzink schließt sich der erwähnten Umsetzung der Formamide an. Dieses Aminamid, welches nach bekannten Methoden als eine bei 203—204° C. siedende Flüssigkeit erhalten worden, zerfällt, ohne Acetonitril zu liefern, in Kohlenoxyd, Kohlenwasserstoffe und Ammoniak, welches im Rückstande bleibt.

Nachdem die Reaction des Chlorzinkes auf primäre Amide bekannt war, blieb nur übrig schließlich noch das Verhalten eines secundären Amides festzustellen.

Das Diacetamid, welches ich zu diesem Versuche in Anwendung brachte, war theils durch Einwirkung von Acetonitril auf Essigsäure, theils durch Einwirkung von Essigsäureanhydrit auf Acetamid dargestellt.

Durch 8—10stündiges Erhitzen äquivalenter Mengen von Acetonitril und Essigsäure auf 230—250° C. und durch nachherige fractionirte Destillation wurde das Diacetamid als eine bei 215° C. siedende, leicht erstarrende, nicht zerfließige, geruchlose Masse erhalten, welche bei 59—60° C. schmilzt.

Durch Erhitzen äqvivalenter Mengen von Acetamid und Essigsäureanhydrit auf 250° C war nach 6 Stunden Diacetamid gemäß folgender Gleichung gebildet:

$$\left.\begin{matrix} C_2H_3\Theta \\ H \\ H \end{matrix}\right\}N + \left.\begin{matrix} C_2H_3\Theta \\ C_2H_3\Theta \end{matrix}\right\}\Theta = \left.\begin{matrix} C_2H_5\Theta \\ C_2H_3\Theta \\ H \end{matrix}\right\}N + \left.\begin{matrix} C_2H_3\Theta \\ H \end{matrix}\right\}\Theta.$$

Durch fractionirte Destillation des Productes wurde ein 215° bis 217° C. siedendes und bei 77—79° C. schmelzendes Diacetamid

erhalten, welches indessen, nach dem Lösen in Äther und Behandeln mit Chlorwasserstoffgas, wobei sich etwas salzsaures Acetamid bildete, und nach der Entfernung dieses und des Äthers, als bei 55° C. schmelzend, und bei 212—214° C. siedend, erhalten wurde.

Erhitzt man das Diacetamid mit Chlorzink, wobei sich keine Spur von Gas entwickelt, so zerfällt es nach folgender Gleichung:

$$\left.\begin{matrix} C_2H_3O \\ C_2H_3O \\ H \end{matrix}\right\} N = C_2H_3.N + \left.\begin{matrix} C_2H_3O \\ H \end{matrix}\right\} O,$$

wobei das Destillat aus Acetonitril, Essigsäure und Salzsäure besteht, während etwas Essigsäure im Rückstande bleibt.

Durch neutralisiren und sättigen des Destillates mit kohlensaurem Kali konnte das Acetonitril leicht rein abgeschieden werden.

Aus allen diesen Versuchen geht hervor, daß sich die zwischen den Aminbasen und den Amiden intermediären Verbindungen gegen wasserentziehende Mittel nicht nach Art der Amide verhalten, sondern daß nur letztere oder Diamide Substanzen von dem Character der Nitrile liefern.

Ob indessen aus den intermediären Formamiden bei der nahen Beziehung, welche Gautier zwischen diesen und den Carbylaminen nachgewiesen hat, unter gar keiner Bedingung durch Wasserentziehung die mit den Nitrilen isomeren Carbylamine gebildet werden können, das ist eine Frage, die zur Zeit wohl noch nicht bestimmt verneint werden darf; unter den von mir beschriebenen Bedingungen aber findet diese Umwandlung nicht statt.

Über den Bau einiger sog. Drüsen ohne Ausführungsgänge.

Von **Ernst Fleischl**, cand. med.

(Aus dem physiologischen Institute der k. k. Universität zu Wien.)

(Mit 1 Tafel.)

Das Bestreben, für jedes der menschlichen Organe in jeder Thierordnung ein Analogon zu finden, hat die vergleichenden Anatomen oft verleitet, Organe mit Namen zu belegen, auf welche sie weder durch ihren Bau und ihre Entwicklung noch durch ihre Function einen Anspruch haben. — So findet man auch ein kleines Drüsenkorn, welches bei Fröschen unter dem vorderen Rande des *Musculus depressor maxillae* dicht hinter der äusseren Öffnung des Ohres gelegen ist, und welches bei den übrigen nackten Amphibien eine ähnliche Lage hat, als *Glandula thymus* beschrieben, obwohl zwischen dem Bau dieses Organes und dem Bau der *Thymus* bei den Säugethieren nicht die mindeste Übereinstimmung besteht. Der Bau dieser Drüse war schon mehrmals Gegenstand von Untersuchungen, zuletzt und am ausführlichsten wurde ihm eine solche von Seiten des Dr. Toldt zu Theil, welcher die Ergebnisse seiner Forschung in einer Schrift, betitelt: „Über lymphoide Organe der Amphibien" (d. B. LVIII. Band, 2. Abtheilung 1868) niedergelegt hat. — Meine Untersuchung dieses Organes hat mich zu Resultaten geführt, welche von denen der anderen in so zahlreichen Punkten abweichen, daß sie mir eine neue Beschreibung desselben zu rechtfertigen scheinen.

Bei Gelegenheit der Erörterung der Gefäßverhältnisse des Organes werde ich meine Anschauungen über einen Punkt von allgemeinerem Interesse, der zu einer Controverse Veranlassung gegeben hat, entwickeln und zu beweisen suchen.

Die Lage der Drüse ist oben angegeben. Man gelangt am einfachsten zu ihr, wenn man den *Musc. depressor maxillae* dicht an seinem Ursprung von der Rücken-Aponeurose quer durchtrennt und

nach abwärts umschlägt, dann findet man unter ihm die fragliche Drüse in lockeres Bindegewebe gehüllt und kann sie leicht mit der Schere lospräpariren. Sie hat die Gestalt einer stark in die Länge gezogenen Bohne; ihr längster Durchmesser misst 2—3 Millimeter.

In den Hilus sieht man Gefäße und ein verhältnißmäßig mächtiges Nervenstämmchen treten.

Die mikroskopischen Elemente der *Glandula thymus* sind theils zwischen, theils in die Balken eines ungemein feinen Bindegewebsgerüstes eingetragen, welches die Grundlage des Organes bildet. Die Balken sind von ziemlich gleichmäßiger Dicke, an ihren Kreuzungsstellen befinden sich auffallend voluminöse Anschwellungen, welche mitunter mit einem oder mehreren Bindegewebs-Körperchen besetzt sind. — (Fig. 1.)

In den Maschen des Gerüstes verlaufen die Gefäße, von welchen später ausführlicher die Rede sein wird, und die sehr zahlreich vorhandenen Nerven.

Die Nervenstämmchen zerfallen im Innern der Drüse immer weiter, zuletzt sieht man einzelne Primitivfasern das Gewebe durchsetzen, welche noch mit Mark und Schwann'scher Scheide versehen sind. Im weiteren Verlaufe verlieren die Nervenfasern zunächst das Mark und nun ist die Continuität des Axencylinders häufig durch zwischen eingestreute Kerne unterbrochen, ein Verhalten, welches sich, so lange die Faser noch ein Mark besitzt, zwar auch, aber nicht so häufig findet. Von der marklosen Faser (oder ihrer Scheide) gehen nach allen Seiten sehr feine und lange Fortsätze aus, an welche, wie die Perlen an eine Schnur, in kurzen und unregelmäßigen Intervallen eben solche Kerne gereiht sind, wie sie auch als Unterbrechungen des Axencylinders vorkommen. Diese Fäden geben wieder nach allen Seiten Gebilde ihres Gleichen ab, und endigen in mehrere kurze Fäserchen, deren jedes an seinem freien Ende einen der oben gedachten Kerne trägt. Diese Kerne (Fig. 2) bilden die Hauptmasse des Organes und erscheinen auf Schnitten in ziemlich regelmäßiger Weise — je einer oder zwei in eine Gerüstmasche eingetragen. Was das Wesen dieser Kerne betrifft, so könnte man wohl geneigt sein sie für Lymphkörperchen zu halten, wenn man sie nicht in so vielfachem Zusammenhang mit den fadenförmigen Fortsätzen der Nervenfasern sehen würde, und wenn sie nicht so absolut den in den Verlauf des Endstückes des Axencylinders eingestreuten Körper-

chen glichen. Ich wage nicht, ihnen eine bestimmte Deutung zu geben.

Ich lege das frische Organ, nachdem es oberflächlich mit Nadeln zerzupft wurde, in eine verdünnte (weingelbe) Lösung von doppeltchromsaurem Kali; nach 24 Stunden wird es ausgewaschen, für eine Stunde in neutrale Karminlösung gelegt, abermals gewaschen und nun ein Theil der Drüse mit Zusatz von etwas Glycerin unter der Loupe so fein wie möglich zerzupft.

Solche Präparate zeigen an günstigen Stellen das oben geschilderte Verhalten der Nerven und Kerne, außerdem schwimmen im Menstruum zahlreiche Trümmer des Gerüstes, Stücke von Gefäßen, Nervenfasern, in grosser Menge Kerne, die in Verbindung mit feinen Fäden sind (Fig. 2 b) und ausserdem große runde oder rundliche, stark tingirte Zellen umher (Fig. 3). Diese Zellen lassen deutlich einen central gelegenen Kern und in diesem ein sehr glänzendes Kernkörperchen erkennen. Der Leib der Zelle ist fein granulirt und von einem System feiner concentrisch um den Kern angeordneter Streifen durchsetzt. Die Fortsätze, deren man leicht 3 oder 4 auf einmal sieht, sind bei der angegebenen Behandlungsart meist hart am Contour der Zelle abgebrochen und zwar häufig genug nicht mit einer reinen, sondern mit einer gestuften Bruchfläche, so daß es den Anschein hat, als bestände der Fortsatz aus feinen Fibrillen, die seiner Längsaxe parallel angeordnet und nicht alle in gleicher Entfernung von der Zelle abgebrochen wären. An Schnittpräparaten lassen sich diese Fortsätze weiter verfolgen, man sieht sie dann sich theilen. Einmal habe ich einen solchen Fortsatz in Verbindung mit einer marklosen Nervenfaser gesehen. Diese Zellen lassen keine andere Deutung zu, es sind Ganglienzellen.

Sie kommen ausnahmslos in jeder Froschthymus in beträchtlicher Anzahl durch das ganze Organ verstreut vor, doch ist in jeder Drüse eine Stelle, an welcher ein dichter Haufen solcher Zellen liegt. Die Menge dieser Zellen ist selbst der Menge der früher beschriebenen Kerne gegenüber so beträchtlich, daß die Frage zu erwägen ist, ob diesem Organe nicht die Bedeutung eines Ganglion beizulegen wäre. Die Mächtigkeit des eintretenden Nervenstammes würde gewiß nicht gegen eine derartige Auffassung sprechen.

Wir befinden uns somit der *Glandula thymus* der Amphibien gegenüber in einer ähnlichen Lage, wie bei der Nebenniere der Säugethiere.

Auch von diesem Organe wissen wir, besonders durch Virchow's und Holm's Untersuchungen, daß es außer gewissen unbestimmten Elementen zahlreiche Nervenzellen enthält, haben uns aber noch nicht entschlossen, es aus diesem Grunde einfach zu den Ganglien zu zählen.

Jetzt will ich von denjenigen Bestandtheilen der Drüse sprechen, an deren Bildung die Substanz des Gerüstes selbst einen Antheil nimmt. Hie und da findet man in einem der oben erwähnten Knotenpunkte des Gerüstes eine fein granulirte, deutlich begrenzte Masse zu einem rundlichen oder birnförmigen Körper angeordnet (Fig. 1). Im Innern des Körpers liegt ein Kern und von dem Leib der Zelle geht ein fein granulirter Fortsatz aus, welcher, die umgebende Bindegewebshülle durchbrechend, in's Freie gelangt. Dieser Fortsatz unterscheidet sich sehr deutlich von den Bindegewebsbalken, welche wie Fortsätze des Knotens aussehen, durch sein fein granulirtes Wesen und sein differentes Lichtbrechungsvermögen. Es scheint, daß es sich auch hier um Ganglienzellen handelt.

Ihr Eingeschlossein in eine mit Kernen besetzte Bindegewebshülle erinnert an das Verhalten der Nervenzellen in den Ganglien des *Sympathicus*.

Ein weiterer Formbestandtheil der in Rede stehenden Drüse, an welchem das Gerüste einen wesentlichen Antheil nimmt, ist ein Anhang an das Gefäßsystem. Die Gefäße der *Glandula thymus aut.* der nackten Amphibien verhalten sich ganz so, wie die Gefäße in der von mir beschriebenen *Glandula thyreoidea* derselben Thierclasse (diese Berichte Bd. LVII. 1). Auch in der *Thymus* finde ich als Anhang an das Gefäßsystem, und — wie ich gleich zeigen werde — in vielfacher directer Verbindung mit ihm ein Leitungssystem, welches in seinen Bahnen dem Gerüste der Drüse folgt, dessen Wandungen lediglich aus Elementen dieses Gerüstes bestehen, welches in seinem Lumen für die Passage eines Blutkörperchens durchwegs zu enge ist, welches somit nur Plasma führen, dieses aber in eine sehr innige Berührung mit den Elementen der Drüse bringen kann. — Gegen diese

Auffassung von Injectionsresultaten hat Dr. Toldt in seiner citirten Schrift Einsprache erhoben.

Er behauptet, ich hätte Extravasate vor mir. Die Gründe, die er für seine Auffassung beibrachte, veranlaßten mich, die Sache abermals vorzunehmen und auf jedes seiner Bedenken einzugehen; doch hat mich diese erneuerte, sorgfältigere Untersuchung nur in meiner früheren Anschauung bestärkt.

Ich habe zunächst dem Vorwurfe ausweichen wollen, ich hätte an Winterfröschen gearbeitet, „bei welchen alle Gewebe zerreißlicher sind.“ Als ich an Sommerfröschen die l. c. beschriebene Selbstinjectionsmethode in Anwendung brachte, gab sie mir, wahrscheinlich wegen der energischeren Herzaction, überraschend glänzende Resultate. Die Bahnen, deren Präexistenz Dr. Toldt bezweifelt, füllten sich, ohne daß von außen ein Druck angebracht wurde, durch die bloße Thätigkeit des Herzens sehr vollkommen. Die Physiologie verfügt nicht über viele Methoden, die, so wie diese, den natürlichen Bedingungen des thierischen Lebens entsprechen; ich glaube daher, daß diesem Argumente ein großes Gewicht beizulegen ist.

Ferner habe ich mit dem von Prof. Hering construirten Druckapparate injicirt und schon ein Druck von 5 Centimeter Quecksilber genügt, um in einer Minute die Injectionsmasse in die strittigen Bahnen zu treiben. An keinem der auf diese Weise gewonnenen Injectionspräparate war etwas zu sehen, was wie ein Extravasat (im gewöhnlichen Sinne des Wortes) aussah. Dr. Toldt nennt aber auch solche Injectionsresultate Extravasate, welche einer Filtration der Masse durch die Gefäßwände ihre Entstehung verdanken. Uns, die wir immer mit ziemlich leimhältiger Masse und stets mit demselben, in größeren Mengen im trockenen Zustande vorräthigen, Berlinerblau arbeiten, sind derartige Filtrationen überhaupt noch nicht vorgekommen [1]), daß sie aber auch in meinem Falle nicht der Füllung der feinen Bahnen zu Grunde liegen, geht daraus hervor, daß erstens in diesem Falle die Gefäßwände als Spur des Filtrationsprocesses eine

---

[1]) Die einzige Ausnahme bilden Filtrationen, welche in unserem Laboratorium vor Jahren bei der Injection von Darmzotten vorgekommen sind; doch injiciren wir jetzt, ohne besondere Vorsichtsmaßregeln anzuwenden, ziemlich viele Därme, ohne daß uns eine Filtration vorkommt.



blaue Tinction aufweisen müßten — was nicht der Fall ist — zweitens aber kenne ich die Wege, auf denen die Masse in die feinen Bahnen gelangt, und habe eben gesehen, daß diese Wege ganz bestimmte drehrunde Durchbohrungen der Gefäßwand — Stigmata sind. Diese Stigmata sind keine Hypothese zu Gunsten der Erklärung eines Factums ausgedacht, sondern ich habe sie gesehen, injicirt und in Fig. 4 eines derselben abgebildet. Durch sie gelangt das Blutplasma, sowie die Injectionsmasse unmittelbar in das Gewebe des Gerüstes, indem an der äußeren Öffnung des Stigma's der etwas verbreiterte Fuß eines Gerüstbalkens aufsitzt. Wenn ich in meiner ersten Schrift gesagt habe, daß auf diese Weise das Plasma einen Weg zu den Gewebselementen findet „ohne das Gefäßinnere zu verlassen," was Dr. Toldt veranlaßt hat, eigene Wandungen zu vermissen, so habe ich damit eben nur gemeint, daß diese Bahnen sich mit Blutplasma füllen, ohne daß in irgend einem Sinne eine Extravasation vorangegangen ist. Diese Meinung muß ich nach dem vorhergehenden vollständig aufrecht halten und sie auch aus ganz denselben Gründen für das Gefäßsystem in der *Glandula thymus aut.* der nackten Amphibien aufstellen.

Eine Übergangsstufe von den gewöhnlichen Gefäßverhältnissen zu den so eben beschriebenen bildet die Art der Vascularisation der Winterschlafdrüse der Säugethiere. Hofrath Prof. Dr. Th. Billroth war so freundlich, meine Aufmerksamkeit auf dieses Organ zu lenken und hatte zugleich die Güte, mir die letzte Arbeit über die Winterschlafdrüse mitzutheilen. Es ist dies die Inauguraldissertation von H. Hirzel, Zürich 1861. Hirzel stellt die Drüse ganz richtig dar, als aus einem sehr fein granulirten Gerüste bestehend, welches von bedeutender Mächtigkeit ist und vollkommen geschlossene kugelige Räume von verschiedener Größe freiläßt. Das Organ ist gebaut wie eine blasige Lava, eine Schlacke.

Die einzelnen mikroskopischen Hohlräume umschließen, wie Hirzel richtig bemerkt, Fettkugeln und nicht Fettzellen. Doch muß ich mich gegen die Ansicht Hirzel's aussprechen, daß von den Wänden der Hohlräume in deren Cavum hinein, feinste, verzweigte Reiser, Fortsätze des Gerüstmateriales hineinragen.

Ich halte diesen Befund, dessen Werth übrigens Hirzel selbst anzweifelt, für ein Resultat der damals üblichen unvollkommenen Methoden, für ein durch das stundenlange Erhitzen des Organes oder

durch Anwendung gewisser Reagentien hervorgebrachtes Gerinnsel. Ich konnte etwas derartiges bei sehr starken Vergrößerungen niemals sehen. Ein interessanter Befund, dessen Hirzel in seiner sonst gründlichen Arbeit keine Erwähnung thut, ist das Eingeschlossensein von mikroskopischen Lymphdrüsen in der Drüse.

Die Lymphdrüsen liegen wie Inseln in der übrigen Masse des Organes; die Umgebung einer jeden solchen Insel, besonders die Adventitia der in dieser Umgebung verlaufenden Arterien, ist wie infiltrirt mit Lymphkörperchen.

Was nun das Verhalten der Gefäße in diesem Organe anlangt, so steht es dem in den oben beschriebenen Drüsen insoferne nahe, als auch in der Winterschlafdrüse eine Aushöhlung des Gerüstbalkens dem Blute seinen Weg vorzeichnet, und so ziemlich alle Gerüstbalken Blut führen; doch ist bei der Winterschlafdrüse die Weite selbst der engsten Bahnen eine nicht unter die capillare heruntergehende, ferner ist hier überall mindestens eine Spur von eigenen Gefäßwandungen in Form von Verdichtung des Gerüstmateriales an den Ufern des Strombettes, in Form von hie und da angelagerten Kernen nachzuweisen. Es sind somit diese Gefäße der Winterschlafdrüse, was den Bau ihrer Wandungen, Größe und Gleichmäßigkeit ihres Kalibers anlangt, zu den gewöhnlichen Capillargefäßen zu stellen; bezüglich der Art ihres Verlaufes erinnern sie aber an die oben von mir beschriebenen Gefäße.

Erklärung der Abbildungen.

Fig. 1. Knoten aus dem Gerüste der *Gl. thymus* des Frosches, eine Ganglienzelle einschließend. Vergrößerung 490.

Fig. 2. Zellen aus der *Gl. thymus* des Frosches *a.* im frischen Zustande, *b.* nach Behandlung mit doppeltchromsaurem Kali. Vergr. 400.

Fig. 3. Ganglienzelle aus der *Gl. thymus* des Frosches. Vergr. 400.

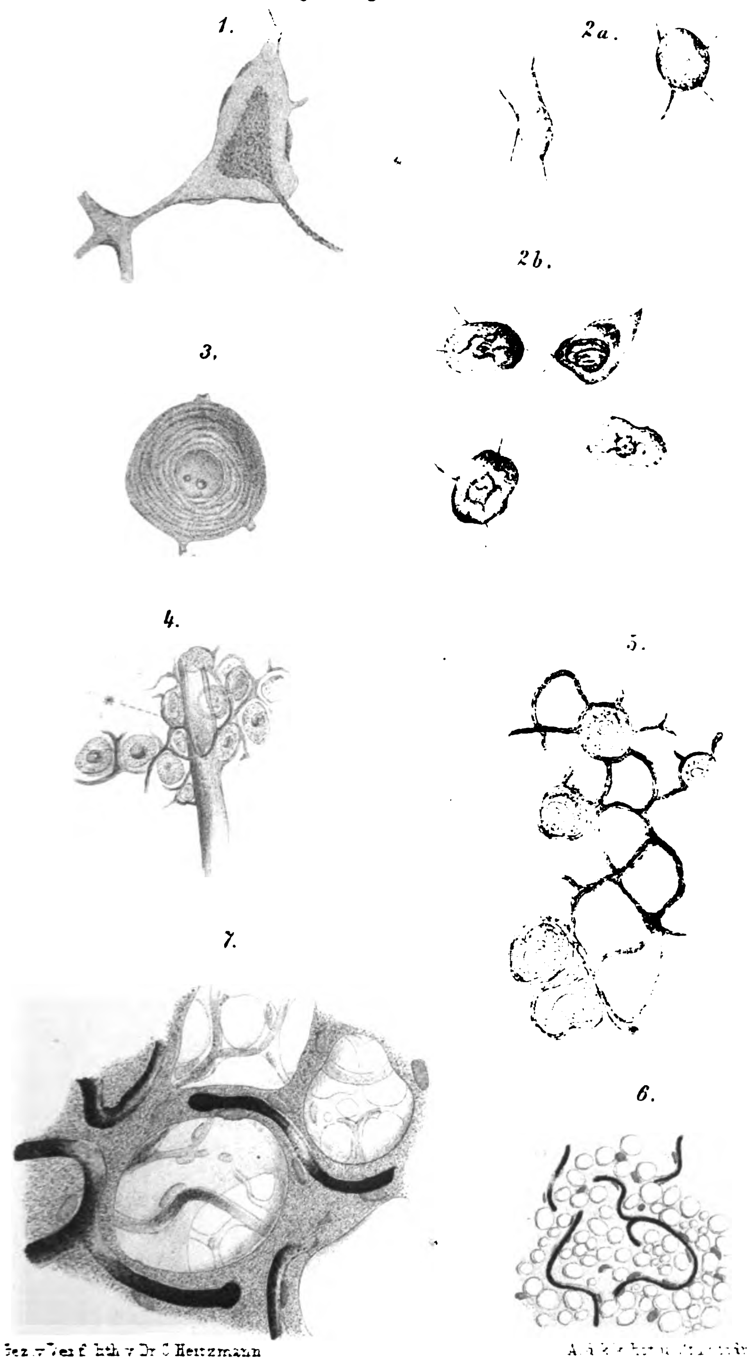
Fig. 4. Schnitt aus einer mit farblosem Leim injicirten, mit Karmin gefärbten *Gl. thyreoidea* des Frosches. Vergr. 400.

Fig. 5. Feiner Schnitt aus der *Gl. thyreoidea* des Frosches, gepinselt, um das Gerüste und die Identität der von mir injicirten Bahnen mit demselben zu zeigen. Vergr. 620.

Fig. 6. Schnitt aus einer gefäßarmen Stelle der Winterschlafdrüse von *Spermophilus citillus*, mit gleichmäßigen kleinen Blasenräumen. Vergr. 220.

Fig. 7. Gefäßreichere Stelle aus demselben Organ: größere Blasenräume angeschnitten; aus der Tiefe ein feinblasigeres Fachwerk durchschimmernd. Vergr. 620.

Fleischl. Über den Bau einiger sog. Drüsen.



Gez. v. Verf. lith. v. Dr. C. Heitzmann

Über quergestreifte Muskeln der ins Herz einmündenden Venen des Menschen.

Von stud. med. **Julius Elischer.**

(Aus dem physiologischen Institute der Wiener Universität.)

(Mit 1 Tafel.)

Die Contractionsfähigkeit der ins Herz einmündenden Venen war schon älteren Anatomen bekannt, und sie brachten dieselbe lediglich auf Rechnung musculöser Elemente, welche sich vom Herzen abzweigen sollten.

Meibom [1]) erwähnt, die Muskeln sammt ihrer Zusammenziehung bei Vivisectionen beobachtet zu haben.

Ihm widersprechen Walther [2]), Hildebrandt [3]) und Rosenmüller.

Die Angaben letzterer werden jedoch von Wolff [4]), Haller [5]), Soemmering [6]), Bidloo [7]) und Senac [8]) widerlegt. Diese beschreiben zarte, mit sehnigem Gewebe durchsetzte Muskelbündel, welche sich um die trunci der Venenstämme theils spiralig, theils im Kreise anordnen.

Zu ähnlichen Resultaten für die *venæ cavæ* der Ochsen und Pferde kam Weigel [9]); und Räuschel [10]) dehnte das bereits Erwähnte auch auf die Lungenvenen aus.

---

[1]) H. Meibomi præside, disput. de motu sang. Rosé Helmst. 1668.

[2]) Mueller diss. præs. Walther. Lip. 1739.

[3]) Lehrbuch der Anatomie. Braunsch. 1803.

[4]) Acta acad. st. Petrop.

[5]) Disp. selectæ Goett. 1747.

[6]) Vom Bau des menschl. Körp. Bd. IV.

[7]) Anat. corp. hum. Amst. 1685.

[8]) Traité de la struct. du coeur. Paris 1774.

[9]) De strato musculoso tunic. venarum etc. diss. Lipsiæ 1833.

[10]) De arter. et venar. struct. diss. Vratisl. 1836.

Von den zwei Letztgenannten gibt Ersterer an, daß sich an der *Vena cava superior* die Muskelschichte etwa auf 1 $1/2$ Zoll bis zur Theilungsstelle hinauf erstrecke; Räuschel will den Verlauf von Muskeln (wobei immer nur quergestreifte Muskeln zu verstehen sind) bis zur *vena subclavia* und an den Lungenvenen bis zur zweiten Vertheilung derselben gefunden haben.

Die Richtung der Muskelbündel wird ferner von Räuschel als kreisförmig angegeben, während Schrant[1]) für die *vena cava superior* dieselben mehr der Länge nach verlaufen läßt.

Die Durchforschung obiger Angaben bildete den Vorwurf zu meinen Untersuchungen, die ich an acht menschlichen Herzen sammt ihren Venen, wie ich solche möglichst frisch der Leiche entnehmen konnte, gemacht.

Zur Gewinnung mikroskopischer Schnitte wurde der für Untersuchungen auf quergestreifte Muskelfasern hier schon bewährte Weg des Einlegens in Alkohol und nachmaligen Trocknens (vergl. Gussenbauer[2]) eingeschlagen.

Um den Verlauf der Muskelbündel festzustellen, wurden vom betreffenden Vorhofe aus die Venenstämme entweder mit Baumwolle leicht ausgefüllt und dann das Herz in Kochsalzlösung bis zum Garwerden gekocht, oder aber mit Wachsmasse eingespritzt, und die Muskeln hierauf mittelst Scheere und Messer auf rein anatomischem Wege blosgelegt.

Ein auf letztere Art behandeltes Präparat zeigt die Muskelschichtung an den Lungenvenen folgendermaßen:

Vom Vorhof aus gehen zwei sich kreuzende stärkere Muskelzüge (Fig. 1 und 2 *a*) ungefähr $1/2$ Zoll von der Einmündungsstelle der beiden Venen einer Seite um dieselben, um sich auf der hintern Seite ebenso, nur etwas höher, zu kreuzen. Von den Kreuzungsstellen werden die Insertionen von zwei viel schmächtigeren Muskelbündelsystemen (Fig. 1 und 2 *b*) verdeckt, welche jedoch nur an der vorderen Schichte gekreuzt, sich gleichsam wie eine Schlinge um den Hauptstamm der Vene legend, so eine Art Sphincter bilden, welcher noch durch einen selbstständigen, schmächtigeren, kreisförmig verlaufenden Muskelzug (Fig. 1 und 2 *c*) verstärkt wird.

---

1) Nach Kölliker Handb. d. Gewebel. 1867.

2) Über die Musc. d. Atrioventricularklappen etc. Sitzb. d. k. Akad. Wien. LVII. Band.

In der Bucht zwischen den Lungenvenenstämmen verschmelzen diese Züge, ohne jedoch eine Kreuzung einzugehen.

Was die Höhenausdehnung dieser Muskeln anbelangt, so fand ich, daß meine Präparate mich Räuschel's Angaben nicht bestätigen lassen. Schnitte nach verschiedener Richtung, die ich durch die bis in die vierte Verzweigung aus dem Lungenparenchym hinauspräparirten Venen gelegt, ließen mich oberhalb der ersten Verzweigung keine quergestreiften Muskeln erkennen, und mag vielleicht, bei damaliger Unvollkommenheit der optischen Hilfsmittel, ein derbes großzelliges Bindegewebe dem genannten Forscher für das musculöse Stratum *„secundo in ramis"* imponirt haben; vielleicht mögen hier auch individuelle Verschiedenheiten vorkommen.

Bei mikroskopischer Betrachtung der Lungenvenen des Menschen finden wir das Epithel nur sehr lückenhaft, und unter demselben eine elastische Lamelle (Fig. 3 und 4 *a*), welcher nach außen zu eine Schichte längsverlaufenden Bindegewebes mit einzelnen organischen Muskelfasern durchsetzt, folgt.

An diese reiht sich eine doppelte Schichte organischer Muskeln an; eine innere mit querverlaufenden Fasern 0·12 Mm. dick (Fig. 3 und 4 *b*), und eine Längsschichte (Fig. 3 und 4 *c*), deren Dicke die Hälfte der erstern beträgt. Durch ein elastisches Längsnetz (Fig. 3 und 4 *d*), dessen Dicke 0·1 Mm. gleichkommt, getrennt, erscheinen die Lagen quergestreifter Muskeln in der Mitte des Venenstammes von 0·24 Mm. Dicke, also nahezu in der doppelten von der des organischen Muskellagers (Fig. 3 und 4 *f*).

Die Muskelbündel verlaufen in quergelegenem, langgestrecktem, mit Kernen durchsetztem Bindegewebe, und werden nach außen durch theils langgestrecktes, aber auch großmaschiges Bindegewebe abgegrenzt, in welchem einzelne kleine Gefäße verlaufen. (Fig. 3 *g*).

Messungen der einzelnen Elemente ergeben für die organischen Muskelfasern eine Länge zwischen 0·105 und 0·24 Mm., die Länge des Kernes derselben 0·006—0·009 Mm., Breite desselben 0·003—0·006 Mm.

Die quergestreiften Muskelfasern sind, wie dies auch von Kölliker[1]) angegeben wird, mit einander netzförmig verbunden und

[1]) Handb. d. Gewebel. 1867.

haben eine durchschnittliche Breite von 0·18 Mm. Der Kern dieser Gebilde, meist in der Mitte gelegen, mißt in der Länge 0·018 bis 0.012 Mm., und in der Breite 0·009 Mm.

Schon mit bloßem Auge sieht man, daß die meisten Muskelbündel in der Querlinie verlaufen, und wir sehen an einem vollständigen Querschnitt durch eine Lungenvene das Bild einer Ellipse, an deren Längsaxe-Endpunkten wir einzelne sich gabelig öffnende Muskelzüge (Fig. 3 *f*) wahrnehmen, welche einzelne Muskelbündel umfassen. Dieser Umstand findet seine Erklärung in der früher erwähnten Kreuzung der Muskelbündel.

Sehr auffällig ist ferner, sowohl an Längs- als auch an Querschnitten, ein stark l i c h t b r e c h e n d e r, im Verlaufe der Ellipse zu Seiten der kurzen Axe befindlicher Streif (Fig. 3 und 4 *e*), welcher, zwischen dem elastischen Längsnetz und der quergestreiften Muskelschichte gelegen, sich dadurch auszeichnet, daß er sich gegen carminsaure Ammoniaklösung vollkommen indifferent verhält.

Es ist dies, wie ich mich an einem in Wasser macerirten Präparat durch Zerzupfen überzeugte (Fig. 5), eine aus stark verfilztem fibrösen Gewebe bestehende Lamelle, an welche sich die einzelnen Muskelbündel festhaften.

Führen wir nun noch einen Längsschnitt durch den ganzen Lungenvenentruncus sammt seiner Uebergangsstelle in den Vorhof — was bei der Kürze des Gebildes leicht ausführbar ist, — so sehen wir nach oben, kurz unter der Umschlagstelle des Pericardiums (Fig. 4 *g*), den Querschnitt eines sphinkterähnlichen, quergestreiften Muskelbündels (Fig. 4 *f*) und nach unten zu durch Bindegewebe getrennt und von der inneren Schichte, durch oben erwähntes fibröses Gewebe (Fig. 4 *e*) abgegrenzt, die auf den Vorhof übergehenden Muskelzüge (Fig. 4 *f*), von denen einige Bündel an gezeichneter Stelle der Länge nach, die meisten aber der Quere nach schief verlaufen und deshalb im Querschnitt getroffen sind.

In den Vorhof übergehend, verliert die innere Schichte der Lungenvenen zuvörderst die Längsschichte organischer Muskelfasern. Man findet hier nur noch vereinzelte querverlaufende organische Muskelfasern.

Außer den Lungenvenen habe ich auch die obere und untere Hohlvene untersucht, um an beiden im Ganzen die von genannten Forschern gemachten Beobachtungen zu bestätigen. Beide enthalten

Schichten quergestreifter Muskelfasern, ähnlich denen, die in den Lungenvenen vorkommen, doch weichen die Beobachtungen, die ich an meinen Präparaten zu machen Gelegenheit hatte, in einigen Punkten von den Angaben Räuschl's und Schrant's ab.

Ich fand, im Gegensatze zu Ersterem, dass die quergestreifte Musculatur der oberen Hohlvene sich nicht bis zur Schlüsselbeingegend erstrecke, sondern vielmehr es die Umschlagsstelle des Pericardiums ist, welche genau, wie bei den Lungenvenen, die Grenze angibt, bis zu welcher quergestreifte Muskelbündel vorkommen. Solche verlaufen (wie dies an der durchpausten Zeichnung der aufgeschlitzten Vene Fig. 6 ersichtlich) in ringförmigen, mit einander verzweigten, nach oben zu immer schmächtigeren Zügen, welche letztere gegen die Öffnung der *vena azygos* pinselförmig ausstrahlen.

Die inneren Schichten der *vena cava superior* enthalten eine weitaus geringere Anzahl organischer Muskelfasern als die Lungenvenen, dafür aber mehr längsverlaufende elastische Fasern.

Die animalische Muskelschichte der *vena cava inferior* findet sich, wie ich mit Räuschel bestätigen kann, als starke ringförmig gelagerte Bündel bis zum Zwerchfell. Die innere Schichte unterscheidet sich von der der oberen Hohlvene hauptsächlich durch den von Kölliker erwähnten Mangel an organischen Muskelfasern. Auch übertrifft hier das reiche lockere Bindegewebe und die elastischen Fasern die quergestreifte Musculatur weitaus.

Sollen wir nun auf die physiologische Bedeutung dieser Muskelschichten eingehen, so werden dieselben durch ihre Zusammenziehung jedenfalls die Wände der Venen einander nähern und so an der Verkleinerung der Oeffnung wirksam sein.

Mehr noch werden dies die gekreuzten Fasern an den Lungenvenen thun, und dies wird im Herzen des Menschen auch ohne Klappen die Regurgitation des Blutes bei der Vorhofsystole hinreichend verhindern können, da gerade beim Menschen für dieselbe so äußerst geringe, ja wohl fast verschwindende Kräfte wirksam werden.

Erklärung der Abbildungen.

Fig. 1. Verlauf der quergestreiften Muskelbündel an den rechten Lungenvenen: *a)* unteres stärkeres, *b)* oberes schlingenartiges, *c)* ringförmiges Muskelband, *d)* Lungenparenchim, natürliche Größe.

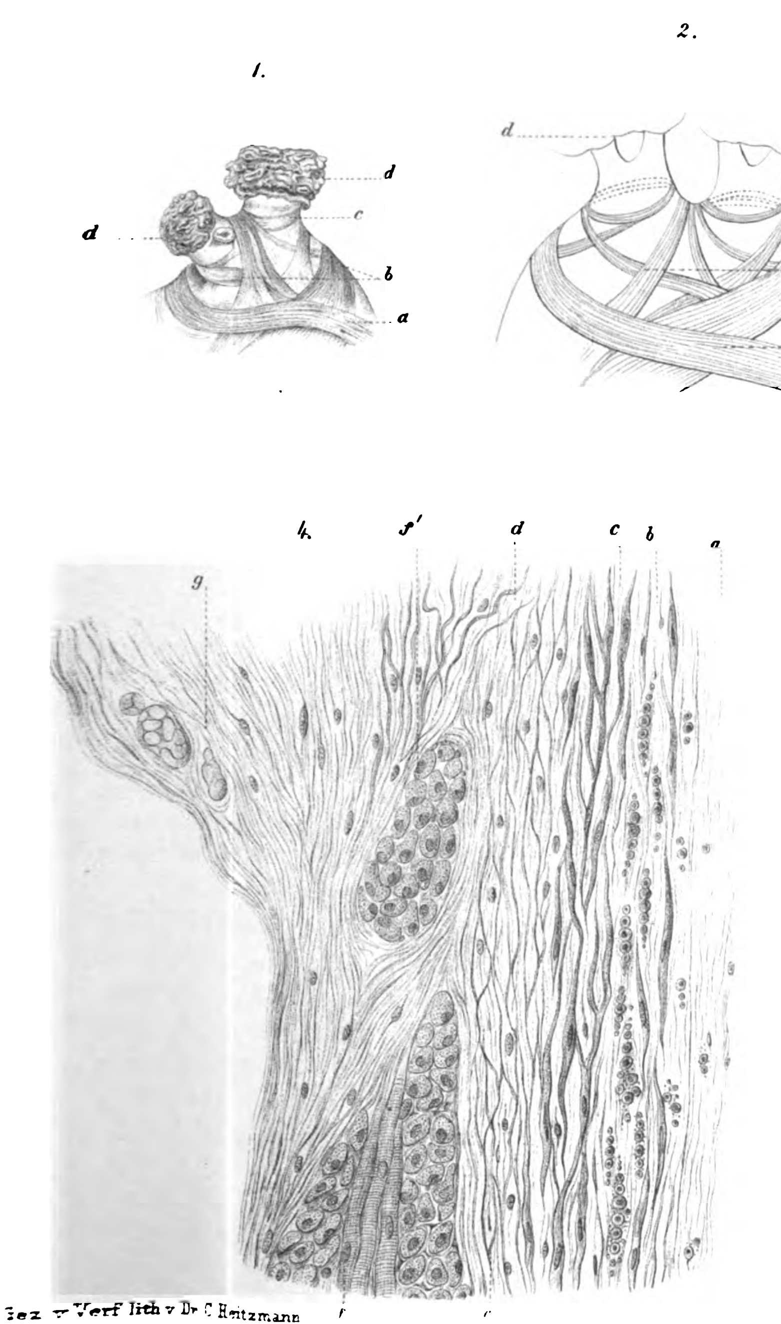
„ 2. Schematische Darstellung des Muskelverlaufes. Bezeichnung wie bei Fig. 1, die einzelnen Elemente sind etwas getrennt und größer gezeichnet.

„ 3. Stück aus dem elliptischen Querschnitte durch den Stamm der Lungenvene, am Endpunkte der großen Axe der Ellipse belegen: *a)* innerste Schichte, *b)* querverlaufende, *c)* längsverlaufende organische Muskelfasern, *d)* elastisches Längsnetz, *e)* fibröse Lamelle, *f)* quergestreifte Muskeln, welche bei *f')* gabelig sind, *g)* lockeres Bindegewebe mit Gefäßen.

„ 4. Längsschnitt durch die Lungenvene, an der Umschlagsstelle des Pericardiums: *a)* innerste Schichte, *b)* querverlaufende, *c)* längsverlaufende organische Muskelfasern, *d)* elastisches Längsnetz, *e)* fibröse Lamelle, *f)* quergestreifte Muskeln, *f')* das sphincterähnliche, ringförmige, quergestreifte Muskelbündel, *g)* Umschlagsstelle des Pericardiums.

„ 5. Isolirte Fasern aus der fibrösen Lamelle *e)* der Fig. 3 und 4.

„ 6. Aufgeschlitzte obere Hohlvene: *a)* Oeffnung der *vena azygos*, *b)* quergestreifte Muskelbündel, bei *b')* pinselförmig ausstrahlend, *c)* Vorhof.



Gez. v. Verf. lith. v. Dr. C. Heitzmann

Über die elektrodynamische Wechselwirkung der Theile eines elektrischen Stromes von veränderlicher Gestalt.

Von Dr. **Ludwig Boltzmann.**

(Mit 1 Tafel.)

Ampère gründete sein Gesetz für die Wechselwirkung zweier Elemente eines elektrischen Stromes auf qualitative Versuche. Seitdem fand dieses Gesetz durch die schönen quantitativen Versuche Webers eine ausgedehnte Bestätigung.

Allein Weber operirte blos mit sogenannten Solenoiden, prüfte also blos die Wirkung fester geschlossener Ströme auf andere feste geschlossene Ströme (wenigstens solcher, welche für das Experiment als in sich geschlossen angesehen werden konnten). Es erschien mir daher nicht ohne Interesse zu sein, die Wechselwirkung der Theile eines Stromes auch in Fällen quantitativ zu bestimmen, wo nicht jeder der festen Theile für sich bereits als ein geschlossener Strom angesehen werden kann. In diesen Fällen ist der quantitativen Bestimmung namentlich die große Zähigkeit des Quecksilbers hinderlich, das man als Verbindungsmittel der beweglichen Stromtheile nicht entbehren kann. Ich untersuchte, um diesen Übelstand möglichst zu vermeiden, einen Strom von unveränderlicher Länge, aber veränderlicher Gestalt, so daß also Gleitstellen gänzlich vermieden wurden und sich die beweglichen Stücke an den Verbindungsstellen blos im Quecksilber zu drehen brauchten. Die Reibung in demselben war auf diese Art freilich nicht ganz vermieden, aber sie erschien doch auf ein Minimum reducirt.

I. Beschreibung des Apparates.

Der Apparat, den ich zu diesem Zwecke anwandte, ist in Fig. 1 schematisch dargestellt. Die beiden Linien *GEA* und *HFD* sind Kupferdrähte, die auf einer passenden hölzernen Unterlage festge-

macht sind. Die Enden *G* und *H* derselben werden mit den Polen einer Batterie verbunden. Die Stücke *GE* und *HF* laufen parallel und befinden sich in möglichst geringer Entfernung. Die Stücke *EA* und *FD* dagegen sind so gebogen, daß sie in eine und dieselbe horizontale Linie *AD* fallen.

Dieselben sind an den Enden *A* und *D* etwas nach abwärts gebogen und tragen daselbst je ein kleines Kupferschälchen. *AB* und *CD* sind ebenfalls zwei an den Enden etwas nach abwärts gebogene Kupferdrähte. Die Enden *B* und *C* derselben tragen zwei Kupferschälchen von derselben Beschaffenheit, wie die der früher betrachteten Drähte. Die Enden *A* und *D* dagegen sind mit einer feinen Stahlspitze versehen, welche in den Schälchen *A* und *D* aufruht.

Um die Reibung der Stahlspitze zu vermindern ist jedes der Kupferschälchen in der Mitte durchbohrt und in dasselbe ein Granathütchen, wie man dieselben bei Bussolen verwendet, eingelegt. Fig. 2 gibt einen Querschnitt des Schälchens bei *D* sammt der darin ruhenden Spitze. Die Kupferdrähte *AB* und *CD* sind an zwei hölzernen Stäben *IK* und *LM* befestigt, welche bei *K* und *M* mit passenden Gegengewichten versehen sind, so daß sie bei horizontaler Lage von *AB* und *CD* auf den Spitzen *A* und *D* balanciren. *BC* ist ebenfalls ein an seinen Enden mit Stahlspitzen versehener Kupferdraht, welcher genau in derselben Höhe in den Schälchen *B* und *C* balancirt; er trägt bei *N* etwas tiefer ein Gegengewicht.

Um die Reibung zu vermindern, sind an den Holzstäben *IK* und *LM* bei *A* und *D* Coconfäden befestigt, welche über eine Rolle laufen und an dem andern Ende so gewählte Gewichte tragen, daß auf die Spitzen *A* und *D* nur ein ganz kleiner Druck nach abwärts übrig bleibt. Die Länge der Linien *AB*, *BC*, *CD* und *DA* beträgt 338 1/2 Mm. die Dicke der Drähte etwa 2 Mm. Die Schälchen wurden nun soweit mit Quecksilber gefüllt, daß der Strom direct vom Schälchen in die Kupferdrähte übergehen konnte und die Stahlspitzen nicht zu durchlaufen brauchte, weil dieselben sonst durch die starken angewandten Ströme gelitten hätten. Werden nun die Drahtenden *G* und *H* mit den Polen einer Batterie in Verbindung gesetzt, so durchfließt der Strom die Kupferdrähte in der durch die Pfeile angegebenen Richtung. Man sieht, daß die vom Strome durchflossene Figur ein Rhombus ist, in welchem blos die Winkel der Seiten variabel sind. Umfließt der Strom den Rhombus von West über Nord nach Ost, so

sucht sowohl die Einwirkung des Erdmagnetismus als auch die Wirkung des Stromes den Rhombus in ein Quadrat zu verwandeln. Hat dagegen der Strom die entgegengesetzte Richtung, so kehrt sich die Einwirkung des Erdmagnetismus um, während die des Stromes auf sich selbst unverändert bleibt. In diesem Falle ist das Quadrat eine labile Gleichgewichtslage und die stabile tritt bei irgend einem andern Winkel ein. Derselbe wächst mit zunehmender Stromstärke, bis er endlich bei sehr großer Stromstärke gleich einem rechten wird, wo dann die labile Gleichgewichtslage aufhört, was durch die späteren Rechnungen begründet werden soll.

Alle diese Erscheinungen zeigen sich bei der großen Beweglichkeit des Apparates schon recht auffällig bei Anwendung von 6 Smee'schen Elementen, und dürfte sich daher der Apparat bei seiner leichten Herstellbarkeit auch als elektrodynamischer Vorlesungsapparat gut eignen, wobei vielleicht noch die Granathütchen und Äquilibrirung durch die Rollen weggelassen werden könnte. Zum Zwecke der Messung war natürlich eine Kraft nöthig, welche den Rhombus in eine bestimmte Lage zu bringen suchte. Es wurde zu diesem Zwecke an den Holzstab *LM* auch im Punkte *S* in der Entfernung von $98\frac{1}{2}$ Mm. von *D* ein Coconfaden und vertical unter demselben ein Gewicht von 10 Grammen befestigt.

Das andere Ende des Coconfadens wurde an einem horizontalen Stabe festgemacht, der um eine verticale Axe drehbar war. Die Axe wurde außerdem noch mittelst eines Senkels vertical über die tiefste Stelle des Schälchens *D* gestellt. Das Gewicht sucht dann immer vertical unter dem oberen Befestigungspunct des Coconfadens zu stehen und hält daher den Rhombus in einer bestimmten Lage mit einer bestimmten Kraft fest, welche Lage jedoch durch Drehung des Stabes, an dem der Coconfaden festgemacht war, beliebig variirt werden konnte.

Es ist natürlich, daß dann der Winkel des Rhombus durch die elektrodynamischen Kräfte nur unbedeutend verändert wurde. Um diese Winkelveränderungen mit Genauigkeit messen zu können, war am Holzstabe *LM* im Puncte *D* ein kleiner Spiegel angebracht, auf den mittelst eines Fernrohres visirt wurde. Der Spiegel war außerdem noch um eine verticale Axe gegen den Holzstab drehbar. Der ganze Apparat befand sich, um gegen den Luftzug möglichst geschützt zu sein, in einem allseitig verschlossenen Kasten, der nur

für den Spiegel ein mit einer planparallelen Glasplatte verschlossenes Loch hatte. Ich bemerke noch, daß der Draht AD direct mittelst einer Libelle, die übrigen Drähte aber durch Verschiebung der Gegengewichte auf den Holzstäben unter Vergleichung mit nahe anliegenden, mittelst Libelle horizontal gestellten Stäben horizontal gemacht wurden.

2. Theorie der auf den Rhombus wirkenden Kräfte.

Ich will nun zur Berechnung der an diesem Apparate zu beobachtenden Erscheinungen übergehen.

Ich will zu diesem Zwecke die Länge einer Seite des Rhombus $AB = l$ setzen (vergl. Fig. 3); ich nehme an, daß auf ein Längendifferential ds_1 der Seite AB, das sich in der Entfernung s_1 vom Punkte A befindet, in Folge der elekrodynamischen Kräfte die Gesammtkraft $R_1 ds_1$, auf ein Längendifferential ds_2 der Seite BC die Gesammtkraft $R_2 ds_2$ und auf ein Längendifferential ds_3 der Seite CD in der Entfernung s_3 von D die Gesammtkraft $R_3 ds_3$ ausgeübt werde. Außerdem wirkt noch auf den Punkt S die horizontale Componente Q des Zuges des daselbst angehängten Gewichtes in einer Richtung senkrecht auf CD. Der Winkel der beiden Geraden AB und AD soll α heißen. Vergrößern wir denselben um $\delta\alpha$, so soll das Element ds_1 die virtuelle Verschiebung δp_1, das Element ds_2 die Verschiebung δp_2, das Element ds_3 die Verschiebung δp_3, endlich der Punkt S die Verschiebung δq erleiden. War der Winkel α eine Gleichgewichtslage, so muß die Gleichung bestehen:

$$\int_0^l P_1 ds_1 \delta p_1 + \int_0^l P_2 ds_2 \delta p_2 + \int_0^l P_3 ds_3 \delta p_3 + Q\delta q = 0.$$

worin mit P_1, P_2 und P_3 die Componenten der Kräfte R_1, R_2 und R_3 in der Richtung der virtuellen Verschiebungen δp_1, δp_2 und δp_3, also in einer Richtung senkrecht auf AB oder CD bezeichnet wurden. Dieselben, sowie die Kraft Q, sollen positiv gezählt werden, wenn sie die durch den Pfeil YZ Fig. 3 dargestellte Richtung, negativ, wenn sie die entgegengesetzte Richtung haben.

Setzt man in diese Gleichung die Werthe:

$$\delta p_1 = s_1 \delta\alpha, \ \delta p_2 = l\delta\alpha, \ \delta p_3 = s_3 \delta\alpha, \ \delta q = m\delta\alpha$$

ein, wobei m die Länge des Stückes DS ist und dividirt durch $\delta\alpha$ weg, so ergibt sich:

$$\int_0 P_1 s_1 ds_1 + l\int_0^l P_2 ds_2 + \int_0 P_3 s_3 ds_3 + Qm = o \qquad 1)$$

Die Kräfte $P_1 ds_1$, $P_2 ds_2$ und $P_3 ds_3$ bestehen aus 2 Theilen; der Componente der Einwirkung des Erdmagnetismus $A_1 ds_1$, $A_2 ds_2$ und $A_3 ds_3$ in der Richtung YZ, und der Componente der Wirkung des Stromes auf das betreffende Stromelement in derselben Richtung.

Vom Erdmagnetismus wirkt auf ein horizontales Stromelement ds in horizontaler Richtung bloß die Verticalcomponente, und zwar mit der Intensität $\frac{Vids}{\sqrt{2}}$ gegen die Linke einer mit dem Gesichte nach abwärts im Strom schwimmenden Figur. In dieser Formel bedeutet V die Intensität der Verticalcomponente, i die Stromintensität, gemessen in elektrodynamischem Maße. Diese Wirkung fällt, wenn der Strom von der Intensität i den Rhombus in der Richtung von West über Nord nach Ost durchfließt, für die Seite AB mit der Richtung YZ zusammen. Man hat daher:

$$A_1 ds_1 = \frac{Vi}{\sqrt{2}} ds_1,$$

Für die Seite CD ist sie der Richtung YZ entgegengesetzt, daher

$$A_3 ds_3 = -\frac{Vi}{\sqrt{2}} ds_3.$$

Für die Seite BC schließt sie mit YZ den Winkel α ein; es wird also:

$$A_2 ds_2 = \frac{Vi}{\sqrt{2}} \cos\alpha \, ds_2.$$

Die Glieder, welche der Erdmagnetismus in die Gleichung 1) liefert, sind daher:

$$\frac{Vi}{\sqrt{2}}\int_0 s_1 ds_1 + \frac{Vil\cos\alpha}{\sqrt{2}}\int_0^l ds_2 - \frac{Vi}{\sqrt{2}}\int_0^l s_3 ds_3 = \frac{Vil^2\cos\alpha}{\sqrt{2}}. \qquad 2)$$

Um die Wirkung des Stromes auf sich selbst zu rechnen, will ich den Draht AB mit I, den Draht BC mit II, den Draht CD mit III und den Draht AD mit IV bezeichnen und die Glieder gesondert

betrachten, welche die Wirkung eines jeden dieser Drähte auf jeden anderen liefert. Es seien zunächst in Fig. 4 *LM* und *MN* zwei im Punkte *M* zusammenstossende Drähte, welche von einem Strome in der durch die Pfeile angezeigten Richtung durchflossen werden und mit einander den Winkel β bilden. Die Abstossung der Elemente ds und ds' in den Entfernungen s und s' von *M* ist nach dem Ampére'-schen Gesetze

$$p = \frac{i^2 ds ds'}{r^2}\left(\cos\beta + \tfrac{3}{2}\cos\theta\cos\theta'\right);$$

darin ist:

$$r^2 = s^2 + s'^2 - 2ss'\cos\beta$$

$$\cos\theta = \frac{s'\cos\beta - s}{r} \quad \cos\theta' = \frac{s\cos\beta - s'}{r};$$

es ist daher:

$$p = \frac{i^2 ds\, ds'}{2r^4}\left(-s^2\cos\beta - s'^2\cos\beta + 3ss' - ss'\cos^2\beta\right).$$

Für die Wirkung des Drahtes *IV* auf *I* ist $\beta = \alpha$ zu setzen; die Componente dieser Wirkung in der Richtung *YZ* wird durch Multiplication mit $\frac{s\sin\alpha}{r}$ gefunden und geht in die Formel 1) mit s' multiplicirt ein. Die Wirkung des Drahtes *IV* auf *I* liefert daher in die genannte Formel:

$$B_{41} = \frac{i^2\sin\alpha}{2}\int_0^l ds\int_0^l ds'\frac{ss'(-s^2\cos\alpha - s'^2\cos\alpha + 3ss' - ss'\cos^2\alpha)}{(s^2 + s'^2 - 2ss'\cos\alpha)^{\frac{5}{2}}}.$$

Für die Wirkung des Drahtes *II* auf *I* ist $\beta = 180 - \alpha$ zu setzen, s und s' sind jetzt die Distanzen der Stromelemente vom Punkt *B*. Dieselbe wird daher gleich:

$$\frac{i^2 ds\, ds'(s^2\cos\alpha + s'^2\cos\alpha + 3ss' - ss'\cos^2\alpha)}{(s^2 + s'^2 + 2ss'\cos\alpha)^2}.$$

Ihre Componente in der Richtung *YZ* wird wieder durch Multiplication mit $\frac{s\sin\alpha}{r}$ gefunden. Multiplicirt man zudem noch mit dem

Abstand des Elementes ds' von A also mit $l-s'$ und integrirt, so erhält man für den Ausdruck, welchen die Wirkung des Drahtes II auf I in die Gleichung 1) liefert

$$B_{21} = \frac{i^2 \sin\alpha}{2} \int_0^l ds \int_0^l ds' \frac{(l-s')\,s\,(s^2\cos\alpha + s'^2\cos\alpha + 3ss' - ss'\cos^2\alpha)}{(s^2+s'^2+2ss'\cos\alpha)^{\frac{5}{2}}}.$$

Die Wirkung des Drahtes II auf III ist gerade so groß, wie die von IV auf I, aber sie ist entgegengesetzt gerichtet und mit $l-s'$ statt s' zu multipliciren; sie liefert daher:

$$B_{23} = \frac{i^2 \sin\alpha}{2} \int_0^l ds \int_0^l ds' \frac{(l-s')\,s\,(s^2\cos\alpha + s'^2\cos\alpha - 3ss' + ss'\cos^2\alpha)}{(s^2+s'^2-2ss'\cos\alpha)^{\frac{5}{2}}}.$$

Die Wirkung des Drahtes IV auf III ist gleich und entgegengesetzt gerichtet der Wirkung von II auf I und mit s' statt $l-s'$ zu multipliciren; liefert daher

$$B_{43} = -\frac{i^2 \sin\alpha}{2} \int_0^l ds \int_0^l ds' \frac{ss'(s^2\cos\alpha + s'^2\cos\alpha + 3ss' - ss'\cos^2\alpha)}{(s^2+s'^2+2ss'\cos\alpha)^{\frac{5}{2}}}$$

Die Componenten der auf die Bogen-Differentiale des Drahtes II wirksamer Kräfte gehen in die Formel 1) mit l multiplicirt ein. Sie sind gleich und entgegengesetzt bezeichnet mit den Componenten der Wirkung des Drahtes II auf die übrigen Drähte. Es liefert daher die Wirkung des Drahtes I auf II:

$$B_{12} = -\frac{i^2 l \sin\alpha}{2} \int_0^l ds \int_0^l ds' \frac{s(s^2\cos\alpha + s'^2\cos\alpha + 3ss' - ss'\cos^2\alpha)}{(s^2+s'^2+2ss'\cos\alpha)^{\frac{5}{2}}}$$

und die Wirkung von III auf II:

$$B_{32} = \frac{i^2 l \sin\alpha}{2} \int_0^l ds \int_0^l ds' \frac{s'(-s^2\cos\alpha - s'^2\cos\alpha + 3ss' - ss'\cos^2\alpha)}{(s^2+s'^2-2ss'\cos\alpha)^{\frac{5}{2}}}.$$

Die Summe aller dieser Ausdrücke ist:

$$B_{41}+B_{21}+B_{23}+B_{43}+B_{12}+B_{32}=$$

$$=i^2\sin\alpha\int_0^l ds\int_0^l ds'\frac{ss'(-s^2\cos\alpha-s'^2\cos\alpha+3ss'-ss'\cos^2\alpha)}{(s^2+s'^2-2ss'\cos\alpha)^{\frac{5}{2}}}$$

$$-i^2\sin\alpha\int_0^l ds\int_0^l ds'\frac{ss'(s^2\cos\alpha+s'^2\cos\alpha+3ss'-ss'\cos^2\alpha)}{(s^2+s'^2+2ss'\cos\alpha)^{\frac{5}{2}}}.$$

Es sind noch die Glieder zu bestimmen, welche die Wirkung je zweier untereinander paralleler Drähte liefert. Seien in Fig. 5 ds und ds' zwei Elemente der Drähte I und III in der Entfernung s und s' von dem Punkt A und D, so ist nach dem Ampère'schen Gesetze ihre Abstossung:

$$q=\frac{i^2\,ds\,ds'}{r^2}\left(1+\tfrac{3}{2}\cos\theta\cos\theta'\right),$$

wobei

$$\cos\theta=-\cos\theta'=\frac{l\cos\alpha+s'-s}{r}$$

$$r^2=l^2+(s'-s)^2+2l\cos\alpha\,(s'-s).$$

Nach Einsetzung dieser Werthe erhält man:

$$q=\frac{i^2\,ds\,ds'}{r^4}\left[r^2-\tfrac{3}{2}(l\cos\alpha+s'-s)^2\right].$$

Die Componenten der Wirkung des Elementes ds' auf ds in der Richtung YZ ergibt sich durch Multiplication dieses Ausdruckes mit $\sin\theta=\frac{l\sin\alpha}{r}$, die der Wirkung des Elementes ds auf ds' durch Multiplication mit $-\frac{l\sin\alpha}{r}$; erstere geht mit s, letztere mit s' multiplicirt in die Gleichung 1) ein; es liefert daher die Wirkung des Drahtes III auf den Draht I in die genannte Formel:

$$B_{31}=i^2 l\sin\alpha\int_0^l s\,ds\int_0^l ds'\;\frac{r^2-\frac{3}{2}(l\cos\alpha+s'-s)^2}{r^5}-$$

und die Wirkung des Drahtes *I* auf *III* liefert:

$$B_{13} = i^2 l \sin\alpha \int_0^l ds \int_0^l s' ds' \frac{-r^2 + \frac{3}{2}(l\cos\alpha + s' - s)^2}{r^5}.$$

Die Abstossung eines Elementes ds des Drahtes *IV* auf ein Element ds' des Drahtes *II* ist durch dieselbe Formel

$$q = \frac{i^2 ds\, ds'}{r^2}\left[r^2 - \frac{3}{2}(l\cos\alpha + s' - s)^2\right]$$

gegeben, in der jetzt s den Abstand des Elementes ds von A, s' den des Elementes ds' von B bedeutet. (Fig. 6.)

Von dieser Kraft ist die Componente in der Richtung YZ, also senkrecht auf AB zu nehmen. Bezeichnet θ den Winkel der Verbindungslinie r der Elemente ds und ds' mit AD, so ist diese Componente $-q\sin(\alpha - \theta) = -\frac{q\sin\alpha\,(s' - s)}{r}$, wegen $\cos\theta = \frac{l\cos\alpha + s' - s}{r}$ $\sin\theta = \frac{l\sin\alpha}{r}$. Dieselbe ist noch mit l zu multipliciren und zu integriren und liefert daher in die Gleichung 1):

$$B_{42} = i^2 l \sin\alpha \int_0^l ds \int_0^l ds' (s' - s)\, \frac{3/2\,(l\cos\alpha + s' - s)^2 - r^2}{r^5}.$$

Die Summe aller Glieder, welche die Wirkung zweier paralleler Drähte in die Gleichung 1) liefert, ist daher:

$$B_{31} + B_{13} + B_{42} =$$

$$= i^2 l \sin\alpha \int_0^l ds \int_0^l ds' (s' - s)\, \frac{3(l\cos\alpha + s' - s)^2 - 2r^2}{r^5} =$$

$$= i^2 l \sin\alpha \int_0^l ds \int_0^l ds' \frac{(s' - s)\left[(l\cos\alpha + s' - s)^2 - 2l^2\sin^2\alpha\right]}{\left[(l\cos\alpha + s' - s)^2 + l^2\sin^2\alpha\right]^{\frac{5}{2}}},$$

Die Integration liefert:

$$\iint ds\, ds' \frac{ss'(-s^2\cos\alpha - s'^2\cos\alpha + 3ss' - ss'\cos^2\alpha)}{(s^2 + s'^2 - 2ss'\cos\alpha)^{\frac{5}{2}}} =$$

$$= \frac{-s^2\cos\alpha - s'^2\cos\alpha + ss'(1 + \cos^2\alpha)}{\sin^2\alpha\sqrt{s^2 + s'^2 - 2ss'\cos\alpha}}$$

daher, indem man das Zeichen von $\cos\alpha$ verwechselt:

$$\iint ds\,ds' \frac{ss'(s^2\cos + s'^2\cos\alpha + 3ss' - ss'\cos^2\alpha)}{(s^2+s'^2+2ss'\cos\alpha)^{\frac{5}{2}}} =$$

$$= \frac{s^2\cos\alpha + s'^2\cos\alpha + ss'(1+\cos^2\alpha)}{\sin^2\alpha\sqrt{s^2+s'^2+2ss'\cos\alpha}}$$

Die Einsetzung der Grenzen Null und l, sowie Multiplication mit $i^2\sin\alpha$ liefert:

$$B_{41}+B_{21}+B_{23}+B_{43}+B_{12}+B_{32} =$$

$$= i^2 l\sin\alpha\left(\frac{4\cos\alpha}{\sin^2\alpha} + \frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{2\cos^2\frac{\alpha}{2}} - \frac{\cos\frac{\alpha}{2}}{2\sin^2\frac{\alpha}{2}}\right). \qquad 3)$$

Ferner findet man:

$$\iint ds\,ds' \frac{[(l\cos\alpha+s'-s)^2 - 2l^2\sin^2\alpha](s'-s)}{[(l\cos\alpha+s'-s)^2+l^2\sin^2\alpha]^{\frac{5}{2}}} =$$

$$= \log\left(l\cos\alpha + s' - s + \sqrt{l^2+(s'-s)^2+2l\cos\alpha(s'-s)}\right)$$

$$- \frac{l\cos\alpha+s'-s}{\sqrt{l^2+(s'-s)^2+2l\cos\alpha(s'-s)}}\left(1+\frac{(l\cos\alpha+s'-s)\cos\alpha}{l\sin^2\alpha}\right).$$

Substituirt man in diesem Ausdrucke die Grenzen Null und l und multiplicirt schließlich mit $i^2\sin\alpha$, so erhält man:

$$B_{31}+B_{13}+B_{42} = \qquad 4)$$

$$= i^2 l\sin\alpha\left[\log\frac{\cos\frac{\alpha}{2}(1+\sin\frac{\alpha}{2})}{\sin\frac{\alpha}{2}(1+\cos\frac{\alpha}{2})} - \frac{2\cos\alpha}{\sin^2\alpha} + \frac{\cos\frac{\alpha}{2}}{2\sin^2\frac{\alpha}{2}} - \frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{2\cos^2\frac{\alpha}{2}}\right]$$

Faßt man nun die unter 2) gegebenen vom Erdmagnetismus stammenden, ferner die unter 3) gegebenen von der Einwirkung der gegeneinander geneigten Drähte herrührenden, und endlich die unter 4) angeführten von der Wirkung der parallelen Dräthe herstammenden Glieder zusammen, so verwandelt die Gleichung 2) in folgende:

$$\frac{Vil^2\cos\alpha}{\sqrt{2}} + i^2 l\left[2\cot\alpha + \sin\alpha\log\frac{\cos\frac{\alpha}{2}(1+\sin\frac{\alpha}{2})}{\sin\frac{\alpha}{2}(1+\cos\frac{\alpha}{2})}\right] + Qm = 0.$$

Da die Veränderungen der Gestalt des Rhombus durch den Strom nur geringe, die Länge der Coconfäden aber eine ziemlich bedeutende war, so kann das von der Schwere herrührende Moment

Qm proportional der durch den Strom hervorgerufenen Veränderung des Winkels α gesetzt werden. Nehmen wir daher an, dieser Winkel habe, bevor der Strom durchging, den Werth α_0 gehabt und sei durch die Einwirkung des Stroms um $\Delta\alpha = \alpha - \alpha_0$ gewachsen, so kann $Qm = -n\Delta\alpha$ gesetzt werden.

Das negative Zeichen ist zu wählen, weil durch ein Wachsen des Winkels α eine Kraft erweckt wird, welche denselben zu verkleinern strebt, also der Richtung YZ entgegenwirkt. Setzt man noch:

$$\frac{Vl^2}{V\overline{2}\,n} = a, \quad \frac{2l}{n} = b,$$

was für alle Versuche constante Zahlen sind, so ergibt sich die Formel:

$$\Delta\alpha = ai\cos\alpha + bi^2\left[\cot\alpha + \frac{\sin\alpha}{2}\log\frac{\cos\frac{\alpha}{2}\left(1+\sin\frac{\alpha}{2}\right)}{\sin\frac{\alpha}{2}\left(1+\cos\frac{\alpha}{2}\right)}\right]. \quad 5)$$

3. Vergleichung der gefundenen Formel mit der Erfahrung.

Um die gefundene Formel experimentell zu prüfen, wurden dem Winkel α_0 des Rhombus, wenn kein Strom durch denselben ging, 4 verschiedene Werthe ertheilt. Für jeden dieser Werthe wurde bei 3 für einen bei 4 verschiedenen Stromstärken die Veränderung des Winkels $\Delta\alpha$ mittelst der Spiegelablesung bestimmt, sowohl wenn der Strom von West über Nord nach Ost, als auch wenn er in der entgegengesetzten Richtung ging. Als Stromquelle dienten 1 bis 8 passend verbundene Grove'sche Elemente.

Es zeigte sich bald, daß der Strom innerhalb der Dauer eines Versuches keineswegs als constant betrachtet werden konnte. Ich schaltete deßhalb außer dem Rhombus noch ein in ziemlicher Entfernung befindliches Weber'sches Galvanometer in den Stromkreis ein, dessen Magnet jedoch nicht durch die dazugehörigen Drahtrollen, die einen zu großen Widerstand gehabt hätten, sondern durch einen dicken, vom Strom durchflossenen Messingring abgelenkt wurde.

An demselben wurde jedesmal gleichzeitig mittelst eines andern Fernrohres die Stromstärke abgelesen. Die Genauigkeit, mit der die elektrodynamischen Kräfte am Rhombus gemessen werden konnten

steht freilich weit hinter der Genauigkeit zurück, welche bloß an Coconfäden aufgehängte Magnete gewähren (wohl hauptsächlich wegen der Zähigkeit des angewendeten Quecksilbers). Namentlich war zu beachten, daß man die Schwingungen des Rhombus nicht durch passendes Öffnen und Schließen des Stromes rasch zur Ruhe bringen durfte. In diesem Falle zeigte sich die Ruhelage immer um einige Theilstriche im Sinne des früheren Ausschlages verschoben. Es blieb wahrscheinlich im Quecksilber noch eine kleine Deformation im Sinne des früheren Ausschlages zurück. Denn von einem Steckenbleiben kann um so weniger die Rede sein, da die Beweglichkeit des Rhombus so groß war, daß die wirkliche Ruhe des Spiegels gar nicht abgewartet werden konnte, sondern sein Stand aus mehreren Ausschlägen berechnet werden mußte. Wenn man dagegen die Schwingungen, statt sie zu dämpfen, jedesmal noch etwas verstärkte, so zeigte sich in den Ausschlägen sowie in der Ruhelage eine vollkommen befriedigende Constanz.

Letztere wurde zur Vorsicht nach jeder Ablenkung separat abgelesen und zum Schluß das Mittel als wahre Ruhelage angenommen.

Folgendes waren z. B. die successiven Ablesungen im Fernrohre, wenn kein Strom durch den Rhombus ging bei der ersten Beobachtungsreihe: $111^1/_2$, $110^1/_2$, 111, 113, 112, 111, $111^1/_2$, $112^1/_2$, 113, 111, 112, 112, 111, 111, $111^1/_2$.

Die Bestimmung des Winkels α_0 des Rhombus in seiner Ruhelage geschah durch Messung der Distanz zweier Punkte mittelst des Stangenzirkels, welche auf den Drähten AB und AD in einer Distanz von 300 Mm. vom Punkte A markirt waren.

Damit hiebei die Schwingungen des Rhombus nicht hinderlich wären, wurde derselbe während dieser Messung jedesmal mittelst einer in den Weg gestellten gabelartigen Vorrichtung arretirt; dabei erlitt allerdings der Winkel α_0 eine kleine Veränderung, allein aus der Zahl, welche jetzt im Fernrohre mit dem Fadenkreuze zusammenfiel und derjenigen, welche die wahre Ruhelage bildete, konnte unmittelbar auch der Winkel für die wahre Ruhelage berechnet werden. In der folgenden Tabelle sind die Ablesungen an dem mit dem Rhombus verbundenen Spiegel, so wie die jedesmaligen Stromstärken in Scalentheilen für die 4 der Beobachtung unterzogenen Winkel zusammengestellt:

$\alpha_0 = 26^\circ 2'$		$\alpha_0 = 39^\circ 59'$		$\alpha_0 = 54^\circ 34'$		$\alpha_0 = 69^\circ 15'$	
Ablenkung	Stromstärke	Ablenkung	Stromstärke	Ablenkung	Stromstärke	Ablenkung	Stromstärke
—42	—134	—51	—124·5	—47½	—120·2	105	199·9
199	134·1	141	129	104	129·4	—34	—202·4
—42½	—133·8	—53	—130·5	—48	—132·8	110½	203·4
199	133·7	144	130·7	109	133·4	—33½	—204
—5½	—191·5	—49	—177·4	—48	—133·7	150	259·6
325½	194	220	178·7	109	133·7	—27½	—258·8
—4½	—194·8	—50	—180·2	—51½	—191·9	146	257·3
329	195·4	—48½	—180·8	171½	192·7	—29	—257
—5	—193	221½	180	—49	—192·7	234½	368
315	189·5	220	177·5	171	191	—1½	—370·3
10	—215·9	—16	—255·5	—36	—254·5	—2	—372
369	212·9	350	252·3	248	254	231	365·7
6	—210·4	—19	—251	—36	—252·8	231	364·9
356½	206	344	249·5	247	250·5	—4	—363
				384	355		
				10	—356·7		
				384	355·8		
				10	—352·9		

Die Ablenkungen in der Columne links sind positiv gezählt, wenn sich der Winkel α_0 vergrößerte, die Stromstärke ist positiv gezählt, wenn der Strom den Rhombus von West über Nord nach Ost durchfloß. Es erscheint zunächst wünschenswerth jede Gruppe von Beobachtungen, welche nahezu bei gleicher Stromstärke gemacht wurden, auf genau gleiche Stromstärke zu reduciren. Für jede Beobachtungsreihe ist das in Gleichung 5) auftretende α nur wenig von dem jedesmaligen α_0 verschieden. Setzt man daher letzteres für das erstere, so erhält man für den Ausschlag einen Ausdruck von der Form:

$$\Delta\alpha = Ai + Bi^2,$$

wobei

$$A = a \cos\alpha_0$$

$$B = b \cot\alpha_0 + b \frac{\sin\alpha_0}{2} \log \frac{\cos\frac{\alpha_0}{2}\left(1+\sin\frac{\alpha_0}{2}\right)}{\sin\frac{\alpha_0}{2}\left(1+\cos\frac{\alpha_0}{2}\right)} \qquad 6)$$

ist. Wechselt der Strom seine Richtung, so ändert das erste Glied Ai das Zeichen, Bi^2 dagegen bleibt positiv; es wird also der neue Ausschlag, wenn man blos die Größe, nicht das Zeichen von i berücksichtiget:

$$\Delta'\alpha = -Ai + Bi^2.$$

Wenn die Stromintensität um eine kleine Größe δi ansteigt, so wächst der Ausschlag um:

$$A\delta i + 2Bi\delta i, \qquad 7)$$

wobei jedoch wieder das Zeichen von i berücksichtigt werden muß. Indem man diese Größe von dem bei der Stromintensität $i+\delta i$ abgelesenen Ausschlage abzieht, erhält man den Ausschlag, der durch die Stromintensität i hervorgerufen worden wäre. Dabei ist:

$$A = \frac{\Delta\alpha - \Delta'\alpha}{2i},\ B = \frac{\Delta\alpha - \Delta'\alpha}{2i^2}.$$

Wählt man für $\Delta\alpha$ und $\Delta'\alpha$ aus jeder Gruppe von Beobachtungen, die bei nahezu gleicher Stromintensität gemacht wurden, diejenigen aus, bei denen der Strom möglichst constant blieb, so erhält man für die 3 Gruppen der ersten Beobachtungsreihe, also für $\alpha_0 = 26°\ 2'$.

$A = 0·899,\quad 0·850,\quad 0·852$
$B = 0·00437,\ 0·00426,\ 0·00412;$

ferner für die zweite Beobachtungsreihe, also für $\alpha_0 = 39°59'$.

$A = 0·754,\quad 0·754,\quad 0·732$
$B = 0·00266,\ 0·00264,\ 0·00260$

für $\alpha_0 = 54°\ 34'$

$A = 0·586,\quad 0·572,\quad 0·559,\quad 0·527$
$B = 0·00170,\ 0·00165,\ 0·00164,\ 0·00156$

endlich für $\alpha_0 = 69°\ 15'$

$A = 0·354,\quad 0·340,\quad 0·321$
$B = 0·000929,\ 0·000883,\ 0·000860.$

Diese Werthe können in die Formel 7) eingesetzt, und so die verschiedenen Ablenkungen auf gleiche Stromstärke reducirt werden. Die folgende Tabelle gibt die reducirten Ablenkungen an; die Zahlen rechts sind die Stromstärken, auf welche die beobachteten Ablenkungen reducirt wurden.

$\alpha_0 = 26^\circ\, 2'$		$\alpha_0 = 39^\circ\, 59'$		$\alpha_0 = 54^\circ\, 34'$		$\alpha_0 = 69^\circ\, 15'$	
Ablenkung	Stromstärke	Ablenkung	Stromstärke	Ablenkung	Stromstärke	Ablenkung	Stromstärke
—42		—51·3		—49·2		107·3	
198·8	134	142·4	130	107·7		—34	203
—42·6	194	—53		—48		110·2	
199·6		143		108·6	133	—33·5	
—3·5		—48·5		—47·9		148·7	
325·5		222·2		108·3		—27·6	258
—5·1		—50	180	—51·5		146·6	
325·5		—48·7		170·7	192	—28·9	
—4·2		221·5		—49		236·4	
326·2		224·2		172·2		—1·6	
7.4		—19·1		—36·1		—2·6	370
369·2	213	345·3	250	248	254	235·1	
8·3		—19·6		—35·7		235·9	
374·7		345		251·9		—1·9	
				384			
				9	355		
				382·7			
				11·2			

Ein Blick auf die Werthe der Constanten A und B zeigt, daß dieselben mit wachsender Stromstärke abnehmen. Die Ursache hievon liegt darin, daß wir in der Formel 5) α mit α_0 verwechselt haben, oder daß die elektrodynamische Kraft so berechnet wurde, als ob der Winkel des Rhombus nach der Deformation derjenige gewesen wäre, den derselbe annimmt, wenn kein Strom hindurchgeht, während er doch in der That um $\Delta\alpha$ größer war. Es muß daher deßwegen noch eine Correction an unsere Zahlen angebracht werden.

Wir können den Betrag dieser Correction berechnen, indem wir uns aus den gegenwärtigen Daten vorläufig angenährte Werthe der Constanten a und b in Formel 5) verschaffen und diese Werthe benutzen, um aus der Ablenkung für den Winkel $\alpha = \alpha_0 + \Delta\alpha$ diejenige zu berechnen, welche durch dieselbe Stromstärke hervorgerufen worden wäre, wenn der ursprüngliche Winkel des Rhombus so gewählt worden wäre, daß er sich erst durch den Strom in α_0 verwandelt hätte.

Schreiben wir statt $\cot\alpha + \frac{\sin\alpha}{2} \log \frac{\cos\frac{\alpha}{2}\left(1+\sin\frac{\alpha}{2}\right)}{\sin\frac{\alpha}{2}\left(1+\cos\frac{\alpha}{2}\right)}$ kurz $f(\alpha)$, so erhalten wir für den Ausschlag

$$\Delta\alpha = a i \cos\alpha + b i^2 f(\alpha).$$

Diese Größe wächst, wenn der Winkel α um $\Delta\alpha$ zunimmt, um

$$\left[ai\frac{d(\cos\alpha)}{d\alpha}+bt^2\frac{df(\alpha)}{d\alpha}\right]\Delta\alpha. \qquad 8)$$

Um daher die Ablenkung zu finden, die von demselben Strome hervorgebracht worden wäre, wenn der Winkel erst nach der Deformation α_0 gewesen wäre, haben wir diese Größe von der Ablenkung, bei der der Winkel nach der Deformation $\alpha=\alpha_0+\Delta\alpha$ war, abzuziehen.

Wenn $\Delta\alpha$ in Scalentheilen ausgedrückt ist, so bedeuten $\frac{d\cos\alpha}{d\alpha}$ und $\frac{df(\alpha)}{d\alpha}$ die Zuwächse von $\cos\alpha$ und $f(\alpha)$ für einen Ausschlag von einem Scalentheile. Nun wächst aber, wenn α um einen Grad zunimmt:

	für $\alpha = 26^\circ\ 2'$	für $\alpha = 39^\circ\ 59'$
$\cos\alpha$ um:	—0·00780,	—0·01133,
$f(\alpha)$ um:	—0·08684,	—0·04317,
	für $\alpha = 54^\circ\ 34'$	für $\alpha = 69^\circ\ 15'$
$\cos\alpha$ um:	—0·01431,	—0·01637
$f(\alpha)$ um:	—0·02967,	—0·02433

Es ist noch zu berechnen, um wie viel Grade sich der Winkel α bei einer Ablenkung von einem Theilstriche veränderte. Die Distanz des Spiegels von der Scala betrug 2318 Mm.

Die Scalentheile hatten eine Distanz von $\frac{495}{500}$ Mm., es war daher die Winkelveränderung des Rhombus bei einer Ablenkung von einem Scalentheile:

$$\frac{495.180}{2.500.2318.\pi} = 0{\cdot}012235 \text{ Grade.}$$

Multiplicirt man mit dieser Zahl die Zuwächse von $\cos\alpha$ und $f(\alpha)$ für einen Grad, so erhält man als Zuwächse dieser Größen für eine Ablenkung von einem Scalentheile:

	für $\alpha = 26^\circ\ 2'$	für $\alpha = 39^\circ\ 59'$
$\frac{d\cos\alpha}{d\alpha}$	$=$ — 0·00009541,	— 0·0001386,
$\frac{df(\alpha)}{d\alpha}$	$=$ — 0·001062,	— 0·0005281,
	für $\alpha = 54^\circ\ 34'$	für $\alpha = 69^\circ\ 15'$
$\frac{d\cos\alpha}{d\alpha}$	$=$ — 0·0001751,	— 0·0002003

$$\text{für } \alpha = 54^\circ\ 34' \quad \text{für } \alpha = 69^\circ\ 15'$$

$$\frac{df(\alpha)}{d\alpha} = \quad -0{\cdot}0003640, \quad -0{\cdot}0002977.$$

Aus den Formeln 6) erhellt, daß wir a erhalten, indem wir A durch $\cos\alpha_0$, b, indem wir B durch $f(\alpha_0)$ dividiren. Es ergibt sich z. B. aus der 1. Beobachtungsgruppe $a = 1{\cdot}0005$, $b = 0{\cdot}00193$. Diese Werthe sind wahrscheinlich etwas zu klein; ich will statt ihrer zum Zwecke der Correction in die Formel 8) die Werthe $a = 1{\cdot}045$, $b = 0{\cdot}00206$ einsetzen; die corrigirten Ablenkungen werden dann genauere Werthe der Constanten a und b liefern, und dieselben können dann neuerdings in die Correctionsformel eingesetzt werden. Würde sich zeigen, daß wir zufällig die genauen Werthe der Constanten a und b getroffen hätten, so wären wir natürlich dieser neuen Mühe überhoben. Wir kommen daher zu dem Resultate, daß man zu jeder Ablenkung die Größe der Ablenkung in Scalentheilen multiplicirt mit folgenden Factoren zu addiren hat.

für $\alpha = 26^\circ\ 2'$ mit $0{\cdot}0000997\,i + 0{\cdot}000002181\,i^2$
für $\alpha = 39^\circ\ 59'$ mit $0{\cdot}0001448\,i + 0{\cdot}000001085\,i^2$
für $\alpha = 54^\circ\ 34'$ mit $0{\cdot}0001830\,i + 0{\cdot}000000748\,i^2$
für $\alpha = 69^\circ\ 15'$ mit $0{\cdot}0002093\,i + 0{\cdot}000000611\,i^2$

Führt man diese Correction aus, so erhält man die in der folgenden Tabelle zusammengestellten Werthe:

$\alpha_0 = 26^\circ\ 2'$		$\alpha_0 = 39^\circ\ 59'$		$\alpha_0 = 54^\circ\ 34'$		$\alpha_0 = 69^\circ\ 15'$	
Ablenkung	Stromstärke	Ablenkung	Stromstärke	Ablenkung	Stromstärke	Ablenkung	Stromstärke
—43		—51·3		—48·7		114·4	
209·2	134	147·6	130	111·5		—33·4	203
—43·6		—53		—47·5	133	117·6	
210		148·3		112·6		—32·9	
—3·8		—48·9		—47·4		162·9	
358·4		235·6		112·3		—27·2	258
—5·4	194	—50·5	180	—51·1		160·3	
358·7		—49·2		181·4	192	—28·5	
—4·5		235		—48·7		274·1	
358		237·7		182·8		—1·6	
6·6		—19·6		—36·2		—2·6	370
413·6	213	381·7	250	271·3	254	272·3	
7·8		—20·2		—35·8		273·1	
417·4		380·8		275·1		—1·9	
				444·9			
				8·7	355		
				443·6			
				10·9			

Diese Ablenkungen sind nunmehr auf denselben Winkel α_0 reducirt; man erhält daher, wenn man je zwei Ablenkungen bei entgegengesetzter Stromstärke subtrahirt und durch $2i$ dividirt, die Größe $a\cos\alpha_0$; wenn man sie addirt und durch $2i^2$ dividirt, die Größe $bf(\alpha_0)$. Nimmt man jedesmal von allen bei gleicher Stromstärke und Stromesrichtung gemachten Beobachtungen das Mittel, so ergibt sich auf diese Weise für die erste Beobachtungsreihe, also für $\alpha_0 = 26° \; 2'$:

$a\cos\alpha_0 = 0{\cdot}9444, \quad 0{\cdot}9356, \quad 0{\cdot}9585$
$bf(\alpha_0) = 0{\cdot}0046363, \; 0{\cdot}0047003, \; 0{\cdot}0046585,$

ferner für die zweite Beobachtungsreihe, also für $\alpha_0 = 39° \; 59'$:

$a\cos\alpha_0 = 0{\cdot}7696, \quad 0{\cdot}7933, \quad 0{\cdot}8020$
$bf(\alpha_0) = 0{\cdot}0028373, \; 0{\cdot}0028796, \; 0{\cdot}0028896;$

für $\alpha_0 = 54° \; 34'$:

$a\cos\alpha_0 = 0{\cdot}6015, \quad 0{\cdot}6042, \quad 0{\cdot}6087, \quad 0{\cdot}6118$
$bf(\alpha_0) = 0{\cdot}0018147, \; 0{\cdot}0017931, \; 0{\cdot}0018383, \; 0{\cdot}0018012,$

endlich für $\alpha_0 = 69° \; 15'$:

$a\cos\alpha_0 = 0{\cdot}36749, \quad 0{\cdot}36725, \quad 0{\cdot}37189$
$bf(\alpha_0) = 0{\cdot}0010046, \; 0{\cdot}0010043, \; 0{\cdot}0009905.$

Nun findet man aber:

	für $\alpha_0 = 26° \; 2'$	für $\alpha_0 = 39° \; 59'$
$\cos\alpha_0 =$	0·89539,	0·766231
$f(\alpha_0) =$	2·26393,	1·39883,

	für $\alpha_0 = 54° \; 34'$	für $\alpha_0 = 69° \; 15'$
$\cos\alpha_0 =$	0·579755,	0·354291
$f(\alpha_0) =$	0·87583,	0·48159.

Dividirt man die obigen Zahlen durch diese Werthe, so ergibt sich als Werth der Constanten a für die 1. Beobachtungsreihe:

1·051, 1·041, 1·067, im Mittel 1·053,

für die 2. Beobachtungsreihe:

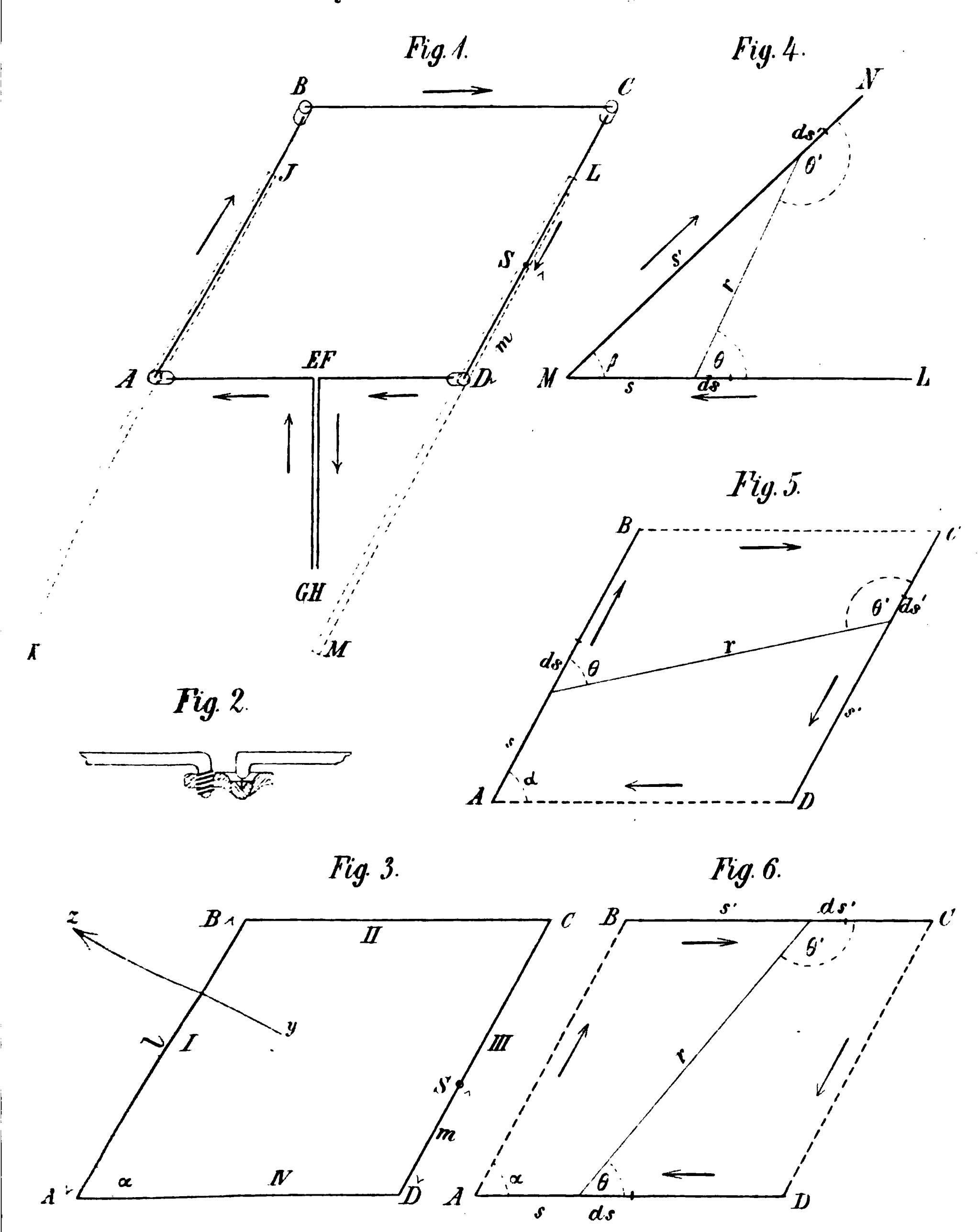
1·004, 1·035, 1·047, im Mittel 1·029,

für die 3. Beobachtungsreihe:

1·037, 1·042, 1·050, 1·055, im Mittel 1·046,

für die 4. Beobachtungsreihe:

1·037, 1·038, 1·049, im Mittel 1·041.



A. d. k. k. Hof-u. Staatsdruckerei

Als Werth der Constanten *b* aber ergibt sich für die 1. Beobachtungsreihe:

0·002048, 0·002076, 0·002058, im Mittel 0·002061,

für die 2. Beobachtungsreihe:

0·002028, 0·002059, 0·002066, im Mittel 0·002051,

für die 3. Beobachtungsreihe:

0·002072, 0·002047, 0·002099, 0·002057, im Mittel 0·002069,

für die 4. Beobachtungsreihe:

0·002086, 0·002085, 0·002057, im Mittel 0·002076.

Die Abweichungen dieser verschiedenen Werthe der Constanten *a* und *b* sind nicht größer, als es nach den unvermeidlichen Fehlerquellen des Apparates zu erwarten war. Sie stimmen zugleich mit den in der Correctionsformel angewandten Constanten überein, was eine weitere Correction überflüssig macht. Die Mittelwerthe bei den einzelnen Beobachtungsreihen werden noch etwas constanter, wenn man die 1. Beobachtung der 2. Beobachtungsreihe, welche sich offenbar etwas anormal verhält, ausschließt; man erhält dann folgende Werthe der Constanten:

a	*b*
1·053	0·002061
1·041	0·002062
1·046	0·002069
1·041	0·002076

Es kann daher wenigstens innerhalb der Grenzen der Fehler, welche der gebrauchte Apparat nothwendig mit sich führt, als nachgewiesen betrachtet werden, daß auch die Totalwirkung des Stromes, welcher einen Rhombus mit veränderlichen Winkel durchfließt, auf sich selbst als zusammengesetzt betrachtet werden kann aus der Wirkung aller seiner Stromelemente auf einander, von denen je 2 nach dem Ampère'schen Gesetz aufeinander wirken.

XVI. SITZUNG VOM 17. JUNI 1869.

Der Secretär liest eine Zuschrift Sr. Excellenz des Herrn Curator-Stellvertreters, Dr. Ritter v. Schmerling, vom 10. Juni l. J., worin dieser für die, in Folge Beschlusses der kais. Akademie, ihm ausgedrückten Glückwünsche zum 40jährigen Dienstjubiläum seinen Dank ausspricht.

Die Herren Professor Dr. A. Toepler in Graz und Wilhelm Holtz, d. Z. zu Neu-Elmenhorst in Preußen, danken, mit Schreiben vom 12. und beziehungsweise vom 17. Juni, für den ihnen zu gleichen Theilen zuerkannten Freih. v. Baumgartner'schen Preis.

Herr Prof. Dr. Fr. Rochleder in Prag übersendet eine Abhandlung: „Zur Geschichte des Tyrosins" von Herrn Dr. W. Gintl.

Herr Prof. Dr. K. Peters übermittelt eine Abhandlung des Assistenten im st. l. Joanneum in Graz, Herrn J. Rumpf: „Über den Hartit aus der Kohle von Oberdorf und den angrenzenden Gebieten von Voitsberg und Köflach in Steiermark".

Herr Regierungsrath D. E. Fenzl legt eine Abhandlung: „Über Pelorien bei Labiaten" von Herrn Dr. J. Peyritsch vor.

Herr Prof. Dr. Aug. Em. Reuss überreicht eine Abhandlung: „Über tertiäre Bryozoen von Kischenew in Bessarabien".

Herr Prof. Dr. A. Winckler legt eine Abhandlung: „Über einige vielfache Integrale" vor.

Herr Prof. Dr. J. Redtenbacher übergibt die in seinem Laboratorium von Herrn Dr. J. Barber ausgeführte „Chemische Analyse der Mineralquellen von Dorna Watra und Pojana negri in der Bukowina".

Herr Dr. F. Steindachner legt die VIII. Folge seiner „Ichthyologischen Notizen" vor.

Herr *Stud. med.* H. Obersteiner überreicht eine Abhandlung, betitelt: „Beiträge zur Kenntniß vom feineren Bau der Kleinhirnrinde, mit besonderer Berücksichtigung der Entwicklung".

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Akademie der Wissenschaften und Künste, südslavische, zu Agram: Arbeiten. VII. Band. Agram, 1869; 8°. — *Flora croatica, auctoribus Dr. Josepho Calasantio Schlosser Equite de Klekovski et Ludovico Nob. de Farkaš-Vukotinović. (Sumptibus et auspiciis Academiae scientiarum et artium slavorum meridionalium). Zagrabiae, 1869; gr. 8°.*

Annalen der Chemie und Pharmacie von Wöhler, Liebig & Kopp. N. R. Band LXXIV, Heft 2. Leipzig & Heidelberg, 1869; 8°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1759. Altona, 1869; 4°.

Beobachtungen, Schweizerische meteorologische. Juni, Juli, August, 1868. Zürich; 4°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXVIII, Nr. 22. Paris, 1869; 4°.

Cosmos. XVIIIe Année. 3e. Série, Tome IV, 24e. Livraison. Paris, 1869; 8°.

Dechen, H. v., Geognostische Übersichts-Karte von Deutschland, Frankreich, England und den angrenzenden Ländern. Nebst Erläuterungen. (Zweite Ausgabe) Berlin, 1869; gr. Folio.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Verhandlungen und Mittheilungen. XXX. Jahrg. Nr. 22. Wien, 1869; 8°.

Gonggrijp, J. R. P. F., Eene Bijdrage tot het derde deel, 4^e stuk der Bijdragen van het Koninkl. Institunt avoor de Taal-, Land- en Volkenkunde van Nederlandsch Indië. 8°.

Jelinek, Carl, Anleitung zur Anstellung meteorologischer Beobachtungen und Sammlung von Hilfstafeln mit besonderer Rücksicht auf die meteorologischen Stationen in Österreich und Ungarn. Wien, 1869; kl. 4°.

Landbote, Der steirische. 2. Jahrgang, Nr. 12. Graz, 1869; 4°.

Reichsanstalt, k. k. geologische: Verhandlungen. Jahrg. 1869, Nr. 8. Wien; kl. 4°.

Revue des cours scientifiques et littéraires de la France et de l'étranger. VIe Année, Nr. 28. Paris & Bruxelles, 1869; 4°.

Société botanique de France: Bulletin. Tome XVe. (1868). Comptes rendus des séances Nr. 2. Paris; 8°.

Society, The Asiatic, of Bengal: Journal. Part II, Nrs. 1. 1869. Calcutta; 8°. — Proceedings. Nrs. XII. December 1868; Nr. I. January 1869. Calcutta; 8°.

Sondhauss, Carl, Über das Tönen erhitzter Röhren und die Schwingungen der Luft in Pfeifen von verschiedener Gestalt. (Programm der Realschule erster Ordnung zu Neisse 1869). 4°.

Wiener Landwirthschaftliche Zeitung. XIX. Jahrgang, Nr. 24. Wien, 1869; 4°.

— Medicin. Wochenschrift. XIX. Jahrgang, Nr. 47—48. Wien, 1869; 4°.

Zeitschrift für Chemie von Beilstein, Fittig & Hübner. XII. Jahrgang. N. F. V. Band, 10. Heft. Leipzig, 1869; 8°.

Über den Hartit aus der Kohle von Oberdorf und den angrenzenden Gebieten von Voitsberg und Köflach in Steiermark.

Von **Johann Rumpf,**

Assistenten am st. l. Joanneum in Graz.

(Mit 2 lithographirten Tafeln.)

Häufige Besuche der tertiären Kohlenlagerstätten in der oberen Kainach und Graden versetzen mich in die angenehme Lage, ergänzende Berichte über das Vorkommen und die Eigenschaften des Hartits der geehrten mathem.-naturwisssensch. Classe der k. Akademie der Wissenschaften überreichen zu können.

Bekannt sind die Notiz von Herrn Professor A. Kenngott: Über den Hartit von Rosenthal bei Köflach [1], und die erste Mittheilung durch Herrn Hofrath W. v. Haidinger von der Existenz dieses Minerals überhaupt, so wie dessen Beschreibung aus der Braunkohlengrube zu Oberhart bei Gloggnitz [2], von welcher Localität der Herr Entdecker auch den Namen Hartit entlehnte.

Beide Abhandlungen lassen die Krystallform des Hartits noch unbestimmt, nachdem nur Spaltungslamellen und mikroskopische Kryställchen, erhalten aus der Lösung des Hartits in Alkohol und Äther zur Verfügung standen.

Es ist mir geglückt, den Hartit in mehr oder weniger gut ausgebildeten Krystallen aufzufinden, das Krystallsystem daran zu ermitteln und die Reihe seiner physikalischen Eigenschaften zu vervollständigen.

Die mir zu Gebote stehenden Krystalle, ca. 100 an der Zahl, stammen aus dem Kohlenlager von Oberdorf, $^1/_2$ Stunde N. N. W.

---

[1] Jahrbuch der k. k. geolog. Reichsanstalt. 7. Jahrg. Nr. 1, S. 91.

[2] Poggendorf's Annalen, 54. Bd. Jahrg. 1841, S. 261.

von Voitsberg. Sie variiren in der Größe so wie in der Vollkommenheit ihrer Ausbildung sehr bedeutend; ihrem Charakter nach gibt es dünn nadel- und tafelförmige, so wie auch häufig solche von dickstängligem Habitus. Die kleinsten haben bei einer Länge von mehreren Millimetern oft kaum eine Dicke von $^1/_4$ Mm., die größten, und dann meist kurz- und dickstängligen erreichen mitunter eine Länge und Breite von 6—8 Mm. und eine Dicke von 4—6 Mm.

Die große Mehrzahl der Krystalle ist in Folge ihrer Verwachsung unter einander und mit der Unterlage nur an einem Ende ausgebildet, die Flächen, wenn auch eben, sind meist matt, oder doch so wenig glänzend, daß nur wenige Winkel mittelst des Mitscherlich'schen Reflexionsgoniometers einigermaßen sicher gemessen werden konnten. Alle übrigen Winkelwerthe sind durch Anwendung der graphischen Methode von Haidinger[1]) gefunden worden. Ein Fehler von 10—15 Minuten mag bei der Kleinheit und der Natur der Krystallflächen immerhin jedem nach letzterer Methode ermittelten Winkel anhaften, aber die Resultate reichen hin, die Krystallform des Hartits als dem triklinischen Systeme angehörig zu erkennen.

Die Figuren 1—9 auf Taf. I und II repräsentiren die bisher beobachteten Krystalltypen vom Hartit in fünf- bis vierzigfacher Naturgröße, Fig. 10 gibt das Bild eines Krystalls, woran sämmtliche beobachtete Flächen mit der ihnen im Systeme näherungsweise zukommenden Centraldistanz gezeichnet sind, und Fig. 11 ist die zugehörige horizontale Projection.

Übergehend auf die Angabe der gefundenen Winkelwerthe muß ich vorausschicken, daß der stänglige Habitus vieler Individuen mich zu der in den Abbildungen eingehaltenen Aufstellung bestimmte, in welcher auch die durch die Natur bestätigte Analogie mit Krystallformen des monoklinischen Systems ihren Ausdruck findet.

Am Krystall Fig. 10, beziehungsweise Fig. 11 ergibt sich, daß im Axenverhältniß $a : b : c$, $a < b < c$ ist, und durch Rechnung wurde gefunden:

Die Neigung von $c \wedge b = 74°$
„ „ „ $c \wedge a = 86$
„ „ „ $a \wedge b = 80\ 15'$.

[1]) Sitzungsberichte der k. Akad. d. Wissensch. 1854, Bd. 14, S. 3.

Die darin auftretenden Flächen sind:

$c = oP$;	mit dem Parameterverhältniß	$c : \infty a : \infty b$
$o = P'$;	„ „ „	$a : b : c$
$o' = ,P$;	„ „ „	$a : b : c$
$q = ,P'\infty$;	„ „ „	$b : c : \infty a$
$p = \infty 'P$;	„ „ „	$a : b : \infty c$
$p' = \infty \bar{P}'n$;	„ „ „	$a : nb : \infty c$
$a = \infty \bar{P}\infty$;	„ „ „	$a : \infty b : \infty c$
$b = \infty \breve{P}\infty$;	„ „ „	$b : \infty a : \infty c$

Die nach der graphischen Methode durch vielfache Repetition bestimmten Winkelwerthe ergeben sich im Mittel wie folgt:

Neigung der Fläche c zur Fläche	$a =$ 88°30′;	resp.	91°30′;
„ „ „ c „ „	$b =$ 74 30′;	„	105 30′;
„ „ „ a „ „	$b =$ 80 48′ (*);	„	99 12′ (*);
„ „ „ o „ „	$c =$ 140 45′;		
„ „ „ o „ „	$a =$ 103 —;		
„ „ „ o' „ „	$c =$ 137 30′;		
„ „ „ o' „ „	$a =$ 119 —;		
„ „ „ q „ „	$c =$ 144 —;		
„ „ „ q „ „	$b =$ 110 30′;		
„ „ „ p „ „	$a =$ 125 —;		
„ „ „ p' „ „	$a =$ 133 —;		

worunter nur jene beiden mit (*) bezeichneten Winkel mittelst des Mitscherlich'schen Reflexionsgoniometers bestimmt werden konnten.

Diese Winkel sind bereits von Haidinger an unvollkommenen Theilungsgestalten gemessen und etwa 80° und 100° betragend angegeben worden. Desgleichen fand Kenngott an durch Umkrystallisiren des Hartits von Rosenthal erhaltenen mikroskopischen rhomboidischen Blättchen die Winkel von $80\frac{1}{2}$ und $99\frac{1}{2}$ Graden, und an Blättchen von sechsseitigem Umriß, die auf demselben Wege zu Stande kamen, beobachtete er noch den ebenen Winkel von $117\frac{1}{2}$°, wozu ein zweiter Winkel von 143° in Beziehung gebracht wird. Diesen Letzteren ließe sich vielleicht die Neigung der entwickelten Polkante gegen oP und $\infty \breve{P}\infty$ (in Fig. 3—5) zur Seite stellen, welche durch die Winkel der Domenfläche q zu den Pinakoiden $q : c =$ 144° und $q : b =$ 110° 30′ in obigem Schema ausgedrückt ist.

Des Vergleiches mit den Winkelwerthen des Scheererit's, womit Kenngott die aus der Lösung erhaltenen Krystalle in Zusammenhang bringt, glaube ich enthoben zu sein, weil diese Substanz nach Kenngott im monoklinischen Systeme krystallisirt [1]).

Typisch entwickelt sich an allen Hartitkrystallen auffällig vorwaltend das Makropinakoid $\infty\bar{P}\infty$ *(a)*, nächst diesem das Brachypinakoid $\infty\breve{P}\infty$ *(b)*, und bedeutend kleiner das basische Pinakoid *oP (c)*; alle übrigen Flächen sind untergeordnet und erreichen nur bei den nicht selten eintretenden Verzerrungen größere Dimensionen.

Auffällig ist die aus den Zeichnungen nicht zu entnehmende hemimorphe Ausbildung der Prismenflächen ∞'P*(p)* und ∞*P'n (p')*. Häufig entwickelt sich in der Combination von jeder Prismenhälfte nur eine Fläche, und zwar erscheinen dann jene, welche sich unmittelbar mit den beiden vorhandenen Tetartopyramiden *P'(o)* und *,P(o')* schneiden, oder die entgegengesetzten; mitunter fehlt wieder bloß eine Fläche, und in seltenen Fällen kommt nur eine Prismenhälfte vor, oder es gelangen beide zur Ausbildung. Ähnlich verhält es sich mit den Tetartopyramiden. Nachdem meist nur ein Krystallende zur Ausbildung gelangte, so ist es ebenfalls eine Seltenheit, daß nur eine der Tertartopyramidenflächen (wie in Fig. 7 *P'*) zur Ausbildung gelangt, fast jedesmal erscheint auch die der zweiten *(,P)*.

Fig. 1 stellt die einfachste Form dar, ich möchte sie wegen ihres Vorwaltens in fast allen bisher beobachteten Gestalten die Stammform nennen. Sie besteht aus den drei Pinakoiden *oP*. $\infty\breve{P}\infty$, $\infty\bar{P}\infty$. Dazu treten in Fig. 2 die beiden Tetartopyramiden *P'* und *,P* mit kleinen nahezu sich das Gleichgewicht haltenden Flächen. In Fig. 3 ist die Combination eigentlich gleich der von Fig. 2, aber es kommt beim Vorwalten von *,P* gegen *P'* auch schon deren Polkante zur Entwicklung.

Das umgekehrte Verhältniß zwischen den beiden Tetartopyramidenflächen in solchen Combinationen ist gleichfalls beobachtet, aber nicht gezeichnet worden. In Fig. 4 tritt zur vorherigen Combination an die Stelle der stumpferen Verticalkante der Stammform mit

---

[1]) Sitzungsberichte der k. Akad. d. Wissensch. 1854, Bd. 14, S. 271.

schmalen Flächen das $\infty'P$, darin halten sich beide Pyramidenflächen wieder das Gleichgewicht und ihre Polkante ist deutlich entwickelt. Sind auch die schärferen Verticalkanten der Stammform durch kleine Flächen von $\infty P'n$ ersetzt, so ergibt sich Fig. 5, in welcher nebstbei das häufige Vorwalten von $,P$ gegen P' berücksichtiget ist. In Fig. 6 erscheint endlich nebst sämmtlichen bisher betrachteten Flächen der ebenfalls nicht selten auftretende Repräsentant einer weiteren Gestalt, nämlich das negative Hemidoma zur Brachydiagonale $,\breve{P}\infty$ (q), denn es schneidet die Polkante der vorhandenen Tetartopyramiden mit parallelen Combinations-Kanten ab. Dieses Hemidoma kommt hier als schmale Fläche vor, tritt aber bei bedeutenden Verzerrungen häufig größer auf. Auch in dieser Figur waltet $,P$ gegen P' bedeutend vor, und dadurch unterscheidet sich dieselbe insbesondere (außer der absoluten) Größe von der Fig. 10.

Die Vertreter vom lang- und dünnstängeligen, so wie vom tafel- und nadelförmigen Habitus zeigen an den zur Entwicklung gebrachten Polenden, so weit genauere Beobachtungen noch einigermaßen möglich sind, entweder denselben Abschluß, wie er an den vorherigen Figuren erörtert wurde, oder es treten Abweichungen davon ein, wie sie in den drei folgenden Figuren dargestellt sind.

Fig. 7 repräsentirt, was Reinheit in der Flächenausbildung anlangt, einen der vorzüglichsten, wenn auch kleinen Krystall aus der ganzen Suite. Die Kanten zwischen Makro- und Brachypinakoid sind in der Natur bis auf eine durch deutliche Prismenflächen ersetzt, und als Abgrenzung des Längsendes erscheint weiters keine andere Fläche als P'.

Die Figuren 8 und 9 charakterisiren typische Krümmungen in den Krystallflächen, wobei solche Störungen entweder in den Ebenen der Brachy- oder Makropinakoide eintreten. Die Krümmung einer Brachypinakoidfläche gegen das Polende zu, welches mit oP abgegrenzt ist, stellt Fig. 8 dar, wobei auch die Fläche des Prismas $\infty\breve{P}'n$ diese Krümmung einhält, während die zweite Brachypinakoidfläche vollständig eben blieb. Unsicher wäre die Behauptung, daß in der Krümmung des Brachypinakoids auch das Hemidoma enthalten sei, nachdem die Kante mit oP bei weitem noch nicht den erforderlichen Winkelwerth erreicht hat. Fig. 9 gibt endlich das Bild eines Krystalls, bei welchem die Krümmung beider Makropinakoidflächen so bedeutend wird, daß dadurch ein Haken mit einer verbogenen

Schneide entsteht; sämmtliche Längsendflächen verlieren sich in dieser Krümmung und auch die Brachypinakoidflächen, so wie jene des Prismas $\infty'P$ theilen sich unter successiver Abweichung von ihrer Ebene in den Haken aus.

Physikalische und chemische Eigenschaften.

Die reinen Krystalle sind farblos und durchsichtig, oder milchweiß und durchscheinend; Verunreinigungen durch bituminöse und kohlige Bestandtheile erzeugen Mißfärbungen in Grau, Gelb bis Braun, wornach auch die Durchsichtigkeit bedeutend abnimmt. Häufig sind in den Krystallen Blasenräume und eingeschlossene Kohlensplitter zu beobachten. Diese sind auch, abgesehen von der Verwachsung der Krystalle unter einander, die Ursachen von vielen Unvollständigkeiten in den Begrenzungsflächen, welche zudem auch durch Wärme gelitten haben mögen, der zu Folge die Kanten häufig abgerundet sind.

An möglichst unbeschädigten reinen Krystallen sind die Flächen unter einander wenig oder gar nicht verschieden, sämmtliche sind glatt und zeigen Glasglanz, nur scheinen die Längsendflächen unter den gewöhnlichen Licht- und Temperaturverhältnissen mehr zu leiden als die Prismenflächen, denn erstere werden eher matt als letztere. Überhaupt läßt sich in obigem Sinne eine beständige Abnahme des Glanzes und der Durchsichtigkeit constatiren, aber unter einem dunklen Exsiccator erhalten sich die Krystalle glänzend; ja sogar schon matt gewordene haben sich darin wieder gebessert. Risse und Sprünge durchziehen die Krystalle in verschiedenen Richtungen, welche aber selten die Lage der Blätterdurchgänge einhalten.

Leicht ist eine Theilbarkeit in der Richtung des Makropinakoides, schwieriger jene in der Richtung des Brachypinakoides zu erzeugen. In den meisten Fällen treten auf den Theilungsflächen, die intensiven Glasganz besitzen, Unterbrechungen durch einen ausgezeichneten muschligen Bruch auf, welcher dem Minerale eigen ist, und in seinen Abstufungen die nicht selten schon mit freiem Auge sichtbaren Irisfärbungen verursacht.

Betrachtet man dünne und kleine Spaltungsplättchen, erhalten aus der Theilung parallel zum Makropinakoid, im polarisirten Lichte (Nörrembergs Apparat), so zeigt sich bei gekreuzten Nicols biswei-

len, je nach der zufällig geneigten Lage der Blättchen, ein elliptisches Ringsystem, welches nur theilweise sichtbar ist, aber deutlich von einem beiderseits bündelartig auseinander fahrenden dunklen Strich durchschnitten wird, und dessen längere Axe mit der Diagonale aus den stumpferen Winkeln der Makropinakoidfläche übereinzustimmen scheint. Einzelne beinahe vollkommen ebenflächige Plättchen ließen den größeren Theil einer Lemniscate und bei Anwendung von Sonnenlicht sehr lebhafte Farbenringe bemerken. Doch gelang es nicht, die Orientirung solcher Plättchen gegen die Krystallflächen festzustellen. Versuche, Tafeln parallel zur Fläche *n*, oder entsprechend jener elliptischen Figur, gegen *a*, *b* und *c* geneigt zu schleifen, um hiedurch die Ebene, vielleicht auch den scheinbaren Winkel der optischen Axen zu bestimmen, führten zu keinem Resultate. Eine beim Schleifen erzeugte Molecularänderung scheint jede geordnete optische Erscheinung aufzuheben.

Durch Reiben mit Seide wird die Substanz stark negativ elektrisch. Wie schon Kenngott angibt, ist die Härte des Hartits um etwas höher als jene des Talkes, er zerbröckelt leicht, ist milde aber nicht biegsam, sieht im derben Zustande dem Parafin sehr ähnlich, fühlt sich fettig an, wird mit den Fingern gehalten bald schlüpferig und hat weder Geruch noch Geschmack. Sein specifisches Gewicht wurde nach mehrfachen Bestimmungen mit reinem Materiale bis zur Höhe von 1·051 ermittelt. Dabei ist zu bemerken, daß dem Minerale sehr gerne Luft anhaftet, was in seiner mit freiem Auge nicht sichtbaren Porosität begründet ist. Eine Pyknometerwägung auf dem gewöhnlichen Wege mittelst Auskochen der Substanz und des Wassers ist wegen des niedrigen Schmelzpunktes des Hartits nicht zulässig, und wenn Stücke nach mehrtägigem Liegen unter vorerst ausgekochtem Wasser auch scheinbar luftfrei sind, so zeigt sich, daß wenn dieselben unter den Recipienten einer Luftpumpe gebracht werden, doch noch viele Blasen entwickelt werden, und es gelingt erst nach wiederholten Operationen, Wasser und Mineral völlig luftfrei herzustellen. Zum Belege für die allmählige Zunahme des Gewichtes, respective der Entfernung der Luft, was nur successive möglich wird, gebe ich die folgenden Daten: Nach mehrstündigem Liegen des Hartits unter Wasser, scheinbar luftfrei, ergab sich 1·040, nach dem zwischen jeder weiteren Wägung wiederholten Auspumpen und mehrstündigem Belassen unter dem Recipienten stell-

ten sich die Gewichte auf 1·045, 1·048, 1·050 und schließlich 1·051.

Mein Collega, Herr Franz Ullik, hatte die Güte, den Hartit von Oberdorf zu analysiren und gibt darüber folgende Mittheilung:

„Dieser Hartit zeigt das gleiche Verhalten, wie es von Schrötter[1]) und Baumert[2]) von den Hartiten von Oberhart und Rosenthal angegeben wurde. Er wird weder von Salpetersäure noch von concentrirter Schwefelsäure angegriffen. Mit Bleihyperoxyd über seinen Schmelzpunkt erwärmt, tritt lebhafte Reaction unter Entwicklung flüchtiger Producte ein, wobei das Bleihyperoxyd unter Verglimmen sich gelb färbt. In kaltem Alkohol ist er fast gar nicht, in heißem in ziemlicher Menge löslich. Beim Erkalten krystallisirt fast die ganze gelöste Quantität wieder aus. In Äther ist er sehr leicht löslich; am leichtesten scheint er sich in Schwefelkohlenstoff zu lösen, da diese Flüssigkeit in der Kälte sehr rasch eine beträchtliche Menge aufnimmt ohne einen Rückstand zu hinterlassen. Als Schmelzpunkt wurde bei mehreren sorgfältigen Bestimmungen 74° C. gefunden, also übereinstimmend mit der Angabe Haidingers beim Hartit von Oberhart, während Baumert für den von Rosenthal 72° C. anführt.

Zu bemerken ist, daß der Hartit die Eigenschaft besitzt, bei viel niedrigerer Temperatur zu erstarren, als bei der er schmilzt; sein Erstarrungspunkt liegt nämlich bei 65° C. Beim Übergang aus dem starren in den flüssigem Zustand zeigt der Hartit eine bedeutende Ausdehnung, die sich durch ein starkes Zusammenziehen beim Erstarren des geschmolzenen sehr deutlich sichtbar macht, so wie auch dadurch erkennbar wird, daß der unter Wasser geschmolzene Hartit specifisch leichter als das warme Wasser wird und darauf als ölige Schichte schwimmt. Was den Siedepunkt des Hartits betrifft, so beginnt derselbe schon bei etwa 150° C. Dampfblasen zu entwickeln und geräth nach und nach in lebhaftes Sieden; dabei steigt das Thermometer fortwährend, und ist auch bei 340° C. noch nicht stationär geworden.

Die Analyse des Hartits von obgenanntem Fundorte gab folgende Resultate:

---

[1]) Poggendorf's Annalen, 59. Bd. Jahrg. 1843, S. 37.

[2]) Jahrbuch der k. k. geolog. Reichsanstalt 7. Jahrg. Nr. 1, S. 98.

I. 0·315 Grm. gaben 1·0098 Kohlensäure entsprechend 0·2754 Kohlenstoff und 0·3527 Wasser entsprechend 0·0392 Wasserstoff.

II. 0·1975 Grm. gaben 0·6327 Kohlensäure entsprechend 0·1725 Kohlenstoff und 0·225 Wasser entsprechend 0·025 Wasserstoff.

Die procentische Zusammensetzung:

	I.	II.	Mittel
Kohlenstoff .	87·43	87·34	87·38
Wasserstoff	12·44	12·65	12·54
	99·87	99·99	99·92

ist also dieselbe, wie sie Schrötter und Baumert für die Hartite der betreffenden Fundorte ermittelten und entspricht der von Schrötter aufgestellten Formel C_8H_5, welche 87·8 *C* und 12·2 *H* fordert. C_8H_5 ist der einfachste Ausdruck für die Zusammensetzung, wobei in Frage gestellt bleibt, ob das Molecul ein polymeres davon ist oder nicht. Zu erwähnen ist noch, daß durch partielles Lösen in siedendem Alkohol die gelösten und ungelösten Partien denselben Schmelzpunkt von 74 *C* zeigen, wornach es den Anschein hat, als ob der Hartit nicht ein Gemenge mehrerer polymerer Kohlenwasserstoffe wäre, was aber durch genauere Versuche entschieden werden müßte."

Vorkommen in der Kohle.

Weit häufiger als in deutlich ausgebildeten Krystallen findet man den Hartit als krystallinisch derbe Masse, theils, wie auch Kenngott schreibt, in unbestimmten eckigen Stücken, nahezu compact, oder mit schaliger bis blättriger Textur, theils in kleinen Trümmchen in der holzartigen Braunkohle eingewachsen oder als Anflug, aber niemals hatte ich Gelegenheit, sein Vorkommen in einer mehr taub und erdig werdenden Kohle zu beobachten, wie es vorerwähnter Autor laut eines Berichtes von Herrn Ritter v. Pittoni angibt. Im Gegentheil fand ich, daß das Mineral die Stirnrisse (mit dem Localnamen Krak) der reinen lignitischen Kohle theilweise oder ganz erfülle. Auf kürzere Strecken setzt sich die Hartitmasse auch in jenen Längssprüngen fort, welche mit den Quer- oder Stirnrissen des Lignites

im Zusammenhange stehen. Es ergibt sich hieraus, daß der Hartit entschieden erst nach der Ablagerung der immensen Holzmassen und wahrscheinlich nur zu der Zeit daraus entstanden sein kann, als die durch den Verkohlungsproceß entwickelte Wärme das Volumen verringerte, die Querrisse erzeugte und in ihrem höchsten Grade die Destillation der Kohlenwasserstoffe einleitete.

Dem entgegen sind die nebst dem Hartit in der Kohle vorkommenden jaulingitartigen Harze[1]) sichtlich Ausflüsse von lebenden Bäumen. Während der Umwandlung des Holzes in Kohle hatten sie häufig Gelegenheit zu größeren Massen zusammenzufließen und erscheinen deßhalb nesterweise in den Längsrichtungen des Lignits.

Die vorerwähnten Kraks haben gewöhnlich eine langgestreckte linsenförmige Gestalt, mit einer Mitteldicke von 1 bis 20 und einer Höhe von beiläufig 30 bis zu mehreren hundert Millimetern. Dem Charakter der Stirnbrüche eines Holzes entsprechend, sind deren Wände vielfach ausgezackt und splittrig, worauf der Hartit haftet und bei günstigen Umständen sich zu Krystallen entwickelt hat.

Bisher besitze ich deutlich ausgebildete Hartitkrystalle nur aus dem Lignite von Oberdorf, wo sie sich in der Mitte eines über 20 W. Klafter mächtigen Kohlenflötzes fanden, welches Eigenthum des Herrn Fabriksinhabers J. Scholz ist. Undeutlich ausgebildete Krystalle und individualisirte Körner traf ich unter den beschriebenen Verhältnissen auch in den meisten übrigen Gruben des gesammten Voitsberg-Köflach- und Lankowitzer Kohlengebietes. In manchen Bergbauten findet man mehr, in manchen weniger Hartit, und es sind jene Flötze damit gesegneter, in welchen der Holzcharakter noch deutlicher erhalten blieb. Damit stimmt das seltenere Vorkommen im Hochplateau von Lankowitz und in den Niederungen um Voitsberg, so wie das häufigere Auftreten in den zwischenliegenden Gebieten von Köflach, Oberdorf etc.

Am Schluße fühle ich mich verpflichtet, meinem Vorstande, dem Herrn Director und Professor Dr. S. Aichhorn, so wie dem Herrn Professor Dr. C. Peters für die freundlichen Rathschläge, womit sie meine Arbeit förderten, den wärmsten Dank auszudrücken.

---

[1]) Meine Notiz: Über ein Harz aus den Kohlenrevieren von Voitsberg, Köflach, Lankowitz und Piber; in d. Mittheilungen d. naturw. Vereines f. Steiermark Bd. II. Heft I. 1869.

Fig. 1.

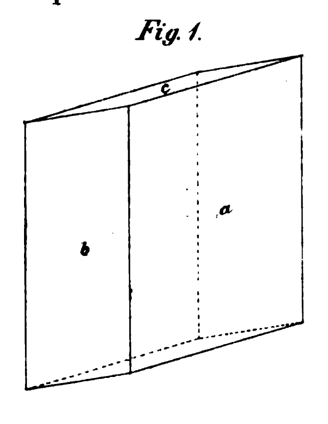


Fig. 2.

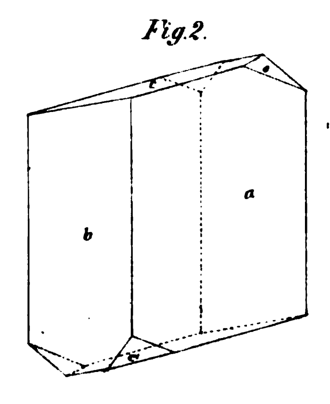


Fig. 3.

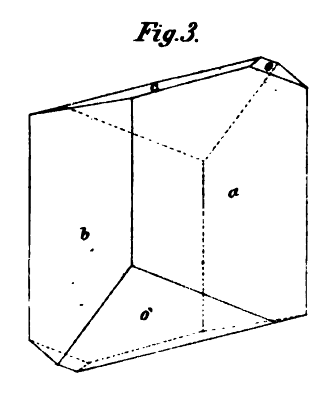


Fig. 4.

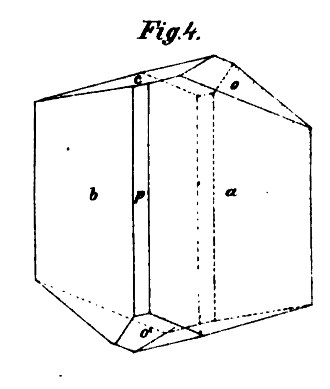


Fig. 5.

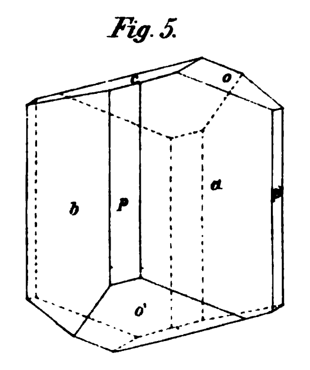
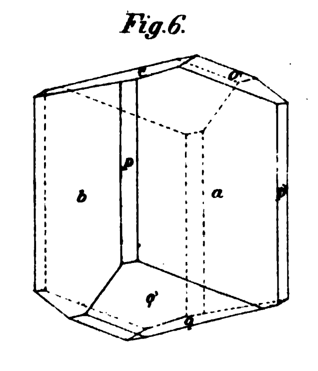
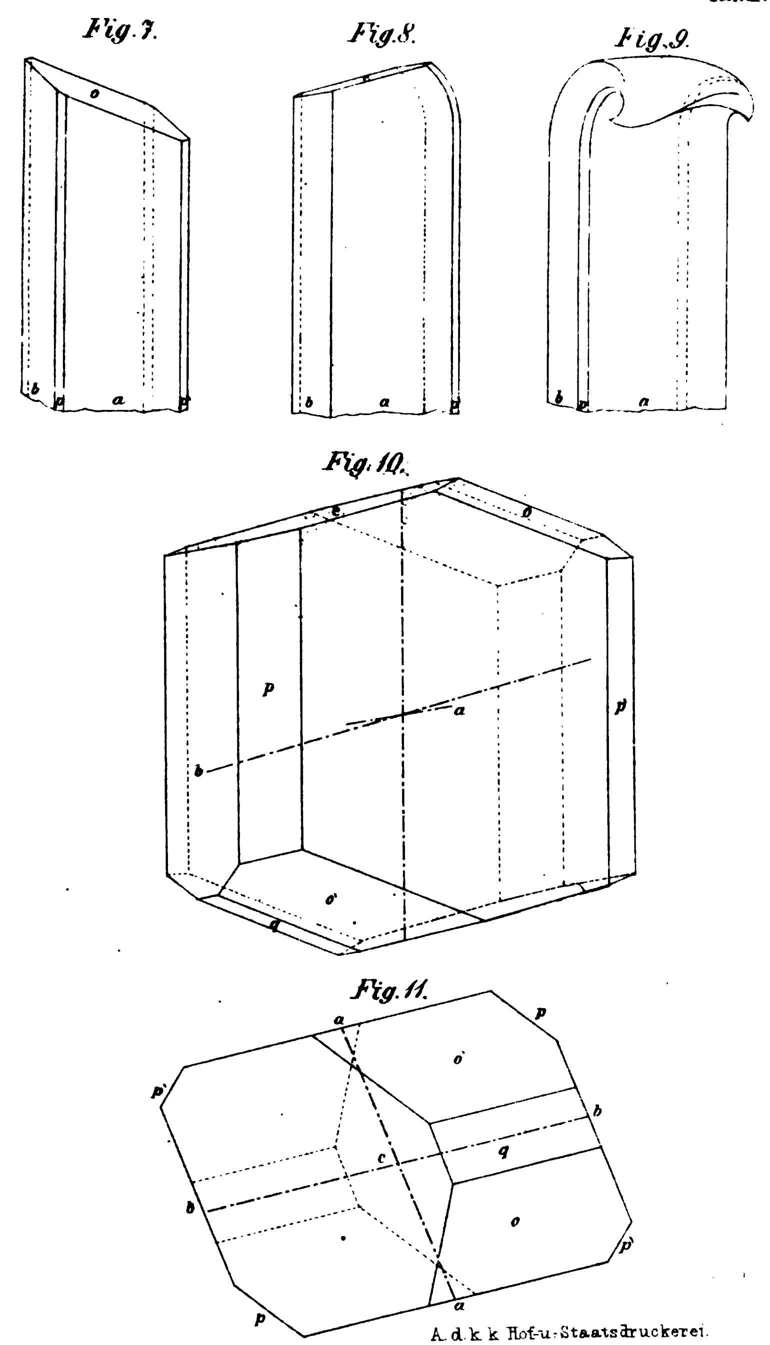


Fig. 6.



A. d. k. k. Hof-u. Staatsdruckerei.



A. d. k. k. Hof-u. Staatsdruckerei.

Beiträge zur Kenntniß vom feineren Bau der Kleinhirnrinde, mit besonderer Berücksichtigung der Entwicklung.

Von **Heinrich Obersteiner**, stud. med.

(Aus dem physiolog. Institute der k. k. Universität zu Wien.)

(Mit 1 Tafel.)

Wenn auch gerade in den letzten Jahren die Aufmerksamkeit vieler Forscher sich den Centralorganen des Nervensystems zugewendet hat, wenn auch durch eifrige Arbeiten sich unsere Kenntnisse auf diesem Gebiete sehr erweitert haben, so müssen wir uns doch, wenn wir offen sein wollen, das Geständniß ablegen, daß unser Wissen über den anatomischen Bau von Gehirn und Rückenmark noch lange nicht so weit gediehen ist als es zu wünschen wäre.

Ganz speciell dem Kleinhirne ist eine sehr vielfache Bearbeitung und Beurtheilung zu Theil geworden, ohne daß ein vollkommen befriedigendes Resultat erzielt worden wäre.

Ich will nun durch Darlegung der Ergebnisse meiner Untersuchungen über die Kleinhirnrinde von ihren frühesten Entwicklungsstufen an bis zu ihrer vollständigen Ausbildung mich bemühen, auch einen kleinen Beitrag zur Kenntniß dieses interessanten Baues zu liefern.

Als Objecte der Untersuchung dienten mir die Kleinhirne von Rindsembryonen und Kaninchenembryonen in allen Größen, von menschlichen Embryonen, 5 und 6 Monate alt, von Neugebornen und nun alle Altersstufen hinauf bis zu 50 Jahren. Noch ältere Individuen vermied ich, da große Wahrscheinlichkeit vorhanden ist, an den Centralorganen dieser die Zeichen der senilen Atrophie und damit unerwünschte Abweichungen vom Normalen anzutreffen.

Alle Objecte entnahm ich möglichst frisch der Leiche, die von Kindern kurze Zeit nach dem Tode, die von Erwachsenen, meist eines gewaltsamen Todes Gestorbenen, am Tage nach dem Tode.

Die frisch zu untersuchenden Präparate wurden entweder blos durch Zerzupfen mit Nadeln angefertigt oder, welche Methode besonders schöne Bilder liefert, vorher durch einstündiges Einlegen in eine starke Lösung von karminsaurem Ammoniak sehr intensiv gefärbt. Als Härtungsmittel bediente ich mich eines Gemisches von CrO_3 und $K_2Cr_2O_7$ in Wasser gelöst, mit vielem Erfolge auch einer Mischung von etwa einem Theil 5% CrO_3 Lösung in Wasser mit 3 Theilen 96% Alkohols. Dieses Gemisch eignet sich vortrefflich zum Härten der Centralorgane, Gehirn und Flüssigkeit werden dabei grün von gebildetem Cr_2O_3; ähnliches leistet abwechselndes Einlegen in Alkohol und CrO_3 Lösung.

Um größere Stücke in $K_2Cr_2O_7$ oder CrO_3 zu härten und dabei das Faulen im Innern zu vermeiden, ist ein geringer Zusatz von Kreosot, das in kleiner Menge vom Wasser aufgenommen wird, angezeigt.

Die durchaus mit Karmin gefärbten Schnitte wurden entweder in Alkohol entwässert und mit Terpentin oder besonders mit Nelkenöl aufgehellt, oder auch nur mit Zusatz von Glycerin untersucht. Goldfärbungen, wie Anilinfärbungen ergaben keine besonderen Resultate.

Das Kleinhirn besteht in den frühesten Perioden größtentheils aus einer von nur wenigen Windungen durchzogenen Masse von Körnern, die denen des Großhirnes, wie der grauen Substanz des Rückenmarkes in jenen Epochen vollkommen gleichen. — Erst um die Mitte des Embryonallebens differenzirt sich eine schmale der Oberfläche parallele, aber von ihr durch zahlreiche Körnerlagen getrennte Schichte, eine sich mit Karmin nicht färbende fein granulirte und radial gestreifte Masse, welche sich nach und nach gegen die Oberfläche ausbreitet, indem sie sich zwischen die außen liegenden Körner einschiebt, und sie so aus der äußersten in die mittlere Schichte hereindrängt.

Am Ende des sechsten Monates gelingt es mitunter an sehr feinen Schnitten an der inneren Grenze der moleculären Schichte helle Kerne zu unterscheiden, die den sie umlagernden granulirten tief imbibirten Körnern etwas an Größe überlegen sind; sie sind die ersten Zeichen der großen Purkinje'schen Zellen. — In dem Marke des Kleinhirnes, das sich gegen die, an Zahl und Tiefe zunehmen-

den Windungen hindrängt, sind auch bereits die Zellen des *Nucleus dentatus* in auffallend vorgeschrittener Entwicklung erkennbar.

Nachdem wir dem Kleinhirne des Fötus wenige Worte gewidmet haben, wollen wir eine genauere Beschreibung dieses Organes vom Neugebornen liefern, welches in diesem Stadium bereits eine große Reichhaltigkeit an Einzelheiten darbietet.

Heß [1]) machte zuerst auf eine äußere Körnerlage in der Kleinhirnrinde des Neugebornen aufmerksam, die dann von späteren Forschern wiederholt beschrieben wurde.

Besser [2]) versuchte die Deutung dieser äußeren Körnerlage, deren Elemente für ihn Gliagebilde sind, die sich zum größten Theil in Capillaren verwandeln, während nur die wenigsten von ihnen in die „Neuroglia" des Erwachsenen übergehen; die radiäre Streifung dieser Schichte soll nicht durch einen perpendiculären Zug der Zellenausläufer nach der Oberfläche des Organes hin hervorgerufen werden, sondern durch die üppig zwischen den Gliakernen auswachsenden Reisernetze bedingt sein. Purkinje'sche Zellen existiren, wie Besser meint, im Neugebornen nicht.

Wie weit diese Angaben richtig seien, wird sich aus dem folgenden ergeben.

Schon bei schwächster, etwa 25maliger Vergrößerung zeigt ein dünner Schnitt durch die Kleinhirnrinde des Neugebornen folgende 5 Lagen (Fig. I.):

Die sonst als einfach aufgefaßte äußere Körnerschichte zerfällt durch eine regelmäßige der Oberfläche parallele Spaltung in zwei ziemlich gleich breite Körnerlagen, diesen folgt die viel mächtigere moleculäre Schichte radiär gestreift, einzelne Körner enthaltend, hierauf ein dunkler imbibirter schmaler Streifen, in dem sich die großen hellen Kerne der Purkinje'sche Zellen unterscheiden lassen, und endlich die innere Körnerschichte, tief imbibirte Elemente enthaltend, die allmälig nach innen zu vom Marke verdrängt werden, das aber noch nicht weit gegen die Spitze des Gyrus nach vorne reicht.

---

[1]) Hess. De cerebelli gyrorum textura disquisitiones microscopicae, Dorpati 1858.

[2]) L. Besser. Zur Histologie der nervösen Elementartheile in den Centralorganen des neugebornen Menschen. Virchow's Archiv XXXVI. 4. Heft.



Es sollen nun die einzelnen Schichten bei starker Vergrößerung einer genaueren Beobachtung unterzogen werden (Fig. II).

1. Die äußerste Körnerschichte, die ich Basalschichte nennen will, von 0·016 Mm. Dicke, zeigt etwa 2—3 Lagen dicht gedrängter Zellen von 0·005 Mm. Durchmesser, deren Kern mit deutlichen Kernkörperchen sie fast vollständig ausfüllt.

Sie sind oft deutlich spindelförmig und senden einen oder zwei Fortsätze aus. Einen von diesen sieht man häufig genug sich gegen die nächstfolgende Schichte nach innen wenden, um in der moleculären dritten Schichte als scharf contourirter 0·002 Mm. dicker Faden weiter zu verlaufen. — Henle und Merkel [1]) lassen die innersten Strata der *Pia mater*, die von ihnen sogenannte Basalmembran, auf dieselbe Art entstehen, wie ich [2]) es von der Sehne beschrieben, nämlich durch Ausläufer von der Zelle selbst. Ferner beschreiben sie Fäden, die, von dieser Basalmembran ausgehend, sich in die äußeren Schichten der Kleinhirnrinde einsenken.

Ich glaube daher annehmen zu können, daß wir es in dieser äußersten Körnerlage mit den Bildungselementen der Basalmembran zu thun haben, und demnach nenne ich dieses Stratum Basalschichte.

2. Ihr folgt unmittelbar die zweite Körnerschichte, von ihr an gehörig dünnen Schnitten sehr deutlich durch einen hellen Rand getrennt, der sich durch Druck auf das Präparat leicht erweitert. — Die Elemente dieser 0·019 Mm. breiten Schichte stehen weniger dicht gedrängt, als die der Basalschichte und stellen schöne runde Kerne von 0·006 Mm. Durchmesser dar, die nur selten eine dünne Protoplasmaschichte mit einem Fortsatz erkennen lassen. Die oben erwähnten, bindegewebigen Fasern, die aus den Zellen der Basalschichte stammen, ziehen zwischen den Kernen dieser Schichte hindurch.

3. Diese Schichte, mit einer Mächtigkeit von 0·06 Mm. entspricht der grauen Rindenschichte des Erwachsenen, bei dem sie,

---

[1]) Henle u. Merkel. Über die sog. Bindesubstanz der Centralorgane des Nervensystemes. Zeitschrift für rat. Medicin von Henle und Pfeufer. 3. Reihe. XXXIV. Bd. 1. Heft 1868.

[2]) H. Obersteiner. Über Entwicklung und Wachsthum der Sehne. Sitzungsb. d. Wissensch. LVI. Bd. 1867.

nachdem die beiden äußeren Schichten theils in sie selbst, theils in die *Pia mater* aufgegangen sind, die äußersten Rindenpartien einnimmt.

Sie besteht aus einer ähnlichen fein granulirten, moleculären Substanz, wie die Neuroglia des Erwachsenen, auf die ich im Späteren noch zurückkomme, und hat bereits einzelne Körner aus der zweiten Körnerschichte in sich aufgenommen. Auch hier zeigen sich manche der Körner als Zellen mit gewöhnlich einem Fortsatze, andere können nur als Kerne erkannt werden.

Außerdem zeigt sich hier eine schon oft erwähnte radiäre Streifung, aus dreifacher Ursache hervorgehend; einmal sind es die feinen bindegewebigen Fäden der Basalschichte, die sie verursachen, ferner die von der *Pia mater* kommenden Gefäße und die den alsbald zu besprechenden großen Purkinje'schen Zellen angehörigen Fortsätze, die während eines großen Theiles ihres Verlaufes ebenfalls eine auf die Grenzen der Schichten senkrechte Richtung einschlagen. — Dadurch erscheint diese Schichte in lauter ziemlich gleichmäßig 0·01 Mm. breite Abtheilungen zerspalten.

4. Während in der dritten Schichte sich eine radiäre Streifung bemerkbar machte, charakterisirt sich diese 0·02 Mm. breite Schichte durch eine zur Oberfläche vorwiegend parallele, eine tangentielle, Streifung, hervorgerufen durch den queren Verlauf ziemlich ansehnlicher Gefäße und feiner Fasern und durch quergestellte spindelförmige Zellen. Diese letzteren 0·01 Mm. lang, bilden auch in fast continuirlicher Reihe die Marke zwischen radiär gestreifter und tangentieller Schichte.

Ein Theil der von ihnen abgehenden Fortsätze zieht querverlaufend weiter, ein anderer biegt rechtwinklig gegen die frühere, radiäre Schichte ab; letztere Art der Fasern findet sich besonders an den erwähnten Grenzzellen; — und da diese Fäden denen, die aus der Basalschichte stammen, in allem gleichen, halte ich sie auch für Bindegewebsfasern, die meisten der spindelförmigen Zellen dieser Schichte für Bindegewebszellen. — Ich glaube sogar sehen zu können, daß sowohl die aus der Basalschichte, wie die aus der tangentiellen Schichte abtretenden, ungetheilten Fasern sich verbinden, so daß wir zwei zusammenhängende Bindegewebszellen in verschiedenen Lagen vor uns hätten.

Am auffallendsten ist aber diese Schichte gekennzeichnet durch einzelne in sie eingestreute Elemente, die sich in durchaus einfacher Lage etwa in Zwischenräumen von 0·03—0·06 Mm. vorfinden.

Daß nicht bei allen Neugebornen die Kleinhirnrinde gleichweit in der Entwicklung vorgeschritten sei, offenbart sich am deutlichsten an diesen Zellen. — Ist der Entwicklungsgrad ein geringerer, so finden wir Zellen (Fig. III) von 0·01 Mm. in der Breite mit zwei entgegengesetzten Fortsätzen, die beide mit einem breiten, sich schnell verjüngenden Halse aufsitzen. Der nach innen gerichtete Fortsatz bleibt, so weit er zu verfolgen ist, ungetheilt, der nach außen strebende, in die radiäre Schichte eingepflanzte zeigt bereits eine Theilung in zwei oder mehrere Äste.

Diese Endäste verlieren bald den scharfen Contour, lassen sich nur mehr schwach erkennen und verschwinden endlich ganz in der moleculären Grundmasse der radiären Schichte, ohne daß sich über ihren weiteren Verlauf und ihre Endigungsweise bestimmte Aussagen geben ließen.

Der Kern dieser Zellen mißt über 0·009 Mm. im Durchmesser, ist vollkommen rund, und füllt demnach die Zelle fast gänzlich aus. Er besitzt ein central gelegenes Kernkörperchen und außerdem noch eine Anzahl von Pünktchen, welche in radiären Reihen gegen jenes hin angeordnet, bei mittleren Vergrößerungen das Bild eines Kernkörperchen-Fortsatzes vortäuschen können. Erst die stärkeren Vergrößerungen lösen sie in Reihen von Pünktchen auf. Auch in diesem Falle haben sich also vermeintliche Kernkörperchenfäden als Trugbilder herausgestellt, und ich gestehe noch nie einen solchen mit voller Bestimmtheit gesehen zu haben.

Eben so häufig findet sich aber am Neugebornen ein entwickelteres Stadium dieser Zellen vor (Fig. II). Alsdann füllt der Kern, der übrigens dem vorher beschriebenen vollkommen gleicht, nicht mehr den Zellraum so vollständig aus, da die Zelle selbst an Körper gewonnen hat und nun einen Durchmesser von 0·016 Mm. besitzt. Zugleich hat sich die Basis, mit der der periphere Fortsatz aufsitzt, verbreitert, seine Theilungen sind zahlreicher geworden und lassen sich in vorwiegend radiärer Richtung weiter gegen die Oberfläche verfolgen, haben dadurch Theil an der Erzeugung der radiären Streifung in der dritten Schichte, ohne daß aber ihre Endigungs-

weise befriedigend zu erkennen wäre. — Die erste Theilungsstelle ist dabei mitunter so nahe an die Zelle getreten, daß man es füglich mit zwei Fortsätzen zu thun hat (Fig. II).

Durch das Wachsen des peripheren Fortsatzes und der ganzen Zelle, während der centrale nicht zunimmt, erreicht ersterer nach und nach ein bedeutendes Übergewicht über letzteren, welcher dann auch leicht übersehen wird.

Übrigens finden sich in der nämlichen Schichte, neben diesen großen Zellen nicht gar selten ähnliche kleinere Zellen, vielleicht von geringerem Entwicklungsgrade (Fig. II). Die in einfacher discontinuirlicher Reihe angeordneten Zellen sind nichts anderes, als die Purkinje'schen Zellen.

5. Da die Marksubstanz in den Windungen nicht weit vordringt, kaum bis zu einem Drittheile ihrer Höhe, so bildet diese innerste, die persistirende Körnerschichte fast allein den Kern des *Gyrus* (Fig. I); an den schmalsten Stellen, das sind die Furchen zwischen zwei Windungen, ist sie noch etwa 0·1 Mm. breit. Sie geht nur allmählig in das Mark über, indem sich zwischen ihre Elemente nach und nach die des Markes einschieben. Diese Schichte gleicht in den meisten Stücken der zweiten Körnerschichte, mit welcher sie ja früher Eins war und nur durch das Auftreten des hellen Saumes, der sich dann zur radiären Schichte organisirte, und durch die quergestreifte Schichte von ihr getrennt wurde. Zwischen den Körnern dieser Schichte ist aber schon ein Netzwerk feinster Fasern ausgespannt, das seinen Ursprung größtentheils aus der Marksubstanz nimmt.

Der *Nucleus dentatus*, auf dessen feinere Organisation ich hier nicht eingehen will, ist zu dieser Zeit bereits vollständig entwickelt; schöne Zellen, 0·016 Mm. im Durchmesser haltend, mit deutlichen Kernen und Kernkörperchen constituiren ihn: 2—5 Fortsätze gehen von der Zelle ab.

Auch Zellen mit 2 länglichen Kernen finden sich im *Nucleus dentatus* häufig.

Überblicken wir nun noch einmal kurz die fünf Rindenschichten, die sich am Neugebornen vorfinden, in Ansehung ihres ferneren Schicksales im extrauterinen Leben, so tritt uns die Basalschichte als Grundlage der späteren Basalmembran entgegen, die eben sowohl ein integrirender Bestandtheil der *Pia mater*, als,

und das wohl mit mehr Recht, der Kleinhirnrinde genannt werden kann. Die zweite Körnerschichte geht nach und nach in die radiäre, in die graue Schichte auf, so daß schon zwischen dem ersten und zweiten Lebensjahre, mitunter auch noch früher, keine äußere Körnerlage mehr zu erkennen ist; die radiäre Schichte gewinnt als rein graue oder Zellenschichte immer mehr an Ausdehnung und faßt endlich, indem sie auch nach einwärts vordrängt, auch die Purkinje'schen Zellen in sich. Hingegen büßt die tangentielle Schichte fast ihre volle Selbstständigkeit ein, indem ihre Bindegewebszellen mit dem Wachsen der Fortsätze an Succulenz verlieren, und andererseits die graue Zellenschichte, wie die persistirende Körnerschichte durch ihr Wachsen die tangentielle Schichte verdrängen. Endlich bleiben von ihr fast nur mehr die großen Zellen bemerkbar, welche selbst an Umfang zunehmen, während ihre Fortsätze eine stets weiter zu verfolgende feine Theilung zeigen.

Am constantesten verhält sich die fünfte, die persistirende Körnerschichte, in welche sich die Markleiste näher gegen die Spitze des *Gyrus* zu vorschiebt.

Wir kommen nun dazu, noch einige Worte über die Kleinhirnrinde zu sprechen, wie sie sich nach den ersten Lebensjahren, mit ziemlich unverändertem Baue, bis zum höheren Alter hinauf darstellt.

Als äußerste Begrenzung der Kleinhirnrinde fällt die 0·012 Mm. dicke Basalmembran auf, die Bergmann [1]) zuerst beschrieb, zwischen welcher und der rein grauen Schichte sich nach den Untersuchungen von Henle und Merkel [2]) Lymphräume finden.

Diese Membran erscheint am Querschnitte hell, von nur wenigen Kernen durchsetzt und sendet gegen die unterliegende Schichte die schon oft erwähnten Fäden ab, die mit breitem Ansatze beginnend, beim Erwachsenen schwer weit zu verfolgen sind. F. E. Schulze [3]) beschreibt dieselben ausführlicher, besonders bei niederen Wirbelthieren, und kann sie ziemlich weit in die rein graue Schichte verfolgen.

---

1) Henle u. Merkel l. c.

2) Bergmann. Notiz über eine Structurv. des Cerebellums u. Rückenmarkes. Zeitschr. für rat. Medicin. Neue Folge VIII.

3) F. E. Schulze. Über den feineren Bau der Rinde des kleinen Gehirnes. Rostock 1863.

Unter der Basalmembran folgt, nur durch die eben besprochenen Lymphräume getrennt, die rein graue Schichte Kölliker's, die Zellenschichte Gerlachs's, vor allem gebildet durch eine feinkörnige mit Karmin sich nicht färbende Grundmasse, über deren Charakter noch lange keine Entscheidung erlangt ist. — Stilling[1]) will in ihr ein verfilztes dichtes Netzwerk feinster Fasern, die sich vielfach verästeln, erkennen. Selbst die Frage, ob diese Substanz — die der Neuroglia des Großhirnes in allem gleicht — nervöser oder bindegewebiger Natur sei, ist noch offen. — Rud. Arndt[2]) hat sich noch vor Kurzem für die erste Ansicht entschieden, während Meynert[3]), sicher mit mehr Grund, die bindegewebige Constitution der Neuroglia festhält, und seine Ansicht auf vergleichend anatomische Beobachtungen stützt.

Die Neuroglia dieser Schichte ist mit runden und länglichen Kernen von 0·007 Mm. Durchmesser durchsäet. Letztere lassen kaum eine Zelle um sich erkennen, und gehören wahrscheinlich dem Bindegewebe an.

Die runden Kerne hingegen umgibt ein heller, ebenfalls runder oder auch eckig ausgezogener Saum. — Es sind dies Nervenzellen mit Fortsätzen, die mit den Endästen der Purkinje'schen Zellen sich verbinden. (Fig. VI). — Stilling[4]) will auch noch um jene Zellen eine durchsichtige Hülle erkennen, die ich niemals auffinden konnte.

In dem centralsten Theile dieser Schichte liegen die großen Purkinje'schen Zellen, oft zum Theile auch in die nächstfolgende, rostbraune Schichte eingebettet.

Wie wir schon oben gesehen haben, ist nun zwar die tangentielle Schichte für diese Zellen kaum mehr vorhanden, allein man hat doch Recht, die Schichte, in der die Purkinje'schen Zellen liegen, als ein besonderes Stratum zu unterscheiden, wobei dann ein Theil der granulirten Grundsubstanz mit einzubeziehen ist. Kölliker[5]) trennt das innere Drittheil der grauen Schichte, in welcher

---

[1]) Stilling. Untersuchungen über den Bau des Kleinhirnes des Menschen. I. 1865.

[2]) Rud. Arndt. Studien über die Architektonik der Großhirnrinde des Menschen, II. Archiv für mikrosk. Anatomie von M. Schulze. IV. Bd. 4. Heft.

[3]) Th. Meynert. Der Bau der Großhirnrinde u. s. w. — Vierteljahresschrift für Psychiatrie II. Jahrg. 1. Heft 1868.

[4]) Stilling l. c.

[5]) Kölliker. Handbuch der Gewebelehre. 3. Auflage. S. 297.

sich zahlreiche Nervenfasern vorfinden, die, von der rostbraunen Schichte herüberkommend, sich mit den kleinen Zellen dieser Schichte verbinden, als eigenes Stratum ab. Ich halte eine Trennung in dieser Art für ungerechtfertigt, da, wenn sich diese Nervenfasern, was wahrscheinlich ist, mit den erwähnten Zellen wirklich verbinden, anzunehmen ist, daß auch die weiter nach außen gelegenen Zellen bedacht werden, so daß die Nervenfasern bis ganz nahe an die Oberfläche dringen müssen.

Es sollen nun noch die Purkinje'schen Zellen, die kaum an einer anderen Stelle des Nervensystems ihr Analogon finden dürften, einer eingehenden Betrachtung unterzogen werden.

Um sich über die Form der Zellen und die Art, in welcher sich die Fortsätze verästeln, ein richtiges Bild zu verschaffen, ist es von größtem Belange, die Schnittebene genau zu bestimmen. Es sei der Schnitt in einer Ebene gelegt, die sowohl auf der Oberfläche der Windung, wie auf deren Verlaufsrichtung vollkommen senkrecht steht.

In Zwischenräumen von 0·04—0·12 Mm. vollkommen in einer Reihe gelegen, bieten diese Zellen dann eine runde oder länglichrunde Form dar. Der quere Durchmesser der Zelle beträgt meist 0·03 Mm., der des Kernes 0.012 Mm., in letzterem ist ein deutliches Kernkörperchen, 0·004 Mm. groß sammt seinem Nucleolus zu erkennen. — Aus der centralen Seite der Zelle tritt, meist schiefgerichtet, mit verbreiteter Basis der schwache kaum 0·002 Mm. dicke Fortsatz aus, der sich in dem Faserngewirre und unter den dichtgedrängten Körnern der rostbraunen Schichte verliert. Schon Gerlach[1]) sah diese feinen Fasern sich vielfach theilen und mit den eben genannten Körnern in Verbindung treten, um schließlich in die Markfasern überzugehen. In neuester Zeit sah Koschennikoff[2]) den centralen Fortsatz im Kleinhirne des Kalbes, direct, ohne Theilung in eine markhaltige Nervenfaser übergehen.

Mitunter gehen auch zwei centrale Fortsätze von der Zelle ab; drei oder noch mehr, wie auch angegeben wird, konnte ich nie bemerken.

---

[1]) Gerlach. Beiträge zur Structurlehre der Windungen des Kleinhirnes. Mikroskopische Studien 1858.

[2]) Al. Koschennikoff. Axencylinderfortsatz der Nervenzellen im Kleinhirn des Kalbes. M. Schulze. Arch. V. Bd. 3. Heft 1869.

Ein viel dankbareres Untersuchungobject bilden die peripheren Fortsätze, die bedeutend mächtiger bis an die Oberfläche zu verfolgen sind und deren Verlauf ich etwas eingehender betrachten will, da ich mit der Beschreibung und der Abbildung, die F. E. Schulze[1]) von diesen gibt, nicht ganz einverstanden sein kann. Die Art ihres Abganges von der Zelle und ihre ersten Verästelungen hängen sehr von der Lage der Zellen ab.

Betrachten wir eine Zelle vom Seitenrand des *Gyrus* (Fig. IV), so treten gemeinhin alle Fortsätze vereinigt von der Zelle ab, als ein 0·01 Mm. dicker Hauptstamm, der sich etwa 0·02 Mm. von der Zelle entfernt in zwei Hauptäste theilt, diese treten in fast entgegengesetzter Richtung quer auseinander, um so der Schichtengrenze parallel oft 0·15 Mm. weit zu verlaufen; hiebei schicken sie zahlreiche Seitenäste, fast alle gegen die Oberfläche unter rechten Winkeln ab. Jede Theilungsstelle ist durch eine geringe dreieckige Anschwellung charakterisirt.

Nur selten geht neben diesem Hauptstamme noch ein kleinerer Stamm direct von der Zelle ab.

Nähert sich der Seitenrand der tiefsten Stelle einer Furche, so erscheinen die Zellen von beiden peripheren Fortsätzen gleichsam quergezogen, diese selbst entspringen nicht nur nicht mit einem Hauptstamm, sondern aus zwei ganz entgegengesetzten seitlichen Stellen der Zelle und ziehen gleich parallel zur Oberfläche weiter (Fig. V).

Die großen Zellen, die mehr gegen die Spitze eines *Gyrus* zu liegen kommen, besitzen Fortsätze, die gewöhnlich wieder gegen die Oberfläche hinstreben. — Daß keine Anastomosen, wie sie Walther[2]) beschreibt, weder an den Hauptstämmen, noch an den Seitenästen dieser Fortsätze zu sehen sind, kann ich mit Gerlach, Heß, Kölliker, F. E. Schulze mit Sicherheit behaupten.

Die weiteren Theilungen der Seitenäste sind überaus zahlreich und die aus ihnen hervorgehenden feinsten Ästchen treten mit den kleinen Zellen der grauen Schichte in Verbindung, und zwar indem die letzten Ausläufer direct bis zur Zelle vordringen, oder auch in-

---

[1]) F. E. Schulze l. c.

[2]) Walther. Über den feineren Bau des *Bulbus olfactorius*. Virchow's Archiv XXII. 1861.



dem diese mit einem kurzen Stiele rechtwinkelig auf einem Seitenaste aufsitzt (Fig. VI).

So wären denn diese kleinen Zellen auf doppelte Art mit dem Marke verbunden, einerseits durch die schon oben erwähnten feinen Nervenfasern aus der rostbraunen Schichte, andererseits aber mit den Endausläufern der großen einreihigen Zellen und indirect durch diese mit dem Marke.

Stilling[1]) läßt außer den bisher abgehandelten Fortsätzen noch eine große Anzahl feiner und feinster Fasern aus der Zelle nach den verschiedenen Richtungen hin ausstrahlen. Ich kann diese Fasern wohl sehen (Fig. VII *a*), nicht aber ihren Zusammenhang mit der großen Zelle, ich halte sie vielmehr für die am Neugebornen viel deutlicher erkennbaren Binde- oder Stützgewebfasern, welche nun mit den spindelförmigen Bindegewebskörperchen (Fig. VII *b*) ein die Zelle umgebendes, sie lose einhüllendes Netz bilden.

Führen wir einen ähnlichen Schnitt wie den eben betrachteten, nur etwas von der Senkrechten abweichend, so ziehen sich die großen Zellen in die Länge und erhalten die Flaschenform, die Birnform.

Ganz eigenthümlich gestalten sich aber die Ergebnisse, wenn wir eine Schnittebene wählen, die zwar senkrecht zur Oberfläche des Kleinhirnes steht, aber die Längsrichtung eines Wulstes in sich faßt.

Es stünde zu erwarten, daß dann die Bilder bezüglich der großen einreihigen Zellen dieselben blieben. — Allein es zeigt sich (Fig. VIII), daß zwar die runde Form des Zellkörpers erhalten, allein statt der reichen Verästelung der Fortsätze erscheint nur ein einziger perpendiculär aufsteigender Hauptstamm, der verhältnißmäßig wenige Seitenäste aussendet. — Es muß daher die ganze Summe all der vielfach getheilten Äste und Ästchen in einer anderen Ebene liegen, und das ist die auf der Längsrichtung der Wulste senkrechte; in dieser einen Ebene breiten sich dann auch die Fortsätze wie ein Fächer aus, bloß in zwei Dimensionen, nicht wie ein Baum nach allen dreien gleichmäßig. Zum Beweis hiefür kann auch die Beobachtung dienen, daß wenn man ein Stück der Kleinhirnrinde, frisch gefärbt, weder schneidet noch zupft, sondern nur durch

1) Stilling l. c.

leichten Druck auf das Deckglas ausbreitet, nie eine größere Anzahl von Fortsätzen erscheint als bei einem richtig geführten Schnitte.

Endlich muß noch der höchst prägnanten Streifung Erwähnung gethan werden, die sich sowohl an den großen einreihigen Zellen, wie an deren Fortsätzen kund gibt, und die am allerdeutlichsten am Ausgangspunkte der peripheren Fortsätze erscheint (Fig. VII).

In der Zelle bilden diese Streifen um den Kern gelegte Schlingen, welche nach außen zu offen sind; diese Streifen lassen sich nach der Peripherie hin verfolgen im Bereiche der großen Fortsätze und deren Äste, während ein Übergang in den centralen Fortsatz kaum nachweisbar ist.

Eine Anzahl der Streifen läßt sich aber keineswegs bis zur Zelle verfolgen, sondern in einem Seitenaste central verlaufend, gehen sie direct in einen anderen, in diesem peripher weiter verfolgbar, über (Fig. VII*).

Untersucht man die Stelle genau, an welcher ein Fortsatz abbrach, so ist die Bruchlinie keine gerade; sie stellt vielmehr eine gebrochene, gezackte Linie dar. — Trotzdem ist das Bild kein solches, daß man mit Bestimmtheit die Streifen für den Ausdruck von, die Fortsätze zusammensetzenden, Fibrillen halten könnte.

Würde man auf diesen Fall Max Schulze's [1]) Lehre von der Faserung der Zellen und Fasern des Nervensystems annehmen, so würden die früher besprochenen Streifen, welche die Zelle nicht erreichen, bloße Commissuren-Fasern darstellen, von einer der kleineren Zellen zur anderen, da Fasern ohne Centrum dem Schulze'schen Schema fremd sind.

Wir kommen nun zur innersten Rindenschichte der rostbraunen Schichte Kölliker's, der Körnerschichte Gerlach's. Sie stellt ein Netzwerk feiner Fasern dar, in welches Zellen und Körner eingetragen sind.

Diese Schichte ist die einzige, welche in ihrer Breite äußerst variabel ist; während sie auf der Höhe einer Windung eine Breite von 0·6 Mm. erreichen kann, schmilzt sie in der Gegend der Furchen bis auf 0·1 Mm. zusammen.

---

[1]) M. Schulze. Allgemeines über die Structurelemente des Nervensystems. — Stricker's Handbuch der Lehre von den Geweben 1868.

Es ist nur auffallend, daß Kölliker[1]) das umgekehrte Verhältniß angibt. — Die Körner dieser Schichte sind zweifacher Art, theils fein granulirte Kerne, welche ich nie in Verbindung mit den vielfach verästelten und getheilten Fasern, die die Schichte durchziehen, gesehen habe, theils helle Zellen mit deutlichem Kerne (Fig. IX); diese letzteren allein scheinen den Fasern Ursprung zu geben und sie aufzunehmen. Bei schwacher Vergrößerung schienen die beiden ungetheilt aus der Zelle (Fig. IX) entstehenden Fasern sich mit zweien der granulirten Kerne zu verbinden; eine genauere Untersuchung ergab aber eine bloße Juxtaposition.

Die erwähnten Elemente der rostfarbenen Schichte finden sich noch weit ins Mark hinein zerstreut, gewöhnlich zu Reihen von 3—5 neben einander gelagert.

Bezüglich der Gefäßverhältnisse im Kleinhirne, welche von Oegg[2]) zuerst genauer gewürdigt worden waren, und von denen Gerlach[3]) eine gute Abbildung liefert, will ich nur noch auf den Umstand aufmerksam machen, daß eine ziemliche Anzahl größerer Äste an der Grenze zwischen grauer und rostfarbener Schichte (beim Neugebornen in der quergestreiften) verlauft, und sich hiebei vor Allem den großen Ganglienzellen zuwendet.

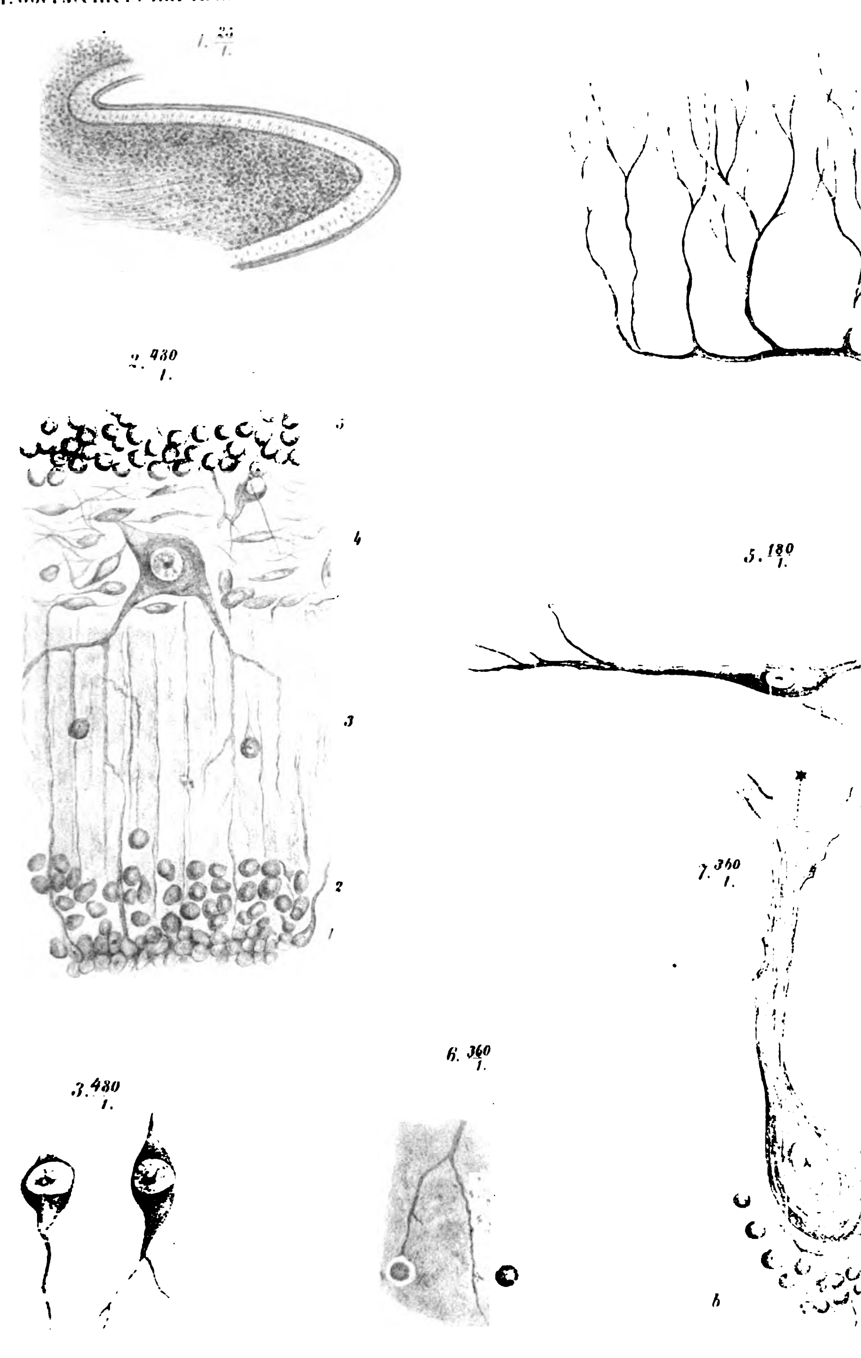
---

[1]) Kölliker l. c.

[2]) Oegg, Untersuchungen über die Anordnung und Vertheilung der Gefäße der Windungen des kleinen Gehirnes. 1857.

[3]) Gerlach l. c.

H. Obersteiner. Zur Kenntniſs vom feineren Bau der Kleinhirnrinde.



Erklärung der Abbildungen.

I. Senkrechter Schnitt durch einen Gyrus vom Kleinhirne des Neugebornen, die 5 Schichten zeigend, bei schwacher Vergrößerung (25mal).

II. Ein Theil desselben Schnittes, 480mal vergrößert. 1. Basalschichte, 2. zweite Körnerschichte, 3. radiär gestreifte Schichte, 4. tangentielle Schichte, eine große Zelle und eine kleinere näher der nächsten Schichte zeigend, 5. persistirende Körnerschichte.

III. Zwei Purkinje'sche Zellen minderer Entwicklung aus dem Kleinhirne des Neugebornen, dieselbe Vergrößerung.

IV. Eine Purkinje'sche Zelle des Erwachsenen, vom Seitenrande des Gyrus mit allen Verästelungen. 180mal vergr.

V. Eine solche näher der tiefsten Einbuchtung, mit den Hauptästen. Dieselbe Vergrößerung.

VI. Doppelte Art der Verbindung der kleinen Ganglienzellen in der grauen Schichte, mit den Endausläufern der peripheren Fortsätze der großen Zellen. 360mal.

VII. Eine solche Purkinje'sche Zelle mit dem Hauptstamme und den beiden Hauptästen, um die Streifung zu zeigen; bei * die nicht zur Zelle gelangenden Streifen; bei *a* feinste Fasern, die die Zelle umspinnen, *b*. Bindegewebszelle. Vergr. dieselbe.

VIII. Zwei Purkinje'sche Zellen des Erwachsenen, aus einem zur Längsrichtung des Wulstes parallelen Schnitte, nur unbedeutende Verzweigung zeigend. Vergr. 180.

IX. Drei Kerne und eine Zelle aus der rostbraunen Schichte des Erwachsenen; sich theilende Fasern. Vergr. 450.

Zur Naturgeschichte des Tyrosins.

Von Dr. **Wilh. Gintl,**

Docenten für Chemie an der k. k. Universität zu Prag.

Das Verhalten des Tyrosins ist, zumal seit es durch den Nachweis seines Vorkommens im thierischen Organismus nicht lediglich als Spaltungsproduct interessirt, sondern auch eine physiologische und vielleicht hystogenetische Bedeutung gewonnen hat, durch viele zum Theile sehr umfassende Untersuchungen, wie die C. Wicke's, Strecker's, sowie insonderheit Staedeler's u. A. m. ziemlich vollständig erforscht, und insbesondere ist durch die musterhafte Arbeit Staedeler's über eine ziemliche Anzahl von diesen Körper charakterisirenden Verbindungen Kenntniß verbreitet worden. Deßungeachtet bestand immerhin noch eine merkliche Lücke in unserem Wissen über diesen Körper, da es trotz der genannten, theilweise erschöpfenden Untersuchungen doch unentschieden geblieben war, ob das Tyrosin ein Platindoppelsalz zu liefern vermöge oder nicht — eine Frage, deren Beantwortung auch in Bezug auf die Beurtheilung seines basischen Charakters nicht ganz werthlos gewesen wäre. Die Thatsache, daß das dem Tyrosin ohne Zweifel homologe Ratanhin, wie ich anläßlich einer umfassenderen Untersuchung desselben, über deren Resultate ich demnächst ausführlicher berichten werde, nachzuweisen Gelegenheit hatte, ein Platindoppelsalz liefert, ließ es mir wahrscheinlich werden, daß auch vom Tyrosin ein ähnliches Doppelsalz existire, und ich unternahm es, ungeachtet der Angabe C. Wicke's [1]), daß abgesehen davon, als selbst eine alkoholische Lösung des chlorwasserstoffsauren Tyrosins sogar auf Zusatz von Äther keinen Niederschlag mit Platinchlorid liefert, auch beim Abdampfen einer Mischung von chlorwasserstoffsauren Tyrosin- mit einer Platinchloridlösung über Schwefelsäure kein Platindoppelsalz

---

1) Siehe Annal. der Chem. u. Pharm. Bd. 101, p. 316.

entstehe, indem der resultirende Syrup selbst nach wochenlangem Stehen keine Krystalle absetze, und ungeachtet der Mittheilung Staedeler's [1]), welcher beim Verdunsten einer Mischung von chlorwasserstoffsaurem Tyrosin und Platinchlorid über Schwefelsäure eine krystallinische Masse, die leicht Feuchtigkeit anzog, erhalten zu haben angibt, in der er aber gleich C. Wicke das Vorhandensein einer Platinverbindung nicht annahm, das Tyrosin in dieser Richtung neuerlich zu untersuchen.

Ich stellte mir zu diesem Ende eine Partie, durch wiederholtes Umkrystallisiren aus stark Chlorwasserstoffsäure enthaltender Lösung, völlig reines chlorwasserstoffsaures Tyrosin [2]) dar, und trug, nachdem ich mich gleich C. Wicke von der Unfällbarkeit desselben durch Platinchlorid selbst in alkoholisch-ätherischer Lösung überzeugt hatte, eine größere Partie des zerriebenen Salzes in eine jedenfalls genügende Menge einer mit etwas Chlorwasserstoffsäure angesäuerten concentrirten Lösung von Platinchlorid ein, die ich auf eine Temperatur von circa 40° C. erwärmt hielt. Die so erhaltene völlig klare und auch nach dem Erkalten völlig klar bleibende Lösung wurde nunmehr im Vacuum über einem Gemenge von Ätzkalk und Chlorcalciumstücken der Verdunstung preisgegeben. Nach Verlauf von mehr als 5 Monaten hatte sich ein halbfestes Haufwerk kleiner krümmlicher Kryställchen gebildet, die sich aus der beim Stehen an der Luft rasch Feuchtigkeit aufnehmenden und zerfließenden Masse ohne wesentliche Verminderung absetzten. Durch Sammeln auf einem Filter und scharfes Abpressen zwischen Fließpapier wurden sie von der sie durchtränkenden braunen Flüssigkeit, die vornehmlich den Überschuß des Platinchlorids enthielt, möglichst vollständig befreit und endlich durch neuerliches Einstellen über Kalk und Chlorcalcium im Vacuum, soweit als dies erreichbar war, getrocknet. Ich erhielt in dieser Weise eine aus äußerst kleinen gelbbraun gefärbten Kryställchen bestehende Masse, die an der Luft ziemlich leicht feucht wurde, ohne indeß völlig zu zerfliessen, und in Wasser, sowie in Alkohol und Äther völlig und zumal in Alkohol, selbst absolutem, leicht zu einer gelbgefärbten Flüssigkeit löslich sich erwies, während

[1]) Siehe Annal. der Chem. u. Pharm. Bd. 116, p. 75.

[2]) Das hiezu verwendete Tyrosin war in bekannter Weise aus Hornabfällen gewonnen und gereinigt worden.



Äther, namentlich wenn völlig alkoholfrei, zwar auch, wenn auch etwas schwieriger eine Lösung bewerkstelligte, ohne daß sich jedoch bei Anwendung des einen oder des andern Lösungsmittels eine Zersetzung der Verbindung und namentlich eine Abscheidung von Tyrosin bemerkbar gemacht hätte. Unter dem Mikroskope gesehen, erwiesen sich die einzelnen an sich sehr kleinen krümmligen Kryställchen selbst wieder als Aggregate kleiner spießigkrystallisirter Individuen, an deren auch nur annähernde krystallographische Bestimmung, der so geringen Dimensionen wegen nicht zu denken war. Ein Versuch dieselben durch Auflösen in Alkohol und behutsames Verdunstenlassen der alkoholischen Lösung von größerer Ausdehnung zu erhalten, führte nicht zu dem gewünschten Resultate, und ich erhielt vielmehr nach längerem Stehen der nach dem Verdunsten zurückgebliebenen Masse eine Partie gleich beschaffener krümmlicher Kryställchen.

Nachdem eine qualitative Analyse die Gegenwart von Tyrosin neben Platin und Chlor in der Verbindung constatirt hatte, wurde dieselbe einer partiellen quantitativen Analyse unterworfen, indem sowohl der Platin- als auch der Chlorgehalt bestimmt wurden. Die Resultate der betreffenden Bestimmungen sind folgende:

I) 0.434 Gramme Substanz im Vacuum über Kalk und Chlorcalcium getrocknet, wurden durch längere Zeit im Kohlensäurestrome auf eine Temperatur von 90° C. erhitzt, wobei sie nicht merklich an Gewicht verloren, und sodann behufs der Bestimmung des Platingehaltes in einem Porzellaintiegel bis zur Erreichung eines constanten Gewichtes geglüht. Es resultirten 0·117 Grm. Platin.

II) 0.5225 Gramme, einer aus einer anderen Darstellung stammenden Substanz gleichfalls im Vacuum getrocknet, lieferten in gleicher Weise analysirt 0.14 Grm. Platin.

III) 0.3512 Gramme, der aus alkoholischer Lösung auskrystallisirten, ebenfalls im Vacuum getrockeneten Substanz, wurden behufs der Chlorbestimmung mit Natronkalk geglüht und in der nach dem Auflösen des Glührückstandes erhaltenen Flüssigkeit das Chlor als Chlorsilber gefällt. Es wurden erhalten 0.39975 Gramme an Chlorsilber.

Diese Zahlen passen ziemlich nahe auf die Formel:

$$C_{18}H_{11}NO_6, ClH + PtCl_2 = [2(C_9H_{11}NO_3, ClH) + PtCl_4],$$

die einem Tyrosin-Platinchlorid entspricht:

				Berechnet	Gefunden	
C_{18}	=	108	....	27·88	—	—
H_{12}	=	12	....	3·09	—	—
N	=	14	....	3·63	—	—
O_6	=	48	....	12·39	—	—
Cl_3	=	106·38	..	27·46	28·13	—
Pt	=	98·94	..	25·55	I) 26·95	II) 26·79
Äq.	=	387·32	..	100·00		

Da die geringe Abweichung der gefundenen von den berechneten Werthen sich sehr leicht durch das nicht zu vermeidende Vorhandensein einer Verunreinigung mit etwas überschüssigem Platinchlorid erklärt, dessen letzter Rest sich durch das bloße Abpressen der Substanz zwischen Fließpapier nicht völlig entfernen läßt, während ein anderer Weg der Reindarstellung nicht in Anwendung kommen kann, so ist es wohl kaum zweifelhaft, daß eine Platinverbindung des Tyrosins von obiger Formel wirklich existirt, und das um so mehr als nicht mit Grund angenommen werden kann, daß bei verschiedenen und von verschiedener Darstellung herstammenden Partien der Substanz es ein Spiel des Zufalles wäre, auf dessen Rechnung man die ziemlich gute Übereinstimmung der bei der Analyse erhaltenen Resultate zu setzen hätte. Aus der Existenz eines Platindoppelsalzes von obiger Formel dürfte sich ohne Zweifel die Endfolgerung ergeben, daß das Tyrosin bezüglich seiner Rolle als Basis lediglich einem Äquivalente Ammoniak gleichwerthig ist, und somit die Salze desselben, welche wie das bekannte schwefelsauere Salz mehr als ein Äquivalent einer einbasischen oder einer mehrbasischen Säure enthalten, in die Kategorie sauerer Salze einzureihen und nur jene mit einem Äquivalente einer einbasischen Säure als neutrale Salze des Tyrosins aufzufassen seien. Es wird sich demnach auch die Ansicht Staedeler's, daß eine Verbindung des Tyrosins mit zwei Äquivalenten an Chlorwasserstoff, deren Vorhandensein in einer mit Überschuß von Chlorwasserstoffsäure bewerkstelligten Lösung des Tyrosins er anzunehmen geneigt scheint, existire, kaum bestätigen, und es scheint mir die Existenz

einer derartigen Verbindung auch andererseits schon deßhalb zweifelhaft, weil es sonst mindestens merkwürdig wäre, daß eine halbwegs concentrirte Lösung von chlorstoffsaurem Tyrosin beim Zusatze von concentrirter Chlorwasserstoffsäure trotz des Vorherrschens der Säure, nicht ein solches saures Salz, sondern vielmehr fast den gesammten Gehalt an Tyrosin in Form von Kryställchen des neutralen, d. i. ein Äquivalent von Chlorwasserstoff enthaltenden Salzes abscheidet.

Nach Sicherstellung der Existenz einer Platinverbindung des Tyrosins lag es nahe, auch zu untersuchen, ob dasselbe nicht gleichzeitig eine Doppelverbindung mit Goldchlorid zu liefern vermöchte, und es wurde die Darstellung einer solchen in ganz ähnlicher Art versucht, wie sie behufs der Gewinnung des Platindoppelsalzes in Anwendung gekommen war. Es wurde in dieser Weise eine von spärlichen Kryställchen durchsetzte zähe Masse erhalten, aus welcher sich bei dem Versuche, durch Abpressen die Kryställchen von der Mutterlauge zu trennen, eine geringe Quantität kleiner schuppiger Krystalle abscheiden ließ, deren Goldgehalt sich zunächst zu 52.92 pCt. ergab, während sie nach dem Waschen mit Äther, der die ursprünglich schön goldgelb gefärbten Kryställchen etwas lichter gefärbt, zum größten Theile ungelöst hinterließ, 31.25 pCt. an Gold zeigten, welcher Goldgehalt sich indeß bei länger fortgesetztem Waschen mit Äther noch wesentlich verminderte, so daß ich in der noch weiter mit Äther gewaschenen Substanz, beispielsweise 17.63—11.54 pCt. u. s. f. an Gold fand, wogegen eine mit dem übrigen Verhalten des Tyrosins im Einklang stehende Formel einer Tyrosingoldchlorid-Verbindung einen Goldgehalt von 37.70 pCt. erheischen würde. Ich möchte sonach trotz der gewiß nur zufälligen Annäherung des einmal zu 31.25 pCt. bestimmten Goldgehaltes an den aus der Formel

$$C_{18}HN_{11}O_{6}, ClH + AuCl_3 + aq$$

berechneten, die Existenz einer irgend beständigen Verbindung des Tyrosins mit Goldchlorid kaum für wahrscheinlich gehalten wissen, oder es müßte andersfalls angenommen werden, daß eine solche Verbindung durch Äther schon in der Kälte zersetzbar ist.

Versuche zur Bestimmung des calorischen Äquivalentes der Elektricität.

(Aus dem physikal. Laboratorium der Universität Innsbruck.)

Von **Franz Kiechl.**

(Mit 1 Holzschnitt.)

(Vorgelegt von Prof. Dr. Pfaundler in der Sitzung am 13. Mai 1869.)

Das calorische Äquivalent der Elektricität ist eine zu wichtige Zahl, als daß es nicht wünschenswerth erschiene, den bisherigen Bestimmungen derselben neue hinzuzufügen.

Im Auftrage des Herrn Professors Dr. Leop. Pfaundler habe ich daher diese Versuche im Laufe des Sommersemesters 1868 unter seiner Leitung im physikalischen Laboratorium der Universität Innsbruck ausgeführt.

Bezeichnen wir als Elektricitätseinheit oder Elektrie jene Menge von Elektricität, welche im Stande ist 1 Gramm Wasserstoff von 0° C. und 760 Mm. Druck aus Wasser von 0° C. zu entbinden, so ist die Anzahl von Wärmeeinheiten, die durch den Aufwand einer solchen Elektrie erzeugt werden kann, die von uns gesuchte Zahl. Sie ist identisch mit der Verbrennungswärme von ein Grm. Wasserstoff (von 0° und 760 Mm.) mit Sauerstoff unter der Bedingung, daß man sich den resultirenden Wasserdampf in Wasser von 0° C. verwandelt denkt.

Beide Definitionen deuten die Wege an, welche man zur Ermittelung der Größe des besprochenen Äquivalentes einzuschlagen hat. Der letztere Weg wurde von Andrews, Favre und Silbermann, der erstere von Joule zuerst betreten.

Wenn ich es unternahm, die Bestimmungen eines so ausgezeichneten Experimentators zu wiederholen, so hat mich dabei außer der bereits angeführten auf der Wichtigkeit des Gegenstandes beruhenden Erwägung, insbesondere noch der Gedanke geleitet, daß die in neuerer Zeit gewonnenen Fortschritte in der Genauigkeit calorischer Messungen nicht ohne günstigen Einfluß auf die genaue Ermittelung der in Rede stehenden physikalischen Constanten sein können.

Das Princip der im Nachfolgenden mitgetheilten Versuche ist also Folgendes:

Ein Calorimeter umschließt zu gleicher Zeit ein Voltameter und einen Rheostaten, deren Wasserwerth genau bestimmt wird und fortwährend derselbe bleibt. Ein elektrischer Strom von constanter Stärke durchfließt nach einander gleich lange Zeiten hindurch zuerst das Voltameter dann den Rheostaten.

Bei gleicher Stromstärke sind sich die innerhalb des Calorimeters erzeugten Wirkungen äquivalent. Die Wirkung bei Einschaltung des Voltameters ist: Entwicklung von N Grammen Knallgas und einer gewissen Menge von Wärme Q. Die Wirkung bei Einschaltung des Rheostaten ist allein Erzeugung einer andern Wärmemenge Q'. Die Differenz $Q'—Q$ ist daher äquivalent der Zersetzung von N Grammen Wasser oder dem Freimachen von $1/_9$ N Wasserstoff.

Die Einfachheit des Princips wird gestört durch folgende Umstände:

1. Neben der Zersetzung und Erwärmung tritt als Wirkung des elektrischen Stromes auch eine Polarisation der Elektroden auf.

2. Das entwickelte Knallgas verläßt das Calorimeter im günstigen Falle mit der von 0° C. jedenfalls abweichenden Temperatur des letztern, und unter einem von 760 Mm. abweichenden Drucke.

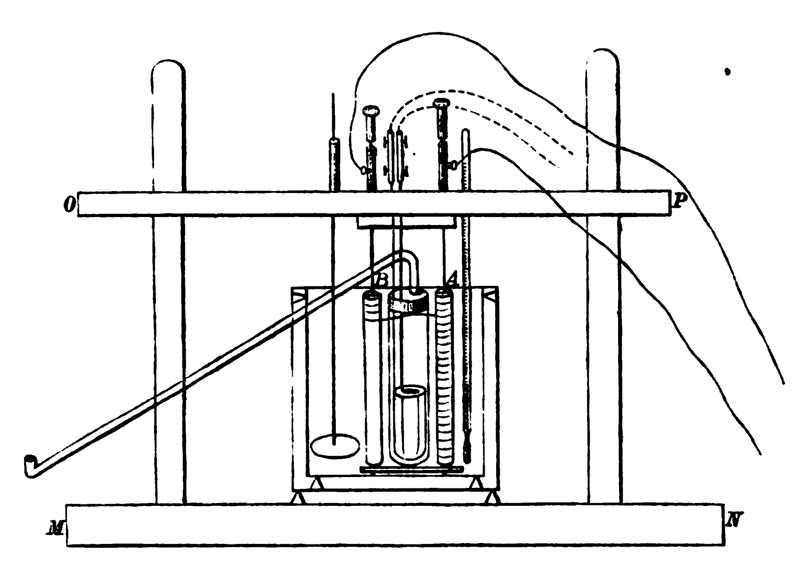
Aus der näheren Beschreibung der Versuche und der Berechnungsmethode wird man ersehen, auf welche Weise ich diese beiden Fehlerquellen zu eliminiren gesucht habe.

Beschreibung des Apparates.

Die nachstehende Zeichnung gibt die Umrisse des zu meinen Versuchen benützten Apparates.

Auf einem Brettchen *MN*, welches 2 hölzerne Säulchen trug, ruhte ein Calorimeter gewöhnlicher Construction aus sehr dünnem Messingbleche. Die Dimensionen des inneren Cylinders waren: Durchmesser=41 Mm.; Höhe=70 Mm. Das äußere Gefäß war entsprechend weiter und tiefer, und durch Korkschneiden von dem inneren geschieden. Die beiden Säulchen trugen ein zweites Brettchen *OP*, welches man über dieselben mit einiger Reibung auf- und abschieben konnte. In der Mitte dieses Brettchens waren 2 Korke be-

festigt, von denen jeder mit Bohrungen versehen war, so daß man durch dieselben die Zuleitungsdrähte des in das Calorimeter tauchenden Rheostates und Voltameters schieben konnte.



Diese Drähte waren ungefähr 120 Millim. lang und 1 Millimeter dick.

Der Rheostat selbst bestand aus 2 hohlen Messing-Cylindern (*A* und *B*), wovon aber der eine Cylinder *A* an dessen Oberfläche mit feinen Schraubengängen versehen und mit einer dünnen Firnißschichte überzogen war. Der zweite Cylinder *B* war blank geschliffen.

An die beiden Enden löthete ich mittelst Zinn kleine Querstäbe und an die obern die früher erwähnten 2 Zuleitungsdrähte, welche somit auch die Axen der beiden Rheostatcylinder bildeten. An die beiden untern Querstängelchen löthete ich 2 kleine aber dicke Messingstifte, die nur dazu dienten, um ein kleines Verbindungsstück aus Bein aufzunehmen, welches verhinderte, daß die beiden unteren Enden der Cylinder sich näherten oder entfernten, sobald man an den über den Kork des Brettchens *OP* hervorragenden Enden der Rheostataxen eine Drehung ausübte. Der Draht, den ich auf den Cylinder *A* aufwickelte, war ein sehr feiner Neusilberdraht und die Aufwickelung desselben auf den Rheostat dieselbe, wie sie bei allen andern Rheostaten mit 2 Walzen zu geschehen pflegt.

Über die hervorstehenden Enden der beiden Rheostatcylinder wurden zwei Hülsen aus Kupfer geschoben, welche mittelst seitwärts angebrachten Röhren die Schließungsdrähte der Kette aufnahmen und es ermöglichten, die Drehung des einen oder andern Cylinders auch während des Durchganges des elektrischen Stromes zu bewerkstelligen.

Das Voltameter, welches neben dem Rheostate sich in dem Calorimeter befand, bestand aus 2 Platinplättchen von gleicher Höhe (nämlich 39 Mm.) aber verschiedener Breite, welche so zusammen gebogen waren, daß sie einen weiteren und einen engeren Cylinder bildeten und daher leicht übereinander geschoben, und durch kleine Korkstücke von einander getrennt gehalten werden konnten. In dieser Form wurden sie in eine Eprouvette von dünnem Glase gestellt, welche 70 Mm. Höhe und 12 Mm. im Durchmesser hatte, und welche oben durch einen Kork, durch welche die aus Platin bestehenden Zuleitungsdrähte luftdicht gezogen waren, gut geschlossen wurde. Die Eprouvette wurde bei meinen Versuchen bei stärkerer Stromstärke mit reinem Wasser, bei schwächerer Stromstärke aber mit etwas angesäuertem Wasser gefüllt. Außer diesen beiden Bohrungen, welche zur Durchziehung der eben genannten Zuleitungsdrähte dienten, war der Kork, durch den die Eprouvette geschlossen wurde, noch mit einer dritten größeren Bohrung versehen, um das Glasrohr einzufügen, welches das entwickelte Gas in ein mit Wasser gefülltes Gefäß leitete, über welches eine genau calibrirte oben verschlossene Glasröhre tauchte, um das Gas aufzunehmen.

Außer dem beschriebenen Rheostate und Voltameter ragen von dem Brettchen *OP* noch ein Thermometer und ein Rührer in das Calorimeter hinein. Ersteres war ein ausgezeichnetes von Geißler in Bonn angefertigtes Instrument, dessen Eintheilung in zehntel Grade noch Hundertel genau mit dem Auge abzulesen gestattete. Der Rührer hatte die Form einer dünnen Messingscheibe. Er wurde mittelst eines Seidenfadens, welcher um eine an einem Stative befestigte Rolle gelegt wurde, mit der Hand in Bewegung gesetzt.

Art und Weise der Ausführung der Versuche.

Nachdem der Wasserwerth des Calorimeters und aller der sich in demselben befindlichen Theile so genau als nur möglich bestimmt worden war, füllte ich das Calorimeter mit Wasser, welches ich

zuerst entweder mittelst einer geprüften Bürette gemessen oder auf der Wage abgewogen hatte, und schob dann das Brettchen *OP* so weit über die beiden Säulchen herunter, bis sowohl der Rheostat als das Voltameter vollständig unter Wasser standen, aber doch den Boden des Calorimeters nicht berührten.

Hernach senkte ich das Thermometer in das Calorimeter und setzte das Wasser mittelst des Rührers in Bewegung. Dann beobachtete ich einige Zeit hindurch das Ansteigen der Temperatur oder das Fallen derselben in dem Calorimeter. Eine Uhr signalisirte mir die Zeitintervalle von ungefähr je 20 Secunden.

Ich notirte mir die Temperatur des Calorimeters vor dem Versuche und am Ende desselben von 5, 10 oder 15 Drittelminuten, je nachdem eine kürzere oder längere Beobachtung der Temperaturs-veränderung in Folge der äußeren Einflüsse erfordert wurde.

Einige Secunden vor Ende der 5, 10 oder 15 Drittelminuten schaltete ich das Voltameter in den Schließungskreis der Kette ein, schloß beim letzten Signale mittelst eines Stromschließers den Strom, und die Wasserzersetzung ging vor sich. Von nun an notirte ich bei jedem Signale, d. h. von 20″ zu 20″ den Stand des Thermometers, während ein Gehilfe bei jedem Signale auch die Ablenkung der Tangentenbussole notirte, welche ich früher schon in den Schließungskreis der Batterie auf geeignete Weise eingeschaltet hatte. Nachdem eine gewisse Menge Knallgas entwickelt war, öffnete ich wieder bei einem Signale den Stromschließer, notirte und beobachtet aber immer noch von Signal zu Signal den Stand des Thermometers so lange, bis die Zu- oder Abnahme der Temperatur ganz oder doch nahezu constant wurde, von wo an das Notiren nur mehr von 5 zu 5 Zeitintervallen geschah.

Hierauf schaltete ich das Voltameter wieder aus und brachte statt dessen den Rheostat in den Schließungskreis der Kette und beobachtete ebenso wie früher das Ansteigen oder Sinken der Temperatur im Calorimeter, während das Wasser wieder fortwährend mittelst des Rührers in Bewegung erhalten wurde. Nach dem 5., 10. oder 15. Signale schloß ich sodann den Strom und notirte abermals den Stand des Thermometers von Signal zu Signal, während ein Gehilfe mir durch das Auf- oder Abwickeln des Neusilberdrahtes am Rheostate eine nahezu gleiche Ablenkung der Nadel an dem Tangentenbussole, wie sie früher während der Einschaltung des Voltameters

stattgefunden hatte, herstellte, und dann von da an ebenfalls von Signal zu Signal die herrschende Ablenkung der Nadel notirte.

Damit die Herstellung der gleichen Stromintensität während des Versuches schneller vor sich ging, stellte ich schon vor Beginn des eigentlichen Versuches den Rheostat so, daß er ziemlich gleichen Widerstand mit dem Voltameter zeigte. Auf diese Weise war es daher möglich während des Versuches eine kleine Veränderung des Widerstandes durch geeignetes Drehen des Rheostates wieder gleich auszugleichen.

Nachdem dann eine gewisse Anzahl von Zeitintervallen (gewöhnlich ebenso viele als zur Erzeugung der obigen Gasmenge erforderlich wurden) vorüber waren, unterbrach ich wieder den Strom, beobachtete und notirte abermals von Signal zu Signal den Stand des Thermometers, bis sich wieder eine constante Zu- oder Abnahme zeigte; und erst von da an geschah das Notiren des Thermometerstandes nur mehr von 5 zu 5 Intervallen.

Nach dem Versuche überließ ich den ganzen Apparat einige Zeit hindurch (etwa 15 Minuten) sich selbst, las mittlerweile an einem neben dem Apparate aufgehängten Thermometer die Temperatur und an einem Barometer den eben herrschenden Luftdruck, und erst nachdem dies geschehen, ging ich daran, an der genau calibrirten Glasröhre das entwickelte Gasvolum abzulesen und die in derselben befindliche Wassersäule zu messen.

Da schon vor dem Versuche manchmal etwas Gas entwickelt werden mußte, um, wie schon bemerkt wurde, einen annähernd gleichen Widerstand am Rheostate hervorzubringen, so mußten natürlich dieselben Messungen und Ablesungen auch vor dem eigentlichen Versuche vorgenommen werden, um das richtige Gasquantum zu ermitteln.

Art und Weise der Berechnung der Versuche.

Da es bei diesen Versuchen darauf ankommt, die Wärmezufuhr im Calorimeter, während der Zersetzung des Wassers und während des Durchganges des Stromes durch die Rheostatwindungen, sehr genau zu messen, so konnte ich nicht bloß einfach die Differenz der Anfangstemperatur θ_0 und der Endtemperatur θ des Versuches nehmen, um diese Wärmemenge zu berechnen, sondern ich mußte auch noch auf die durch die äußeren Einflüsse, während der Zeit des Versuches etwa stattgefundene Zunahme oder stattgehabten Verlust

der Temperatur-Rücksicht nehmen. Diesen Verlust oder diese Zunahme der Temperatur vermöge der Einflüsse der Umgebung des Calorimeters berechnete ich nach jener Methode, deren sich bei ähnlichen Versuchen Régnault bedient, und welche Pfaundler[1]) ausführlich beschrieben hat.

Da sich diese Correction aus den Temperaturänderungen vor und nach dem Versuche berechnet, so erklärt sich, warum ich auch bei diesem Versuche den Thermometerstand vor und nach dem eigentlichen Versuche beobachten mußte. Ich will nur der Kürze halber immer die Beobachtung der Temperatur vor dem Versuche die I. oder Anfangs-Periode nennen, dann die Zeit von der Schließung des Stromes bis zu jenem Momente von wo die Temperaturänderungen constant zu werden anfangen, die II. oder Versuchsperiode, und endlich die Zeitintervalle von diesem Momente angefangen bis zum Schlusse des Versuches die III. oder Endperiode. Dies vorausgeschickt, berechnet sich also die Correction C nach der bekannten Formel

$$C = nv - \frac{v'-v}{t'-t}\left\{\sum_1^{n-1}\Theta + \frac{\Theta_0+\Theta_n}{2} - nt\right\}$$

wobei n die Zeitintervalle (Signale) bedeutet, welche die II. Periode umfaßt, v und v' die Temperatursänderungen während jedes Zeitintervalles resp. der I. und III. Periode, t die mittlere Temperatur zwischen der Anfangs- und Endtemperatur in der I. Periode; A' das gleiche in der III. Periode; $\Sigma_1^{n-1}\theta$ die Summe aller Temperaturen in der II. Periode mit Ausnahme der Anfangstemperatur θ_0 und der Schlußtemperatur θ_n. Ferner ist noch zu bemerken, daß anstatt v und v' auch bei diesen Versuchen $-v$ oder v' oder o in der Formel einzusetzen ist, je nachdem eine Zunahme statt des Verlustes oder gar keine Änderung der Temperatur während der Anfangs- und Endperiode sich zeigte. War die Correction C ermittelt, so nahm ich die Differenz $\theta_n - \theta_0$ und addirte dazu mit Rücksicht auf das Vorzeichen diese Correction; die Summe nun:

$$\Theta_n - \Theta_0 \pm C = \Delta\Theta$$

ist die ganze Temperaturerhöhung, die während der Wasserzersetzung im Calorimeter hervorgebracht worden wäre, wenn keine Störungen von Außen stattgefunden hätten.

---

[1]) Diese Sitzungsberichte LIV. Bd. II. Abth. Juli-Heft. Jahrg. 1866.

Auf eine ganz ähnliche Weise suchte ich die Temperaturerhöhung, die während der Einschaltung des Rheostates in dem Schließungskreise der Kette hervorgerufen wurde, so daß ich der ersteren Temperaturerhöhung entsprechend diese bezeichnen kann durch die Formel:

$$\Theta'_n - \Theta'_0 \pm C = \Delta\Theta'.$$

Wäre nun während der Wasserzersetzung und während der Einschaltung des Rheostatdrahtes der Widerstand absolut gleich gewesen, so hätte ich unmittelbar daran gehen können, die Wärmemenge zu bestimmen. Es ist wohl leicht einzusehen, daß eine ganz gleiche Stromstärke nie hergestellt werden kann, weil die unvermeidlichen Schwankungen der Nadel eine genaue Ablesung unmöglich machen.

Ich begnügte mich daher immer eine annähernd gleiche Stromstärke erzielt zu haben, und die kleinen Änderungen während des Versuches damit auszugleichen, daß ich aus allen Ablesungen das Mittel nahm.

Hierauf reducirte ich erst mittelst Rechnung die erhaltene Temperaturerhöhung auf diejenige, die sich ergeben hätte, falls während der Einschaltung des Rheostates gleiche Stromstärke geherrscht hätte, wie während der Wasserzersetzung. Diese reducirte Temperaturerhöhung bezeichne ich in Zukunft mit $\Delta\theta'_1$.

Ist dann sowohl $\Delta\theta$ als $\Delta\theta'_1$ gefunden, so gibt mir das Product:

$$(\Delta\Theta_1' - \Delta\Theta)\ W,$$

wobei W den gesammten Wasserwerth bedeutet, die Anzahl Wärmeeinheiten, die erforderlich waren, um die in der Glasröhre enthaltene Gasmenge zu erzeugen; woraus ich sofort auch die Anzahl Wärmeeinheiten berechnen konnte, welche zur Erzeugung von einem Äquivalent (9 Grammen) Knallgas nöthig sind. Das erhaltene Gasquantum reducirte ich auf 0° Cels. und 760 Mm. Druck nach der bekannten Formel:

$$V_{760\cdot 00} = \frac{V_{tB}}{1+\alpha t} \cdot \frac{B_0}{760}$$

Das Gewicht des Knallgases erhielt ich daraus, daß ich

$$1 \text{ CC. } H = 0\cdot 089578 \text{ Milgr.}$$
$$1 \text{ CC. } O = 1\cdot 4298 \text{ Milgr.}$$

setzte, und aus welchen Größen ich sodann für das Gewicht von 1 Kub. C. Knallgas die Größe 0·536325 Milligr. erhielt.

Da nun das Knallgas nicht bei der Temperatur 0° Cels. und unter dem Drucke von 760 Mm. erzeugt wurde, so mußte ich noch berechnen, wie viel Wärme erforderlich war, um dasselbe Gasvolum, das unter einem Drucke $= B_1$ und bei der Temperatur $= t_1{}^\circ$ Cels. entwickelt wurde auf einen Druck von 760 Mm. und auf die Temperatur von 0° Cels. zu bringen. Um diese Wärmemenge zu erhalten, suchte ich aus der bekannten Formel: [1])

$$t_2 = \frac{760}{B_1}(t_1 + 273) - 273$$

das t_2 d. h. die Temperatur, die erfordert wird, damit das gleiche Gasvolum anstatt unter dem Drucke B_1 unter dem Drucke von 760 Mm. stehen kann.

Endlich konnte ich sodann auch jene Wärmemenge Q berechnen, die nöthig ist, das erhaltene Gas auf den Druck 760 Mm. zu bringen, wenn ich ihm statt der Temperatur t_1 die Temperatur t_2 gebe; und zwar ist diese Wärmemenge Q gegeben durch die Formel: [2])

$$Q = pc\,(t_2 - t_1),$$

wobei p das Gewicht des Gases bedeutet und $c = 0{\cdot}16847$ genommen wurde. Außer dieser Wärmemenge Q, welche von der im Calorimeter entwickelten abgezogen werden muß, mußte ich noch die Wärmemenge Q_1 suchen, welche erfordert wird um das Gas unter dem gleichbleibenden Drucke 760 Mm. auf die Temperatur 0° Cels. zu bringen, welche Wärmemenge zu der im Calorimeter entwickelten zu addiren ist. Ich fand dieses Q_1 aus der ähnlichen Formel:

$$Q_1 = pc't_2,$$

wobei $c' = 0{\cdot}2377$ angenommen wurde.

Dieses vorausgeschickt, gehe ich nun über zur wirklichen Berechnung eines meiner Versuche.

Ich will früher nur noch bemerken, daß ich zu dem einen oder andern der Versuche, welche ich in dieser Art, wie ich sie so eben beschrieben habe, ein Calorimeter mit etwas größeren Dimensionen, als sie oben angegeben wurden, benützte, um auch mit starken Strömen eine kleinere Temperaturerhöhung des Calorimeters hervorzurufen, als es mit dem früher benannten Calorimeter bei der gleichen Stromstärke hätte sein können.

[1]) Zeuner. Mech. W. Theorie. S. 138. — [2]) A. a. O.

Berechnung eines Versuches.

a) Ablesungen der Temperaturen in Celsiusgraden während der Einschaltung des Voltameters.

Signale	Temperatur	Signale	Temperatur	
0	11·90°	15	13·52	Der Strom wurde beim 21. Signale unterbrochen.
5	11·91	16	13·63	Dauer der 1. Periode von dem Signale . . . . . 0—15
10	11·93	17	13·74	Dauer der 2. Periode . 1—30
15	11·95	18	13·84	„ „ 3. „ . 30—40
1	12·00	19	13·93	Die mittlere Ablenkung der Tangentenbussole betrug 13° 32′.
2	12·11	20	14·05	Knallgas vor dem Versuche 7·6 Cub. C.
3	12·21	21	14·15	Knallgas nach dem Versuche 107·3 CC.
4	12·32	22	14·17	Höhe der Wassersäule vor dem Versuche 500 Mm.
5	12·43	23	14·19	Höhe der Wassers. nach dem Versuche 13·6 Mm.
6	12·53	24	14·21	Barometerstand in Temperatur der Luft vor und nach dem Versuche 714 MM. 14·5° C.
7	12·65	25	14·21	
8	12·78	26	14·21	
9	12·89	27	14·21	
10	13·00	28	14·21	
11	13·11	29	14·21	
12	13·22	30	14·21	
13	13·32	30—35	14·19	
14	13·42	35—40	14·18	

b) Ablesungen während der Einschaltung des Rheostats.

Signale	Temperatur	Signale	Temperatur	
0	14·15	18	16·60	Die Unterbrechung des Stromes geschah beim 21. Signale.
5	14·14	19	16·72	Die 1. Periode wurde gerechnet vom Signale 0 bis 5.
1	14·24	20	16·83	Die 2. Periode umfaßte die Intervalle 1—34 (incl.);
2	14·34	21	16·98	Die 3. Periode von 34—44
3	14·50	22	17·01	Die mittlere Ablenkung der Tangentenbussole betrug 13° 25′.
4	14·65	23	17·00	Knallgas vor dem Versuche 7·6 CC.
5	14·78	24	17·00	Knallgas nach dem Versuche 107·3.
6	14·95	25	16·99	Die Wassersäule vor dem Versuche 500 M.
7	15·05	26	16·98	Die Wassers. n. d. Versuche 13·6 M.
8	15·22	27	16·97	Barom. 714 M. Temp. 14·5° C. vor und nach dem Versuche.
9	15·33	28	16·96	
10	15·50	29	16·94	
11	15·63	30	16·92	
12	15·75	31	16·90	
13	15·89	32	16·89	
14	16·02	33	16·88	
15	16·20	34	16·87	
16	16·33	34—39	16·82	
17	16·45	39—44	16·74	

Berechnung der Correction C für das Ansteigen der Temperatur des Calorimeters, während der Einschaltung des Wasserzersetzungsapparates:

$$C = nv - \frac{v'-v}{t'-t}\left\{\sum_1^{n-1}\Theta + \frac{\Theta_o+\Theta_n}{2} - nt\right\}$$

$$t = \frac{11\cdot90 + 11\cdot95}{2} = 11\cdot925$$

$$t' = \frac{14\cdot21 + 14\cdot18}{2} = 14\cdot195$$

$$v = \frac{11\cdot90 - 11\cdot95}{15} = -0\cdot0033\ddot{3}$$

$$v' = \frac{14\cdot21 - 14\cdot18}{10} = 0\cdot003$$

$$\sum_1^{29}\Theta = 388\cdot47$$

$$\frac{\Theta_n + \Theta_o}{2} = \frac{14\cdot21 + 11\cdot95}{2} = 13\cdot08,$$

daher

$$\sum_1^{29}\Theta + \frac{\Theta_n + \Theta_o}{2} = 401\cdot55$$

$n = 30$ also

$$nt = \frac{357\cdot75}{43\cdot8}$$

daher Differenz multiplicirt mit $v'-v$ oder $0\cdot00633$ gibt das

Product $= 0\cdot277254$,

dividirt durch $t'-t$ oder $2\cdot27$ gibt den

Quotient $= 0\cdot12213$

$nv = -0\cdot1,$

daher ist

$$C = 0\cdot02213.$$

Berechnung der Correction C für das Ansteigen der Temperatur des Calorimeters während der Einschaltung des Rheostats:

$$t = \frac{14\cdot15 + 14\cdot14}{2} = 14\cdot145$$

$$t' = \frac{16\cdot87 + 16\cdot74}{2} = 16\cdot805$$

$$v = \frac{14\cdot15 - 14\cdot14}{5} = 0\cdot002$$

$$v' = \frac{16\cdot87 - 16\cdot74}{10} = 0\cdot013$$

$$\sum_{1}^{33}\Theta = 531\cdot40$$

$$\frac{\Theta_n + \Theta_o}{2} = \frac{16\cdot87 + 14\cdot14}{2} = 15\cdot505$$

$$\sum_{1}^{33}\Theta + \frac{\Theta_n + \Theta_o}{2} = 546\cdot905$$

$n = 34$, daher nt = 480·93

Differenz 65·975

multiplicirt mit $v'—v$ oder 0·011 gibt das

Product = 0·725725

dividirt durch $t'—t$ oder 2·66 gibt den

Quotient = 0·2728

nv = 0·068

daher die Correction C' = 0·3408

Es ist demnach die Temperaturerhöhung des Calorimeters, wie sie durch die Wasserzersetzung bewirkt wurde, gegeben durch den Ausdruck

$$\Delta\Theta = \Theta_{30} - \Theta_0 + C = 2\cdot282^\circ \text{ C.}$$

und die Temperaturerhöhung des Calorimeters, während des Durchganges des Stromes durch die Rheostatwindungen ist:

$$\Delta\Theta' = \Theta'_{34} - \Theta'_0 + C' = 3\cdot0708.$$

Aus den obigen Ablesungen ist ersichtlich, daß während der Einschaltung des Rheostates die Tangentenbussole nicht gleiche Ablenkung zeigte, wie während der Einschaltung des Voltameters; es muß daher die letztere Temperaturerhöhung $\Delta\Theta'$ auf jene reducirt werden, die man erhalten hätte, wenn gleiche Stromstärke geherrscht

hätte. Die Ablenkung der Nadel war während der Einschaltung des Rheostats im Mittel 13° 25′, wogegen sie während der Einschaltung des Wasserzersetzungsapparates 13° 32′ betrug; es ergibt sich also die richtige Temperaturerhöhung $\Delta\theta'_1$ aus der Proportion:

$$x : \Delta\Theta' = \text{tang}\ {}^2 13^\circ 32' : \text{tang}\ {}^2 13^\circ 25'$$

$$x = \Delta\Theta_1' = \frac{\text{tang}\ {}^2 13^\circ 32' . \Delta\Theta'}{\text{tang}\ {}^2 13^\circ 25'} = \frac{3 \cdot 1116^\circ\ \text{C.}}{}$$

Als gesammter Wasserwerth W ergab sich bei diesem Versuche, da sich im Calorimeter 207·45 Gr. und im Voltameter 5·418 Gr. Wasser befanden und der Wasserwerth aller jener Theile, soweit sie in das Wasser tauchten, 7·232 Gr. betrug,

$$= 220 \cdot 1\ \text{Gr.}$$

Es ist daher die Wärmemenge, die zur Erzeugung des Knallgases nöthig war

$$(\Delta\Theta_1' - \Delta\Theta')\, W = (3 \cdot 1116 - 2 \cdot 282)\ 220 \cdot 1 = 182 \cdot 49496\ W.E.$$

Nach dem Versuche hatte ich im Ganzen 107·3 Kub. C. Knallgas in der Glasröhre, vor dem Versuche befanden sich 7·9 Kub. C. in der Röhre; reducirt man nun diese beiden Gasvolumina auf die Temperatur 0° Cels. und auf den Druck 760 Mm. und nimmt die Differenz, so ist diese das während des Versuches entwickelte Gas nämlich = 88·6477 Kub. C. oder in Grammen ausgedruckt = 0·047542.

Berechnet man weiter aus den gegebenen Daten die Wärmemenge für ein Äquivalent Knallgas, so erhält man

34547 *W. E*,

und es sind nur noch die beiden Wärmemengen Q und Q_1 in Rechnung zu ziehen.

Ich fand für $Q = 2{\cdot}733$ und für $Q_1 = 7{\cdot}303$.

Es ist daher bei Weglassung der Decimalen die Erzeugungswärme pro Äquivalent Knallgas =

34550 *W. E*

eine Zahl, welche mit der von Favre und Silbermann und Andrews gefundenen (34462 und 33808) gut stimmt.

Zweite Versuchsreihe.

Obwohl mir die eben beschriebene Methode ziemlich gute und genaue Resultate lieferte, so ist doch die Ausführung derselben manchen Mängeln unterworfen, welche die Genauigkeit der Resultate sehr oft beeinträchtigen können. Das ist besonders der Fall, wenn die Stromstärke nicht constant oder doch wenigstens nicht genug nahe constant erhalten werden kann, so daß das Reguliren des Rheostates oft geraume Zeit in Anspruch nimmt, wobei die Erwärmung des Calorimeters sehr unregelmäßig vor sich geht.

Ferners kann es sein, daß die Nadel der Tangentenbussole solche Schwankungen macht, daß die genaue Ablesung ihres Standes unmöglich wird. Ein dritter Mangel, mit dem diese Versuche behaftet sind, ist der, daß die Correction der Temperaturerhöhung, trotz der vorzüglichen angegebenen Methode zur Bestimmung derselben, doch nie ganz genau bestimmt werden kann, worauf bei der Berechnung sehr viel ankömmt; denn die Correction berechnet sich nur aus der Anfangs- und Endperiode und gibt nicht vollständig genaue Resultate, und die Einflüsse, welche die äußere Umgebung des Calorimeters auf das Ansteigen der Temperatur ausüben, sind so mannigfach, daß es oft rein unmöglich ist, auf eine genaue Correction rechnen zu können.

Diese Mängel nun, mit denen die Versuche behaftet sind und bei jedem derselben mehr oder weniger störend auftreten, werden bei der zweiten Reihe von Versuchen, die ich anstellte, und welche ich jetzt beschreiben will, entweder ganz beseitigt oder treten doch sehr in den Hintergrund, so daß ihr Einfluß auf das Resultat nicht mehr so bedeutend werden kann. Bevor ich aber zur Beschreibung der Versuche selbst übergehe, bemerke ich nur, daß sich dieselben nicht principiell von den früheren unterscheiden, sondern nur in ihrer Ausführung und Berechnung eine Abweichung zeigen.

Eine weitere Bemerkung, welche ich noch anführen will, ist die, daß ich zu diesen Versuchen statt des mit Firniß überzogenen Messingcylinders, eine ziemlich dünne schraubenförmig geätzte Glasröhre verwendete, welche an beiden Enden mit einem Korke gut verschlossen wurde, und durch deren Mittelpunkt ich als Axe des Cylinders einen dickeren Messingdraht gesteckt hatte.

Ausführung der Versuche.

Von dem Grundsatze ausgehend [1]), daß ein Körper, dem man mittelst einer Wärmequelle so viel Wärme zuführt, bis in Folge der steigenden Verluste nach Außen das Maximum der Temperaturerhöhung eingetreten ist, nach der Entfernung dieser Wärmequelle ebensoviel an Wärme verliert, als er in der nämlichen Zeit aufgenommen hatte, führte ich diese Versuche auf folgende Weise aus: Nachdem ich das Calorimeter sowie früher mit Wasser gefüllt und das Thermometer in dasselbe gesenkt hatte, schaltete ich das Voltameter in den Schließungskreis ein, schloß den Strom und ließ unter fortwährendem Rühren so lange Gas entwickeln, ohne dasselbe aufzufangen, bis die Temperatur des Calorimeters ihr Maximum erreicht hatte, d. h. bis kein Ansteigen der Temperatur während eines Zeitintervalles von 20″ mehr bemerkbar war. Sodann fing ich bei einem Signale das Gas in einer genau calibrirten Glasröhre auf und notirte mehrere Zeitintervalle nach einander den Stand des Thermometers. um ein etwa noch eintretendes schwaches Ansteigen oder Sinken der Temperatur zu bemerken; ebenso notirte ich die Ablenkung der Tangentenbussole. Bei einem bestimmten Signale unterbrach ich den Strom, notirte aber den Thermometerstand so lange, bis das Fallen desselben von Intervall zu Intervall ein regelmäßiges wurde. Darauf schaltete ich das Voltameter wieder aus dem Schliessungskreise der Kette aus und nahm den Rheostat in denselben auf; der Strom wurde geschlossen, und ich wartete abermals unter fortwährendem Rühren den Moment ab, wo die Temperatur wenigstens annähernd ihr Maximum erreicht hat. Mittlerweile konnte ich auch durch geeignetes Reguliren des Rheostates ziemlich genau die frühere Stromstärke wieder herstellen.

War das Maximum der Temperaturerhöhung eingetreten, so notirte ich in gleicher Weise wie vorher zuerst einige Zeitintervalle hindurch bei geschlossenem und dann bei unterbrochenem Strome den Thermometerstand.

Berechnungsweise der Versuche.

Hat die Temperatur des Calorimeters ihr Maximum erreicht, so muß nothwendiger Weise nach Unterbrechung des Stromes die Tem-

[1]) Es ist dies dasselbe Princip, welches bereits von de la Roche u. Berard bei der Bestimmung der Wärmecapacität der Gase angewendet wurde.

peratur in einem Zeitintervalle um ebenso viele Grade sinken, als sie ohne die äußeren Einflüsse vor der Erreichung des Maximums in derselben Zeit gestiegen wäre. Ich beobachtete daher, um desto sicherer die Temperaturerhöhung während eines Zeitintervalles zu erhalten, mehrere Zeitintervalle nach einander den Stand des Thermometers, wie ich bereits oben bemerkte, nahm sodann aus den Differenzen der aufeinander folgenden Temperaturen das arithmetische Mittel und hieß es analog den frühern Versuchen $\Delta\theta$ und $\Delta\theta'$, je nachdem es sich um die Temperaturerhöhung während der Einschaltung des Voltameters oder des Rheostatdrahtes handelte.

Die Differenz $\Delta\theta' - \Delta\theta = \Delta$ gab mir sofort die Temperaturerhöhung, die mit dem gesammten Wasserwerth multiplicirt die Wärmemenge lieferte, welche zur Erzeugung des Knallgases während 20′′ nöthig war.

Im übrigen ist die Berechnung eine ganz ähnliche, wie bei den früheren Versuchen.

Berechnung eines Versuches.

A: Ablesungen der Temperatur während der Einschaltung des Voltameters			B: Ablesungen der Temperatur bei Einschaltung des Rheostates		
Z	*T*	*D*	*Z*	*T*	*D*
0	29·59	0	1	35·90	0
1	29·59	0	2	35·90	0
2	29·59	0	3	35·90	0
3	29·59	0	4	35·90	0
4	29·59	0	5	35·90	0
5	29·59	0	7	35·90	0
6	29·59	0	7	35·90	0
7	29·59	0	8	35·90	0
8	29·59	0	9	35·90	0
9	29·59	0	10	35·90	0
10	29·59	.	11	35·77	0·13
11	29·52	0·07	12	35·57	0·20
12	29·44	0·08	13	35·38	0·19
13	29·33	0·11	14	35·18	0·20
14	29·22	0·11	15	34·98	0·20
15	29·11	0·11	16	34·79	0·19
16	29·00	0·11	17	34·60	0·19
17	28·90	0·10	18	34·41	0.19
18	28·80	0·10	19	34·22	0.19
19	28·70	0·10	20	34·03	0.19
20	28·59	0·11	21	33·84	0.19
21	18·49	0·10			
		Mittel..0·10°			Mittel..2·06:11 =0·187°

In der mit A überschriebenen Rubrik enthält die mit Z überschriebene Spalte die Signale, d. h. die Anzahl der Drittelminuten, die mit T überschriebene Columne die bei dem betreffenden Signale abgelesene Temperatur des Calorimeters und die mit D überschriebene Spalte die Temperaturunterschiede.

In der mit B bezeichneten Rubrik haben die Buchstaben Z, T und D dieselbe Bedeutung.

Aus den beiden D Spalten ersieht man sogleich, daß die Temperatur des Calorimeters schon vor den 10 ersten Zeitintervallen ihr Maximum erreicht hatte.

Vom 3. (resp. 13.) Signal, nachdem der Strom unterbrochen wurde, angefangen, werden die Temperaturabnahmen schon ziemlich regelmäßig, nämlich im einen Falle 0·10° oder 0·11 Cels. das andere Mal 0·19° oder 0·20°.

Als Mittel der Temperatursabnahmen ergibt sich das eine Mal 0·10° Cels., das andere Mal 0·1873°. Es ist demnach der Unterschied der Temperaturerhöhung während eines Zeitintervalles:

$$\varDelta = \varDelta\theta' - \varDelta\theta = 0{\cdot}187 - 0{\cdot}10 = 0{\cdot}0873^{\circ} \text{ Cels.}$$

Das Gewicht des Wassers im Calorimeter . . . . 92·90 Gr.
„ „ „ „ „ Voltameter . . . . 7·28 „
Wasserwerth des Calorimeters und der andern Stücke 6·22 „
Daher ist der gesammte Wasserwerth $n =$ . . . 106·4 „

Daraus ergeben sich für die Erzeugung des Knallgases in einem Zeitintervalle von 20″

$$106{\cdot}4 \times 0{\cdot}0873 = 9{\cdot}2887 \text{ Calorien (1 Gr. auf } 1^{\circ} \text{ C.)}$$

Da während 10 Drittelminuten 53 Cub. C. Knallgas entwickelt wurden, so ist die Menge für 1 Drittelminute 5·3 Cub. C. Reducirt man dieses Volum auf 760 Mm. und 0° Cels. nach bekannter Weise, so erhält man 4·60151 Cub. C. oder in Grammen ausgedrückt: 0·0024677 Gr.

Daher ist die Verbrennungswärme pro Gramm Wasserstoff

$$\frac{9{\cdot}2887 \times 9}{0{\cdot}0024677} = 33877 \text{ Calorien.}$$

Nimmt man endlich noch Rücksicht darauf, daß das Gas nicht bei 0° Cels. in 760 Mm. Druck erzeugt wurde, sondern bei 13° und 686·583 Mm., so erhält man, wenn nach der oben angeführten be-

kannten Formel die Correction berechnet wird pro Gramm 33882 Calorien.

Die übrigen Versuche gaben nicht sehr abweichende Resultate, wie es aus der nachstehenden Tabelle, wo die wichtigsten Daten der Versuche zusammengestellt sind, ersichtlich ist:

Zusammenstellung der Resultate:

I. Versuch reihe.

Versuche	$\Delta\theta$	$\Delta\theta$ reducirt	Differenz	Ablenkung der Tang. Bus.	Gasquantum reducirt	Wasserwerth	Wärmemenge	pro Gramm Wasserstoff
1	2·282°	3·1116°	0·8296°	13°32′	88·646 CC.	220·1 Gr.	182·4949	34550
2	2·337	3·6388	1·3018	18 22	72·396	110	143·198	33217
3	3·014	4·498	1·494	19 20	82·59	109·7	163·8918	33157
4	4·128	6·449	2·321	15 5	224·71	192·6	447·024	33384
5	2·825	3·966	1·141	14	62·8	109·9	125·39	33500
								Mittel..33561

II. Versuchsreihe.

Versuche	$\Delta\theta$	$\Delta\theta'$ reducirt	Differenz	Ablenkung der Tang. Bus.	Gasquantum reducirt	Wasserwerth	Wärmemenge	pro Gramm Wasserstoff
1	0.152	0·2611	0·1091	14°35′	5·707	106·33	11·6006	34131
2	0·153	0·2558	0·1028	14 5	5·371	106·3	10·9276	34163
3	0·089	0·1603	0·0713	9 50	3·953	106·33	7·581	32203
4	0·0928	0·1794	0·0878	11 40	4·5884	106·33	9·3145	34018
								Mittel..33629
							Mittel aller Versuche..	33591

Berechnet man aus den Resultaten der ersten Versuchsreihe das arithmetische Mittel, so erhält man die Zahl 33561, welche mit den von Joule erhaltenen 33557 sehr nahe übereinstimmt. Nimmt man aber darauf Rücksicht, daß der erste Versuch ein sehr abweichendes Resultat gegeben, und berechnet das Mittel mit Ausschluß dieses ersten Versuches, so erhält man die Zahl 33315.

Die zweite Versuchsreihe lieferte mit Ausnahme des dritten Versuches etwas höhere Werthe. Das Mittel aller beträgt 33629, das mit Ausschluß des dritten Versuches berechnete 34104. Das Mittel aller Resultate aus beiden Versuchsreihen zusammen endlich 33591. Endlich dasjenige mit Ausschluß der beiden abweichendsten Resultate 33653.

Die von Andrews gefundene Verbrennungswärme für 1 Gramm Wasserstoff in Sauerstoff beträgt 33808. Die von Favre und Silbermann gefundene Zahl ist: 34462.

Wie man sieht, weichen diese Werthe untereinander noch immer viel mehr ab, als die uns heute zu Gebote stehenden Werthe für das mechanische Äquivalent der Wärme.

Es ist daher eine weitere Verfeinerung der Bestimmungsmethoden des calorischen Äquivalentes der Elektricität sehr wünschenswerth. Ich denke daher diese Versuche mit Benutzung der bisher gewonnenen Erfahrungen später fortzusetzen und auf einen höheren Grad der Genauigkeit zu bringen suchen.

Über die Kresylpurpursäure.

Von Dr. **Erwin von Sommaruga.**

(*Aus dem Laboratorium des Herrn Prof. Hlasiwetz.*)

(Vorgelegt in der Sitzung am 10. Juni 1869.)

Die Versuche, nitrirte Verbindungen durch Cyankalium zu reduciren, die zuerst Hlasiwetz und fast gleichzeitig Baeyer mit der Pikrinsäure ausgeführt haben, wobei die isopurpursauren oder pikrocyaminsauren Salze erhalten wurden, sind noch nicht sehr verallgemeinert worden. Man kennt aus spätern Arbeiten nur noch die Umwandlung der Chrysaminsäure zu Chrysocyaminsäure durch Finkh (Ann. CXXXIV. 229) und die der Dinitrophenylsäure zu Metapurpursäure durch Pfaundler und Oppenheim (Bull. soc. chim. IV. 99). Die Formeln, die Hlasiwetz und Baeyer für die nicht isolirbare Isopurpursäure aufgestellt haben, sind zudem nicht ganz dieselben. Hlasiwetz fand $C_8H_5N_5O_6$, Baeyer dagegen $C_8H_3N_5O_5$; sie differiren also um den Betrag von H_2O. Diese Differenz ist insoferne beachtenswerth, als Baeyer, auf die wasserärmere Formel sich stützend, der in den Salzen anzunehmenden Säure die durch die nähere Formel $C_6 \left\{ \begin{matrix} NCy_2 \\ (NO_2)_2 \\ H_2 \end{matrix} \right\} O$ ausgedrückte Constitution vindicirt, das ist die einer Pikrinsäure, in der die Gruppe NO_2 einmal durch die Gruppe NCy_2 (Cyamin) ersetzt ist.

Ich habe zunächst, um die Reihe dieser eigenthümlichen Verbindungen zu vervollständigen, die den Isopurpursäuren, oder wie man sie nennen könnte, phenylpurpursauren Salzen homologen Salze der Kresylpurpursäure dargestellt, und suchte bei dieser Gelegenheit auch über die erwähnte Differenz der Formeln näheres zu ermitteln. Als Material zu meiner Untersuchung benützte ich das im Handel ziemlich rein vorkommende trinitrokresylsaure Ammoniak [1]), reinigte

---

[1]) Anilingelb, Jaune anglais auch Jaune Victoria genannt. Dieselben Namen werden auch für das Martiusgelb gebraucht.

es durch Umkrystallisiren und überzeugte mich durch die Analyse von der Zuverlässigkeit seiner Zusammensetzung. Aus der Lösung dieses Salzes in Wasser fällt sofort auf Salzsäure-Zusatz die freie Säure in lichtgelben, feinen Krystallnadeln heraus, die nach dem Umkrystallisiren glänzende Schüppchen bilden.

Man kann sich indeß zur Darstellung der kresylpurpursauren Verbindungen ebenso gut des Ammoniaksalzes wie der freien Säure bedienen. Die Darstellung selbst geschah ganz nach den Angaben und Mengenverhältnissen, wie sie Hlasiwetz für das isopurpursaure Kali angegeben hat. Beim Zusammenbringen der heißen Lösungen von trinitrokresylsaurem Ammoniak und Cyankalium erhält man sofort eine tiefpurpurbraune Flüssigkeit, aus der sich beim Auskühlen krümmliche Krystallgruppen krustenartig ansetzen.

Die Mutterlaugen liefern beim Eindampfen eine weitere Quantität. Das rohe Kalisalz wurde zuerst durch Pressen und durch wiederholtes Umkrystallisiren gereinigt. Das neue Salz gleicht im Äußern dem der Phenylpurpursäure und gibt, wie dieses, eine fast rein purpurroth gefärbte Lösung. Im trockenen Zustande rasch erhitzt, verpufft es. Die Analysen wurden mit bei 100° C. getrockneter Substanz ausgeführt.

0·5110 Substanz gaben 0·6265 CO_2 und 0·0740 H_2O
0·7710 „ „ 0·2170 schwefelsaures Kali
0·4720 „ „ 65 CC. Stickstoff bei 751 Mm. und 17·5° C.

Hiernach verhalten sich Rechnung und Versuch

	$C_9H_6N_5KO_6$	Gefunden
C	33·85	33·43
H	1·88	1·61
N	21·94	22·13
K	12·23	12·61

Ammoniaksalz. Ein Gemisch concentrirter Lösungen von Kalisalz und Salmiak setzt sofort beim Stehen eine undeutliche, dunkelbraune Krystallisation dieses Salzes ab, welche wiederholt umkrystallisirt wurde.

An äußerer Schönheit steht es dem phenylpurpursauren Salze nach. Es zersezt sich in höherer Temperatur leichter wie dieses.

0·4128 bei 100° C. getr. Subst. gaben 0·5506 CO_2 und
0·1133 H_2O
0·3680 „ „ „ „ „ 81·75 CC. Stickstoff bei 744·2 Mm. und 18·5° C.

	$C_9H_6N_5(NH_4)O_6$	Gefunden
C	36·24	36·38
H	3·35	3·05
N	28·19	27·91

Kalksalz. Aus dem Kalisalz mittelst Chlorcalcium dargestellt. Kleine, dunkle, matte Kryställchen, die beim Drucke grünen Metallglanz annehmen.

0·3245 bei 100° C. getr. Subst. gaben 0·4420 CO_2 und
0·0700 H_2O
0·4400 „ „ „ „ „ 0·1020 schwefelsaur. Kalk

	$C_9H_6N_5caO_6$ [1]	Gefunden
C	36·00	35·97
H	2·00	2·39
ca	6·66	6·81

Barytsalz. Es fällt aus den Lösungen des Kalisalzes auf Zusatz von Chlorbaryum als dichter, licht rothbrauner Niederschlag heraus, der sich auf einem Filter mit kaltem Wasser auswaschen läßt. Es verpufft mit grünem Lichte.

0·3150 bei 100° C. getr. Substanz gaben 0·3275 CO_2 und
0·490 H_2O
0·3075 „ „ „ „ „ 0·1030 schwefelsauren Baryt [2])

	$C_9H_6N_5baO_6$ [3])	Gefunden
C	30·98	30·08
H	1·72	1·72
ba	19·64	19·69

[1]) Ca = 2ca; ca = 20.

[2]) Die Barytbestimmung mußte auf erstem Wege ausgeführt werden.

[3]) Ba = 2ba; ba = 68·5.

Die Salze des Silbers und Bleies sind dunkelbraune Niederschläge, die quantitativ nicht untersucht wurden. Die freie Kresylpurpursäure läßt sich aus diesen Salzen eben so wenig isoliren, wie die Phenylpurpursäure. Es verhalten sich ihre Salze auch in allen übrigen Stücken fast genau so, wie die der letzteren. Aus den Analysen der bei 100° C. getrockneten Verbindungen ergibt sich ferner die Formel $C_9H_7N_5O_6$, homolog mit $C_8H_5N_5O_6$.

Nimmt man mit Baeyer an, es sei die Formel der Phenylpurpursäure $C_8H_8N_5O_5$, so müßte das phenylpurpursaure Kali z. B. durch Trocknen über 100° C. noch 5.90 Pct. verlieren. Mit diesem Salze hat Prof. Barth eine Reihe von Trockenversuchen ausgeführt, und, nach seiner freundlichen Mittheilung, fand er, daß, erhöht man die Temperatur beim Trocknen allmählig, man allerdings eine stetige Gewichtsabnahme bemerkt; allein dieser Gewichtsverlust erreicht schließlich 7—8 pCt., und kann wahrscheinlich noch höher steigen. Das Salz hat sich dabei offenbar zersetzt, es erhält eine dunkle Mißfarbe und seine Lösung ist nicht mehr roth, sondern braun. Prof. Barth glaubt, daß diese Zersetzung schon bei 150° C. beginnt, einer Temperatur, bei der das Salz jedoch 1—2 pCt. verliert. Beim phenylpurpursauren Kalk fand er selbst bei 130—140° C. keinen nennenswerthen Wasserverlust, und die Analysen des so hoch getrockneten Salzes stimmten noch mit der Formel überein.

Ich meines Theils kann diese Versuche von Barth nur bestätigen. Phenylpurpursaures Kali, welches Prof. Hlasiwetz 1859 dargestellt hatte, verlor, nachdem es bei 100° C. vorgetrocknet war, bei bis 150° C. steigender Temperatur nur 1.24 pCt., von 150 bis 180° C. bis zu 8.88 pCt.; bei 200° C. betrug der Gesammtverlust 21.85 pCt. [1]).

---

1) Substanz bei	100° C.	0·2815	
	125	0·2795	0.71 %
	135	0·2780	1·24
	150	0·2780	1·24
	170	0·2740	2·63
	170	0·2730	3·02
	170	0·2700	4·10
	170	0·2670	5·15
	170	0·2640	6·22
	175	0·2605	7·46
	180	0·2565	8·88
	200	0·2200	21·88

Das zuvor bei 100° C. getrocknete Ammonsalz hatte bei 125° C. noch gar keinen Gewichtsverlust erlitten; weiterhin ergaben sich allmählige Gewichtsabnahmen bis 3.75 pCt. (bei 160° C.). Darüber hinaus (170° C.) erhitzt, verpuffte die Substanz. Durch einen zweiten ebenso verlaufenden Versuch ging die kleine, gerade zur Verfügung stehende Menge der Substanz verloren. Baeyers Formel für das Ammonsalz verlangt 6.34 pCt. H_2O.

Was nun die kresylpurpursauren Salze angeht, so fand ich für das Kalisalz bei 100° C. vorgetrocknet, und dann weiter nur bis 130° C. erhitzt, schon einen Verlust von 8.01 pCt., während die Rechnung für Baeyers Formel 5.64 pCt. verlangt [1]).

Schon der Augenschein lehrte, daß die Substanz nach diesem Trocknen größtentheils zersetzt war, sie hatte ein fast schwarzes, rußiges Äußere, löste sich unvollkommen und mit schmutzig brauner Farbe in Wasser. Es erscheint mir daher gewiß, daß die Formeln $C_8H_5N_5O_6$ und $C_9H_7N_5O_6$ die empirische Zusammensetzung der Phenyl- und Kresylpurpursäure ausdrücken, und demnach ist die Entstehung der letzteren entsprechend dem Schema:

$$\underbrace{C_7H_5N_3O_7}_{\text{Trinitrokresylsäure}} + 3CNH + H_2O = \underbrace{C_9H_7N_5O_6}_{\text{Kresylpurpursäure}} + CO_2 + H_3N$$

Die Kresylpurpursäure ist nicht das einzige Umsetzungsproduct, welches aus der Reaction zwischen Trinitrokresylsäure aus Cyanmetallen hervorgeht. Bei dem rohen Kalisalze, welches man zunächst erhält, befindet sich noch eine zweite Verbindung, in Wasser viel schwerer löslich, wie diese, und darum durch Auskochen des rohen Salzes davon abtrennbar.

Man erhält hierbei stets einen mehr oder minder beträchtlichen amorphen dunkelvioletten bis schwarzblauen Rückstand, der das Ka-

---

1) Substanz bei

Substanz bei	100° C.	0·9360	
	105	0·9195	1·76 %
	110	0·9110	2·74
	120	0·8870	5·23
	120	0·8770	6·30
	130	0·8670	7·37
	130	0·8610	8·01



lisalz einer neuen, ganz eigenthümlichen Verbindung zu sein scheint. Mich auf eine vorläufige Anzeige von Hlasiwetz beziehend, der eine ganz ähnliche Substanz auch aus der Einwirkung des Cyankaliums auf Binitronaphtol hervorgehen sah, beschränke ich mich für heute auf die Mittheilung, daß dieser blauen oder violetten Kaliverbindung ein ebenso gefärbter reiner Farbestoff entspricht, der daraus durch Behandeln mit Säuren sich abscheidet, und in dessen Verhalten Einiges an den Indigo erinnert. Ich habe mich durch Versuche überzeugt, daß aus reiner Pikrinsäure der Körper nicht entsteht, und es kann sein, daß die Bildung solcher Producte, ähnlich der der Anilinfarben, erst bei den Derivaten der Phenylverbindungen ihren Anfang nimmt. Ich bin im Begriffe, diese Verhältnisse genauer zu untersuchen, und behalte mir weitere Mittheilungen vor.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

LX. BAND.

ZWEITE ABTHEILUNG.

7.

Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Physiologie, Meteorologie, physischen Geographie und Astronomie.

XVII. SITZUNG VOM 1. JULI 1869.

Herr Dr. A. Petermann in Gotha bestätiget, mit Schreiben vom 19. Juni, dankend den Empfang der ihm zugesendeten Subventions-Summe von 400 fl. = 218 Thr. 15 Ngr., welche die kais. Akademie den beiden Theilnehmern an der zweiten deutschen Nordpol-Expedition, den Herren Dr. G. C. Laube und Julius Payer bewilligt hat.

Herr Prof. Dr. Fr. Rochleder übersendet eine Abhandlung: „Über die Chrysophansäure".

Herr Prof. Dr. K. Langer überreicht eine für die Denkschriften bestimmte Abhandlung, betitelt: „Wachsthum des menschlichen Skelets mit Bezug auf den Riesen".

Herr Hofrath Dr. E. Brücke legt eine Abhandlung: „Über die Entstehung der bipolaren Anordnung der Linsenfasern", von Herrn M. Woinow aus Moskau vor. Die betreffenden Untersuchungen wurden im physiologischen Institute der k. k. Wiener Universität ausgeführt.

Herr Director Dr. G. Tschermak übergibt einen „Bericht über das Niederfallen eines Meteorsteines bei Krähenberg, Kanton Homburg in der Pfalz" von Herrn Dr. Georg Neumayer.

Derselbe spricht ferner über die chemische Zusammensetzung der Feldspathe, welche Natron und Kalkerde enthalten.

Herr Dr. J. Hann überreicht eine Abhandlung: „Untersuchungen über die Winde der nördlichen Hemisphäre in ihrer klimatologischen Bedeutung".

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Akademie der Wissenschaften, Königl. Preuss., zu Berlin: Monatsbericht. März 1869. Berlin; 8⁰.

Apotheker-Verein, Allgem. österr.: Zeitschrift. 7. Jahrgang, Nr. 12. Wien, 1869; 8⁰.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1760—1761. Altona, 1869; 4°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LVIII, Nrs. 8, 23—24. Paris, 1869; 4°.

Cosmos. XVIII[e] Année, 3[e] Série. Tome IV, 25[e]—26[e] Livraisons. Paris, 1869; 8°.

Gesellschaft, österr., für Meteorologie: Zeitschrift. IV. Band, Nr. 12. Wien, 1869; 8°.

— Astronomische, zu Leipzig: IX. Publication. (Tafeln der Pomona, von Otto Lesser.) Leipzig, 1869; 4°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Verhandlungen und Mittheilungen. XXX. Jahrg., Nr. 23. Wien, 1869; 8°.

Istituto, Reale, Veneto di Scienze, Lettere ed Arti: Atti. Tomo XIV°, Serie III[a], Disp. 6[a]. Venezia, 1868—1869; 8°.

Landbote, Der steirische. 2. Jahrgang, Nr. 13. Graz, 1869; 4°.

Lotos. XIX. Jahrgang, April — Mai 1869. Prag; 8°.

Mittheilungen aus J. Perthes' geographischer Anstalt. Jahrgang 1869, V. Heft nebst Ergänzungsheft Nr. 26. Gotha; 4°.

Moniteur scientifique. Tome XI[e], Année 1869, 300[e] Livraison. Paris; 4°.

Museum-Verein, Siebenbürgischer: Jahrbücher. V. Band, 1. Heft. Klausenburg, 1869; 4°.

Revue des cours scientifiques et littéraires de la France et de l'étranger. VI[e] Année, Nrs. 8. 29—30. Paris et Bruxelles, 1869; 4°.

Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux: Mémoires. Tome VI, 1[er] Cahier. Paris et Bordeaux, 1869; 8°.

Wiener Landwirthschaftl. Zeitung. XIX. Jahrgang, Nr. 25—26. Wien, 1869; 4°.

— Medizin. Wochenschrift. XIX. Jahrgang, Nr. 49—52. Wien, 1869; 4°.

Über die Entstehung der bipolaren Anordnung der Linsenfasern.

Von M. Woinow aus Moskau.

(Aus dem physiologischen Institute der Wiener Universität.)

(Mit 1 Tafel.)

Wenn wir eine in Müller'scher Flüssigkeit oder in schwefelsaurem Kupferoxyd gehärtete Linse eines Kaninchens von ihrer Kapsel befreien, so finden wir am vorderen Pole derselben eine horizontale, am hinteren Pole eine verticale Linie. Sowohl die vordere, als die hintere Linie werden durch das Zusammentreffen der Linsenfasern gebildet; die verticale Linie ist deutlicher zu sehen und reicht fast bis zur Mitte der Linse. Die Anordnung der Fasern ist, wie allgemein bekannt, eine bipolare.

Ich habe mir zur Aufgabe gestellt, sowohl die Entstehung dieser Linien, als auch die bipolare Anordnung der Fasern in ihrer Entwickelung zu verfolgen.

Die ersten Stadien der Entwickelung, in welchen wir die Linse als Linsengrube, Linsenblase finden, trägt zur Lösung unserer Aufgabe wenig bei. Von Wichtigkeit ist es für unsere Zwecke, das Stadium zu betrachten, in welchem die innere Peripherie der Linsenblase massenhafter geworden ist und die Elemente derselben sich zu Linsenfasern umgebildet haben.

Man sieht alsdann an solchen Linsen die äußere Peripherie der ursprünglichen Linsenblase zum Epithel der Linsenkapsel umgebildet (v. Becker), ferner die seitlichen Theile als faserige Gebilde, die bogenförmig in jene Faserzüge übergehen, welche aus den Elementen der inneren Peripherie der Linsenblase gebildet wurden. Die Fasern in der Mitte der Linse (Fig. 1) ziehen geradelinig, die seitlichen bilden schwach nach außen concave Bögen, deren Concavität nach dem Rande hin zunimmt.

Die Linsenfasern erscheinen auf Schnitten meist als von parallelen Wänden begrenzt, ja es entsteht das Bild von Spindelzellen, doch nur da, wo die Fasern schief durchschnitten sind, so daß sie in der That alle sehr lang gebogene Prismen zu sein scheinen. Die Kerne der Linsenfasern sind elliptisch und enthalten einen oder mehrere Kernkörperchen. Der hintere Rand der Linse (wie man an meridionalen Schnitten sieht) bildet eine gerade Linie, an welche die Gefäße der Hyaloidea grenzen. Die Linse nimmt in diesem Stadium den größeren Theil des Bulbus ein. Zwischen Linse und Retina finden wir außer den Kernen an den Gefäßverzweigungen der Hyaloidea keine Formelemente im Glaskörperraume.

Die Veränderungen, welche wir an der Linse in den folgenden Entwickelungsstadien finden, sind folgende: Eine Linse aus diesem Stadium in toto beobachtet, zeigt nicht eine einfach gekrümmte Fläche als Begrenzungscontour der hinteren Wand, sondern in der Mitte derselben ragt ein Hügel hervor, um welchen sich eine Vertiefung befindet, die wiederum von einem Wulste nach außen begrenzt ist, so daß wir von einer und derselben Linse die Durchschnitte als biconvexe, convexconcave finden, oder sie können auch die Form haben, die Fig. 2 auf dem Durchschnitte bietet, wenn der Schnitt durch die Mitte der Linse geführt wurde. Die Form der Durchschnitte ändert sich, je nachdem wir die Linse am Rande, oder in der Mitte, oder in einer zwischen beiden gelegten Ebene durchschneiden. Im letzten Falle wird der Durchschnitt eine convexconcave, im ersten eine biconvexe Scheibe darstellen. Diese Form der Linse ist bei Embryonen von 1½ Cent. bis 3 Cent. zu finden[1]), mit der Bemerkung, daß an den jüngeren das Niveau des mittleren Hügels über jenes des peripheren hervorragt; bei den älteren (3 Cent.) überragt der periphere Wulst den Hügel. Was den Verlauf der Fasern anlangt, so ist er in diesen Stadien ähnlich dem früheren (Fig. 1 und 2). Die Fasern des Hügels bilden den späteren Kern der Linse.

Es fragt sich nun, wie wir uns die Entstehung der oben beschriebenen Form der hinteren Linsenfläche erklären. Wenn die Fasern

---

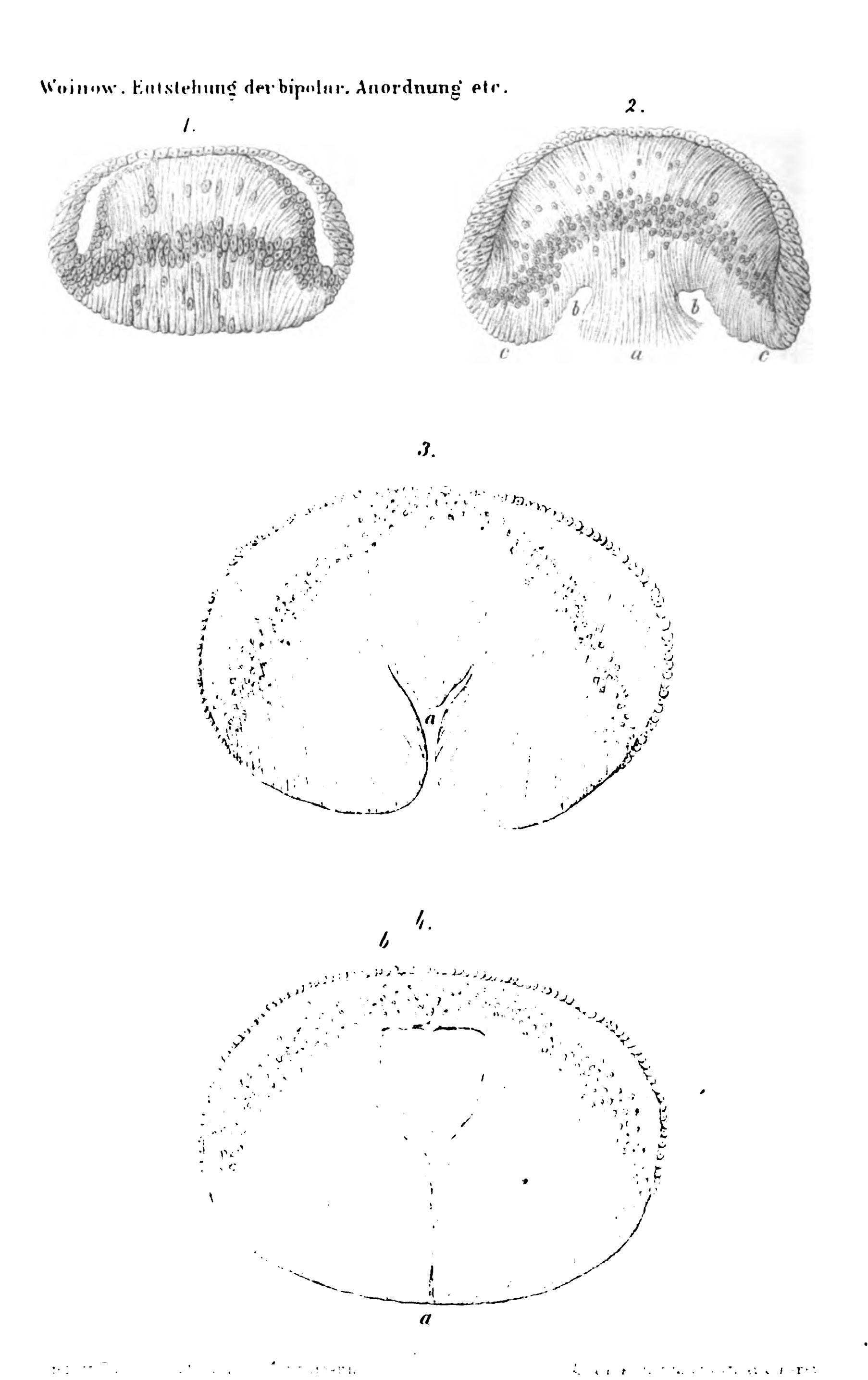
[1]) In diesen Stadien (1½ bis 2 Cent.) fand ich an der hinteren Linsenfläche einen Raume, der von rundlichen, durchsichtigen, homogenen Bläschen ausgefüllt war; über ihre Bedeutung kann ich nichts aussagen. (Sind sie eine Leichenerscheinung oder Kunstproduct?)

des Randtheiles und die der Mitte der Linse an Länge zunehmen, so wird an einer umschriebenen Partie, welche der Vertiefung entspricht, möglicherweise ein geringerer Wachsthum sein, wodurch die hintere Linsenfläche die angegebene Gestalt annehmen muß. Nun werden die Fasern des mittleren Hügels nur bis zu einer bestimmten Grenze wachsen können, während die Fasern, welche den peripheren Wulst bilden, an Länge noch zunehmen, und zugleich eine Neubildung derselben an der Peripherie Statt hat. Dieses Letztere bedingt es, daß der periphere Wulst in späteren Stadien mehr hervorragt als der centrale Hügel. Durch die Massenzunahme des peripheren Wulstes wird die Vertiefung zwischen ihm und dem Hügel relativ immer schmäler. Wenn die Vertiefung so schmal geworden ist, das der periphere Wulst den mittleren Hügel berührt, so wird in letzterem das Wachsthum sistirt und der Wulst beginnt ihn zu überwallen. Dabei wird seine frühere sphärische Oberfläche nach hinten mehr konisch. Davon können wir uns sowohl bei der Zerfaserung als auch an Querschnitten solcher Linsen (Fig. 3) überzeugen. Indem der periphere Wulst sich über den Konus schließt, entsteht eine verticale Furche an der hinteren Linsenfläche, die äußerlich als hintere verticale Linie sichtbar wird. An Querschnitten der Linse finden wir diese Furche, die sich später in eine Nath verwandelt, bis nahe an die Mitte reichend. Diese Furche, später Nath, setzt sich fort in die Grenze zwischen dem Mantel des Konus und dem überwallenden Wulste, so daß auf Durchschnitten, die nach der Axe der Linse gemacht werden, die Figur eines *Y* entsteht. Dieses letztere ist an Linsen von Kaninchen von 6 bis 7 Cent. zu finden. In diesem Stadium (Fig. 3) haben wir schon die bipolare Anordnung der Fasern. Die Fasern am Rande der Linse sind an Durchschnitten nach Außen concav, jene in der Mitte laufen geradelinig; die Fasern, die dem Wulste angehören und an der hinteren Furche zusammenkommen, laufen von beiden Seiten gegeneinander und machen mit der Furche Winkel von wachsender Größe.

Nun haben wir uns zu fragen, warum eine hintere verticale Furche so zu Stande kommt, da wir doch in früheren Stadien einen gleichmäßigen Wall als peripheren Wulst kennen, dieser müßte ja beim Zusammentreffen in der Mitte der hinteren Linsenoberfläche einen rundlichen Trichter bilden? Man kann dies offenbar nur dadurch erklären, daß die seitlichen Partien des Wulstes viel stärker nach hinten zu wachsen als die obere und untere Partie, dadurch wird

das Zusammentreffen eine verticale Furche bedingen. Hiervon kann man sich an senkrecht auf einander stehenden Durchschnitten zweier Linsen von einem und demselben Embryo überzeugen. Die vordere Furche (Nath) ist nur an Linsen von ausgetragenen Kaninchen zu sehen. Sie ist stets horizontal, mit der hinteren senkrechten unter 90° gekreuzt, und kommt wahrscheinlich dadurch zu Stande, daß die Fasern, die im oberen und unteren Theile des peripheren Wulstes sich dem hinteren Pole weniger nähern können, um so stärker nach vorne wachsen und nun ihrerseits die Fasern der seitlichen Partien vom vorderen Pole verdrängen und so direct auf einandertreffend, die horizontale Linie bilden (Fig. 4). Die horizontale Linie entspricht einer Furche (Nath), die nicht so tief gegen die Mitte der Linse ragt, wie die verticale, wovon man sich an Linsen erwachsener Kaninchen überzeugt. Diese Ungleichheit erklärt sich dadurch, daß die Entwickelung der hinteren Furche in ein früheres Stadium fällt, als die der vorderen.

Außer den Kaninchen-Linsen habe ich unter solchen mit bipolarer Anordnung noch die vom Eichhörnchen in der Entwickelung untersucht; sie verhält sich wesentlich eben so.



Digitized by Google

Woinov

Von ....

in ....

An die

kaiserliche Akademie der Wissenschaften.

Wien.

Erklärung der Abbildungen.

Fig. 1. Meridionaler Durchschnitt der Linse eines 1 Cent. langen Kaninchenembryo.

„ 2. Meridionaler Durchschnitt der Linse eines 2 Cent. langen Kaninchenembryo; *a*) der Hügel, *b*) Vertiefung, *c*) peripherer Wulst.

„ 3. Meridionaler-horizontaler Durchschnitt der Linse eines 6 Cent. langen Kaninchen-Embryo; *a*) die hintere Furche der Linse.

„ 4. Meridionaler-horizontaler Durchschnitt der Linse vom neugeborenen Kaninchen; *a*) hintere Furche, *b*) vordere, horizontale Furche.

Über die Chrysophansäure.

Von dem w. M. Med. Dr. **Friedrich Rochleder**,

Im Sommer des Jahres 1843 habe ich in Gemeinschaft mit Heldt in Liebig's Laboratorium einige Flechten untersucht. Unter diesen befand sich auch die *Parmelia parietina*. Die gelbe, krystallisirte daraus dargestellte Substanz erhielt den Namen Chrysophansäure. Im Winter desselben Jahres fanden Schloßberger und Döpping im Laboratorium zu Gießen die Chrysophansäure in der Rhabarber. Im Jahre 1856 stellten Warren de la Rue und Hugo Müller die Chrysophansäure aus dem Absatze dar, der sich in Rhabarbertinctur beim Stehen gebildet hatte und fanden außer den Bestandtheilen, welche Schloßberger und Döpping in der Rhabarber nachgewiesen hatten, eine krystallisirte Substanz, die sie Emodin nannten. Im Jahre 1858 hat v. Thann die Identität des Rumicin (aus *Rumex obtusifolius*) mit Chrysophansäure nachgewiesen. Grothe fand 1860 Chrysophansäure in *Rheum pyramidale* und 5 Rumexarten.

Im Jahre 1861 machte Fr. Pilz in meinem Laboratorium Versuche über das Verhalten der Chrysophansäure zu Chloracetyl. Im Jahre 1862 machten Warren de la Rue und Hugo Müller gleichfalls Versuche über die Einwirkung von Chloracetyl, so wie auch von Chlorbenzoyl und Salpetersäure auf Chrysophansäure.

Abgesehen von einer Notiz über eine einfachere Darstellungweise der Chrysophansäure aus Flechten und Rhabarber (1854) von mir und einer Abhandlung von Professor C. D. Schroff in dem Wochenblatte der k. k. Gesellschaft der Ärzte in Wien: Über die wirksamen Bestandtheile der Rhabarber wurden keine Untersuchungen über Chrysophansäure veröffentlicht.

In einem Vortrage: „Über Farbstoffe aus der Anthracengruppe" gehalten in der Sitzung der deutschen, chemischen Gesellschaft in

Berlin, am 11. Mai 1868, geben die Herren Graebe und Liebermann an, daß sie durch Erhitzen von Chrysophansäure mit Zinkstaub Anthracen erhalten haben und knüpfen daran eine Reihe von Bemerkungen, auf die ich alsbald näher eingehen werde.

Bei der Analyse der Chrysophansäure hatten ich und Heldt Schloßberger und Döpping und Pilz folgende Zahlen erhalten:

	F. R. u. Heldt		Schlossb. u. D.	Pilz
C . . .	67·90	68·09	68·12	68·00
H . . .	4·57	4·60	4·24	4·51

Die von mir aufgestellte Formel der Chrysophansäure: $C_{10}H_8O_3$ verlangt:

C . . .	68·18
H . . .	4·55

Gerhardt stellte die Formel $C_{14}H_{10}O_4$ als wahrscheinlich richtiger für die Chrysophansäure auf, sie verlangt:

C . . .	69·42
H . . .	4·12

Das Material zu den oben angeführten Analysen war bei 100° C. getrocknet.

v. Thann erhielt bei der Analyse der aus *Rumex obtusifolius* dargestellten, bei 100° C. getrockneten Chrysophansäure

C . . .	69·59	69·64
H . . .	4·36	4·59

Ich habe vor Kurzem Chrysophansäure, dargestellt aus *Parmelia parietina* bei 100° C. getrocknet (durch 4 Stunden in einem Strom von Kohlensäure) analysirt.

I. 0·119 gaben 0·2963 Kohlensäure und 0·0497 Wasser.
Chrysophansäure aus Rhabarber bei 100° C. im Kohlensäurestrom getrocknet, gab folgende Zahlen:

II. 0·1675 gaben 0·419 Kohlensäure und 0·0684 Wasser.

III. 0·1661 gaben 0·4155 Kohlensäure und 0·0644 Wasser.

Die Substanz zu dieser Analyse war bei 105° C. getrocknet.

In 100 Theilen:

	I.	II.	III.
Є	67·91	68·22	68·22
H	4·64	4·54	4·31

Wir haben somit, wenn wir die Analysen v. Thann's weglassen, 6 Analysen der bei 100° C. getrockneten Substanz, ausgeführt von verschiedenen Chemikern, zu verschiedenen Zeiten, mit Material aus verschiedenen Pflanzen, und nach verschiedenen Methoden analysirt und dabei in vollkommener Übereinstimmung unter einander, mit Ausnahme der geringeren Wasserstoffmenge bei der Analyse von Schloßberger und Döpping.

Dieser Mindergehalt rührt aber ganz sicher von nichts Anderem her als von dem Mischen der Substanz mit über 100° C. erwärmtem chromsaurem Blei.

Die Zahlen, welche v. Thann erhalten hat, stimmen ganz zufällig mit den Zahlen nahe überein, welche die Formel von Gerhardt verlangt. Die analysirte Substanz war, wie v. Thann selbst angibt, unrein.

Die Zusammensetzung der bei 100° C. getrockneten Chrysophansäure entspricht somit nicht der Formel Gérhardt's.

Die Zusammensetzung der bei 100° C. getrockneten Chrysophansäure wird durch die Formel $Є_{56}H_{42}Θ_{17}$ ausgedrückt.

Die bei 100° C. getrocknete Chrysophansäure enthält Krystallwasser, welches erst bei einer zwischen 110° und 115° C. liegenden Temperatur weggeht. $Є_{56}H_{42}Θ_{17}$ muß daher geschrieben werden $4\ (Є_{14}H_{10}Θ_4) + ΘH_2$.

Daß sich die Sache so verhält, habe ich durch den Versuch bestätigt.

Chrysophansäure, die zur Analyse II. gedient hatte, wurde im Kohlensäurestrom 4 Stunden bei einer zwischen 110° und 115° C. schwankenden Temperatur erhalten.

0·1798 geben 0·456 Kohlensäure und 0·0706 Wasser oder in 100 Theilen:

Є . . .	69·17
H . . .	4·36

Der bei 115° C. getrockneten Säure kömmt die Formel zu, die Gerhardt aufgestellt hat.

Die Vermuthung von v. Thann, daß die Methode der Verbrennung die Ursache der Nicht-Übereinstimmung der gefundenen Zahlen mit den nach Gerhardt's Formel berechneten sei, ist nicht begründet.

Graebe und Liebermann geben an, bei den Analysen der Chrysophansäure 4·0 und 4·1 pCt. Wasserstoff gefunden zu haben. Wieviel sie Kohlenstoff erhalten haben, ist nicht gesagt. Da sie ferner nicht angeben, bei welcher Temperatur die Substanz getrocknet war, die sie analysirten, da sie zwar sagen, daß die Chrysophansäure schwer zu reinigen sei, aber nicht angeben, wie sie gereinigt wurde, kann hier auf diese Zahlen weiter kein Werth gelegt werden.

Aus allen bis jetzt gemachten Analysen geht aber mit Bestimmtheit hervor, daß die von Graebe und Liebermann aufgestellte Formel $Є_{14}H_8Ө_4$ nicht der Ausdruck der Zusammensetzung der Chrysophansäure ist, sie verlangt:

Є	. . .	70·00
H	. . .	3·33
Ө	. . .	26·67

Wie Warren de la Rue und Müller angeben, ist das Emodin ein Begleiter der Chrysophansäure in der Rhabarber. Die Zusammensetzung des Emodin wurde von ihnen der Formel $Є_{40}H_{30}Ө_{13}$ entsprechend gefunden, welche in 100 Theilen

Є	. . .	66·85
H	. . .	4·18
Ө	. . .	28·97

verlangt.

Ob die Chrysophansäure, welche Graebe und Liebermann analysirten, frei von Emodin war, ist nicht zu ersehen aus dem, was in dem Sitzungsberichte der Berliner chemischen Gesellschaft gedruckt ist. Die Trennung des Emodin von der Chrysophansäure durch öfteres Umkrystallisiren aus Weingeist oder Esssigsäure u. s. w. führt nur nach sehr ofter Wiederholung zum Ziel.

Ich habe folgende Trennungsmethode zweckmäßig befunden. Sogenanntes Rhein von Dr. Marquardt aus Bonn bezogen, ein Gemenge von Chrysophansäure, Emodin und etwas amorphen, anderweitigen Substanzen wurde mit 80 pCt. Alkohol enthaltendem Weingeist

zu einem Brei vertheilt und zum Sieden erhitzt. Nach dem Erkalten wurde die Flüssigkeit durch Filtriren und Pressen entfernt. Die Masse wurde hierauf mit einem Gemisch von gleichen Raumtheilen Essigsäurehydrat und Wasser zum Sieden erhitzt, nachdem sie in der Flüssigkeit zu dünnem Brei vertheilt worden war. Die Flüssigkeit wurde noch warm von der Substanz, die ungelöst blieb, abfiltrirt und abgepreßt und letztere mit siedender Lösung von kohlensaurem Natron behandelt, worin sich von der Chrysophansäure nicht mehr löst als in heißem Wasser. Die Flüssigkeit ist blutroth gefärbt, sie wird heiß durch ein Filter von der Chrysophansäure getrennt und diese mit kaltem Wasser ausgewaschen.

Durch Auflösen in siedendem, 90% Weingeist und Erkaltenlassen der siedend filtrirten Lösung erhält man die Chrysophansäure rein. Die blutrothe abfiltrirte Lösung wird nach dem Erkalten filtrirt und das Filtrat mit Salzsäure versetzt, wodurch das Emodin gefällt wird. Man wäscht die gelben Flocken mit Wasser, löst sie in siedendem Weingeist und setzt heißes Wasser der weingeistigen, filtrirten Lösung zu, bis sich eine leichte Trübung zeigt. Beim Erkalten krystallisirt das Emodin heraus. Die Krystalle sind orange gefärbt.

Die bei 100° C. im Kohlensäurestrom getrockneten Emodin-Krystalle enthalten noch Wasser.

0·1895 gaben 0·4573 Kohlensäure und 0·0733 Wasser

In 100 Theilen:

Ꞓ	. . .	65·75
H	. . .	4·29

Wollte man die Formel $Ꞓ_{40}H_{30}Ꝋ_{13}$ als die wahre ansehen, so wäre die Zusammensetzung der bei 100° getrockneten Substanz $Ꞓ_{40}H_{30}Ꝋ_{13}$ + $^1/_4$ ($ꝊH_2$), was Ꞓ 66·02 H 4·26 entspricht.

Dieser Rest von Wasser geht erst bei einer über 100° C. liegenden Temperatur weg.

Ein bei 115° C. im Kohlensäurestrom getrocknetes Emodin gab bei der Analyse folgende Zahlen:

0·1641 gaben 0·4009 Kohlensäure und 0·0634 Wasser oder in 100 Theilen:

Ꞓ	. . .	66·63
H	. . .	4·29
Ꝋ	. . .	29·08

was der Formel $Ꞓ_{40}H_{30}Ꝋ_{13}$ entspricht.

Die Substanz, welche sich aus der rothen siedenden Sodalösung beim Erkalten abgesetzt hatte und auf einem Filter gesammelt, mit kaltem Wasser so lange gewaschen worden war, bis dieses nicht mehr röthlich gefärbt abfloß, blieb auf dem Filter als blaßrother schleimiger, das Filter verstopfender Überzug zurück, der mit salzsäurehaltigem Wasser übergossen, hochgelbe Farbe annahm und sich nun leicht mit Wasser auswaschen ließ. Durch Umkrystallisiren aus siedendem Weingeist wurde diese Portion von Emodin rein erhalten.

0·1617 bei 115° C. im Kohlensäurestrom getrocknet, gaben 0·3943 Kohlensäure und 0·0624 Wasser, oder in 100 Theilen:

C	. . .	66·47
H	. . .	4·27
O	. . .	29·26

Eine Quantität Emodin wurde, in Weingeist gelöst, mehrere Stunden zum Sieden erhitzt und der Lösung Salzsäure zugesetzt. Es trat keine Spaltung ein. Die Analyse der Substanz gab die Zusammensetzung des unveränderten Emodin.

0·1509 gaben 0·3635 Kohlensäure und 0·056 Wasser oder in 100 Theilen:

C	. . .	65·70
H	. . .	4·12
O	. . .	30·18

Die Formel $C_{40}H_{30}O_{18}$ ist vielleicht der richtige Ausdruck der Zusammensetzung des Emodin, aber wahrscheinlich ist diese Formel nicht.

Es lassen sich viele andere Formeln aufstellen, die ebenso gut zu den Daten der Analysen passen.

Da es mir nicht um die Untersuchung aller Bestandtheile der Rhabarber zu thun war, habe ich mich mit dem Emodin weiter nicht beschäftigt.

Das Emodin löst sich in wässeriger Ätzammoniakflüssigkeit mit blutrother Farbe, die Chrysophansäure aber nicht.

Dieses ungleiche Verhalten beider Körper ist zum Nachweis von Emodin in der Chrysophansäure, nicht aber zur Trennung beider Stoffe mit Vortheil anwendbar.

Graebe und Liebermann legen Werth darauf, daß sich in der Chrysophansäure nur 2 Atome Wasserstoff durch Acetyl oder Benzoyl ersetzen lassen. Pilz hat gefunden, daß auf C_{10} in der Chrysophansäure C_4 in der Form von Acetyl eintreten, und daraus folgt, daß auf C_{14} in der Chrysophansäure C 5·6 als Acetyl aufgenommen wurden, was also 3 Atomen Acetyl näher liegt, als 2 Atomen.

Warren de la Rue und Müller geben an, daß eine alkalische Lösung der Chrysophansäure roth sei und beim Eindampfen blau werde. Sie nehmen an, daß diese Farbenänderung von der Veränderung der Chrysophansäure herstamme. Schon Schloßberger und Döpping haben diese Beobachtung gemacht, aber gefunden, daß die blaue Verbindung sich in Wasser mit rother Farbe löst.

Ich habe Chrysophansäure in Natronlauge gelöst zur Trockne verdampft und die blaue Masse wieder in Wasser gelöst. Die durch Salzsäure aus der rothen Lösung gefällte Chrysophansäure gab bei der Analyse die Zahlen, welche der Zusammensetzung der unveränderten Chrysophansäure entsprechen.

Erst bei längerem Schmelzen mit Kalihydrat findet eine Einwirkung auf die Chrysophansäure statt, und es wird dabei ein Körper gebildet, der eine starke Fluorescenz zeigt.

Der Chrysophansäure höchst ähnliche Körper aus dem Krapp werde ich nächstens kennen zu lehren Gelegenheit haben.

Untersuchungen über die Winde der nördlichen Hemisphäre und ihre klimatologische Bedeutung.

Von Dr. J. Hann.

(Mit 2 Tafeln.)

Bei dem gegenwärtigen Standpunkte der Meteorologie ist es vorzugsweise die Lehre von den Luftströmungen, nach Herschel die schwierigste der ganzen Disciplin, welcher die meiste Aufmerksamkeit mit Recht zugewendet wird. Die Grundzüge der Verbreitung der Wärme und der Vertheilung des atmosphärischen Druckes über die Erdoberfläche sind vornämlich durch die großartigen Arbeiten Dove's schon in befriedigender Weise festgestellt worden; die allgemeinen Gesetze der Circulationsströmungen der Atmosphäre, wenigstens im ektropischen Gebiete, harren noch einer ähnlichen Begründung. Was wir am besten kennen, sind die Windverhältnisse über den Oceanen, und man war bisher zu geneigt, die dort gewonnenen Erfahrungen uneingeschränkt auch für die ganzen zwischenliegenden Festlandscomplexe gelten zu lassen.

Die Beobachtungen der Winde leiden auf den Continenten an zwei Übelständen: dem großen Einflusse ganz localer Störungen auf die Richtungen derselben, und einer überaus großen Ungenauigkeit in den Angaben der letzteren selbst, während man anderen wichtigen meteorologischen Elementen schon lange eine wissenschaftliche Präcision zu Theil werden läßt.

Die Aufstellung von Gesetzen für die Ursachen und die Bahnen der Stürme beschäftigt gegenwärtig vorzugsweise die Meteorologen, eine Aufgabe vom größten wissenschaftlichen und praktischen Interesse.

Wenige Bearbeiter haben sich der Feststellung der mittleren Bahnen der Hauptluftströmungen zugewendet, obgleich deren Kenntniß für eine wissenschaftliche Klimalehre unentbehrlich ist.

Über die mittleren Windrichtungen auf der nördlichen Hemisphäre besitzen wir ein sorgfältiges und reichhaltiges Werk, Coffin's „Winds of the Northern Hemisphere", Washington 1853. Seit dem Erscheinen dieser Arbeit hat aber sich einerseits das Beobachtungsmateriale sehr vervollständigt, andererseits gibt die Methode der Berechnung nach Lambert's Formel ein zu abstractes Resultat, welches nicht gestattet, zur Beurtheilung und zum Verständniß klimatischer Unterschiede wichtige Verhältnisse zu überblicken. Die Wiederaufnahme einer ähnlichen Arbeit wäre darum sehr verdienstlich.

Die Kenntniß der mittleren Windrichtung eines Ortes ist jedoch nur ein erster Schritt, der ziemlich fruchtlos bleibt, wenn man nicht weiter geht und untersucht, welche Eigenschaften den verschiedenen Winden zukommen, und welche Wirkung darum das Vorherrschen einer bestimmten Richtung zur Folge haben muß. Dehnt man diese Untersuchung über zahlreiche von einander entfernte Beobachtungspunkte aus, so gelangt man erst zu einer richtigen Vorstellung, in welcher Weise die Winde als die Vermittler des Wärmetransportes vom Äquator zum Pol und umgekehrt die wichtigsten Factoren der physischen Klimate werden.

Für den westlichen Theil von Europa haben Kämtz und Dove die Beziehungen zwischen mittlerer Windrichtung und Klima festgestellt.

Es schien mir nun eine wichtige und lohnende Aufgabe, diese Untersuchungen über die ganze nördliche Hemisphäre außerhalb der Tropenzone auszudehnen und durch die Berechnung der Häufigkeit, der mittleren Temperatur und des mittleren Luftdruckes der acht Windrichtungen für möglichst zahlreiche und passend gelegene Beobachtungsstationen außerhalb Europas vornehmlich die mittleren Bahnen der beiden fundamentalen Luftströmungen, die man nach Dove's Vorgang passend den Äquatorial- und Polarstrom nennt, aufzusuchen.

Ich lege hier den ersten Theil der Arbeit vor, welche in obiger Absicht unternommen wurde. Er umfaßt den Winter.

Ich habe von außereuropäischen Stationen das mir zugängliche mehrjährige Beobachtungsmateriale möglichst vollständig berechnet, von europäischen Punkten nur jene, welche zum Anschlusse an die schon vorhandenen Berechnungen für Westeuropa dienen konnten. Das meiste Materiale lieferten Kupffer's „Annalen des russischen Centralobservatoriums". Ohne diesen reichen Schatz von Origi-

nalbeobachtungen, welche die russische Regierung mit rühmenswerther Liberalität publicirt hat, wären alle umfassenderen Arbeiten nicht möglich, denn das russische Beobachtungsnetz dehnt sich über eine Oberfläche aus, die nach Humboldt's Ausdruck, die sichtbare Mondoberfläche übertrifft. Dem neuen Continente fehlt eine ähnliche Publication. Am empfindlichsten wird der Mangel von Originalbeobachtungen der Westküste Nordamerikas; die einzige russische Station, von der sie vorhanden, Sitka, hat einige klimatische Eigenthümlichkeiten, welche nicht für die ganze Küste gelten mögen. An der Ostküste wurden theils von etlichen Observatorien, theils von der Smithsonian Institution Beobachtungen publicirt; zur Untersuchung, wie die wesentlich abweichenden Verhältnisse der Ostküste und Westküste im Innern des Landes eine Vermittlung finden, fehlt wieder jedes Materiale.

Folgendes ist das Verzeichniß der hier neu berechneten Windrosen und der Anzahl der Beobachtungsjahre, die ihnen zu Grunde liegen:

Europa.	Asien.	Nord-Amerika.
Hammerfest (8 Jahre)	Aralsk (4 Jahre)	Sitka (8 Jahre)
Kursk (12 J.)	Tobolsk (8 J.)	Toronto (7 J.)
Oremburg (10 J.)	Barnaul (10 J.)	Providence (14 J.)
	Jakutsk (10 J.)	Godthaab (5 J.)
	Ajan (2 J.)	Upernivik (8 J.)
	Peking (9 J.)	
	Hakodati (4 J.)	

Die berechneten Elemente sind: Temperatur und Luftdruck; für letzteren fehlen die Beobachtungen zu Jakutsk und Upernivik. Windstärke und Zahl der Tage mit Niederschlag bei verschiedenen Winden wurde ebenfalls für einige Stationen berechnet. Über die Methode der Berechnung und andere Einzelnheiten habe ich Rechenschaft gegeben am Schluße dieser Abhandlung, wo die Resultate der Rechnung für die einzelnen Wintermonate mitgetheilt werden.

Die Winter-Mittel der thermischen und barischen Windrosen wurden nach Bessel's Formel berechnet und die höchsten und niedrigsten Werthe für 16 Windrichtungen darnach aufgesucht. Eine schärfere Bestimmung hielt ich nicht für nöthig. Die Ergebnisse dieser Berechnungen sind in den Tabellen I—V vereiniget; die Stationen sind geordnet mit Rücksicht auf klimatologisch und geographisch begründete Gruppen.

Tab. I. **Temperatur**

Abweichungen vom wahren Mittel, berechnet

Ort	Mittel	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW
West- und Mittel-Europa.									
Dublin	4·7*	—1·8	—1·4	—1·0	+0·7	+2·7	+2·5	+0·1	—1·7
London	3·1	—2·6	—3·1	—1·8	+0·4	+2·2	+2·4	+1·1	—0·9
Paris	3·7	—2·4	—3·8	—3·1	—1·1	+0·7	+1·7	+1·5	—0·1
Utrecht	1·5*	—0·6	—3·6	—3·8	—1·1	+1·6	+2·6	+2·8	+2·0
Emden	0·3	—0·6	—3·6	—4·5	—1·9	+1·5	+2·8	+2·4	+1·5
Hamburg	0·4	—2·5	—3·8	—3·8	—1·5	+1·4	+2·5	+1·7	—0·4
Karlsruhe	1·3	—2·3	—3·7	—2·8	—0·2	+2·7	+3·0	+1·7	+0·3
Mülhausen	0·5	—2·9	—3·3	—2·3	—0·2	+2·8	+3·9	+1·9	—0·8
Arnstadt	—1·6*	—1·8	—3·0	—3·4	—3·0	+1·6	+4·4	+3·6	+0·6
Bernburg	0·5	—4·5	—6·1	—5.0	—2·7	+0·1	+2·7	+3·0	—0·3
Zechen	—1·2	—4·3	—5·6	—3·9	—1·0	+1·5	+2·9	+2·3	—0·8
Prag	—0·3	—2·8	—2·5	—1·6	—0·8	+0·6	+2·0	+1·4	—1·1
Wien	0·0	—2·5	—3·2	—2·9	—1·9	+0·1	+2·4	+2·4	—0·1
Hochobir	—4·8	—2·9	—3·8	—1·5	+0.8	+1·7	+2·6	+2·9	—0·6
Lesina	9·6	—1·5	—3·3	—1·4	+2·1	+2·6	+0·8	+0·3	+0·4
Ostseeländer.									
Kopenhagen	—0·4	—1·6	—3·0	—2·3	—0·8	+0·4	+1·4	+1·9	+0·8
Stockholm	—2·8*	—5·6	—4·2	+0·1	+3·0	+3·7	+3·6	+1·8	—2·4
Upsala	—4·6	—3·5	—1·5	+2·3	+3·0	+1·9	+2·4	+2·5	—0·7
Konitz	—2·7	—1·6	—2·1	—1·9	—1·0	+0·7	+2·2	+2·0	+0·1
Bromberg	—1·5	—0·4	—3·3	—4·1	—1·5	+1·2	+1·6	+1·3	+1·2
Arys	—3·9	—2·3	—6·4	—5·8	—1·3	+2·1	+3·0	+3·2	+1·9
Mitau	—3·6	—3·5	—5·3	—4·8	—2·6	+0·8	+3·6	+3·5	+0·3
Fellin	—6·2	—3·2	—5·2	—6·2	—2·7	+2·8	+4·1	+1·0	—1·8
Dorpat	—8·3	—3·8	—6·9	—6·4	—2·0	+2·8	+4·4	+3·0	+0·1
Cholm	—7·5	—5·3	—6·3	—4·4	—1·0	+1·7	+2·5	+1·1	—2·0
Petersburg	—7·3	—2·8	—3·3	—2·9	—1·5	+0·7	+2·2	+1·4	—1·0
Nord- und Ost-Europa.									
Hammerfest	— 4·5	—1·6	—2·2	—2·3	—2·3	+0·6	+5·3	+5·2	+2·2
Archangel	—12·5	—1·6	—5·7	—6·4	—2·8	+1·4	+3·5	+3·8	+2·3
Kostroma	—10·2	—6·4	—3·7	—0·7	+1·0	+3·1	+4·3	+1·2	—3·0
Moskau	— 9·4*	—5·3	—5·6	—2·3	+1·8	+4·5	+5·2	+3·1	—1·4
Kursk	— 8·6	—4·7	—6·7	—4·3	+1·2	+5·6	+6·3	+3·8	—0·3
Katherinoslav	— 6·9	—4·3	—5·2	—3·4	+2·5	+6·2	+3·2	—2·1	—4·1
Tagunrog	— 5·3	—4·6	—4·8	—1·1	+2·8	+4·6	+4·8	+3·3	—0·6
Orenburg	—14·0	—6·6	—5·3	+1·1	+6·3	+5·9	+2·7	0·0	—3·3
West-Sibirien.									
Aralsk	—10·3	—4·6	—4·5	—1·4	+2·9	+5·9	+5·9	+2·9	—1·5
Tobolsk	—16·9	—7·9	—4·4	—1·7	—0·2	+3·7	+6·3	+1·9	—5·8
Tara	—20·9	—3·0	—2·6	—0·1	+2·5	+3·8	+3·5	+1·7	—1·0
Barnaul	—16·9	—6·9	—5·4	—4·6	+0·4	+6·1	+3·8	—4·6	—8·8

der Winde.

nach Bessel's Formel. (Grade Celsius.)

Ort	Mittel	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW
				Ost-Asien.					
Irkutsk [1])...	—18·5	—1·5	—4·2	—1·2	+3·0	+3·5	+1·4	—	+1·6
Jakutsk [1]) ..	—37·1	—0·8	+4·1	+6·3	+3·1	+4·9	+3·3	+8·4	+3·9
Ajansk	—17·9	+1·7	+4·5	+2·4	—0·9	—1·5	—1·5	—3·0	—2·4
Hakodati ...	— 1·4	—0·3	+1·2	+2·6	+4·6	+5·7	+3·4	—0·3	—1·7
Peking	— 1·9	—0·8	—0·6	0·0	+0·9	+1·4	+0·8	—0·2	—0·7
				Östliches Nord-Amerika.					
Toronto	— 4·2	—2·8	+0·2	+3·2	+3·6	+3·1	+2·8	+0·9	—2·2
Providence..	— 2·2	—1·9	+1·0	+4·0	+7·0	+8·4	+5·7	+0·3	—2·9
				Nordwest-Amerika.					
Sitka	— 0·7	—4·9	—4·9	+0·6	+5·0	+4·2	+2·2	+1·7	—0·7
				Grönland und Island.					
Godthaab...	— 9·0	—1·6	—2·4	—1·6	+2·3	+5·2	+3·5	0·0	—1·4
Upernivik [1]).	—19·8	—2·9	—1·1	—1·3	+13·6	+5·6	+4·2	+2·6	+2·2
Reykiavig ..	— 1·5*	—3·6	—2·2	+1·3	+4·1	+3·7	+1·1	—1·4	—2·9

Die Constanten der Function .... $T_{x} = u_1 \sin (U_1 + 45^\circ x) + u_2 \sin (U_2 + 90^\circ x)$ [2])

	u_1	u_2	U_1	U_2
Dublin	2·29	0·69	256°59'	40°36'
Utrecht	3·46	0·71	198°29'	132° 8'
Emden	3·61	0·79	197°17'	99°10'
Arnstadt	3·90	0·70	205°33'	353°53'
Bernburg................	4·60	0·63	209°48'	260°54'
Zechen	4·23	0·38	223°35'	233° 8'
Prag	2·29	0·63	228°14'	303°38'
Wien	2·96	0·58	206°42'	301°13'
Kopenhagen	2.32	0·46	204°45'	209°21'
Upsala	2·78	1·64	268°25'	256°49'
Arys	5·03	1·17	205°42'	149° 2'
Mitau	4·72	0·38	207°34'	293°12'
Fellin................	4·67	1·45	220° 0'	54° 7'
Dorpat................	5·74	0·59	214°50'	104°37'
Cholm	4·45	0·21	231°25'	200°34'
Petersburg	2·77	0·38	219°29'	336°48'
Hammerfest............	4·38	1·50	194°12'	303°25'
Archangel	5·27	0·74	196°16'	125°19'

[1]) Für Irkutsk, Jakutsk, Upernivik sind die Abweichungen aus den rohen Mitteln gebildet, nicht durch die Formel berechnet.

[2]) Es sind hier nur die von mir neu berechneten, hier zuerst publicirten Constanten aufgenommen; für die übrigen verweise ich auf die später folgenden literarischen Nachweise.

Tab. II. **Übersicht der wärmsten und**

Die Temperatur als Abweichung vom

Ort	N. Br.	L. o. Ferro	Minimum		Maximum		Temp.-Differenz	t_0—M
West- und Mittel-Europa.								
Dublin	53°23'	11°19'	NNW	—1·9	SSW	+2·9	4·8	—
London	51°30'	17°34'	NO	—2·8	SSW	+2·8	5·6	—0·3
Paris	48°50'	20° 0'	NO	—3·8	WSW	+1·8	5·6	—0·8
Utrecht	52° 5'	22°47'	ONO	—4·2	W	+2·8	7·0	—
Emden	53°22'	24°52'	ONO	—4·5	SW	+2·8	7·3	—0·3
Hamburg	53°33'	27°38'	ONO	—4·2	SW	+2·6	6·8	—0·8
Karlsruhe	49° 1'	26° 4'	NO	—3·7	SSW	+3·1	6·8	—0·2
Mühlhausen	51°13'	28° 9'	NO	—3·3	SW	+3·9	7·2	0·0
Arnstadt	50°50'	28°37'	O	—3·4	WSW	+4·4	7·8	—
Bernburg	51°48'	29°24'	NO	—6·2	WSW	+3·3	9·5	—1·6
Zechen	51°40'	34°13'	NO	—4·5	SW	+4·0	8·5	—1·1
Prag	50° 5'	32° 6'	NNO	—2·9	WSW	+2·0	4·9	—0·6
Wien	48°13'	34° 2'	NO	—3·2	WSW	+2·7	5·9	—0·7
Hoch-Obir	46°30'	32° 7'	NNO	—3·9	WSW	+2·9	6·8	—0·1
Lesina	43°11'	34° 7'	NO	—3·3	SSO	+2·8	6·1	0·0
Ostseeländer.								
Kopenhagen	55°41'	30°15'	NO	—3·0	W	+1·9	4·9	—0·4
Stockholm	59°21'	35°43'	N	—5·7	SSW	+3·8	9·5	—
Upsala	59°52'	35°18'	N	—3·6	OSO	+3·1	6·7	+0·8
Konitz	53°42'	35°15'	NO	—2·1	WSW	+2·4	4·5	—0·2
Bromberg	53° 7'	35°41'	ONO	—4·2	SSW	+1·7	5·9	—0·5
Arys	53°48'	39°36'	ONO	—6·8	W	+3·2	9·9	—0·7
Mitau	56°39'	41°22'	ONO	—5·3	WSW	+4·0	9·3	—1·0
Fellin	58°22'	43°18'	O	—6·2	SSW	+4·1	10·3	—1·4
Dorpat	58°23'	44°22'	ONO	—7·2	SW	+4·4	11·6	—1·1
Cholm	57° 6'	48°50'	NO	—6·3	SW	+2·5	8·8	—1·7
Petersburg	59°56'	47°57'	NO	—3·3	SW	+2·2	5·5	—0·9
Nord- und Ost-Europa.								
Hammerfest	70°40'	41°26'	OSO	—2·5	WSW	+6·5	9·0	+0·7
Archangel	64°32'	58°13'	ONO	—6·6	WSW	+3·9	10·5	—0·7
Kostroma	57°46'	58°36'	N	—6·4	SW	+4·3	10·7	—0·7
Moskau	55°45'	55°14'	NNO	—6·0	SW	+5·3	11·3	—
Kursk	51°44'	53°51'	NO	—6·7	SSW	+6·4	13·1	+0·1
Katherinoslav	48°28'	52°45'	NO	—5·2	S	+6·2	11·4	—0·9
Taganrog	47°12'	56°37'	NNO	—5·3	SSW	+4·8	10·1	+0·6
Orenburg	51°46'	72°46	NNO	—6·7	SSO	+6·7	13·4	+0·1

der kältesten Windrichtung.

wahren Mittel. (Grade Celsius.)

Ort	N. Br.	L. ö. Ferro	Minimum		Maximum		Temp.-Differenz	$u_0 - M$
West-Sibirien.								
Aralsk	46° 4'	79°27'	NNO	—5·0	SSW	+6·3	11·3	+0·7
Tobolsk	58°12'	85°56'	N	—7·8	SW	+6·4	14·2	—1·0
Tara	56°53'	92° 4'	NNO	—3·1	SSW	+3·8	6·9	+0·6
Barnaul	53°20'	101°37'	NW	—8·8	SSW	+6·2	15·0	—2·5
Ost-Asien.								
Irkutsk *	52°17'	121°50'	NO	—4·2	S	+3·5	7·7	—
Jakutsk *	62° 1'	147°24'	N	—0·8	W	+8·4	9·2	+4·1
Ajansk	56°27'	156° 6'	WNW	—3·2	NO	+4·5	7·7	—0·1
Hakodati	41°48'	160°47'	NW	—1·7	S	+5·7	7·4	+1·9
Peking	39°54'	138° 5'	NNW	—1·1	S	+2·4	3·5	+0·1
Östliches Nord-Amerika.								
Toronto	43°39'	298°18'	NNW	—3·1	OSO	+3·7	6·8	+1·1
Providence	41°50'	306°16'	NW	—3·0	S	+8·4	11·4	+2·7
Nordwest-Amerika.								
Sitka	57° 3'	242°21'	NNO	—5·8	SSO	+5·1	10·9	+0·4
Grönland und Island.								
Godthaab	64°10'	325°46'	NO	—2·4	S	+ 5·2	7·6	+0·5
Upernivik *	72°48'	321°46'	N	—2·9	SO	+13·6	16·5	—
Reykiavig	64° 8'	355°44'	N	—3·6	SSO	+4·4	8·0	—

Die Constanten der Function .... $T_n = u_1 \sin (U_1 + 45° x) + u_2 \sin (U_2 + 90° x)$

	u_1	u_2	U_1	U_2
Kostroma	4·85	1·36	258°48'	317°14'
Kursk	6·55	0·50	231°34'	130°55'
Katherinoslav	5·29	1·88	262°50'	93° 3'
Taganrog	5·08	0·78	244°12'	225° 0'
Orenburg	6·26	1·45	275°16'	198° 7'
Aralsk	5·63	0·05	247°52'	296°34'
Tobolsk	6·05	2·26	252°48'	330°50'
Tara	3·49	0·24	255° 2'	238° 0'
Barnaul	6·53	2·68	269°53'	50°40'
Jakutsk	1·26	2·66	245°19'	272°10'
Ajansk	3·11	1·59	31° 8'	7°14'
Hakodati	3·01	0·88	295°52'	61°15'
Peking	1·10	0·18	273°48'	0° 0'
Toronto	3·17	1·05	290°40'	292°19'
Providence	5·49	0·85	289°34'	40°14'
Sitka	4·56	1·90	263°35'	203°12'
Godthaab	3·49	1·32	256°48'	88°55'
Reykiavig	3·90	0·60	290° 6'	174°13'

Tab. III. Einfluss der Winde auf den Luftdruck.

Abweichungen vom Mittel (u_0) berechnet nach Bessel's Formel.
(Millimeter.)

Ort	Mittel u_0	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW
				West- und Mittel-Europa.					
Paris	756·8	+5·2	+4·3	+0·3	—3·3	—4·4	—3·5	—1·1	+2·5
Karlsruhe	754·2	+2·0	+2·4	+1·3	—0·9	—2·4	—2·1	—0·8	+0·7
Prag	744·5	+1·8	+1·9	+0·9	—0·3	—1·3	—1·9	—1·4	+0·3
Wien	745·8	+1·9	+2·1	+2·5	+1·7	—1·5	—4·1	—2·9	+0·3
Lesina	759·1	+3·6	+2·4	+2·2	—0·7	—5·6	—5·9	—0·2	+4·1
Utrecht	760·8	—0·2	+2·3	+3·2	+0·6	—2·2	—2·1	—0·8	—0·8
Emden	760·4	+3·3	+5·3	+3·9	—0·1	—3·9	—4·9	—3·4	—0·2
Salzwedel	758·9	—0·5	—0·1	+1·6	+0·7	—1·8	—1·6	—0·9	+1·1
Mühlhausen	744·5	+2·5	+3·8	+1·9	—1·2	—2·2	—2·4	—2·2	—0·5
Bernburg	754·3	+1·4	+1·8	+2·3	+1·5	—1·3	—3·4	—2·3	+0·1
Zechen	753·9	+1·9	+4·4	+2·8	—1·4	—3·4	—2·3	—1·3	—0·6
				Ostseeländer.					
Kopenhagen	759·6	—0·1	+1·8	+3·2	+2·2	—0·5	—2·5	—2·6	—1·6
Upsala	756·3	+1·7	+1·9	—1·6	—3·4	—0·6	+1·8	+0·5	—0·4
Danzig	763·5	+1·7	+1·3	+2·7	+2·8	—1·2	—4·9	—3·3	+0·6
Arys	750·1	+2·1	+5·3	+5·3	+1·2	—3·5	—5·1	—3·8	—1·4
Dorpat	755·5	+3·9	+7·2	+6·1	—1·8	—8·5	—7·1	—1·5	+1·7
Petersburg	759·3	—2·3	+1·3	+3·5	+3·1	+1·6	—0·4	—2·8	—4·0
Kostroma	748·6	—2·2	—0·8	+2·4	+1·9	—1·1	—1·2	+0·8	0·0
Archangel	752·5	—1·1	—1·9	+0·6	+1·8	—0·2	—1·1	+0·8	+1·3
Hammerfest	747·5	—0·2	+2·5	+4·3	+1·2	—3·2	—3·3	—0·9	—0·4
				Ost-Europa.					
Kursk	744·2	+3·3	+7·6	+6·4	—0·3	—5·8	—6·1	—3·9	—1·1
Orenburg	757·3	+5·4	+8·3	+2·2	—5·6	—6·0	—2·5	—1·6	—0·3
				West-Sibirien.					
Aralsk	752·4	+3·4	+4·5	+2·6	—1·0	—3·5	—3·9	—2·5	+0·3
Tobolsk	759·9	+1·4	+1·8	+2·7	+0·8	—3·1	—4·1	—1·0	+1·4
Barnaul	757·0	+0·9	+0·7	+3·2	+1·0	—4·9	—5·1	+0·8	+3·4
				Ost-Asien.					
Peking	767·4	+1·5	+0·3	—0·5	—1·0	—1·4	—1·1	+0·4	+1·7
Hakodati	755·1	+4·0	+2·3	—2·1	—4·6	—2·9	—0·3	+1·0	+2·6
				Nordwest-Amerika.					
Sitka	754·35	+4·6	+2·3	—2·4	—4·4	—2·1	—0·8	—0·1	+1·9
				Östliches Nord-Amerika.					
Toronto	751·2	+3·7	+2·3	+0·5	—2·2	—2·4	—2·1	—0·7	+2·2
Providence	755·0	+3·9	+1·3	—1·4	—2·5	—2·8	—2·2	+0·3	+3·4
				Grönland und Island.					
Godthaab	751·7	—0·2	+2·5	+4·0	—1·3	—6·0	—2·8	+2·2	+1·6
Reykiavig	746·1	+2·7	—0·3	—1·4	—0·2	—0·7	—2·1	—0·7	+2·6

Tab. IV. Übersicht der Windrichtungen mit dem höchsten und tiefsten Luftdruck.

Die Maxima und Minima sind als Abweichungen vom absoluten Mittel angegeben. (Millimeter.)

Ort	N. Br.	L. o. Ferro	Mittel	Minimum		Maximum		Temp.-Differenz
West- und Mittel-Europa.								
Paris	48°50'	20° 0'	755·9	S	—3·5	NNO	+6·2	9·7
Karlsruhe	49° 1'	26° 4'	54·1	SSW	—2·4	NO	+2·5	4·9
Prag	50° 5'	32° 6'	44·2	SW	—1·6	NNO	+2·4	4·0
Wien	48°13'	34° 2'	45·6	SW	—3·9	O	+2·8	6·7
Lesina	43°11'	34° 7'	60·0	SSW	—7·6	NNW	+3·4	11·0
Utrecht	52° 5'	22°47'	60·7	SSW	—2·4	O	+3·3	5·7
Emden	53°22'	24°52'	59·6	SW	—4·1	NO	+6·1	10·2
Salzwedel	52°49'	29° 9'	58·9*	SSW	—2·9	WNW	+2·1	5·0
Mühlhausen	51°13'	28° 9'	44·5*	SW	—2·4	NO	+3·8	6·2
Bernburg	51°48'	29°24'	53·3	SW	—2·4	O	+3·3	5·7
Zechen	51°40'	34°13'	53·0	S	—2·5	NO	+5·3	7·8
Ostseeländer.								
Kopenhagen	55°41'	30°15'	59·2	WSW	—2·3	O	+3·6	5·9
Upsala	59°52'	35°18'	56·8	SO	—3·9	NNO	+1·9	5·8
Danzig	54°21'	36°21'	63·5*	SW	—4·9	OSO	+3·3	8·2
Arys	53°48'	39°36'	49·3	SW	—4·3	ONO	+6·7	11·0
Dorpat	58°23'	44°22'	54·6	SSW	—7·9	ONO	+8·4	16·3
Petersburg	59°56'	47°57'	59·8	NW	—4·5	OSO	+3·1	7·6
Kostroma	57°46'	58°36'	49·9	N	—3·5	OSO	+1·5	5·0
Archangel	64°32'	58°13'	52·9	NNO	—2·4	SO	+1·4	3·8
Hammerfest	70°40'	41°26'	46·9	SSW	—3·3	O	+4·9	8·2
Ost-Europa.								
Kursk	51°44'	53°51'	43·9	SSW	—6·3	ONO	+8·2	14·5
Orenburg	51°46'	72°46'	58·1	SSO	—7·6	NO	+7·5	15·1
West-Sibirien.								
Aralsk	46° 4'	79°27'	53·1	SSW	—4·6	NO	+3·9	8·5
Tobolsk	58°12'	85°56'	60·0	SSW	—4·3	O	+2·6	6·9
Barnaul	53°20'	101°37'	55·3	SSW	—4·5	NW	+5·1	9·6
Ost-Asien.								
Peking	39°54'	138° 5'	67·7	S	—1·7	NNW	+1·5	3·2
Hakodati	41°48'	160°47'	57·7	SO	—7·2	N	+1·4	8·6
Nordwest-Amerika.								
Sitka	57° 3'	242°21'	54·5	SO	—4·6	N	+4·4	9·0
Östliches Nord-Amerika.								
Toronto	43°39'	298°18'	52·5	S	—3·8	N	+2·4	6·2
Providence	41°50'	306°16'	56·6	S	—4·4	NNW	+2·5	6·9
Grönland und Island.								
Godthaab	64°10'	325°46'	53·1	S	—7·5	ONO	+2·6	10·1
Reykiavig	64° 8'	355°44'	46·1*	SW	—2·1	NNW	+3·3	5·4

Tab. V. **Übersicht der vorherrschenden Luftströmung.**

Ort	Richtung	Procente	Temp.-Abweichung	Ort	Richtung	Procente	Temp.-Abweichung
London	SW	26	+2·4	Kostroma	SO	38	+1·0
Paris	SW	23	+1·7	Kursk	SW	20	+6·8
Utrecht	SW	26	+2·6	Katherinoslav	S	21	+6·2
Emden	SW	24	+2·8	Taganrog	O	41	—1·1
Karlsruhe	SW	39	+3·0	Orenburg	O	26	+1·1
Mühlhausen	SW	27	+3·9	Aralsk	O	21	—1·4
Bernburg	W	23	+3·0	Tobolsk	SO	30	—0·2
Zechen	S	25	+1·5	Tara	O	22	—0·1
Prag	SW	23	+2·0	Barnaul	SW	44	+3·8
Wien	W	28	+2·4				
Hochobir	N	21	—2·9	Irkutsk	N	50	—1·5
Lesina	SO	27	+2·1	Jakutsk	N	56	—0·8
				Ajansk	SW	23	—1·5
Kopenhagen	SW	22	+1·4	Hakodati	NW	42	—1·7
Upsala	N	24	—3·5	Peking	NW	31	—0·7
Arys	W	20	+3·2				
Mitau	SW	21	+3·6	Sitka	O	31	+0·6
Fellin	SW	29	+4.1				
Dorpat	W	25	+3·0	Toronto	NW	20	—2·2
Cholm	S	32	+1·7	Providence	NW	40	—2·9
Petersburg	SW	26	+2·2				
				Godthaab	NO	26	—2·4
Hammerfest	SO	34	—2·8	Upernivik	O	43	—1·3
Archangel	SW	21	+3·5				

Die Constanten der Formel $B_x = u_1 \sin(U_1 + 45^\circ x) + u_2 \sin(U_2 + 90^\circ x)$ angewendet auf die barische Windrose.

	u_1	u_2	U_1	U_2		u_1	u_2	U_1	U_2
Prag	1·95	0·25	54°30'	84°17'	Hammerfest	3·03	1·76	29°39'	257°44'
Wien	3·21	0·99	31°49'	169°49'	Kursk	6·87	1·47	41°42'	299°37'
Utrecht	2·29	1·20	26°54'	85°14'	Orenburg	6·00	2·94	71°21'	353°40'
Emden	5·10	0·33	44°36'	302°28'	Aralsk	4·26	0·33	53°40'	347° 0'
Bernburg	2·67	0·80	29°55'	178°13'	Tobolsk	2·97	1·41	50°44'	217°12'
Zechen	3·39	1·27	51°48'	323°48'	Barnaul	3·15	2·99	67°55'	222°38'
Kopenhag.	2·88	0·46	3°56'	225° 0'	Peking	1·53	0·37	107°50'	172°18'
Upsala	1·52	1·95	47°32'	16°21'	Hakodati	3·84	1·12	114°36'	29°26'
Arys	5·36	0·73	31°25'	277°51'	Sitka	3·52	1·45	109° 7'	59° 2'
Dorpat	7·32	2·28	58°47'	271°16'	Toronto	3·06	0·63	88°10'	80°54'
Petersburg	3·68	0·59	328°17'	320°12'	Providence	3·44	0·71	104° 8'	132° 8'
Kostroma	0·99	1·90	324°56'	239° 2'	Godthaab	3·04	3·13	73°13'	267°42'
Archangel	0·48	1·67	256°10'	203°52'	Reykiavig	1·71	1·58	101°48'	139°30'

Man wird auf den ersten Blick die große Übereinstimmung der Mitteltemperaturen und des mittleren Luftdruckes der Winde an einander nahe liegenden Orten erkennen, selbst dort, wo die Häufigkeit der verschiedenen Winde augenscheinlich local beeinflußt wird. Dieses Ergebniß ist eine sehr beruhigende Erscheinung; es versichert uns einerseits, daß wir dort, wo — wie im Mittel- und West-Europa — schon von ziemlich vielen Orten Windrosen vorliegen, den Einfluß der Winde auf das Klima mit einer großen Präcision angeben können, daß aber anderseits selbst eine einzige Station schon eine ziemlich zutreffende Vorstellung davon gewähren kann.

Ferner ergab sich hieraus die Berechtigung geographisch und klimatisch zusammengehörige Stationen in Gruppen zusammenzufassen, ihre thermischen und barischen Windrosen in Mittel zu vereinigen und so die charakteristischen Unterschiede auf einen klareren und kürzeren Ausdruck zu bringen. Bei der Übereinstimmung der vereinigten Zahlenreihen schien es mir angemessen, für diese Gruppen die Lage und Werthe der Extreme mit aller wünschenswerthen Schärfe abzuleiten. Es muß bemerkt werden, daß diesen Gruppen die Zahlenwerthe der vorausgehenden Tafeln (durch Bessel's Formel erhalten) zu Grunde gelegt sind.

Die Gruppen selbst erhalten folgende Stationen:

1. **Nord-Europa**: Hammerfest, Archangel.
2. **Ostseeländer**: Konitz (*T*) [1], Bromberg (*T*), Arys, Danzig (*B*), Mitau (*T*), Fellin (*T*), Dorpat, Cholm (*T*), Petersburg.
3. **Nordseegruppe**: Dublin (*T*), London (*T*), Paris, Utrecht, Emden, Hamburg (*T*), Salzwedel (*B*), Kopenhagen.
4. **Mitteldeutschland**: Karlsruhe, Mühlhausen, Arnstadt (*T*), Bernburg, Zechen, Prag, Wien.
5. **Central Rußland**: Kostroma, Moskau (*T*), Kursk, Katherinoslav (*T*), Taganrog (*T*).
6. **Westsibirien**: Orenburg, Aralsk, Tobolsk, Tara (*T*), Barnaul.
7. **Ostasien**: Peking, Hakodati.
8. **Östliches Nordamerika**: Toronto, Providence.

---

[1] Für die Orte, denen ein *T* beigefügt ist, liegen hier blos Windrosen der Temperatur vor, für die mit *B* behafteten blos barometrische.

Bei Berechnung der mittleren Häufigkeit der Winde für diese Gruppen wurden die Stationen mit auffallend localen Eigenthümlichkeiten ausgeschlossen.

Über die mittleren Bahnen des Äquatorial- und Polarstromes im Winter der nördlichen Halbkugel.

I.

Über die klimatischen Unterschiede der Ost- und Westseiten der Continente im Allgemeinen.

Wäre die Erdoberfläche völlig homogen, so würde auf jeder Halbkugel der Passatzirkel viel regulärer unter gleichen Parallelen rings um die Erde laufen und auch das ektropische Windsystem würde das Schauspiel einer gleichmäßigen Vertheilung des polaren und rückfließenden Luftstromes bieten. Durch den Gegensatz der ungleich vertheilten flüssigen und festen Grundfläche des Luftmeeres in Bezug auf die Wärmeaufnahme und Abgabe entstehen sehr complicirte Verhältnisse. Aber immerhin lassen sich, bedingt durch den Einfluß der Erdrotation auf die Luftströme und durch die zwei großen Festlandscomplexe von Asien-Europa und Nordamerika mit den zwischen liegenden Oceanen, zwei Paare von entgegengesetzten Wind- und Witterungssystemen in der ektropischen nördlichen Hemisphäre mit großer Bestimmtheit unterscheiden.

Daß über dem Meere jenseits der polaren Ränder beider Passatgürtel die Westwinde vorherrschen, war schon den frühesten spanischen Westindienfahrern bekannt [1], welche sie auf ihrer Heimkehr unter dem 28. Breitegrade aufzusuchen pflegten. Da diese Winde, der rücklaufende Passat, auch über ganz Europa ihre Herrschaft ausdehnen, so mußte die Meteorologie, die ja auf europäischen Boden ihre erste Pflege wie ihre Ausbildung erhielt, die Frage aufwerfen, wo dieser einseitige vorwiegende Zufluß zum Pole wieder eine Compensation durch vorwiegend rückfließende polare Strömungen fände. Schon im Jahre 1828, im 13. Bande von Pogg. Annalen, hat Dove die Vermuthung ausgesprochen, daß dies im Innern der Continente der Fall sein möge, von woher damals noch keine Beobachtungen vorlagen. Und in der That, so weit wir gegenwärtig die mittlere Häufigkeit der Luftströmungen auf den Continenten kennen, berech-

---

[1] Siehe Peschel, Geschichte der Erdkunde. S. 395.

tigen sie uns zu dem Ausspruche, daß, wie über den Oceanen und über den Westseiten der Continente die Äquatorialströme, so im Innern und auf den Ostseiten der Festländer die polaren Strömungen überwiegen.

Wie sich im Winter die Häufigkeit der warmen und kalten Luftströmungen verhält, darüber gibt die folgende Tabelle Auskunft.

Tab. VI. Häufigkeit der Winde in Procenten.

	N.	NO.	O.	SO.	S.	SW.	W.	NW.	Stationen
Nord-Europa	5·5	4·5	8·5	26·0	20·5	14·0	13·5	7·0	2
Ostseeländer	5·6	5·8	11·8	12·5	15·1	22·4	19·1	7·2	5
Nordseegruppe ...	5·8	9·8	10·9	10·3	12·8	24·0	15·3	11·0	5
Mittel-Deutschland	7·7	6·0	8·6	9·2	14·1	18·0	21·1	15·1	5
Central-Rußland ..	6·7	7·9	18·9	16·8	15·5	12·2	11·7	10·0	4
West-Sibirien	10·1	13·0	19·0	17·1	12·5	10·1	9·6	8·6	4
Ost-Asien	9·0	4·5	4·0	5·7	8·3	12·3	19·3	36·5	2
Östl. Nord-Amerika	10·5	11·0	9·0	4·0	5·0	15·5	15·5	30·0	2

Bezeichnen und vereinigen wir der leichteren Übersicht wegen die NW.-, N.- und NO.-Winde als Nordströmung, die SO.-, S.- und SW.-Winde als Südströmung, so bekommen wir folgende Verhältnisse ihrer Häufigkeit:

	Nordsee	Deutschland	Cent.-Rußland	West-Sibirien	Ost-Asien	Ost-Amerika
Nordstrom:	26·6	28·8	24·6	31·7	50·0	51·5
Südstrom:	47·1	41·4	44·5	39·7	26·3	24·5

Es ist augenscheinlich, wie in ganz Europa die Südströmung vorwiegt, wie in West-Sibirien beide Ströme sich schon die Wage halten, und mit welch' entschiedenem Übergewicht die Polarströme auf den Ostseiten der Continente auftreten. Dieses Übergewicht wird voraussichtlich schon im Innern des Continents erreicht [1]). Deutschland erscheint in dieser Übersicht kälter, Rußland wärmer, weil dort die (in den Summen fehlenden) warmen Westwinde, hier die Ostwinde eine große Häufigkeit erreichen. Daß auf der Westseite von Nordamerika die warmen Südwestwinde ebenso oder noch mehr wie in Europa vorherrschen, ist eine bekannte Thatsache, läßt sich aber leider gegenwärtig nicht durch Ziffern darstellen. Die hohe Gebirgsküste, von SO. nach NW. streichend, verwandelt durch Ablenkung den

[1]) Zwischen unsererer westsibirischen und ostasiatischen Gruppe liegen 63 Längengrade.

SW.- dort in einen SO.-Wind, wenigstens in den unteren Schichten, wovon wir an der dalmatinischen Küste ein nahe liegendes Analogon haben.

Da wir von den Ostseiten der Continente nur Stationen benützen konnten, die nahe am Meere oder nicht sehr weit landeinwärts liegen, so möchte man vielleicht einen Theil des Übergewichts der nördlichen Winde zunächst auf den localen Temperaturgegensatz zwischen Land und Meer zurückführen und eine ganz locale untere Strömung nach Art der Land- und Seewinde der Inseln darin erkennen. Dann aber müßte sich das Verhältniß zu Ungunsten der Nordströmung ändern, wenn wir statt der Procente der Häufigkeit die Procente der Summen der Stärke der einzelnen Windrichtungen einsetzen würden. Aber gerade das Gegentheil ist der Fall, denn wir erhalten folgendes Verhältniß der Quantitäten der bewegten Luftmassen:

Quantität der bewegten Luftmassen.

	Ost-Asien.			Östliches Nord-Amerika.	
	N	S		N	S
Peking	64·5	28·2 Proc.	Toronto	44·0	20·5 Proc.
Hakodati	51·2	10·9	Providence	61·7	24·0
Mittel	57·8	19·6	Mittel	52·8	22·2
		Häufigkeit der Winde.			
Mittel	50·0	26·3	Mittel	51·5	24·5

Es ist also auch die Intensität der nördlichen Strömung größer, als die der südlichen, gerade umgekehrt wie in Westeuropa, wo der SW.-Passat vorherrscht. Recht augenscheinlich macht uns dies aber die vorwiegende Richtung der Stürme. Wir wollen für Westeuropa und die Ostküsten der beiden Continente von etlichen Stationen die Zahl der Stürme aus den 8 Hauptrichtungen hier anführen:

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW
			Stürme (Procente.)					
Emden	0·6	2·3	1·1	8·7	8·1	50·3	15·0	13·9
Fellin	5·7	0·6	0·8	4·2	28·1	40·9	17·6	1·9
Mittel	3·2	1·5	1·0	6·5	18·1	45·6	16·3	7·9
Toronto	18·4	2·6	15·5	2·9	4·0	17·9	11·3	27·3
Providence	1·6	20·6	4·4	4·4	3·2	7·9	7·9	49·2
Mittel	10·0	11·6	10·0	3·7	3·6	12·9	9·6	38·3

daraus ergibt sich das Verhältniß der Nordstürme zu den Südstürmen:

	Europa	Östliches Nord-Amerika
N.-Stürme	12·6	59·9
S.-Stürme	70·2	20·2

Von Ostasien fehlen mir die Zahlen zu einer ähnlichen Zusammenstellung, doch sind auch zu Peking die NW.-Stürme weitaus vorwiegend. Es ist bemerkenswerth, daß obgleich zu Emden im Winter die aufs Meer hinaus wehenden Ostwinde eine auffallende Häufigkeit erreichen und nur vom SW. um einige Procente übertroffen werden, doch Stürme aus dieser Richtung sehr selten bleiben (1·1%, dagegen SW. 50·3%) — es sind somit nur locale Landwinde, während auf der Ostseite von Asien und Nordamerika diesen Landwinden die größte Intensität und die häufigsten Stürme zukommen. Aus allen diesen geht mit Bestimmtheit hervor, daß wir uns auf der Ostseite der Continente im Strombette der polaren Winde befinden. Wie in Westeuropa die Richtung der Sturmbahnen weitaus überwiegend von SW. nach NO. gerichtet der Stromlinie des rückkehrenden Passates folgt, so folgt sie dort der Richtung des polaren Stromes von NW. nach SO. (weiter im Innern wahrscheinlich von N. nach S.)

Man ist der richtigen Auffassung von Naturvorgängen stets schon sehr nahe gekommen, wenn die Vorstellungen von denselben, die aus der bloßen Zusammenstellung der Thatsachen resultiren, übereinkommen mit jenen, die wir aus physikalischen Principien im vorhinein deduciren können. Dies ist hier der Fall. Die großen Festlandsoberflächen erkalten im Winter durch Wärmestrahlung um so stärker, je weiter wir von ihren oceanischen Rändern aus ins Innere gehen und dabei an geographischer Breite gewinnen. Die Wärme bewahrende Dunsthülle wird beständig dünner, der trübe Wolkenhimmel der Uferländer klärt sich und die Erdoberfläche strahlt ungehindert durch die heitere trockene Luft ihre Wärme in den Weltraum hinaus, für welche der immer kürzere Tag keinen Ersatz liefern kann. Es entsteht dadurch im Innern des großen Landcomplexes ein Kältecentrum, dessen Lage zugleich eine Function der Entfernung von einem offenen Meere, der geographischen Breite und noch einer dritten Größe ist, von der alsbald die Rede sein soll. Im Gegensatze hiezu walten über dem Meere und seiner nächsten Umgebung milde Temperaturen bis weit hinauf in polare Breiten, beschirmt durch eine

feuchte trübe Atmosphäre und bewahrt durch das Spiel der senkrechten und horizontalen Strömungen in der vermöge ihrer hohen Wärmecapacität selbst an der Oberfläche langsam erkaltenden Flüssigkeit. Vielleicht ist auch eine ungleiche Diathermansie der feuchten Luft für die dunklen Wärmestrahlen, die von einer Wassermasse und von einem festen Körper ausgehen, nicht ohne Bedeutung. Über den Meeren haben also die vom Äquator rückkehrenden warmen Strömungen ein offenes Feld, während ihnen auf den Continenten die schweren frostdichten Luftmassen im Wege stehen, welche selbst das Bestreben haben, in niedere Breiten abzufließen. Da durch die Achsendrehung der Erde alle Strömungen im Sinne der Meridiane auf der nördl. Hemisphäre nach rechts abgelenkt werden, so ergießt sich die vorzugsweise über den Oceanen rückströmende Äquatorialluft auch über die Westseiten der Continente. Aus der gleichen Ursache wenden sich auch die warmen Meeresströmungen den Westküsten zu, und Luft und Meer führt so im Einklang die tropische Wärme längs der Westseiten der Continente in höhere Breiten. Dies ist die dritte Größe, von der die Lage des Kältecentrums im Innern des Continents abhängt und die Ursache, warum es unsymmetrisch weit nach Osten geschoben wird, wie dies bei der Lage des asiatischen Winterkältepols besonders zu Tage tritt.

Die äquatorwärts abfließenden kalten Strömungen finden naturgemäß ihre freie Bahn im Innern und auf den Ostseiten der Continente, und werden hier vorherrschend umsomehr, da auch die Pole der größten Winterkälte unsymmetrisch östlich liegen. Die Rotation lenkt auch diese Strömungen nach rechts ab und gibt ihnen das Bestreben Nordostwinde zu werden. In Folge der angedeuteten physikalischen Ursachen jedoch gehen sie mehr fächerförmig von dem Innern der Continente aus: sie sind Nordwestwinde auf der Ostseite, Nordwinde im Innern, Nordostwinde auf den Westseiten.

Die warmen rückkehrenden Strömungen behalten, ihrem äquatorialen peripherischen Ursprung treu, überall nahe dieselbe Richtung und den gleichen Charakter.

Mit dieser Darstellung stimmen die Isothermen des Winters ebensowohl überein wie die Isobaren, wovon man sich durch einen Blick auf Buchans: Isobarometric Lines in Januar (Handy Book of Meteorologie, Tafel II) überzeugt. In der Region der größten Winterkälte bildet sich auch ein Centrum höchsten Druckes am auffallendsten

über der größten Continentalfläche in Asien. Die zwischenliegenden warmen Meeresoberflächen erleiden einen niedrigeren Druck, die über ihnen vorwiegend äquatoriale Luftströmung, zum Theil durch jenen bedingt, wird auch wieder Ursache desselben. Während hier die Luft beständig bewegt ist, liegt über dem Innern der Continente ein ruhiger eisiger Luftsee.

Dove hat gezeigt, daß die beiden fundamentalen Strömungen sich durch ihre Temperatur und durch ihren Einfluß auf den Luftdruck und die Witterung überhaupt scharf definiren lassen. Hoher Luftdruck und niedrige Temperatur sind für den Polarstrom ebenso bezeichnend, wie tiefer Barometerstand und hohe Wärme für den Äquatorialstrom. Der Unterschied in den mittleren Windverhältnissen der Ostseiten und Westseiten der Continente muß sich darum auch in den metereologischen Windrosen derselben aussprechen, ja wir dürfen hoffen, durch dieselben noch zu einer schärferen Charakteristik der differirenden Witterungssysteme zu gelangen. Auf den folgenden Tabellen VII—IX sehen wir diese Erwartungen realisirt.

Tab. VII. Thermische Windrosen der nördlichen gemässigten Zone (Winter).

a) Die Constanten der Bessel'schen Formel.

Ort	N. Br.	L. o. Ferro	Stationen	Jahre	u_0	u_1	u_2	U_1	U_2
Nord-Europa	67°36'	49°50'	2	26	—0·037	4·714	0·265	195°43'	325° 0'
Ostseeländer	56°23'	42° 2'	8	100	—0·939	3·983	0·301	213°52'	92'23'
Nordsee.........	52°36'	22° 5'	7	126	—0·375	2·777	0 270	215°23'	107°46'
Mittel-Deutschland	50°24'	30°27'	7	111	—0·631	3·503	0.302	217°19'	314° 0'
Central-Rußland .	52°11'	55°53'	5	53	—0.252	5·303	0.121	246° 2'	150°15'
West-Sibirien	53°15'	86°22'	5	42	—0·422	5·495	0·429	261°20'	8° 2'
Ost-Asien	40°51'	149°26'	2	13	+1·00	2·181	0·532	290°36'	66°27'
Östl. Nord-Amerika	42°44'	302°17'	2	21	+1·90	4·306	0·562	290°12'	339° 9'

b) Abweichungen vom wahren Mittel (Celsius).

	Nord-Europa	Ostsee	Nordsee	Mittel-Deutschland	Central-Rußland	West-Sibirien	Ost-Asien	Östl. Nord-Amerika
Mittel	—8·50	—5·12	+1·90	−0·11	—8·08	—15·8	—1·65	—3·20
N	—1·50	—2·85	—1·73	—2·97	—5·04	—5·79	—0·55	—2·36
NNO	—2·95	—4·05	—2·60	—3·67	—5·59	—5·41	—0·06	—1·04
NO	—3·96	—4·86	—3·20	—3·89	—5·31	—4·42	+0·31	+0·62
ONO	—4·45	—5·07	—3·32	—3·71	—4·21	—3·53	+0·73	+2·24
O	—4·39	—4·56	—2·90	—3·20	—2·47	—1·31	+1·28	+3·59
OSO	—3·74	−3·35	—1·98	—2·39	—0·36	+0·55	+1·96	+4.59
SO	—2·53	—1·70	—0·76	—1·31	+1·76	+2·41	+2·77	+5·28
SSO	—0·86	+0·07	+0·48	—0·04	+3·52	+4·02	+3·37	+5·69
S	+1·05	+1·59	+1.49	+1·27	+4·65	+5·07	+3·53	+5·76
SSW	+2·98	+2·58	+2·10	+2·39	+5·02	+5·26	+3·13	+5·30
SW	+4·26	+2·96	+2·28	+3·05	+4·59	+4·43	+2·11	+4·23
WSW	+4·91	+2·75	+2·09	+3·06	+3·48	+2·68	+0·88	+2 59
W	+4·69	+2·06	+1·63	+2·37	+1·84	+0·35	—0·26	+0·61
WNW	+3·67	+1·06	+0·98	+1·14	—0·08	—2·08	—1·02	—1·25
NW	+2.08	−0·16	+0·17	—0·37	−2·05	—4·10	—1·20	- 2·53
NNW	+0·26	—1·50	—0·75	—1·83	—3·79	—5·38	—0·99	—2·92

c) Lage und Werthe der Extreme (Abweichungen).

Ort	Minimum			Maximum			Differenz
Nord-Europa ...	N 75° O	Oz. N	—4·50	S 74° W	W z. S	+4·94	9·44
Ostsee	N 63° O	ONO	—5·08	S 48° W	SW	+2·96	8·04
Nordsee	N 62° O	ONO	—3·34	S 44° W	SW	+2·28	5·62
Mittel-Deutschl..	N 46° O	NO	—3·91	S 55° W	SW z. W	+3·14	7·05
Central-Rußland	N 26° O	NNO	—5·60	S 21° W	SSW	+5·02	10·62
West-Sibirien...	N	N	—5·79	S 15° W	S z. W	+5·30	11·09
Ost-Asien	W 44° N	NW	—1·20	O 84° S	S z. O	+3·54	4·74
Östl. N.-Amerika	W 65° N	NNW	—2·92	O 81° S	S z. O	+5·77	8·69

Tab. VIII. Barometrische Windrose für die nördliche gemässigte Zone (Winter).

a) Die Constanten der Bessel'schen Formel.

Ort	N. Br.	L. o. Ferro	Stationen	Jahre	u_1	u_2	U_1	U_2
Nord-Europa	67°36'	49°50'	2	26	1·365	1·531	23°28'	231° 3'
Ostseeländer	56°37'	42° 4'	4	51	4·017	0·776	32° 2'	267°36'
Nordseegruppe ...	52°33'	25°25'	5	80	2·815	0·530	46°51'	258°35'
Mittel-Deutschland	50°20'	30°39'	6	96	2·721	0·061	46°25'	289°11'
Central-Rußland ..	51°44'	53°51'	1	12	6·874	1·466	41°42'	299°38'
West-Sibirien	52°20'	84°56'	4	32	4·048	0·790	62°10'	268°33'
Ost-Asien	40°51'	149°26'	2	13	2·654	0·433	112°38'	43°50'
Östl. Nord-Amerika	42°44'	302°17'	2	21	3·225	0·504	94°53'	113°23'

b) Abweichungen vom Mittel (Millim.).

	Nord-Europa	Ostsee	Nordsee	Mittel-Deutschland	Central-Rußland	West-Sibirien	Ost-Asien	Östl. Nord-Amerika
N	—0·64	+1·36	+1·53	+1·91	+3·30	+2·79	+2·75	+3·67
NNO	—0·54	+2·70	+2·19	+2·51	+5·80	+3·46	+2·31	+3·05
NO	+0·31	+3·88	+2·71	+2·74	+7·59	+3·85	+1·32	+1·88
ONO	+1·53	+4·49	+2·86	+2·54	+7·91	+3·66	—0·02	+0·51
O	+2·44	+4·40	+2·45	+1·93	+6·41	+2·68	—1·32	—0·74
OSO	+2·47	+2·90	+1·44	+1·01	+3·38	+0·95	—2·31	—1·67
SO	+1·46	+0·93	+0·01	—0·09	—0·33	—1·18	—2·77	—2·27
SSO	—0·18	—1·19	—1·45	—1·16	—3·68	—3·13	—2·65	—2·61
S	—1·73	—2·91	—2·57	—2·03	—5·85	—4·37	—2·15	—2·75
SSW	—2·50	—3·84	—3·08	—2·57	—6·58	—4·60	—1·44	—2·68
SW	—2·23	—3·95	—2·92	—2·70	—6·14	—3·89	—0·70	—2·28
WSW	—1·20	—3·44	—2·27	—2·43	—5·08	—2·57	—0·00	—1·44
W	—0·06	—2·85	—1·41	—1·82	—3·86	—0·10	+0·72	—0·19
WNW	+0·57	—1·76	—0·55	—0·95	—2·60	+0·20	+1·45	+1·30
NW	+0·46	—0·87	+0·20	+0·05	—1·12	+1·22	+2·14	+2·67
NNW	—0·14	+0·14	+0·87	+1·05	+0·85	+2·04	+2·66	+3·54

c) Lage und Werthe der Extreme (Abweichungen).

Ort	Maximum			Minimum			Differenz
Nord-Europa	O 12° S	O z. S	+2·59	S 28° W	SSW	—2·53	5·12
Ostseeländer.....	N 73° O	ONO	+4·50	S 37° W	SW z. S	—4·00	8·50
Nordseegruppe ..	N 60° O	NO z. O	+2·95	S 29° W	SW z. S	—3·09	6·04
Mittel-Deutschland	N 47° O	NO	+2·75	S 45° W	SW	—2·70	5·45
Central-Rußland .	N 57° O	NO z. O	+7·98	S 48° W	SW	—6·58	14·56
West-Sibirien ...	N 49° O	NO	+3·87	S 18° W	SSW	—4·64	8·51
Ost-Asien	W 83° N	N z. W	+2·77	O 52° S	SO z. S	—2·79	5·56
Öst. Nord-Amerika	W 80° N	N z. W	+3·72	S 4° W	S	—2·80	6·52

Tab. IX.

Änderung des Luftdruckes 1).

Mittel für den Winter. (Millimeter.)

Ort	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW	Calmen
Südost-Rußland und West-Sibirien.									
Kursk	+5·0	+2·2	+0·6	—0·9	—4·3	—2·1	—0·8	+2·0	+0·8
Orenburg	+1·9	+1·2	—1·8	—3·1	—1·8	+1·1	+0·6	+4·9	+3·1
Aralsk	+2·0	+0·1	—1·8	—2·6	—0·9	—1·9	+1·9	+4·2	+3·1
Tobolsk	+3·8	+1·4	—0·9	—1·4	—1·7	—1·4	+1·3	+4·8	+2·4
Barnaul......	+0·2	—1·5	+2·3	—1·4	—2·6	—0·6	+4·5	+3·9	+1·2
Ost-Asien.									
Peking	+2·3	+0·5	—0·8	—0·9	—0·6	—2·7	—0·9	+2·1	—
Hakodati.....	+2·5	—1·9	—9·1	—10·4	—7·0	—5·1	+1·5	+2·2	—
Nordwest-Amerika.									
Sitka.........	+1·6	+2·2	—2·0	—2·9	—1·3	+1·7	+1·6	+2·4	—
Östliches Nord-Amerika.									
Toronto	+4·6	—3·8	—5·6	—7·9	—5·8	—3·3	+0·8	+5·6	—
Providence...	+1·7	—4·2	—8·0	—9·8	—9·8	—5·6	+0·2	+5·3	—
Grönland.									
Godthaab	+2·9	+1·2	—0·4	—3·9	—4·4	—1·1	+2·9	+6·1	+1·9

1) In den 24 Stunden, die der Beobachtung des betreffenden Windes vorausgingen.

Wenden wir uns zuerst der Temperatur der Winde zu und constatiren wir die Thatsache, daß die Richtung des kältesten Windes genau im Sinne der früheren dargelegten Erfahrungen und theoretischen Ansichten sich ändert, sowie wir von Westen nach Osten durch den großen Continent schreiten. Wenn wir vorläufig Nord-Europa und die Ostseeländer, die unter dem Einfluß naher Meeresbecken gewisse Eigenthümlichkeiten haben, bei Seite lassen, so erhalten wir folgendes Bild der Wanderung des kältesten Punktes der Windrose:

	Nordsee	Deutschland	Cent.-Rußland	West-Sibirien	Ost-Asien
Breite	52°5	50°4	52°2	53·3	41°0
Länge	22	30·5	56·0	86·4	149.5
Minimum	N 62° O	N 46° O	N 26° O	N	W 44° N

Die ganze Änderung beträgt 108 Grade. In Westsibirien würde das Minimum noch etwas östlicher zu liegen gekommen sein, wenn ich Barnaul nicht einbezogen hätte.

Geringer und minder regelmäßig ist die Änderung der Lage des wärmsten Punktes der Windrose;

Nordsee	Deutschland	Cent.-Rußland	West-Sibirien	Ost-Asien
S 44° W	S 55° W	S 21° W	S 15° W	O 84° S

Von der westlichsten Lage des Maximums in Deutschland zur östlichsten in Ost-Asien beträgt die Änderung 61°.

Die Achsen der barischen Windrose sind einem ähnlichen Gesetz unterworfen, ein Übergang der Ostlage zur Westlage ist aber wenig ersichtlich. Die Werthe sind aber auch weniger sicher ermittelt, und es scheinen sich in Ost-Rußland und Sibirien Einflüsse geltend zu machen, denen später eine eingehende Erörterung gewidmet werden soll.

Maximum des Luftdruckes.

Nordsee	Deutschland	Cent.-Rußland	West-Sibirien	Ost-Asien
NO z. O	NO	NO z. O	NO	N z. W

Minimum des Luftdruckes.

Nordsee	Deutschland	Cent.-Rußland	West-Sibirien	Ost-Asien
SW z. S	SW	SW	SSW	SO z. S

Die barischen und thermischen Windrosen von der Ostseite Nordamerikas schließen sich völlig jenen von der Ostseite Asiens an. Von der Westküste Amerikas liegen leider nur ihre Werthe für

Sitka vor, denen in Europa die Windrosen von Lesina, das an einer ähnlichen Steilküste liegt, ziemlich analog sind. Doch treten auch hier bei der polaren Achse der Windrose die Unterschiede zwischen Ostküste und Westküste genügend hervor:

	Temperatur:		Luftdruck:	
Nord-Amerika	Maximum	Minimum	Maximum	Minimum
Ostküste	S z. O	NNW	N z. W	S
Westküste	SSO	NNO	N	SO

Zu besserer Übersicht über die Größe und die Art der Änderungen, welche die barischen und thermischen Windrosen an den Ostseiten der Continente erleiden, wird die folgende Tabelle dienen, deren Zahlenwerthe auch eine graphische Darstellung (Tafel I und II) gefunden haben [1]).

---

[1]) Unter „Westküste" sind vereiniget: Nordsee und Mittel-Deutschland, für die Winde auch die Ostseeländer; unter Ostküste die vier Stationen von der Ostseite Asiens und Nord-Amerikas. Eben dieselben liegen für letztere den Änderungen des Luftdruckes zu Grunde. Für die Westküste war es schwieriger hiefür vergleichbare Werthe zu erlangen, die von mir für Wien und Kursk berechneten, erfüllen diese Bedingung; ich vereinigte damit noch einige von Dove mitgetheilte Resultate, und suchte sie durch die strenge genommen nicht ganz correcte Hypothese vergleichbar zu machen, daß ich die Änderungen des Luftdruckes der Zeit proportional annahm. Die derart verwendeten Stationen sind: Chiswick, Paris, Arys, und Folgendes die erhaltenen Zahlen (Millimeter):

Ort	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW
Chiswick	+4·32	+1·83	+0·51	—1·63	—1·93	—1·42	+2·49	+2·84
Paris . . .	+1·76	+0·38	—0·88	—3·34	—3·54	—1·62	+4·24	+6·36
Wien . . .	+2·26	+2·00	—0·20	—1·85	—1·60	—1·47	+0·36	+1·49
Arys . . .	+5·55	+4·67	+0·41	—1·90	—3·59	—3·04	+0·68	+7·02
Kursk . .	+5·00	+2·20	+0·60	—0·90	—4·30	—2·10	—0·80	+2·00
Mittel . .	+3·78	+2·22	+0·09	—1·92	—2·99	—1·93	+1·39	+3·94

Tab. X. Vergleichende Übersicht einiger klimatischer Elemente der West- und Ostküsten.

	Häufigkeit der Winde (Proc.) [1]		Gang der Temperatur C.		Gang des Luftdruckes Mm.		Änderung [2]) des Luftdruckes	
	West-Küste	Ost-Küste	West-Küste	Ost-Küste	West-Küste	Ost-Küste	West-Küste	Ost-Küste
N	3·0	7·7	—2·35	—1·45	+1·72	+3·21	+3·86	+2·73
NNO	3·2	4·7	—3·13	—0·55	+2·35	+2·68	+3·10	+0·44
NO	3·9	2·8	—3·54	+0·46	+2·72	+1·60	+2·14	—2·21
ONO	4·6	2·3	—3·51	+1·48	+2·70	+0·25	+1·18	—4·55
O	5·0	2·8	—3·05	+2·43	+2·19	—1·03	+0·12	—6·12
OSO	5·2	3·4	—2·18	+3·27	+1·22	—1·99	—0·91	—6·84
SO	5·3	3·5	—1·03	+4·02	—0·04	—2·52	—1·89	—6·93
SSO	6·0	3·1	+0·22	+4·53	—1·39	—2·63	—2·73	—6·64
S	7·3	3·0	+1·38	+4·64	—2·30	—2·45	—3·06	—6·11
SSW	9·0	3·7	+2·24	+4·21	—2·82	—2·06	—2·81	—5·28
SW	10·3	5·7	+2·67	+3·17	—2·81	—1·49	—1·86	—3·94
WSW	10·6	8·7	+2·57	+1·73	—2·35	—0·72	—0·30	—2·02
W	9·6	11·6	+2·00	+0·17	—1·61	+0·26	+1·38	+0·28
WNW	7·7	13·3	+1·06	—1·13	—0·75	+1·37	+2·91	+2·45
NW	5·4	13·1	—0·10	—1·86	+0·12	+2·40	+3·90	+3·85
NNW	3·8	10·9	—1·29	—1·95	+0·96	+3·10	+4·15	+3·98

Die extremen Punkte für die Richtungen des wärmsten und leichtesten Windes, so wie die des kältesten und schwersten Windes sind hiernach:

	Temperatur:		Luftdruck:	
	Maximum	Minimum	Maximum	Minimum
Westküste	SW	NO z. O	NO z. O	SW z. S
Ostküste	SO z. S	NW z. N	N z. W	SSO

Auf eine solche Änderung in der Lage der Achsen der Windrosen an den Ostküsten hat schon der vortreffliche Kenner der klimatologischen

[1]) West-Küste: Nordsee, Mittel-Deutschland, Ostseeländer; Ost-Küste: Peking Hakodati, Toronto, Providence:

West-Küste .... $12 \cdot 48 + 6 \cdot 35 \sin (223°20' + 45° x) + 2 \cdot 74 \sin (309° 4' + 45° 2x)$

Ost-Küste .... $12 \cdot 50 + 9 \cdot 98 \sin (151°58' + 45° x) + 4 \cdot 49 \sin (204°42' + 45° 2x)$

[2]) Innerhalb 24 Stunden. die der Beobachtung des betreffenden Windes vorausgingen:

West-Küste......... $+ 0 \cdot 573 + 3 \cdot 522 \sin (100°18' + 45° x) + 0 \cdot 466 \sin (201°45' + 45° 2x)$

Ost-Küste .... $- 2 \cdot 307 + 8 \cdot 456 \sin (125°54' + 45° x) + 0 \cdot 982 \sin (141°25' + 45° 2x)$

Literatur Dr. A. Mühry vor längerer Zeit aufmerksam gemacht. (Pet. Mitth. 1861).

Die rückgängige Bewegung der polaren Achse beträgt für die Wärme etwa 90°, für den Luftdruck 62°; die der Äquatorialachse 57° und 54°. Durch die Lage des Meeres wird an den Ostküsten sehr augenscheinlich besonders die Ostseite der Windrosen modificirt: die Ostwinde werden wärmer und leichter, das Barometer fällt schon sobald sich der Wind über Nord nach NO. wendet, indem gleichzeitig die Temperatur die mittlere übersteigt. Die Westseite der Windrose, welche dem Äquatorialstrom angehört, erweist sich constanter: das Barometer steht über dem Mittel an den Ostküsten schon bei W. in Europa erst bei NW., die Wärme sinkt unter das Mittel an den Ostseiten bei WNW. in Europa erst bei NW.; der Übergang vom Fallen zum Steigen erfolgt jedoch beim Luftdruck auf beiden Seiten des Oceans gleichzeitig bei Westwind.

Würden alle Winde gleich oft wehen, so wäre der Effect davon auf die Mitteltemperatur verschieden auf den Westküsten und Ostküsten; dort würde die Wärme sinken, hier steigen; eine beiläufige Vorstellung hievon gibt die Differenz zwischen dem wahren (absoluten) Mittel und dem ersten constanten Gliede der Bessel'schen Formel in ihrer Anwendung auf die thermische Windrose ($u_0 - M$ auf Tab. II.). Betrachtet man das Glied u_0 auf Tab. VII, welches auch jene Differenz darstellt, so findet man es negativ, so weit die überwiegende Herrschaft des Äquatorialstroms reicht, es ist positiv im Gebiet des herrschenden Polarstroms. Würden an der Nord- und Ostsee und in Mittel-Deutschland alle Winde gleich oft wehen, so würde die Mitteltemperatur des Winters um 0·65 Grade sinken; würde dieser Fall in Ostasien und im östlichen Nord-Amerika eintreten, so würde sich die Mittelwärme um 1°0 und 1°9 erhöhen. In Wirklichkeit wäre aber der Einfluß weit bedeutender, denn mit dem Abnehmen der Äquatorialströmung in Europa würden die südlichen wie die nördlichen Winde kälter werden, wie mit dem Rückzug der Polarströmung an den Ostküsten, die Südwinde wärmer würden und ebenso die Nordwinde. Denn die vorherrschende Luftströmung modificirt in ihrem Sinne auch die Temperatur jedes anderen Windes. welcher ja schon eine Luftmasse von bestimmter Temperatur antrifft und durch die Mischung mit derselben seine Charakterzüge abschwächt.

Wie bedeutend würde erst die Änderung im Klima Europas, wenn es die Windverhältnisse Ost-Asiens überkäme. Der Winter der Mandschurei würde über Deutschland herrschen und die Elbe bei Hamburg nach dem Vorbild des Amur in der zweiten Maihälfte ihre Eisfesseln sprengen [1]. Glücklicher Weise ist dies nicht zu besorgen, so lange die Erde von West nach Ost sich umwälzt.

Wenn man die Richtungen der kältesten Winde auf den beiden großen Continenten beachtet, so hat man ein Recht zu sagen, daß für die gemäßigten und subtropischen Zonen derselben zwei Ausgangspunkte der Winterkälte, oder Kältepole, angenommen werden müssen; jeder Continent bezieht die Kälte aus seinem eigenen polaren Innenlande. Der Ursprung der warmen Luftströmungen jedoch liegt überall gleichmäßig in der peripherischen Zone, in der Äquatorialgegend.

Aber mit der geänderten Lage der Achsen der thermischen und barischen Windrose ist der Unterschied der Witterungssysteme der West- und Ostküsten noch nicht erschöpft. Die verschiedene Lage zur See ist besonders auf die Richtung der Regenwinde einflußreich, wie die folgenden Zahlen recht anschaulich machen:

Zahl der Tage mit Niederschlägen auf 100 (im Winter).

Ort	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW
Europa:								
London	43	38	41	54	70	70	51	41
Karlsruhe	21	10	8	23	28	39	30	28
Dorpat	23	13	32	45	59	61	47	28
Ost-Asien:								
Hakodadti	23	80	70	79	84	64	53	52
Peking	8	14	36	26	18	5	6	3
Östl. Nord-Amerika:								
Toronto	19	63	68	88	41	25	27	17
Providence	31	60	65	54	41	31	9	3
West-Seite	29	20	27	41	52	57	43	32
Ost-Seite	20	54	60	61	46	31	23	18

[1] Dies ist kaum eine Übertreibung, natürlich die Vorbedingung, die entgegengesetzte Achsendrehung der Erde vorausgesetzt. Denn das offene Meer im Norden Europas würde sich dann mit Eis schließen und der warme Meeresstrom sich in die Baffinsbay ergießen, während die Eismassen, die jetzt längs Ost-Grönland herabtreiben, die europäischen Küsten heimsuchen würden.

Der Einfluß des Meeres ist mit überraschender Regelmäßigkeit in diesen Zahlen zum Ausdruck gekommen. Die Niederschläge kommen überall von der See her, und die Westseiten und Ostseiten der Regenwindrosen vertauschen völlig ihre Rollen an den entgegengesetzten Seiten der Continente. Der trockenste Wind ist in Europa der NO., in Peking, Toronto und Providence der NW. In Hakodati ist der NW. feuchter, weil er übers Meer herkommt, aber immerhin hat er seine continentalen Eigenschaften noch im hohen Grade bewahrt [1]).

Ein wichtiges klimatologisches Element müssen wir hier hervorheben, welches einen beachtenswerthen Unterschied im Klima der Ost- und Westseiten der Continente bedingt: die Luftfeuchtigkeit. Nach dem vorausgehenden ist es klar, daß die Lufttrockenheit der Ostküsten in dem Vorwiegen des Polarstromes oder Continentalstromes daselbst begründet ist. In Europa sind die Seewinde so überwiegend, daß die Landwinde nur selten eine erhebliche Lufttrockenheit besonders im Winter herbeiführen können. Umgekehrt muß es in Nordamerika und Asien sein, wo die Landwinde vorherrschen. Für Peking habe ich folgende Feuchtigkeitsverhältnisse der Winde im Winter gefunden aus den Beobachtungen um 7^h Abend.

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW
	Feuchtigkeit in Procenten.							
Peking	59	63	72	71	69	59	57	45

Hier überrascht die Trockenheit des Nordwestwindes, die auch in allen drei Wintermonaten (s. S. 60) sich nahezu gleich bleibt. Der Südwest hat schon ziemlich den Charakter eines Landwindes angenommen, die größte Feuchtigkeit bringt der OSO. In Nordamerika sind die Verhältnisse wahrscheinlich dieselben. Für Toronto schien mir die Nähe der großen Seen eine ähnliche Rechnung kaum zu gestatten, für Providence fehlen die nöthigen Beobachtungen. Man ist über die Ursachen der Lufttrockenheit Nordamerikas, von welcher Desor eine allgemein bekannte Schilderung entworfen, verschiedener Meinung gewesen, ich glaube, daß sie durch das Vorherrschen der Landwinde völlig erklärt wird.

Man würde aber irren, wenn man dem Ost und Südostwind auf der Ostseite Asiens und Nordamerikas dieselbe Bedeutung als Regen-

[1]) Selbst auf den Kurilen bringen die W.- und NW.-Winde noch trockenes Wetter. nachdem sie 200 geographische Meilen übers Meer gestrichen sind. (Middendorf).

winden zuerkennen wollte, wie den SW.- und W.- Winden Europas. Jene Ostwinde sind seltene Winde und ihr Einfluß erstreckt sich wahrscheinlich nicht sehr weit landeinwärts, wo wieder der SW. der Regenwind wird, so daß der rückkehrende Passat immerhin den weitaus größten Theil der Hemisphäre die atmosphärischen Niederschläge spendet. In Nordasien reicht nach Middendorf das Gebiet der Regenwinde aus SW. vom atlantischen Ocean her etwa bis zur Lena, dann beginnt das Regengebiet, welches vom großen Ocean aus mit Wasser versorgt wird. In Nordamerika hört das Regengebiet der östlichen Winde wahrscheinlich jenseits der Appalachen auf.

Regenwindrose von Cincinnati nach Loomis [1]).

Auf 100 Tage:

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW
Jahr	2	10	1	9	10	25	18	25

während die Regenwindrose von New-Haven mit jenen von Toronto und Providence übereinkommt:

Jahr	8	37	6	19	7	15	1	7

Wenn man die Ursachen der convexen Scheitel der Isothermen an den Westküsten und der concaven Krümmung derselben an den Ostküsten aufzählt, so muß man sicherlich der entgegengesetzten Richtung der vorherrschenden Luftströmung eine bedeutendere Rolle zuerkennen, als gewöhnlich geschieht. Die Wirkung der Erdrotation ist es, welche die warmen rückkehrenden Strömungen des Meeres und der Luft veranlaßt, sich an und über die Westseiten zu ergießen, während an den Ostseiten der ungehinderte Abfluß der kalten Luft des Binnenlandes erfolgt. Der große Temperaturunterschied der europäischen und amerikanischen Ufer des atlantischen Oceans unter denselben Breitegraden ist somit nicht allein auf den Golfstrom und noch weniger auf die Sahara [2]) zurückzuführen, wie französische Meteorologen gerne wiederholen, er ist nur ein specieller Fall einer allgemeineren Erscheinung.

---

[1]) A treatise on Meteorology New York 1868.

[2]) In der thermischen Windrose von Mittel-Deutschland liegt das Maximum der Temperatur am weitesten nach Westen, wenn man den äußersten Norden Europas ausnimmt; der Südwind ist weder durch Häufigkeit noch durch seine Wärme von besonders hervorragender klimatologischer Bedeutung.



II.

Nord-Europa. Einfluß des Meeres; niedriger Luftdruck bei Nordwinden; Ost- und Nordseeländer; Deutschland; Inner-Rußland und West-Sibirien; Gebiet der Südostwinde, Eigenschaften des Ost- und Südostwindes, ihre Wärme und Feuchtigkeit, sie sind eine Modification des Äquatorialstromes; Burane; Großer Wärmeunterschied der Winde. — Ost-Asien. Mangelhafte Kenntniß der Windverhältnisse; — Sitka. — Östliches Nord-Amerika. Nordweststürme; Grönland; Wärme des Südostwindes. Island.

Der große Einfluß eines offenen Meeresbeckens ist deutlich ersichtlich in den Windrosen von Hammerfest und Archangel. Die Landwinde, obgleich aus südlicheren Breiten kommend, sind kalt; die Seewinde bis zur Nordrichtung hin erhöhen die Temperatur. Die tiefste Temperatur kommt in Hammerfest aus OSO., gerade aus dem Innern des Landes, in Archangel aus ONO. und diese kalten Landwinde erlangen eine große Häufigkeit, aber keine große Intensität. Renou hat vor einiger Zeit den Satz ausgesprochen, daß man bei Bestimmung des kältesten und wärmsten Windes nur auf die Isothermen Rücksicht zu nehmen brauche, daß ihre Richtung durch die Normale auf dieselben bestimmt sei [1]). In Nordeuropa wird diese Regel durch die thermischen Windrosen von Hammerfest und Archangel trefflich erläutert, wie ein Vergleich mit Dove's neuer Ausgabe der Monatsisothermen in Polarprojection lehrt.

Die barometrischen Windrosen von Nordeuropa verdienen eine besondere Beachtung durch den niedrigen Luftdruck, der dem Nordwinde zukommt, und der beinah auf einen Einfluß des offenen Meeres im Norden hinzudeuten scheint. Die mittleren Werthe für den Luftdruck, der jeder einzelnen Windrichtung zukommt, sind sicherlich noch nicht mit der nöthigen Schärfe bestimmt, aber die auffallende Thatsache, daß das Barometer bei Nordwind noch unter dem Mittelstande bleibt, kehrt an vier nordeuropäischen Stationen wieder: zu Petersburg, Kostroma Archangel und Hammerfest. Zieht man die barischen Windrosen derselben, die zusammen, aus 49 Beobachtungsjahren bestimmt sind, in ein Mittel zusammen, so erhält man für die mittlere Position 63° 59′ N. 51° 33′ O. v. F. folgenden Gang des Luftdruckes:

---

[1]) Renou, Directions du vent le plus froid et du vent le plus chaud. C. R. LII.

N	NO	O	SO	S	SW	W	NW
—1·45	+0·27	+2·70	+2·00	—0·72	—1·50	—0·52	—0·77

In Nordwesteuropa erscheint selbst in den langjährigen Mitteln von Utrecht (20 J.) und Kopenhagen (29 J.) dieser niedrige Luftdruck bei Nordwind, ebenfalls unter dem Einfluß der Meereslage. In Nordeuropa rückt dadurch das Maximum des Druckes weiter nach Osten, als das Minimum der Temperatur.

Auch an der Ostsee bringen östliche Winde den höchsten Barometerstand (NOzO) und das Minimum der Temperatur (ONO); die größte Wärme und der niederste Druck kommt dem SW. zu. Beachtenswerth ist die große Temperaturdifferenz der extremen Windrichtungen (8·0 Grade), welche rasche Temperaturwechsel zur Folge haben muß. Die NW.-Winde sind in Ostpreußen bis Mitau hinauf noch warm, bedingt durch die Lage der Ostsee, welche auch für Schweden die Ost- und Südostwinde erwärmt, während dort der NW. als Landwind erkaltet. In den Windrosen von Upsala, die übrigens manche Störungen besorgen lassen, ist jedenfalls auffallend, daß durch alle drei Wintermonate hindurch der SW. kälter erscheint als der West.

Während an der Nordsee von dem ganzen Kreisbogen: SSO über S. bis NW. warme Luft kommt, schrumpft mehr im Innern des Landes, in Mittel-Deutschland, die warme Seite der Windrose auf die Richtungen S. bis WNW. zusammen. An der Nordsee liegt die polare Achse der Windrose ziemlich weit gegen Ost, in Deutschland entspricht sie fast genau der Richtung NO.; die wärmste und leichteste Luft kommt im Nordseegebiete aus SW. und SWzS., in Deutschland aus SWzW. und SW.

Ziemlich abweichend von dem westeuropäischen Witterungssystem gestalten sich die meteorologischen Verhältnisse im Innern und im Osten von Rußland. Die russischen Ostseeprovinzen charakterisiren noch das Vorherrsehen der SW.-Winde und die klimatischen Consequenzen, die sich hieran knüpfen. Jenseits einer östlichen Grenze, welche sich mittelst der vorliegenden Daten für den Winter nicht bestimmt angeben läßt, beginnt die Herrschaft der östlichen Winde, besonders des SO.-Windes; sie erstreckt sich im Norden wenigstens bis Kostroma, im Westen bis Katherinoslav und Kursk, und reicht im Osten nach Sibirien hinüber. Im Jahresmittel hat Vesselovski sie abgegrenzt durch eine Linie,

welche südlich von Kamenez-Podolsk zwischen Orel und Kursk bis in die Gegend von Ufa und Slataust fortgeht; nördlich davon liegt die mittlere Windrichtung zwischen SW. und W., südlich davon ist sie südöstlich. Die Stationen, von denen hier meteorologische Windrosen vorgelegt wurden, haben folgende Windvertheilung:

N	NO	O	SO	S	SW	W	NW
6·7	7·9	19·0	16·8	15·5	12·2	11·6	10

Kämtz findet im Mittel von 18 Stationen im russischen Steppengebiet folgende Zahlen: [1])

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW
December	8·8	10·8	17·6	13·0	11·1	13·2	14·1	11·4
Jänner	9·4	13·3	21·1	15·0	8·7	10·0	11·4	11·1
Februar	8·3	11·4	19·3	14·4	12·2	11·4	12·2	10·8
Winter	8·8	11·8	19·3	14·1	10·7	11·5	12·6	11·1

In Westsibirien ist die Windrichtung analog; Orenburg, Aralsk. Tobolsk, Tara geben folgende Zahlen:

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW
West-Sibirien	10·1	13·0	19·0	17·1	12·5	10·1	9·6	8·6

Die westlichen und südlichen Windrichtungen haben zu Gunsten der östlichen und nördlichen noch mehr abgenommen.

Man hat aus dem Vorwiegen östlicher Winde im Osten Rußlands und in Sibirien den Schluß gezogen, daß hier schon die Continentalströmung, der Polarstrom, ein Übergewicht erlange über den rückkehrenden Passat. Kämtz hat von den Südostwinden im Innern Rußlands und in Westsibirien folgende Vorstellung sich gebildet. Jeder SO. sei als eine Combination aus SW. mit O.-Wind anzusehen; auf dem atlantischen Ocean erreiche im Winter der SW seine größte Intensität, andererseits wirkt dann vom Innern Rußlands. aus der größte Druck und die niederste Temperatur; nach Norden und Westen hin wird der Luftdruck kleiner. Combinirt sich nun dieser Druck aus O. und SO. mit dem Strome aus SW., so folge daraus die Häufigkeit des SO. von selbst. Im Sommer fehlt dieser Druck aus Inner-Asien, dann nimmt auch der SO. ab [2]).

---

[1]) Repertor. d. Meteor. II. B. S. 293. Die Stationen sind: Lugan, Kursk, Katerinoslav, Orel, Charkow, Taganrog, Sympheropol, Samara, Krutez, Alexandrowsk, Uralsk, Nischni-Tschirsk, Orenburg, Woltschansk, Poltawa, Odessa, Ohrloff, Kishinew.

[2]) Kämtz, Repertor. II. Klima der südrussischen Steppen.

Die von mir berechneten meteorologischen Windrosen gestatten eine eingehende Prüfung dieser Hypothese, die Kämtz selbst nicht vorgenommen hat. Halten wir uns darum vorerst rein an die Thatsachen, indem wir die Eigenschaften des O.- und SO.-Windes von den Küsten des atlantischen Oceans an nach Sibirien hinein verfolgen, und zusehen, welche Änderung mit ihnen vorgeht.

Luftdruck. (Abw. v. Mittel.)

	Nordsee	Deutschland	Kursk	Orenburg	Aralsk	Tobolsk
O	+2·5	+1·9	+6·4	+2·2	+2·6	+2·7
SO	0·0	—0·1	—0·3	—5·6	—1·0	+0·8

Änderungen des Luftdruckes.

	West-Europa	Kursk	Orenburg	Aralsk	Tobolsk
O	0·0	+0·6	—1·8	—1·8	—0·9
SO	—2·2	—0·9	—3·1	—2·6	—1·4

Temperatur. (Abw. v. Mittel.)

	Nordsee	Deutschland	Kursk	Taganrog	Orenburg	Aralsk	Tara	Tobolsk
O	—2·9	—3·2	—4·3	—1·1	—1·1	—1·4	—0.1	—1·7
SO	—0·8	—1·3	+1·2	+2·8	+6·3	+2·9	+2·5	—0·2

Aus dem Verhalten des Luftdruckes bei den Ostwinden lernen wir wenig mehr, als daß das Barometer im Osten Rußlands und an der Grenze Sibiriens bei SO.-Wind tiefer steht als in Westeuropa, daß es in Ost-Rußland und Westsibirien schon bei Ostwind zu sinken anfängt und bei Südostwind etwas rascher fällt als in Europa.

Lehrreicher und eindrucksvoller ist die Betrachtung der Temperaturverhältnisse. Der Ostwind und auffallender noch der SO.-Wind wird relativ wärmer, je weiter wir nach Osten gehen, wie dieß ein Blick auf Tabelle I sogleich erkennen läßt. Dies kommt jedenfalls unerwartet, und muß Jenen paradox scheinen, welche die Ostwinde an der Ostgrenze des europäischen Rußlands und Westsibiriens für eine Strömung halten, die vom asiatischen Kältepol herkommt. Suchen wir darum noch den Einfluß auf, den die O.- und SO.-Winde des bezeichneten Gebietes auf die Mitteltemperatur nehmen, indem wir das Mittel ihrer Temperaturabweichung (mit Rücksicht auf ihre ungleiche Häufigkeit) bilden:

Procente	Nordsee	Mitteldeutschland	Inner-Rußland[1]	Westsibirien[2]
O + SO	21·2	17·8	35·7	36·1
Temp. Abw.	—1·9	—2·3	—0·5	+1·0

Die Ost- und Südostwinde bringen daher im Mittel über Westsibirien eine Erwärmung; im Innern Rußlands ist ihre Temperatur wenig unter dem Mittel, in Deutschland und an der Nordsee bringen sie Kälte.

Wenn jene Winde des südrussischen und westsibirischen Steppengebietes die aus dem Inneren Asiens nach Westen hin abfließende Luft darstellen würden, so müßten sie wohl die Ostseite der thermischen Windrosen tief erkalten, wie dies die Landwinde aus NW. in Ost-Asien und Ost-Amerika thun. Im Gegentheile wird die Ostseite der thermischen Windrosen immer wärmer, je weiter wir nach Osten gehen. Man muß sich gestehen, daß diese Thatsachen der Annahme von Kämtz sehr günstig sind, denn wie anders läßt sich die Wärme der SO.-Winde erklären, als daß sie der in seiner Richtung modificirte Südwestpassat sind.

Aber noch eine andere, ohne diese Annahme ganz unerklärliche Thatsache spricht für die von Kämtz aufgestellte Hypothese. Es sind dies die Regenwindrosen von Inner-Rußland und Westsibirien.

In Kupffer's Correspondance météorologique pour l'année 1856 findet sich eine Abhandlung von Dr. Basiner über die Witterungsverhältnisse von Kiew, in welcher die in den Jahren 1854 und 1855 zu Kiew gefallenen Regenmengen und die Zahl der Regentage nach den Windrichtungen vertheilt sind: „In jedem dieser Jahre überstieg die mit südöstlichen Winden gefallene Regenmenge bei weitem die Menge des mit jedem anderen Winde gefallenen Regens. Die östlichen Winde übertreffen aber nicht nur an Regenmenge sondern auch an Anzahl der Regentage die westlichen Winde um ein bedeutendes. Dieses Ergebniß ist gewiß im hohen Grade auffallend unerwartet, wenn man bedenkt, daß gegen SO., O. und NO. ein Festland von ungeheuerer Ausdehnung liegt, welches durch seinen Mangel an Gewässern und Wäldern ausgezeichnet ist. Wo nehmen die östlichen Winde, besonders die südöstlichen, welche alle übrigen

[1]) Katherinoslav, Kursk, Moskau, Kostroma, Taganrog.

[2]) Orenburg, Aralsk, Tobolsk, Tara.

an Regenmenge übertreffen, ihre Feuchtigkeit her? Es wäre gewiß von hohem Interesse, wenn die hier angeregte Frage durch Vervielfältigung der Beachtungspunkte näher erforscht würde". Die von Dr. Basiner erwähnte Thatsache läßt sich aus den von mir berechneten Regenwindrosen über allen Zweifel feststellen[1]). Ich stelle voraus die früher für Westeuropa gefundenen Zahlen, die anderen Stationen folgen der geographischen Länge nach geordnet:

Tage mit Niederschlägen unter 100 Tagen.

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW
West-Europa	29	20	27	41	52	57*	43	32
Kursk	15	21	35	48*	38	43	29	23
Kostroma	35	24	36	87*	32	22	24	20
Nijegorodsk [2])	8	38	53	68*	58	52	30	10
Orenburg	23	23	41	69	72*	59	45	21
Tobolsk	20	26	18	21	84*	32	21	12
Mittel	20	26	37	48*	47	42	30	17

Schließt man Tobolsk aus, welches schon an den Grenzen der Niederschläge mit Südostwinden zu liegen scheint, so geben die vier anderen Stationen für das östliche innere Rußland folgende sehr regelmäßige Regenwindrose.

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW
Inner-Rußland	20	26	41	54*	50	44	32	18

Die Thatsache eines aus dem Innern eines großen Continentes kommenden Regenwindes würde ein schwieriges meteorologisches Problem bleiben, wenn man nicht die Hypothese von Kämtz annimmt, und in den SO.-Winden den abgelenkten Äquatorialstrom sieht, der sich an dem luftigen Wall der frostdichten ruhigen Atmosphäre Innerasiens ebenso bricht und abgelenkt wird, wie wir ganz dasselbe von den dalmatinischen Küsten und von den hohen Gebirgsufern des nordwestlichen Amerika und ihren Südostwinden wissen. Dadurch erklärt sich dann ihr Reichthum an Niederschlägen einfach durch das

[1]) Die von Basiner für Kiew aus 2 Jahren berechnete Regenwindrose ist natürlich noch sehr wenig regelmäßig. Für den Winter gibt er folgende Zahlen:

	Regentage	Menge		Tage	Menge
Ostwinde	34	4'83 engl.	Westwinde	12	1'45

[2]) Die Regenwindrose von Nijegorodsk ist entnommen aus Kupf. Annalen, Jahrg. 1856. Es werden die Häufigkeit der Winde und die Zahl der Regentage für jede Richtung in 16 Jahren (1838—53) angegeben.

Zusammentreffen mit der kalten stagnirenden Luft des Continentes, ebenso ihre Wärme und ihre Beziehungen zum Luftdruck. Bei der Berechnung der thermischen Windrosen von Kursk, Aralsk und besonders Tobolsk ist mir die große Temperaturverschiedenheit der Winde aus SO. zu verschiedenen Zeiten sehr aufgefallen. Je nachdem der Wind mehr Luft aus dem Innern oder vom Süden herauf herbeiführt, muß er bedeutend kälter oder wärmer erscheinen.

Wir befinden uns somit in Westsibirien wohl noch im Gebiet der Herrschaft des Südweststromes aber nahe seinen Grenzen; in Tobolsk sind der Ost und SO. schon kalte Winde und etwas unter dem Mittel, in Tara geht die Temperatur des SO. wenig über das Mittel hinaus. Aber an beiden Orten fällt die größte Kälte auf N. und das Maximum der Temperatur liegt nahe bei Süd. Auffallend und vielleicht nur local ist die Häufigkeit und Heftigkeit des SW.-Windes zu Barnaul, wo die O.- und SO.-Winde (im Winter wenigstens) beinahe fehlen. Das Verhältniß der Quantitäten der durch die verschiedenen Winde bewegten Luftmassen wird durch folgende Zahlen vorgestellt:

Barnaul	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW
				Procente.				
Häufigkeit	8	13	1	5	15	44	9	5
Quantität	5·1	10·7	0·7	4·2	15·2	52·2	7·6	4·2

Zu Orenburg sind die Süd- und Ostwinde am heftigsten; die Südostwinde sind wahrscheinlich oft als Ostwinde aufgezeichnet worden

Orenburg	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW
Häufigkeit	12·5	15	26	6	14·5	12	11	3
Quantität	11·7	13·3	27·4	5·3	15·7	13·2	10·1	3·2

hingegen überwiegt in Kursk noch der Südwest durch seine Intensität:

Kursk	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW
Häufigkeit	7·7	8·3	6·3	19·6	10·0	20·0	11·1	17·0
Quantität	7·2	6·9	5·7	18·8	11·2	23·3	12·1	14·7

Man hat einst dem Ural zugemuthet, daß er an dem strengen Klima Sibiriens einen Theil der Schuld trage, indem er die warmen Südwest- und Westwinde Europas von Sibirien abhalte. Die Erwärmung erfolgt aber hier und schon im Innern Rußlands entschieden von Süden herauf, und die Westwinde werden schon an der Grenze des europäischen Rußland kalte Landwinde; es scheint nicht, daß

der directe Einfluß des atlantischen Oceans so weit ins Innere des Continents reicht. Auch unsere westeuropäischen Südweststürme erreichen wohl selten die östlichen Grenzen Rußlands.

Die Stürme Westsibiriens, die sogenannten Burane, sind durch die Schilderungen Middendorff's bekannter geworden. Ihre außerordentlichen Wirkungen verdanken sie der widerstandslosen Fläche der Steppe und dem losen Materiale von Schnee und Sand, den sie aufraffen; sonst unterscheidet sie wohl nichts von unseren Äquatorialstürmen. Manche Meteorologen haben sie für Stürme des Polarstromes angesehen, wohl verleitet durch Schilderungen ihrer Kälte. Es kommen ganz gewiß auch kalte Stürme aus N. und NO. in Sibirien vor, aber die Mehrzahl der Burane sind warme Winde (wenn auch dabei der Thaupunkt selten erreicht und der lose Schnee nicht compact wird) und ihre Richtung ist aus S. und SW. Kämtz hat im Repertorium für Meteorologie Bd. III. das Tagebuch mehrjähriger meteorologischer Aufzeichnungen von Abramov zu Semipalatnaja publicirt, und bemerkt ausdrücklich die Thatsache, daß die Orkane aus S. und SW. kommen, während die Temperatur rasch steigt, zuweilen bis zum Thaupunkt, ja sogar darüber. Das Barometer steht dabei tief, es folgt ihnen Kälte mit Umschlagen des Windes. Zu Barnaul kamen in den Aufzeichnungen der 10 Winter, die ich berechnet habe, nur Stürme aus SW. und S. vor, die Temperatur stieg dabei einigemale über den Nullpunkt und es fiel Regen selbst im Jänner bei einer mittleren Monattemperatur von —18°7 C. Dasselbe ist in Tobolsk der Fall. Bei einer mittleren Wintertemperatur von —17° C. erhöhten in 8 Wintern SW.- (5mal) und S.-Stürme (3mal) die Temperatur über den Thaupunkt während der Monate December und Februar.

Dies gibt zugleich eine Vorstellung von den großen Temperaturwechseln, die in Sibirien vorkommen können, während man sich wohl vielfach der Meinung hingibt, daß das Klima um so beständiger werde, je weiter wir vom Rande des atlantischen Oceans aus ins Innere des Continents fortschreiten. Wechsel zwischen Thauwetter und Frost werden allerdings immer seltener, aber die absoluten Schwankungen der Temperatur immer größer. So schildert uns auch Middendorff das Klima Sibiriens, ja er führt an, daß selbst schon Temperatursprünge von 36° R. in 24 Stunden vorgekommen seien. Diese Temperatursprünge, meint er, sind am grellsten

im Grenzgebiete zwischen einem Continental- und einem Seeklima in der Nähe einer thermischen Isanomale.

Einen Beweis für die Zunahme der Veränderlichkeit der Temperatur von Westen nach Osten bis nach Sibirien hinein liefern die Wärmeunterschiede des wärmsten und kältesten Windes, für welche ich folgende Zahlen erhalten habe:

	Nordsee	Mittel-Deutschland	Inner-Rußland	West-Sibirien
Differenz	5°6	7°1	10°6	11°1

Es wäre zur Charakterisirung der verschiedenen klimatischen Gebiete sehr wichtig, die Veränderlichkeit der Tagesmittel der Temperatur für eine gewisse Anzahl von Stationen, am besten jenen, von welchen bereits thermische Windrosen vorliegen aufzusuchen. Es wäre dies ein Fortschreiten von der Ursache zu ihrer Wirkung.

Mit Westsibirien schließt unsere Kenntniß von der Bedeutung der Winde für das Klima Inner-Asiens ab. Die Windrosen von Irkutsk können uns wenig Aufschluß geben, da die Windrichtungen ganz local abgelenkt sein müssen, wie folgende Verhältnisse ihre Häufigkeit lehren:

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW
Winter	50	0·2	8·6	1	3·9	0·1	0	1·6

Hier überwiegt schon die nördliche Strömung vor der südlichen, wie dies ganz entschieden auch in Jakutsk und in Ost-Asien der Fall ist. Zu Irkutsk und besonders zu Jakutsk sind Calmen im Winter überaus häufig:

	Irkutsk	Jakutsk
Winde : Calmen	63 : 37	29 : 61

Es bezeichnet dies die Annäherung an den Winterkältepol, dem Jakutsk eigentlich schon angehört; denn alle Winde, der Nordwind ausgenommen, bringen hier Wärme; der Nord steht etwas unter der Mitteltemperatur. Der wärmste Wind ist der Westwind, die Temperatur war im Mittel von 10 Jahren bei West 8°4 C. über der Wintertemperatur von Jakutsk. Dieser Wind kommt wahrscheinlich vom europäischen Eismeere herüber; eine Karte in Merkators Projection scheint dieser Annahme allerdings nicht günstig.

Die relativ meisten Niederschläge dürften zu Jakutsk von der Südostseite kommen; jedoch sind Ost- und Südostwinde sehr seltene Winde. Da letzteres auch zu Peking und Hakodati der Fall ist, so scheint in Ostasien überhaupt im Winter der Ostwind selten

zu sein, während im östlichen Nordamerika die Nordost- und Ostwinde eine ziemliche Häufigkeit und Intensität haben.

Nur an der Küste des ochotzkischen Meeres zu Ajansk kommen nach einer 2jährigen Beobachtungsreihe von Dr. Tiling Nordostwinde häufig vor und mit ganz überraschenden Eigenschaften; sie bringen die größte Wärme und die meisten Niederschläge. Die Richtung des Küstengebirges hat auf die Richtung der Winde hier offenbar großen Einfluß. Daß Wärme und Feuchtigkeit hier vom Osten kommen, erklärt sich aber auch unschwer durch die Lage des Meeres. Die Landwinde aus Westen sind alle kalt, auch noch der Süd- und Südostwind.

Es bedürfte jedenfalls mehr und besser situirten Beobachtungsstationen, um Windrosen von Ostasien mit derselben relativen Verläßlichkeit zu erhalten, wie wir sie von Westsibirien und dem östlichen Nordamerika schon besitzen. Zu Hakodati sind die Windrichtungen gestört und zu Peking scheint diesen Aufzeichnungen kaum die nöthige Aufmerksamkeit geschenkt worden zu sein. Der geringe Einfluß der Winde auf die Temperatur zu Peking ist erstaunlich und wenig wahrscheinlich, besonders fällt die Abwesenheit größerer Temperaturerhöhung durch die südlichen Winde auf. In meiner aus 9jährigen Beobachtungen abgeleiteten thermischen Windrose ist die Temperaturdifferenz des wärmsten und kältesten Windes im Winter nur 3°5 C., während Kämtz aus einer älteren 6jährigen Beobachtungsreihe (1757—1762) des Jesuiten Amiot folgende Jahreskurve gefunden hat [1])

N	NO	O	SO	S	SW	W	NW
6·5	7·0	9·0	15·7	12·9	12·3	8·2	5·9

also einen Abstand der Extreme von 9°8 C. — Vielleicht könnten die russischen Beobachtungen in den Amurländern verwerthet werden, ich weiß aber nicht, ob und wo sie publicirt worden sind.

Die Westseite Nordamerikas verdankt, wie Europa, den vorherrschenden Seewinden aus Südwesten ihre milde Wintertemperatur, unterscheidet sich aber durch eine locale Anomalie von unseren europäischen Verhältnissen. Der hart an die Küste tretende Gebirgszug, der aus der Tropenzone bis hinauf in den äußersten Nordwesten seine südost-nordwestliche Erstreckung beibehält, ver-

[1]) Lehrbuch der Meteorologie Bd. II.

wandelt in den unteren Schichten die Westwinde in einen mehr parallel zur Küste streichenden Südostwind. Zu Sitka wird dieser warme Seewind bis zum Ostwind abgelenkt und die thermische wie die barische Windrose bekommen dadurch ein eigenthümliches Gepräge. Im Osten liegt das im Winter sehr kalte Innere Nordamerikas, und die von dort herkommenden Winde mengen sich mit der abgelenkten warmen Strömung. Der Ostwind hat im Mittel eine 1·8° höhere Wärme als die Normaltemperatur, und ihm zunächst liegt der kälteste Wind, der NO., der um 5°9 C. die Mitteltemperatur erkaltet. Der O.- und NO.-Wind gehören aber zu den häufigsten Winden; ein scharfer empfindlicher Wetterwechsel muß unstreitig die Folge davon sein. Die Ablenkung, welche die äquatoriale Strömung hier erfährt‘ so wie der zeitweilig mit großer Vehemenz aus dem Innern auf das warme Meer herabstürzende kalte NO. erinnern sehr an die Windverhältnisse der dalmatinischen Küste. Wie die Bora, so begleitet, oder besser veranlaßt auch hier ein niedriger Luftdruck das stürmische Abfließen der polarisch erkalteten Luft des Innenlandes; während des NO. steigt das Barometer rasch.

Die polare Achse der thermischen Windrose hat, wie in Europa, die Richtung NO., die äquatoriale Achse aber liegt zwischen SO. und S., die barische Windrose, welche ganz der von Hakodati gleicht, entfernt sich von der europäischen besonders durch den niedrigen Luftdruck des Ostwindes; das Maximum weicht gegen N. zurück. das Minimum fällt auf SO. Das Barometer schwankt äußerst unruhig auf und nieder, aber demselben Windstrich entsprechen zu verschiedenen Zeiten sehr wechselnde Barometerstände, so daß in der barischen Windrose selbst dieses Schwanken des Luftdruckes weniger zum Ausdruck kommt.

Weiter oben im NWesten scheint das Übergewicht der SW.-Winde, dem Sitka seine hohe Wintertemperatur —0°7 verdankt, zu enden, und der polare NO. und mit ihm tiefe Temperaturen werden herrschend. Zu Ikogmut 61° 47′ N. 161° 14′ O. v. Gr. ist die Häufigkeit der Winde nach Vesselovsky:

N	NO	O	SO	S	SW	W	NW
			Procente.				
11·3	29·0	14·5	8·1	3·2	11·3	8·1	14·5

Der Winter hat hier die Mitteltemperatur —17°2 C. zu Sitka nur 5° südlicher —0°7 C. Im Jahre 1850 im Februar herrschte

durch 6 Tage bei N.- und NO.-Winden eine Kälte bis zu —46°2 C., während gleichzeitig zu Sitka S.- und SO.-Winde mit positiven Temperaturgraden und Regenwetter herrschten.

Der Osten der Vereinigten Staaten zeigt dieselbe relative Häufigkeit der einzelnen Windrichtungen wie Ost-Asien, mit dem einzigen Unterschiede, daß die Ost- und Nordostwinde, welche auch eine große Intensität haben, in Amerika viel häufiger sind. Die herrschenden Winde sind die westlichen und nordwestlichen Landwinde. „Im ganzen nördlichen Amerika", sagt Schöpf in einer trefflichen Charakteristik des Klimas der Vereinigten Staaten [1]), „sind nordwestliches und kaltes Wetter gleichbedeutende Worte, nordwestliche Winde sind hier die eigenthümlichen, und auch heftiger als alle anderen; allen Jahreszeiten gemein, sind sie nur im Sommer seltener. Im Winter wehen sie oft 8 bis 14 Tage und erstrecken sich dann über den größten Theil des Continentes, bringen Winter auch über die südlichen Gebiete, ja berühren die nördlichen Küsten der westindischen Inseln. — Die continentalen Winde sind sehr trocken, Nordost und Ost bringen Regen".

Die Richtung der Winterstürme ist vorwiegend NW. und NO. Diese Winternordweststürme (im Innern des Staates New-York, Callicoon-Thal) sind eine höchst eigenthümliche Erscheinung. Schon Stunden lang vorher kündet ein Heulen und Sausen in der Luft den herannahenden Sturm an, der dann gewöhnlich gegen Abend hereinbricht. Er steigert seine Heftigkeit in der Nacht von Stunde zu Stunde, wüthet den ganzen folgenden Tag, nimmt Abends wieder ab und ist am zweiten Morgen verschwunden. Ihm folgen dann mehrere ruhige, sonnige warme Tage. Während des NW.-Sturmes hält sich das Thermometer auf Einen Punkt, höchstens um Mittag eine kleine Abweichung von 1½ Grad. Im Januar und Februar bringen sie gewöhnlich —16 bis —20° C. Kälte; selbst noch im Frühjahre (2. April) brachte ein NW.-Sturm eine Kälte von —14° C., hielt am dritten Tage noch mit —12° an und erlosch am Abend [2]).

Das Klima der Vereinigten Staaten zeichnet sich durch große Temperatursprünge aus, bedingt durch die große Wärmedifferenz des polaren N.- und NW.-Windes und der warmen SO.- und

---

1) Siehe Mühry. Supplement zur klimatographischen Übersicht der Erde. S. 60.

2) Hamann in Pet. Geogr. Mitth. 1869, Heft 3.

S.-Winde. Es ist sehr wahrscheinlich, daß tiefer im Innern des Landes jenseits der Appalachen das Minimum der Temperatur bei Nordwind eintritt, und das Maximum von der SO.-Seite auf Süd und Süd-Südwest hinüber wandert.

Vom arktischen Nordamerika liegen bereits mehrere von Ch. Schott berechnete barische und thermische Windrosen vor, aber sie bestätigen nur die Thatsache, daß in der Nähe der Kälte- und Wind-Pole die verschiedenen Windrichtungen keine constanten charakterisirten Eigenschaften mehr besitzen. Aus Interesse für den sonderbaren warmen Südost Grönlands habe ich doch versucht von zwei noch nicht so hoch nordischen Punkten der Westküste dieses Landes Windrosen zu rechnen. Da die Stationen vor sich im Westen das Meer, im Osten ein eisbedecktes kaltes hohes Innenland haben, so bringen die zur Zeit keiner heftigeren Luftströmung beständig aufs Meer hinauswehenden kalten Landwinde aus NO. und Ost Störungen in die thermischen und auch in die barischen Windrosen. Wenn der niedrige Luftdruck des Nordwindes zu Godthaab nicht der kurzen Beobachtungsreihe zur Last fällt, würde er an die ähnlichen nordeuropäischen barometrischen Windrosen erinnern. Übrigens fällt auch nach Kane's Beobachtungen und Schott's Rechnung im Rensselaer Hafen auf die Nordseite der Windrose ein niedriger Luftdruck, und die Sache verdient jedenfalls einige Beachtung. Die Landwinde aus NO. und O. sind zu Godthaab und Upernivik die häufigsten und kältesten, zu Upernivik liegt aber das Wärmeminimum näher bei N. An Häufigkeit zunächst stehen die SW.-Winde; die höchste Wärme kommt in Godthaab dem S. im Upernivik dem SO. zu.

Dieser Südostwind, den Rink so trefflich geschildert und über dessen überraschend hohe Temperatur Kane noch im Rensselaer Hafen unter 78° 37′ N. B. sich oft verwundert hatte, scheint bezüglich seiner Häufigkeit und seiner Temperatur sehr von den Localverhältnissen abhängig zu sein. Zu Godthaab erreicht seine Häufigkeit 15%, seine Temperatur steht aber nur 2°5 C. über der mittleren; zu Jakobshafen erreicht er nur 5%; die Mittel, die ich für die einzelnen Wintermonate aus 10 Jahren gefunden, sind:

	December	Jänner	Februar	Winter
Abs. Mittel	—15·2	—17·7	—19·0	—17·3 C.
SO	— 2·6	— 4·2	— 1·6	— 2·8
Abweichung	+12·6	+13·5	+17·4	+14·5

Positive Tagesmittel brachte der SO. im Dec. 7-, Jän. 8-, im Febr. 4mal und ihre Mitteltemperaturen waren $+2^\circ7$ $+3^\circ1$ $+3^\circ6$ C.; die entsprechenden Maxima: +5·2, +5·0, $+7^\circ9$ C. Zu Upernivik ist der SO. wieder selten 3%; seine Wärme $13^\circ6$ über dem Mittel. Das stimmt trefflich zu Rink's Schilderung und zu folgender Angabe Clintock's: Die dänischen Ansiedler in NW.-Grönland erleben zeitweise eine rasche Temperaturerhöhung mitten im tiefsten Winter, wenn alles lange schon in tiefen Frost gelegen. Der Regen fällt dann in Strömen. Dieser warme Wind kommt von SO. [1]). Am 7. Febr. 1854 sah Kane im Reusselaer Hafen die Temperatur von 1^h bis 5^h Morgens von $-48^\circ6$ C. auf $-32^\circ5$ C. also um $16^\circ1$ steigen, der Wind kam von O. und ging nach S. [2]). Unzweifelhaft kommt dieser warme Wind von dem durch den Golfstrom erwärmten nordatlantischen (europäischen) Meere herüber.

Island gehört nach seiner barischen und thermischen Windrose noch zum Witterungsgebiet der Ostseite Amerikas. Kalte West- und Nordwestwinde (Minimum bei N.), warme Ost- und Südostwinde (Maximum SSO.) sprechen ebenso dafür wie der niedrige Luftdruck der Ostseite der Windrose; der NO. steht schon unter dem Mittel, und das Maximum des Luftdruckes wird bei NNW. erreicht.

---

[1]) Meteorol. Papers 4. number.

[2]) These warm changes, sagt Kane, are very trying to the health and curious in their relation to the winds.

Spezieller Theil und Nachweise.

Ich gebe im Folgenden die Monatmittel der von mir berechneten Windrosen, und die Nachweise über die in dieser Abhandlung verwertheten Berechnungen anderer Meteorologen. Von letzteren wurde nur das Nothwendigste mitgetheilt; die Mittheilung der rohen Monatmittel der hier zuerst berechneten und publicirten Windrosen halte ich aber für wesentlich und durchaus nöthig. Nur die Vergleichung des Ganges der Temperatur und des Luftdruckes in den einzelnen Monaten gestattet ein Urtheil über die Verläßlichkeit dieser Mittel selbst und des allgemeineren Wintermittels. In dieser Beziehung wird man die folgenden Zahlen mit großer Befriedigung durchgehen können und sich die Überzeugung verschaffen, daß die Temperaturdifferenzen der einzelnen Winde unter einander selbst schon aus kürzeren Beobachtungsreihen gewonnen eine hinreichende Sicherheit gewähren. Die Rechnungen selbst habe ich möglichst nach demselben Princip und gleichförmig durchgeführt. Die Berechnung des ganzen Beobachtungsmateriales einer jeden Station würde eine kaum zu bewältigende Arbeit erfordert haben, ohne daß dadurch eine proportionale Steigerung der Sicherheit der Resultate erlangt worden wäre. Meinen Windrosen liegt nur die Beobachtung zu einer bestimmten Stunde jedes Tages zu Grunde. Diese Stunde wurde, wenn nicht andere Umstände eine Abweichung von dieser Regel erforderten, stets so gewählt, daß sie der Zeit der mittleren Tagestemperatur am nächsten lag. Wo 24-stündige Beobachtungen vorlagen, ist die Windrichtung die mittlere der der betreffenden Stunde zunächst vorausgehenden 3—4 Stunden. Die Änderung des Luftdruckes wurde für ein 24stündiges Intervall ermittelt — jedes andere Intervall hätte eine umständlichere Berechnungsmethode erfordert und wäre der Vergleichbarkeit hinderlich gewesen, weil äquidistante Intervalle bei der Mannigfaltigkeit der vorliegenden Stundencombinationen der Beobachtungen nicht zu erreichen gewesen sein würden.

Die Mittel-Temperaturen wurden schließlich, wenn die gewählte Stunde sich merklich vom Tagesmittel entfernte, auf solche redu-

cirt — beim Luftdruck ist die tägliche Periode zu unbedeutend gegenüber der Unsicherheit der Resultate innerhalb weiterer Grenzen, um eine Correction zu empfehlen.

Als einen mißlichen Umstand bei Berechnung zahlreicher Windrosen empfindet man die mangelhafte Unterscheidung der Windstillen, oder besser gesagt, den Mangel irgend eines Princips bei ihrer Unterscheidung. Man kann darum nicht angeben, in welchem Maße z. B. die Windstillen von Westeuropa an gegen das Innere des Continentes zunehmen, wenn auch diese Zunahme ganz entschieden sich bemerkbar macht. Ferner unterscheiden manche Berechner von Windrosen die Calmen gar nicht, lassen sie entweder völlig weg, oder zählen sie zu den Winden, wenn an stillen Tagen doch die Richtung des Zeigers der ruhenden oder kaum schwankenden Windfahne aufgezeichnet sich findet. Letzteres Verfahren kann sicherlich die Mittel erheblich stören — die Nichtberücksichtigung der Zahl der Calmen ist für Stationen im Innern der Continente mißlich, weil den Calmen hier durch ihre Häufigkeit eine bedeutende klimatische Bedeutung zukommt. Einen entschiedenen Charakter bezüglich der Temperatur erlangen die Calmen jedoch erst dann, wenn man Calmen mit heiterem und trübem Himmel unterscheidet, sonst wird ihre Mitteltemperatur nur unerheblich sich vom eigentlichen Mittel entfernen. Durchgängig aber kommt ihnen im Mittel ein höherer Luftdruck zu, sowie ein Steigen des Barometers. Ich füge zur Illustration des Gesagten eine Übersicht über den Einfluß der Calmen auf die Temperatur und den Luftdruck bei, so weit diese Elemente berechnet vorlagen:

Einfluss der Windstillen auf Temperatur und Luftdruck.

Ort	Temperatur			Luftdruck		
	Mittel	Calmen	C—M	Mittel	Calmen	C—M
Archangel	—12·5	—15·4	—2·9	752·9	755·8	+2·9
Kostroma	—10·2	—14·6	—4·4	749·9	755·7	+5·8
Petersburg	— 7·3	— 9·6	—2·3	759·8	763·2	+3·4
Kursk	— 8·6	—12·6	—4·0	743·9	747·2	+3·3
Katherinoslav	— 6·9	— 7·2	—0·3	—	—	—
Taganrog	— 5·3	— 3·2	+2·1	—	—	—

Ort	Temperatur			Luftdruck		
	Mittel	Calmen	C—M	Mittel	Calmen	C—M
Orenbourg	—14·0	—19·2	—5·2	758·1	761·1	+3·0
Aralsk	—10·3	—11·5	—1·2	753·1	755·1	+2·0
Tobolsk	—16·9	—21·1	—4·2	760·0	766·9	+6·0
Tara	—20·9	—20·9	0·0	—	—	—
Barnaul	—16·9	—23·6	—6·7	755·3	759·6	+4·3
Toronto	— 4·2	— 2·9	+1·3	752·5	753·6	+1·1
Godthaab	— 9·0	— 8·6	+0·4	753·1	758·4	+5·3
Upernivik	—19·8	—22·2	—2·4	—	—	—
Jakutsk	—38·1	—38·2	—0·1	—	—	—

Sokolow hat für Kostroma die Windstillen mit heiterem Wetter separat berechnet und folgende Werthe gefunden:

Kostroma, Windstillen.

Calmen überhaupt	—14·6	—4·4	755·7	+5·8
Calmen und heiter	—18·9	—8·7	759·2	+9·3

Häufigkeit der Winde und ihr Einfluss auf Temperatur und Luftdruck in den gemässigten und kalten Breiten der nördlichen Hemisphäre in den Monaten December, Jänner, Februar und im Mittel für den Winter.

Alle Temperaturen in Graden Celsius.

Alle Barometerstände in Millimeter (das russische Barometer vorher auf 0° reducirt).

I. Europa.

Dublin 22 Jahre.

Berechnet von James, Monatberichte der Berliner Akademie 1857.

London 24 Jahre.

Aus den Beobachtungen von Howard berechnet von Dove, mitgetheilt in den „Meteorologischen Untersuchungen". Die barische Windrose aus nur dreijährigen Beobachtungen abgeleitet, zeigt noch zu große Abweichungen von den verläßlicheren Werthen naher Stationen. Ich habe die Häufigkeit der acht Hauptwinde (24 Jahre) in Procente der Gesammtzahl umgerechnet und ebenso die relative Häufigkeit der Niederschläge bestimmt:

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW
	Häufigkeit der Winde.							
Winter	6·5	11·5	8·5	9	5	25·5	13	20·5
	Häufigkeit der Niederschläge auf 100 Tage.							
Winter	43	38	41	54	70	70	51	41

Paris 10 Jahre.

Berechnet von Dove „Meteorologische Untersuchungen". Die Häufigkeit der Winde ausgedrückt in Procenten gibt folgende Zahlen:

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW
Winter	7·5	12	6·5	10	16	23	17	8

Utrecht T. 13, L. 20 Jahre

Berechnet von Kreeke, mitgetheilt von Dove in „die Witterungserscheinungen des nördlichen Deutschland 1858—63. Berlin 1864". Ich habe die Wintermittel für Temperatur daraus entlehnt. Aus zwanzigjährigen Beobachtungen finden sich Windrosen abgeleitet in dem Nederlandseh Meteorol. Jaarboek vor 1868. Ich habe daraus die barische Windrose entlehnt und folgende Werthe für die Häufigkeit der acht Hauptwinde gefunden:

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW
Winter	5·1	10·5	7·8	9·1	16·6	25·8	16·2	8·8

Emden T. 13 und L. 15 Jahre.

Berechnet von Prestel: „die barometrische Windrose von Ost-Friesland“ Emden 1860; „die thermische Windrose für Nordwest-Deutschland“ Jena 1861. Die Berechnung der Wintermittel nach Bessel's Formel mußte erst vorgenommen werden. Die Häufigkeit der Winde berechnete Dr. Prestel aus 26jährigen Beobachtungen und findet:

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW
				Procente.				
Winter	4·4	6·7	20·8	9·9	12·1	23·6	15·1	7·2
			Häufigkeit der Stürme (19 Jahre).					
				Procente.				
Winter	0·6	2·3	1·1	8·7	8·1	50·3	15·0	13·9

Hamburg 15 Jahre.

Berechnet von Bueck; die Constanten der Bessel'schen Formel von Kämtz, Lehrb. d. Meteorol. II. Bd.

Karlsruhe 26 Jahre.

Berechnet von Eisenlohr; Dove, Meteor. Untersuchungen, ebenso in Schmidt, Lehrbuch der Meteor. Die Häufigkeit der Winde ergibt sich aus Folgenden:

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW
				Procente.				
Winter	7·4	24	10	1	2·6	38·9	13	3·1
			Häufigkeit der Niederschläge auf 100 Tage.					
Winter	21	10	8	23	28	39	30	28

Mühlhausen 3 Jahre.

Berechnet von N. Gräger. Pogg. Annalen Bd. LIII.

Häufigkeit der Winde.

Winter	4·8	8·8	11·2	7·2	4·0	27·4	19·2	17·4

Arnstadt 15 Jahre.

Berechnet von Lucas, mitgetheilt von Dove: „Die Witterungserscheinungen des nördl. Deutschland“.

Salzwedel 6 Jahre.

Berechnet von Förstemann. Dove a. a. O.

Bernburg 6 Jahre.

Berechnet von Suhle, mitgetheilt von Dove; Monatmittel des Jahrganges 1867. Preußische Statistik XIV. 1868.

Häufigkeit der Winde.

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW
				Procente.				
Winter	5·6	4·7	9·2	6·9	19·4	19·3	23·1	11·6

Zechen 10 Jahre.

Berechnet von Gube, mitgetheilt von Dove; „Ergebnisse der Beobachtungen 1848—57 des meteorologischen Institutes". Die Häufigkeit der Winde ist folgende:

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW
				Procente.				
Winter	9·4	8·6	7·0	6·5	25·0	17·5	17·5	9

Prag 40 Jahre.

Berechnet von Fritsch: „Meteorologie für den Horizont von Prag". Die Häufigkeit der Hauptwindrichtungen hat Fritsch ebenfalls aus 40 Jahren abgeleitet:

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW
				Procente.				
Winter	9·5	5·5	8·5	8·0	18·0	22·5	17·5	9·5

Wien 11 Jahre.

Von mir berechnet. Sitzungsberichte der Wiener Akademie Bd. LVI. 1867.

Häufigkeit der Winde.

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW
				Procente.				
Winter	9·3	2·2	7·2	17·2	3·9	3·5	28·3	28·1

Hoch-Obir 7 Jahre.

Von mir berechnet. Sitzungsberichte der Wiener Akademie Bd. LVI. 1867.

Häufigkeit der Winde.

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW
				Procente.				
Winter	21	12	5	3	7	18	16	19

Lesina 8 Jahre.

Von mir berechnet. Sitzungsb. der Wiener Akademie Bd. LVIII. 1868.

Häufigkeit der Winde.

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW
				Procente.				
Winter	21·9	13·3	20·2	26·6	3·5	1·0	2·0	11·4

Kopenhagen 29 Jahre.

Berechnet von Prof. Holten in „Oversigt over des K. danske Videnskabernes Selskabs Forhåndlinger", Jahrgang 1864 und 1865. Die thermische Windrose aus den Mittagsbeobachtungen abgeleitet, aber auf Tagesmittel reducirt. Die Häufigkeit der Hauptwindrichtungen ist sogar aus 62jährigen Beobachtungen abgeleitet.

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW	Abs. Mittel
					Grade Celsius.				
Winter	—2·1	—3·5	—2·5	—1·5	+0·1	+0·9	+1·4	+0·5	—0·4

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW	Abs. Mittel
	Luftdruck 700 Millimeter +.								
Winter	59·6	61·8	62·0	62·6	58·6	57·0	57·5	57·5	59·2
	Häufigkeit der Winde. Procente.								
Winter	5·7	8·2	10·6	13·6	14·2	22·1	15·1	10·5	
	Mittlere Windstärke 1—12.								
Winter	2·70	2·97	2·92	2·69	2·12	2·16	2·30	2·55	

Stockholm 9 Jahre.

Berechnet von Kämtz. Lehrbuch der Meteorologie Bd. II.

Upsala 8 Jahre.

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW	Abs. Mittel
	Grade Celsius.								
December	—6·4	—3·8	—2·3	—1·8	—0·6	—2·0	—0·2	—5·5	—3·2
Jänner	—9·5	—6·9	—3·0	—0·8	—1·0	—4·3	—1·8	—5·7	—5·3
Februar	—8·7	—7·0	—2·6	—3·5	—3·9	—4·0	—1·1	—6·2	—5·4
Winter	—8·2	—5·9	—2·6	—2·0	—1·8	—3·4	—1·0	—5·8	—4·6
	Luftdruck 700 Millimeter +.								
December	58·8	56·5	54·0	55·6	55·0	55·0	58·8	57·0	56·2
Jänner	58·3	58·2	53·6	48·4	54·5	58·6	58·6	54·3	56·7
Februar	59·0	59·7	55·3	56·0	57·5	58·6	56·4	52·9	57·5
Winter	58·7	58·1	54·3	53·3	55·7	57·4	57·9	54·7	56·8
	Häufigkeit der Winde.								
December	177	87	43	41	127	110	76	86	
Jänner	181	99	51	29	91	133	66	94	
Februar	152	89	31	22	88	146	62	82	
Winter	510	275	125	92	306	389	204	262	
	In Procenten.								
Winter	23·5	13	6	4	14	18	9·5	12	

In den Observations météorologiques fait à Upsal 1855—62, finden sich für jeden einzelnen Jahrgang Windrosen des Luftdruckes, der Temperatur und der Feuchtigkeit abgeleitet, aber keine Zusammenfassung für den ganzen Zeitraum. Ich habe für die 8 Jahre Mittel abgeleitet, nachdem ich vorerst mit Hilfe der angegebenen Zahl der Beobachtungen jeder Windrichtung wieder die Summen hergestellt. Es ist übrigens nicht angegeben, wie aus den dreistündigen Beobachtungen bei der Ableitung der thermischen Windrose der tägliche Temperaturgang eliminirt wurde.

Danzig 15 Jahre.

Berechnet von Galle. Dove „Meteorolog. Untersuchungen".

Konitz 10 Jahre.

Berechnet von Wichert, mitgetheilt von Dove, „Witterungserscheinungen des nördl. Deutschland 1858—63".

Bromberg 6 Jahre.

Berechnet von Dr. Heffter, mitgetheilt von Dove: Monatmittel der Jahre 1864—1866. Preuß. Statistik XII. Berlin 1867.

Arys 6 Jahre.

Berechnet von Vogt, mitgetheilt von Dove: „Ergebnisse der Beobachtungen 1848—57", Berlin 1858. Die Mittel der Jahreszeiten sind jedoch nicht aus den Monatmitteln abgeleitet, was nur im Winter keine ernstlichen Störungen verursacht.

Häufigkeit der Winde in Procenten.

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW
Winter	3·8	5·6	17·8	12·4	15·1	17·8	20·1	7·4

Mitau 25 Jahre.

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW	Abs. Mittel
Grade Celsius.									
Winter	—7·3	—8·8	—8·4	—6·6	—2·1	—0·7	+0·4	—3·5	—3·6
Häufigkeit der Winde in Procenten.									
Winter	4·6	5·1	9·4	13·1	16·9	20·7	19·1	11·2	

Berechnet von Kämtz: Repert. der Meteorol. Bd. II.

Fellin 22 Jahre.

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW	
Grade Celsius.									
Winter	—9·2	—11·4	—12·7	—8·5	—3·7	—2·2	—4·9	—8·5	—6·2
Häufigkeit der Winde in Procenten.									
Winter	8·2	1·1	14·6	14·0	14·2	28·7	15·4	2·8	
Häufigkeit der Stürme in Procenten.									
Jahr	5·7	0·6	0·8	4·2	28·1	40·9	17·6	1·9	

Berechnet von N. Neese, der tägliche Temperaturgang eliminirt durch Correction der Stundenmittel. Kupffer: Correspondance météorologique pour l'année 1850 und 1852.

Dorpat T. 15, L. 17 Jahre.

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW	
Grade Celsius.									Abs. Mittel
Winter	—12·1	—15·1	—14·7	—10·2	—5·5	—3·9	—5·2	—8·2	—8·3
Luftdruck 700 Millimeter +.									
Winter	58·9	63·9	60·0	55·0	46·3	48·4	54·3	57·1	54·6
Häufigkeit der Winde in Procenten.									Calmen
Winter	6·8	7·0	9·3	10·6	10·2	18·7	24·7	12·6	8
Häufigkeit der Niederschläge auf 100 Tage.									
Winter	23	13	32	45	50	61	47	28	26

Berechnet von Kämtz: Repertorium für Meteorol. Bd. II.

Cholm 3 Jahre.

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW	Abs. Mittel
Grade Celsius.									
Winter	—13·1	—13·5	—11·9	—9·0	—5·0	—5·8	—5·9	—9·5	—7·5
Häufigkeit der Winde in Procenten.									
Winter	14·1	1·5	2·5	10·3	32·1	15·6	13·9	9·2	

Berechnet von Kämtz: Repertorium für Meteorol. Bd. II. Kämtz gibt in allen diesen Windrosen für Temperatur und Luftdruck nur die Abweichungen von den Monatmitteln, ich habe daraus die Abweichungen vom Wintermittel abgeleitet und hierauf die absoluten Werthe wieder hergestellt.

Petersburg 13 Jahre.

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW	Abs. Mittel
				Grade Celsius.					
Winter	—9·1	—11·6	—9·7	—8·8	—7·0	—4·8	—5·8	—9·0	—7·3
				Luftdruck 700 Millimeter +.					
Winter	58·6	59·3	63·4	62·6	60·4	59·1	57·1	54·0	59·8
				Häufigkeit der Winde und Calmen.					
Winter	153	345	279	429	660	878	539	125	
				In Procenten.					
Winter	4·5	10	8	12·5	19	26	16	2	

Berechnet von Kupffer: Memoiren der Petersburger Akademie Ser. VI, II. Band.

Hammerfest 8 Jahre.

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW	Abs. Mittel
				Grade Celsius.					
December	—5·8	—6·0	—5·3	—7·6	—2·0	+0·4	+1·9	—1·5	—4·2
Jänner	—6·4	—7·1	—6·4	—8·1	—2·3	+0·7	+2·6	—3·7	—4·5
Februar	—6·2	—7·6	—6·9	—7·3	—4·7	—0·9	+1·9	—2·0	—4·9
Winter	—6·1	—6·9	—6·2	—7·7	—3·0	+0·1	+2·1	—2·4	—4·5
				Luftdruck Millimeter 700 +.					
December	47·5	52·9	52·6	48·0	43·1	45·3	44·9	45·1	46·2
Jänner	49·1	49·7	49·3	51·2	43·2	43·5	47·8	45·4	47·0
Februar	48·3	46·5	52·2	49·1	45·2	43·0	50·1	46·7	47·3
Winter	48·3	49·7	51·4	49·4	43·8	43·9	47·6	45·7	46·9
				Häufigkeit der Winde.					
December	8·5	9·0	15·5	91·0	65·5	16·0	9·5	24	
Jänner	14·0	10·0	9·0	80·0	76·0	16·0	19·0	16	
Februar	14·0	10·0	15·5	66·5	63·5	17·5	17·0	22	
Winter	36·5	29·0	40·0	237·5	205·0	49·5	45·5	62·0	
				In Procenten der Gesammtzahl.					
Winter	5	4	6	34	29	7	6	9	
				Windstärke (Scala 1—6).					
December	2·7	2·8	2·3	2·4	2·9	2·8	2·9	2·9	
Jänner	2·9	2·3	2·4	2·5	2·9	3·0	3·1	3·0	
Februar	2·5	2·8	2·2	2·1	2·7	2·2	3·0	2·9	
Winter	2·7	2·6	2·3	2·3	2·8	2·7	3·0	2·9	
				Summen der Windstärke.					
Winter	98	76	92	566	579	139	137	181	

Von mir berechnet. Die Beobachtungen sind von Consul Noodt angestellt und publicirt in Kupffer's Annalen, Année 1860. Stundenmittel für 8^h a. m. 1853—60. Die Correctionen für die Temperatur auf das Tagesmittel $\frac{8+8}{2}$ sind im December +0·1, Jänner +0·2, Februar 0·0, an obigen Mitteln ist keine Correction angebracht. Die ganze Reihe der Beobachtungen umfaßt 13 Jahre.

Archangel 18 Jahre.

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW	
	Grade Celsius.								Abs. Mittel
Winter	—14·7	—18·2	—18·3	—16·0	—10·5	—8·9	—9·3	—9·4	—12·5
	Luftdruck 700 Millimeter +.								
Winter	50·5	50·9	53·4	53·5	53·0	51·2	52·8	54·7	52·9
	Häufigkeit der Winde.								Calmen
Winter	270	222	482	826	558	957	961	221	481
	In Procenten der Gesammtzahl.								
Winter	6	5	11	18	12	21	21	5	

Berechnet von Kupffer: Memoiren d. Petersb. Akad. VI. Ser. Tom. V.

Kostroma 10 Jahre.

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW	
	Grade Celsius.								Abs. Mittel
Winter	—17·6	—13·6	—10·6	—10·0	—6·5	—5·9	—9·8	—13·5	—10·2
	Luftdruck 700 Millimeter +.								
Winter	46·2	47·3	52·0	49·8	47·7	48·1	48·4	49·5	49·9
	Häufigkeit der Winde in Procenten.								Calmen
Winter	5	3·5	8·5	24	20	13	16	10	7
	Häufigkeit der Stürme in Procenten.								
Winter	6	3	11·3	32·9	18	13·7	12	3	

Berechnet von J. Sokolow. Mitgeth. in Kupffer's Annal. Année 1858.

Moskau 5 Jahre.

Berechnet von Kämtz: Lehrbuch der Meteorologie II. Bd.

Kursk 12 Jahre.

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW	
	Grade Celsius.								Abs. Mitte
December	—12·2	—13·3	—10·5	—4·5	—1·2	—2·7	—2·0	—7·8	—6·2
Jänner	—17·4	—17·1	—14·8	—10·0	—4·0	—5·9	—4·3	—11·5	—11·2
Februar	—10·5	—13·1	—16·0	—7·8	—0·9	—3·8	—3·0	—10·5	—8·5
Winter	—13·4	—14·5	—13·8	—7·4	—2·0	—4·1	—3·1	—9·9	—8·6
	Luftdruck 700 Millimeter +.								
December	45·7	51·3	49·7	43·7	39·6	38·9	39·7	44·2	43·5
Jänner	50·2	52·1	52·3	45·0	37·9	40·9	41·9	44·8	45·9
Februar	46·3	50·9	50·9	42·7	35·8	37·2	36·3	42·2	42·3
Winter	47·4	51·4	51·0	43·8	37·8	39·0	39·3	43·7	43·9

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW	
			Änderung des Luftdruckes. Millimeter.						Calmen
December	+5·0	+3·6	—1·0	—0·1	—2·8	—2·0	—1·7	+1·6	+1·0
Jänner	+5·5	+1·5	+1·1	—1·4	—4·3	—2·3	—0·5	+2·2	+0·3
Februar	+4·4	+1·6	+1·8	—1·3	—5·7	—2·1	—0·2	+2.3	+1·2
Winter	+5·0	+2·2	+0·6	—0·9	—4·3	—2·1	—0·8	+2·0	+0·8
			Häufigkeit.						
December	23	25	14	43	33	63	47	55	68
Jänner	27	22	30	67	20	52	30	39	84
Februar	17	25	11	60	34	58	20	54	60
Winter	67	72	55	170	87	173	97	148	212
			In Procenten.						
Winter	7·7	8·3	6·3	19·6	10	20	11·1	17	24·4
			Mittlere Windstärke.						
December	2·3	2·2	2·4	2·3	2·7	2·7	2·7	2·5	
Jänner	2·5	2·0	2·2	2·4	3·0	3·1	2·6	2·4	
Februar	2·2	2·1	2·2	2·5	2·8	2·9	2·8	2·6	
Winter	2·3	2·1	2·3	2·4	2·8	2·9	2·7	2·5	
			Tage mit Niederschlag.						
December	3	7	5	21	14	31	14	15	16
Jänner	3	2	13	38	5	24	9	6	14
Februar	4	6	2	22	14	19	5	13	10
Winter	10	15	20	81	33	74	28	34	40
			Auf 100 Tage.						
Winter	15	21	35	48	38	43	29	23	19
			Summen der Windstärke.						
Winter	156	150	123	408	242	503	263	371	

Von mir berechnet. Die Beobachtungen sind mitgetheilt in Kupffer's Annalen Année 1858 und 1859. Stundenmittel 7^h a. m. aus den Jahren 1848—59, die Temperatur schließlich auf das Tagesmittel $\frac{7^h + 2^h + 9^h}{3}$ reducirt durch Anbringung der Correction: December +0·6, Jänner +0·4, Februar +1·1. In seltenen Fällen statt 7^h a. m. 2^h oder 9^h p. m. benützt mit Anbringung einer Correction bei der Temperatur.

Katherinoslav 10 Jahre.

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW	
			Grade Celsius.						Abs. Mittel
Winter	—11·5	—12·2	—9·9	—4·8	—0·7	—3·2	—9·8	—10·2	—6·9
			Häufigkeit der Winde und Calmen.						Calmen
Winter	29	56	115	97	123	72	69	31	309
			In Procenten der Gesammtzahl.						
Winter	5	9·5	20	16·5	21	12	10	5	53

Mitgetheilt in Kupffer's Annalen Année 1847, bloss die Stundenmittel für 10^h a. m. 2 und 10^h p. m. Ich habe aus $\frac{10^h + 10^h}{2}$ Monatsmittel und das vorliegende Wintermittel abgeleitet.

Taganrog 16 Jahre.

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW	
				Grade Celsius.					Abs. Mittel
Winter	—10·4	—9·6	—6·7	—2·5	—0·6	—0·6	—2·1	—5·5	—5·3
				Häufigkeit der Winde und Calmen.					Calmen
Winter	349	401	1547	280	416	170	362	271	536
				In Procenten der Gesammtzahl.					
Winter	9	10·5	41	7	11	4	9·5	7	

Mitgetheilt in Kupffer's Correspondance météorologique. Année 1853. Berechnet für die Stunden 6h und 8h a. m., 2h und 10h p. m. von Manne aus den Jahrgängen 1817—32.

Orenburg 10 Jahre.

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW	
				Grade Celsius.					Abs. Mittel
December	—18·3	—19·0	—11·6	—6·4	—6·9	—10·9	—11·5	—17·7	—12·6
Jänner	—18·8	—22·1	—14·1	—9·7	—7·8	—12·3	—13·3	—15·9	—15·2
Februar	—20·6	—19·6	—11·8	—7·0	—9·4	—12·2	—13·8	—22·8	—14·3
Winter	—19·2	—20·2	—12·5	—7·7	—8·0	—11·8	—12·9	—18·8	—14·0
				Luftdruck 700 Millimeter +.					
December	63·3	66·3	57·3	54·6	49·6	55·1	56·8	54·5	57·5
Jänner	60·2	67·3	60·5	55·8	52·1	54·4	56·9	59·4	59·6
Februar	62·0	66·8	57·1	47·8	50·5	55·7	52·9	59·7	57·1
Winter	61·8	66·8	58·3	52·7	50·7	55·1	55·5	57·5	58·1
				Änderung des Luftdruckes. Millimeter.					Calmen
December	+1·8	+1·4	—2·0	—2·0	—2·9	+1·4	+0·9	+5·5	+3·7
Jänner	+2·3	+0·5	—1·1	—0·8	—0·9	+0·9	+0·5	+2·3	+3·4
Februar	+1·5	+1·7	—2·3	—6·6	—1·7	+1·1	+0·4	+6·1	+2·2
Winter	+1·9	+1·2	—1·8	—3·1	—1·8	+1·1	+0·6	+4·9	+3·1
				Häufigkeit der Winde.					
December	51	31	70	18	49	31	38	9	9
Jänner	19	54	91	17	34	39	26	14	15
Februar	37	44	60	14	42	36	29	5	12
Winter	107	129	221	49	125	106	93	28	36
				In Procenten der Gesammtzahl.					
Winter	12·5	15	26	6	14·5	12	11	3	
				Windstärke Scale 1—6.					
December	2·5	2·0	2·5	2·2	2·6	2·5	2·4	2·7	
Jänner	2·2	2·4	2·6	2·3	2·6	2·7	2·4	2·4	
Februar	2·3	2·2	3·0	2·5	3·0	2·8	2·2	2·4	
Winter	2·3	2·2	2·7	2·4	2·7	2·7	2·3	2·5	
				Summen der Windstärke.					
Winter	255	290	594	115	341	288	220	70	

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW	
			Tage mit Niederschlägen.						Calmen
December	15	12	32	12	36	18	21	2	2
Jänner	4	10	34	13	23	25	10	3	5
Februar	7	8	24	9	31	19	11	1	2
Winter	26	30	90	34	90	62	42	6	9
			Regen- oder Schneetage auf 100 Tage.						
Winter	23	23	41	69	72	59	45	21	25

Von mir berechnet. Die schöne Beobachtungsreihe 1844—64 rührt her von Capitän Anitschkoff und ist publicirt in Kupffer's Annalen Année 1863. Ich habe bloß die Jahrgänge 1853—63 (ohne 1855) benützt, und die Stunde 10^h a. m. gewählt. An den Mitteln ist keine Correction angebracht, das Wintermittel für 10^h a. m. stimmt völlig mit dem von Vesselovski angegebenen wahren Mittel.

II. Asien.

Aralsk 4 Jahre.

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW	
				Grade Celsius.					Abs. Mittel
December	—10·6	—8·8	—8·6	—6·1	—2·7	—1·8	—5·5	—7·6	—6·6
Jänner	—17·1	—20·6	—13·3	—8·2	—6·0	—4·5	—7·6	—13·6	—13·1
Februar	—16·6	—15·4	—10·6	—8·2	—3·1	—5·0	—11·7	—12·3	—11·1
Winter [1])	—14·8	—15·6	—10·7	—8·1	—4·6	—3·6	—8·5	—11·2	—10·3
			Luftdruck 700 Millimeter +						
December	55·7	54·6	55·2	53·0	50·4	47·9	49·9	50·7	52·5
Jänner	57·3	60·8	56·0	51·0	53·1	49·6	53·3	56·6	55·3
Februar	54·7	55·2	52·9	48·9	42·1	46·6	48·7	49·7	51·4
Winter [1])	55·8	57·3	54·7	51·6	49·2	48·0	50·6	52·4	53·1
		Änderung der Tagesmittel des Luftdruckes. Millimeter.							Calmen
December	+2·2	+0·4	—2·0	—2·4	—2·9	—4·8	+1·4	+3·8	+4·6
Jänner	+1·8	+1·4	—1·8	—2·9	—0·8	—1·4	+1.8	+7·0	+0·6
Februar	+1·9	—1·4	—1·5	—2·4	+1·0	+0·5	+2·5	+1·8	+4·1
Winter	+2·0	+0·1	—1·8	—2·6	—0·9	—1·9	+1·9	+4·2	+3·1
			Häufigkeit der Winde.						
December	5·0	12·5	18·5	28·0	12·0	8·0	21·0	5·0	14
Jänner	11·5	26·0	17·5	15·0	6·0	10·0	8·5	8·5	21
Februar	8·0	20·0	29·0	13·5	6·0	5·5	7·5	10·5	12
Winter	24·5	58·5	65·0	56·5	24·0	23·5	37·0	24·0	47
			Häufigkeit der Winde in Procenten.						
Winter	7·8	18·7	20·8	18·0	7·6	7·5	11·8	7·6	

Aus Tagesmitteln von mir berechnet. Diese Mittel sind mitgetheilt in Kupffer's Corresp. météorol. Année 1851—54.

[1]) Aus den Abweichungen berechnet.

Tobolsk 8 Jahre.

	N	NO	O	SO	8	SW	W	NW	
				Grade Celsius.					Abs. Mittel
Decemb.	—24·5	—21·5	—23·4	—16·9	—10·9	—10·7	—15·5	—21·2	—16·8
Jänner	—27·6	—17·1	—18·9	—19·5	—12·6	—14·9	—16·1	—25·6	—18·3
Februar	—25·3	—21·2	—15·8	—15·9	—11·8	—11·1	—9·9	—20·9	—15·6
Winter	—25·8	—19·9	—19·4	—17·4	—11·8	—12·2	—13·8	—22·6	—16·9
				Luftdruck 700 Millimeter +.					
December	58·8	57·0	63·8	58·9	55·0	52·8	57·0	59·8	58·6
Jänner	62·7	68·6	63·7	61·1	59·5	62·3	58·6	66·2	61·7
Februar	61·5	59·8	60·9	61·7	55·6	53·5	59·4	59·7	59·8
Winter	61·0	61·8	62·8	60·6	56·7	56·2	58·3	61·9	60·0
				Änderung des Luftdruckes. Millimeter.					Calmen
Decemb.	+4·9	+0·6	—0·8	—1·0	—2·3	—1·5	+0·8	+6·1	+4·1
Jänner	+3·4	+3·2	+0·4	—1·7	—0·9	—0·3	+1·0	+4·4	+1·3
Februar	+3·3	+0·1	—1·7	—1·3	—1·8	—2·4	+3·4	+4·3	—1·4
Winter [1])	+3·8	+1·4	—0·9	—1·4	—1·7	—1·4	+1·3	+4·	+2·4
				Häufigkeit der Winde.					
Fecember	10	11	15	59	56	23	20	23	31
Jänner	9	6	11	74	48	29	24	34	13
Februar	12	10	19	70	37	26	14	27	11
Winter	31	27	45	203	141	78	58	84	55
				In Procenten der Gesammtzahl.					
Winter	4·5	4	7	30	21	12	9	12·5	
				Zahl der Tage mit Niederschlägen.					
December	2	2	1	16	22	7	5	3	1
Jänner	2	3	2	22	12	6	5	3	1
Februar	2	2	5	5	14	12	2	4	3
Winter	6	7	8	43	48	25	12	10	5
				Regen- und Schneetage auf 100 Tage.					
Winter	20	26	18	21	34	32	21	12	9

Von mir berechnet aus achtjährigen Beobachtungen 1854—61 publicirt, in Kupffer's Annalen Année 1859, Stundenmittel für 3^h p. m. die Temperatur auf Tagesmittel corrigirt.

Tara 10 Jahre.

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW	
				Grade Celsius.					Abs. Mittel
Decemb.	—25·6	—24·2	—20·6	—18·7	—14·9	—18·0	—18·9	—19·6	—21·1
Jänner	—26·2	—23·1	—22·2	—24·4	—18·2	—16·4	—26·5	—24·1	—22·9
Februar	—23·2	—22·2	—18·4	—14·6	—17·4	—16·4	—16·0	—17·5	—18·6
Winter	—25·0	—23·2	—20·5	—19·2	—16·8	—16·9	—20·5	—20·4	—20·9
				Häufigkeit der Winde.					Calmen
Winter	93	86	133	86	41	53	39	68	253

[1]) Aus den Monat-Summen berechnet.

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW	
	In Procenten der Gesammtzahl.								Calmen
Winter	15·6	14·3	22·2	14·3	6·8	8·8	6·5	11·3	30

Mitgetheilt in Kupffer's Annalen Année 1847. Berechnet für die Beobachtungsstunden 9^h, 3^h, 9^h ohne Mittel für die Monate und Jahreszeiten. Ich habe aus $\frac{9^h + 9^h}{2}$ die obigen Monatmittel abgeleitet.

Barnaul 10 Jahre.

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW	
	Grade Celsius.								Abs. Mittel
Decemb.	—23·7	—26·0	—13·9	—12·4	—11·8	—10·1	—22·1	—28·3	—15·7
Jänner	—26·5	—22·6	—24·2	—16·1	—13·3	—12·2	—25·0	—21·9	—18·7
Februar	—21·5	—18·8	—25·1	—17·6	—12·9	—10·5	—22·4	—24·2	—16·3
Winter	—23·9	—22·5	—21·7 [1])	—15·4	—12·7	—10·9	—23·2	—24·8	—16·9
	Luftdruck 700 Millimeter +.								
Decemb.	54·3	60·0	56·5	51·6	52·4	51·5	55·3	60·3	54·3
Jänner	58·6	59·7	62·1	56·5	55·0	52·4	62·6	58·9	56·7
Februar	59·5	56·8	66·8	59·0	53.3	50.6	57·6	58·9	55·0
Winter	57·5	58·8	60·7 [1])	55·7	53·6	51·5	58·5	59·4	55·3
	Änderung des Luftdruckes. Millimeter.								Calmen
Decemb.	—0·5	—2·5	+1·0	—0·9	—3·7	—0·6	+7·6	+7·8	+0·9
Jänner	+0·6	—1·3	+2·2	—1·5	—2·2	+0·1	+2·7	+0·3	+0·4
Februar	+0·6	—0·8	+5·6	—1·7	—2·0	—1·3	+3·1	+3·6	+2·2
Winter	+0·2	—1·5	+2·3 [2])	—1·4	—2·6	—0·6	+4·5	+3·9	+1·2
	Häufigkeit der Winde und Calmen.								
December	11	12	2	15	31	141	21	12	64
Jänner	23	39	5	10	35	96	24	12	66
Februar	22	45	1	13	45	95	24	13	25
Winter	56	96	8	38	111	332	69	37	155
	In Procenten der Gesammtzahl.								
Winter	8	13	1	5	15	44	9	5	17
	Mittlere Windstärke.								
December	1·9	2·1	2·0	2·1	2·7	3·0	2·1	2·1	
Jänner	1·5	2·1	1·4	2·3	2·7	2·9	1·9	2·5	
Februar	2·0	2·1	3·0	2·0	2·5	3·1	2·2	1·8	
Winter	1·8	2·1	1·7 [2])	2·1	2·6	3·0	2·1	2·1	
	Summen der Windstärke.								
Winter	97	203	14	80	289	994	144	79	

Von mir berechnet, Mittel aus den Beobachtungen um 8^h Abend, stimmen nahezu mit dem Tagesmittel. Die in Kupffer's Annalen mitgetheilten Beobachtungen sind 24stündige; die in Rechnung gezogenen Jahre sind 1855—64.

---

[1]) Durch Differenzen.

[2]) Aus den Summen.

Irkutsk 15 Jahre.

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW	
				Grade Celsius.					Abs. Mittel
Winter	—20·0	—22·7	—19·7	—15·5	—15·0	—17·1	—	—16·9	—18·5
Frühling	—0·1	—1·9	—3·2	3·1	3·1	—1·7	—1·2	—0·6	0·6
Sommer	16·0	18·5	18·6	17·9	18·4	19·1	15·7	14·4	16·1
Herbst	—1·6	—	0·0	—0·9	1·6	0·1	5·1	—0·7	—0·9
Jahr	—1·4	—2·2	—1·1	+1·1	+2·0	+0·1	+1·0	—0·9	—0·7
				Luftdruck 700 Millimeter +.					
Winter	30·7	35·9	31·0	27·3	26·7	16·8	—	29·6	29·6
Frühling	25·6	27·5	24·8	22·6	21·9	20·0	23·7	24·5	23·6
Sommer	18·1	17·9	17·7	15·8	16·0	16·3	16·7	17·6	17·2
Herbst	26·7	26·1	27·0	24·7	22·0	22·7	21·9	26·6	25·5
Jahr	25·6	26·8	25·2	22·6	21·7	19·0	22·7	24·6	24·0
				Häufigkeit.					Calmen
Winter	1228	4	213	23	967	3	0	38	1493
Frühling	1514	2	25	60	1331	23	9	227	814
Sommer	1372	7	16	95	1353	37	11	406	828
Herbst	1583	1	42	22	797	13	2	205	1115
Jahr	5697	14	296	200	4448	76	22	876	4250
				In Procenten der Gesammtzahl.					
Jahr	48·9	0·1	2·5	1·7	38·2	0·6	0·2	7·5	36·5

In Kupffer's Annalen, Année 1847, finden sich für die Beobachtungsstunden 7^h 2^h 10^h die Mittel der Temperatur und des Luftdruckes für die 8 Windrichtungen abgeleitet. Aber das Jahresmittel ist ohne Rücksicht auf das Gewicht der einzelnen Stunden- und Monatmittel, ja ohne Berücksichtigung, daß ganze Monatmittel überhaupt fehlen, gebildet, daher gänzlich unbrauchbar. Ich habe die Summen wieder hergestellt und durch Differenzen, nach Kämtz's Methode, die Mittel der Jahreszeiten und des Jahres abgeleitet. Dadurch ist der Verlauf der Erscheinungen zwar sehr regelmäßig geworden, aber man darf die Verläßlichkeit dieser Mittel dennoch nicht überschätzen, wie ein Blick auf die Häufigkeit, oder besser gesagt, außerordentliche Seltenheit mancher Winde sogleich lehrt.

Jakutsk 10 Jahre.

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW	
				Temperatur Grade Celsius.					Abs. Mittel
Decemb.	—39·1	—35·5	—29·0	—	—33·2	—37·5	—33·0	—33·6	—38·5
Jänner	—39·8	—32·6	—34·0	—29·7	—32·0	—33·0	—29·0	—34·7	—38·7
Februar	—34·7	—31·2	—	—39·5	—32·2	—30·6	—25·2	—30·0	—34·1
				Corrigirte Mittel.					
Winter	—37·9	—33·0	—30·8	—34·0	—32·2	—33·8	—28·7	—33·2	—37·1

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW	
				Häufigkeit der Winde.					Calmen
December	76·5	9·5	1·0	0·5	8·5	6·0	6·0	18·0	184
Jänner	70·5	10·5	2·0	2·0	10·0	5·0	8·0	14·0	188
Februar	51·5	7·5	0·0	1·0	10·5	8·5	16·0	9·0	173
Winter	198·5	27·5	3·0	3·5	29·0	19·5	30·0	41·0	545
				In Procenten der Gesammtzahl.					
Winter	56·3	7·8	0·9	1·0	8·2	5·5	8·5	11·6	61
				Windstärke Scale 1—5.					
December	3·0	2·7	3·0	—	2·2	2·6	2·8	3·0	
Jänner	3·2	2·9	2·0	2·5	2·4	2·4	2·6	3·1	
Februar	3·0	3·0	—	2·0	2·1	2·2	2·9	2·8	
Winter	3·1	2·9	2·5	2·2	2·2	2·4	2·8	3·0	
				Häufigkeit der Niederschläge (Tage mit Schnee).					
December	9 5	2·0	0·0	—	2·0	0·0	0·0	5·5	8
Jänner	8.5	1·0	1·0	0·0	2·0	0·0	1·0	0·5	16
Februar	9·0	1·0	—	1·0	4·0	1·0	3·0	2·0	14
Winter	27	4	1	1	8	1	4	8	38
				Tage mit Schneefall auf 100.					
Winter	13	14	33	29	27	5	13	19	7

Von mir berechnet aus der Beobachtungsreihe 1844—53, publicirt in Kupffer's Annalen, Année 1857. Im Jahrgange 1848 dieser Annalen findet sich zwar schon eine thermische Windrose aus den Mitteln von 7^h 1^h 10^h abgeleitet, aus der Beobachtungsreihe April 1829 bis Jänner 1844. Das Wintermittel derselben ist:

N	NO	O	SO	S	SW	W	NW	Calmen
				Celsius.				
—39·0	—35·4	—37·7	—39·6	—38·2	—37·5	—34·2	—34·2	—38·2

Das absolute Mittel ist —38·1° C. Es schien mir auffallend, daß das Minimum auf Südost fallen sollte. Meine Berechnung zeigte den Grund davon. Es ist eine Störung, hervorgerufen durch schwache locale Winde, die vielleicht in der nächtlichen Wärmeausstrahlung in Südost gelegener Höhen ihren Ursprung haben. Ich habe bei meiner Rechnung deßhalb nur jene Winde berücksichtigt, die wenigstens zwei Beobachtungszeiten hinter einander wehten oder doch die Stärke-Scale 3 (moderé) erreichten. Die Temperaturen sind stets sogleich auf Tagesmittel reducirt worden. Wie man sieht, fällt das Minimum der Windstärke auf Südost, ein Beweis, daß die tiefe Temperatur des Südost die der Calmen ist.

Ajansk 2 Jahre.

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW	
				Grade Celsius.					Abs. Mittel
Novemb.	—11·6	—4·4	—10·2	—9·9	—13·7	—12·9	—13·1	—9·4	—10·5
Decemb.	—22·4	—13·7	—4·7	—20·9	—17.5	—20·4	—20·0	—22·1	—18·1
Jänner	—14·5	—16·1	—20·2	—24·0	—22·0	—20·8	—25·7	—11·4	—21·0
Februar	—12·7	—12·6	—12·0	—14·1	—17·5	—18·5	—19·0	—19·7	—14·7

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW	Abs. Mittel
				Einfache Mittel.					
Novemb. bis Febr.	—15·3	—11·7	—11·8	—17·2	—17·7	—18·2	—19·4	—15·7	—16·1
				Corr. Winter-Mittel.					
	—16·5	—13·2	—15·5	—19·0	—19·2	—19·5	—21·0	—20·0	—17·9
				Zahl der Tage mit Niederschlag.					
Novemb. bis Febr.	7	22	2	0	1	2	0	1	
				Häufigkeit der Winde.					
Novemb. bis Febr.	18	44	11	16	35	45	17	10	
				Procente der Gesammtzahl.					
„ „	9	22	6	8	17	23	9	5	
				Regentage auf 100.					
„ „	39	50	18	0	3	4	0	10	

Von mir berechnet aus zweijährigen Beobachtungen von Dr. Tiling, publicirt in Kupffer's Annalen Année 1847. Mittel für 2h p. m. schließlich corrigirt auf Tagesmittel. Der November wurde noch hinzugezogen um größere Verläßlichkeit zu erzielen.

Hakodati (Japan) 4 Jahre.

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW	Abs. Mittel
				Grade Celsius.					
Decemb.	—0·4	+2·9	+2·5	+5·8	+7·5	+3·8	—0·3	—2·0	+0·0
Jänner	—2·3	—3·5	+1·0	+1·5	+1·4	+4·7	—2·9	—3·7	—2·8
Februar	—2·9	+1·0	+1·0	+1·6	+3·1	+0·9	—2·1	—2·8	—1·4
Winter	—1·9	—0·2	+1·5	+2·7	+4·7	+1·8	—1·8	—2·8	—1·4
				Luftdruck Millimeter 700 +.					
Decemb.	58·56	57·94	50·77	48·91	51·38	52·38	56·30	58·15	56·90
Jänner	58·02	58·07	52·93	51·41	51·92	47·56	57·18	56·85	57·54
Februar	58·36	59·21	53·65	50·80	58·46	55·91	56·66	58·81	58·68
Winter	58·4	58·3	52·5	50·3	53·0	53·8	56·7	57·9	57·70
				Änderung des Luftdruckes. Millimeter.					
Decemb.	+3·6	—5·8	—10·3	—13·2	—7·1	—5·7	+1·7	+2·2	
Jänner	+1·8	—1·5	—8·5	—10·4	—8·6	—15·3	+1·3	+1·7	
Februar	+3·3	—0·4	—8·9	—9·0	—2·7	—3·7	+1·7	+2·9	
Winter	+2·5	—1·9	—9·1	—10·4	—7·0	—5·1	+1·5	+2·2	
				Zahl der Tage mit Niederschlag.					
Decemb.	1·0	0·0	5·5	4·0	5·5	6·0	25·0	27·0	
Jänner	3·5	2·0	3·0	4·0	2·0	1·0	17·5	32·0	
Februar	1·5	2·0	4·5	5·5	0·5	5·5	20·0	21·5	
Winter	6·0	4·0	13·0	13·5	8·0	12·5	62·5	80·5	
				Regen- oder Schneetage auf 100.					
Winter	23	80	70	79	84	64	53	52	

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW
				Häufigkeit der Winde.				
Decemb.	7·5	1·0	5·5	4·0	6·5	8·0	41·5	45·0
Jänner	9·5	2·0	6·0	5·0	2·0	1·0	36·0	58·5
Februar	9·0	2·0	7·0	8·0	1·0	10·5	39·0	49·5
Winter	26·0	5·0	18·5	17·0	9·5	19·5	116·5	153·0
				In Procenten der Gesammtzahl.				
Winter	7	1·5	5	4·5	2·5	5·5	32	42
				Windstärke Scale 1—6.				
Decemb.	2·0	1·0	2·3	2·7	2·4	1·9	1·7	1·8
Jänner	1·9	1·5	2·0	1·8	3·0	1·0	2·2	2·1
Februar	1·9	1·0	1·8	1·6	1·5	1·4	1·8	1·8
Winter	1·9	1·2	2·0	2·0	2·3	1·4	1·9	1·9
				Summen der Windstärke.				
Winter	51	6	37	21	23	31	223	291

Von mir berechnet. Die Beobachtungen sind publicirt in Kupffer's Corresp. météorol. pour l'année 1858, 60, 62, 63. December und Jänner sind vierjährige Mittel, Februar fünfjährig. Die Windrichtung ist für den ganzen Tag angegeben. Zur Berechnung der thermischen Windrose benützte ich deßhalb die Tagesmittel, der Luftdruck ist jener der Mittagsbeobachtung.

Peking 9 Jahre.

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW	Abs. Mittel
				Temperatur Celsius.					
Decemb.	—2·6	—1·5	—1·9	—1·8	—1·4	—0·4	—2·5	—1·3	—1·7
Jänner	—3·3	—2·5	—2·8	—1·0	—2·2	—2·9	—3·0	—4·2	—3·5
Februar	—3·4	—1·1	—2·2	0·0	+0·4	+0.4	—0·3	—2·1	—0·5
Winter	—3·1	—1·7	—2·3	—0·9	—1·1	—1·0	—1·9	—2·5	—1·9
				Barometer. Millimeter 700 +.					
Decemb.	69·16	67·07	67·96	66·75	67·16	66·51	69·57	68·85	68·05
Jänner	68·22	67·57	67·85	65·10	66·19	66·57	69·71	69·32	68·46
Februar	70·33	67·15	66·22	66·52	65·57	65·13	64·83	68·58	66·69
Winter	69·2	67·3	67·3	66·0	66·3	66·1	68·0	68·9	67·74
				Änderung des Luftdruckes. Millimeter.					
Decemb.	+1·4	+1·3	+1·8	—2·3	—0·3	—3·2	+0·3	+2·1	
Jänner	+1·4	+0·1	—0·9	—0·5	—1·1	—2·3	—0·2	+1·8	
Februar	+4·1	+0·1	—3·4	+0·1	—0·5	—2·7	—2·8	+2·4	
Winter	+2·3	+0·5	—0·8	—0·9	—0·6	—2·7	—0·9	+2·1	
				Feuchtigkeit in Procenten der Sättigung.					
Decemb.	61	60	75	72	72	57	60	45	
Jänner	61	63	74	78	71	62	59	48	
Februar	55	65	66	63	63	57	52	43	
Winter	59	63	72	71	69	59	57	45	

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW
				Zahl der Regentage.				
Decemb.	0	1·6	0·8	0·8	4·1	2·4	0·8	0·8
Jänner	4	2	4	3	4	0	1	1
Februar	2	3	3	8	9	3	1	4
Winter	6	6·6	7·8	11·8	17·1	5·4	2·8	5·8
				Auf 100 Tage, Regentage.				
Winter	8	14	36	26	18	5	6	3
				Häufigkeit der Winde.				
Decemb.	20	14·3	3·3	11·4	23·7	32	11·4	68·7
Jänner	36	19	12	12	21	28	15	74
Februar	17	15	6	22	43	61	16	52
Winter	73	4·83	21·3	45·4	87·7	121	42·4	194·7
				Procente der Gesammtzahl.				
Winter	11	7·5	3	7	14	19	6·5	31
				Windstärke Scale 0—6.				
Decemb.	1·6	1·2	1·0	1·1	1·3	1·1	1·4	2·2
Jänner	1·8	1·2	0·9	1·2	1·2	1·0	1·2	2·4
Februar	2·0	1·1	0·8	0·9	1·1	1·2	1·3	2·7
Winter	1·8	1·2	0·9	1·1	1·2	1·1	1·3	2·4
				Summen der Windstärke.				
Winter	127	58	19	46	105	138	55	476

Von mir berechnet aus den Beobachtungen der Jahre 1847—55, der December aus 11 Jahren, jedoch ist die Häufigkeit der Winde und Niederschläge auf 9 Jahre reducirt worden. Die Mittel sind aus der Beobachtungsstunde 7ʰ p. m. abgeleitet. Das Wintermittel dieser Stunde stimmt mit dem wahren 24stündigen Mittel bis auf 0·1° C.

III. Nord-Amerika.

Sitka 8 Jahre.

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW	Abs. Mittel
				Grade Celsius.					
Decemb.	—5·3	—6·5	1·6	4·7	5·1	2·5	1·1	0·1	—0·4
Jänner	—5·7	—7·2	—0·1	1·9	4·4	0·9	—0·2	—2·4	—1·8
Februar	—4·8	—6·0	1·7	3·4	2·2	1·4	0·8	—1·5	0·0
Winter	—5·2	—6·6	1·1	3·3	3·9	1·6	0·6	—1·3	—0·7
				Luftdruck 700 Millimeter +.					
Decemb.	57·0	54·9	51·9	54·4	50·9	51·9	52·7	59·6	54·8
Jänner	63·2	54·5	52·2	46·8	52·1	50·4	54·2	49·1	53·1
Februar	57·0	60·9	50·7	50·8	53·9	57·4	57·6	60·3	55·5
Winter	59·1	56·8	51·6	50·7	52·3	53·2	54·8	56·3	54·5

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW
			Änderung des Luftdruckes. Millimeter.					
Decemb.	+1·3	+2·0	—1·7	—2·5	—1·3	+0·3	+4·6	+3·1
Jänner	+3·4	+2·8	—2·9	—3·9	—3·4	+2·4	—0·3	+0·6
Februar	—0·1	+1·8	—1·4	—2·2	+0·9	+2·4	+0·4	+3·7
Winter	+1·6	+2·2	—2·0	—2·9	—1·3	+1·7	+1·6	+2·4
			Häufigkeit der Winde.					
December	27	36	69	23	15	9	11	15
Jänner	11	65	52	22	15	16	12	15
Februar	16	31	62	29	17	13	15	9
Winter	54	132	183	74	47	38	38	39
			In Procenten der Gesammtzahl.					
Winter	9	22	30·5	12	8	6	6	6·5
			Windstärke Scale 0—5.					
Decemb.	2·0	2·3	2·5	2·8	3·2	3·0	2·7	2·3
Jänner	1·4	2·4	2·8	2·7	2·7	2·4	1·3	1·9
Februar	1·7	1·8	2·4	2·4	2·6	1·9	2·3	1·5
Winter	1·7	2·2	2·6	2·6	2·8	2·4	2·1	1·9
			Summen der Windstärke.					
Winter	96	294	469	192	135	91	80	75

Von mir berechnet. Mittel der Stunde 18ʰ Gött. Zeit = 8ʰ p. m. Ortszeit. Die Correctionen auf 24stündige Mittel wären December +0·3, Jänner +0·2, Februar +0·6, Winter +0·3. Die benutzten Jahrgänge sind 1847—54 statt des fehlenden December 1847, der December 1844.

Toronto 7 Jahre.

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW	
				Grade Celsius.					Abs. Mittel
Decemb.	—5·7	—2·2	—0·4	—0·2	—0·5	—0·7	—2·6	—4·4	—2·5
Jänner	—8·2	—3·7	—0·7	—2·0	—1·0	—1·7	—2·8	—5·7	—4·2
Februar	—8·1	—5·2	—1·2	+2·1	+0·2	—1·8	—4·7	—7·9	—5·8
				Corrigirte Mittel.					
Winter	—7·4	—3·7	—0·8	—1·1	—0·6	—1·6	—3·3	—6·0	—4·2
			Barometrische Windrose 700 Millimeter +.						
Decemb.	56·5	49·2	53·5	47·3	52·9	50·2	50·4	53·0	52·9
Jänner	55·1	53·4	52·6	49·6	45·3	49·3	48·9	53·3	52·3
Februar	54·4	51·7	49·8	46·5	49·6	48·2	51·3	52·5	52·2
				Corrigirte Mittel.					
Winter	55·2	52·1	52·0	48·2	49·5	49·4	50·2	52·9	52·5
			Änderung des Luftdruckes. Millimeter.						
Decemb.	+4·1	—4·8	—6·1	—11·9	—3·6	—3·8	+0·8	+3·6	
Jänner	+5·8	—2·3	—2·8	—5·3	—8·9	—3·6	—1·0	+6·4	
Februar	+3·6	—4·3	—7·6	—6·6	—4·8	—2·5	+2·3	+7·1	
Winter	+4·6	—3·8	—5·6	—7·9	—5·8	—3·3	+0·8	+5·6	

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW	
			Zahl der Tage mit Niederschlag.						Calmen
Decemb.	2·5	2·0	10·5	4·0	1·5	7·5	2·5	4·5	16
Jänner	3·0	8·5	13·5	4·5	3·0	4·5	6·5	4·5	19
Februar	3·5	6·0	10·5	2·5	2·5	2·0	7·0	3·0	12
Winter	9·0	16·5	34·5	11·0	7·0	14·0	16·0	12·0	47
				Auf 100 Tage.					
Winter	19	63	68	88	41	25	27	17	24
			Häufigkeit der Winde.						
Decemb.	12·0	5·0	17·0	4·5	6·5	18·5	16·0	23·5	78
Jänner	18·5	12·0	17·5	6·0	5·0	25·0	23·5	23·5	53
Februar	17·0	9·5	16·5	2·0	5·5	12·0	20·5	22·0	65
Winter	47·5	26·5	51·0	12·5	17·0	55·5	60·0	69·0	196
			Procente der Gesammtzahl.						
Winter	14	8	15	4	5	16	19	20	
			Mittlere Windstärke.						
Decemb.	0·6	2·0	1·1	0·7	1·0	1·0	1·2	1·0	
Jänner	0·8	0·7	0·8	0·6	0·4	0·9	1·3	1·1	
Februar	0·8	0·8	1·8	0·2	0·4	0·9	0·6	1·9	
Winter	0·7	1·1	1·2	0·5	0·6	0·9	1·0	1·3	
			Summen der Windstärke.						
Winter	37	25	62	7	11	54	62	92	
			Häufigkeit der Stürme (5—24) 8 Jahre.						
Decemb.	9·5	2.0	5·0	0·0	1·0	5·5	4·0	13·0	
Jänner	9·0	1·0	1·0	3·0	2·0	14·5	9·0	5·5	
Februar	16·5	2·0	23·5	2·5	4·5	14·0	8·5	33·5	
Winter	35	5	29·5	5·5	7·5	34	21·5	52	
				In Procenten.					
Winter	18·4	2·6	15·5	2·9	4·0	17·9	11·3	27·3	

Von mir berechnet aus den Beobachtungen der Winter 1842—48 für die Stunde 8h p. m. Die Mittel diese Stunde stimmen bis auf einige Hundertel Grade Fahrenheit mit dem wahren Mittel. Publicirt sind die Beobachtungen in drei Bänden unter dem Titel „Observations made a the magn. and meteorol. Observatory at Toronto in Canada".

Providence 14 Jahre.

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW	
				Grade Celsius.					Abs. Mittel
Decemb.	—2·2	1·1	2·2	7·2	8·6	4·7	0·6	—4·5	—0·7
Jänner	—3·6	—2·9	2·1	4·5	4·7	2·2	—1·8	—7·3	—3·2
Februar	—4·5	—2·7	—0·3	3·9	4·8	2·3	—1·6	—6·8	—2·8
Winter	—3·4	—1·5	1·3	5·2	6·0	3·1	—0·9	—6·2	—2·2

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW	
				Luftdruck. Millimeter 700 +.					Abs. Mittel
Decemb.	57·6	54·3	56·0	52·8	54·8	52·5	55·5	59·0	56·3
Jänner	59·0	55·8	52·6	48·1	50·4	54·4	54·7	60·1	57·0
Februar	59·3	57·7	55·0	54·6	52·0	53·1	53·1	58·8	56·4
Winter	58·6	55·9	54·5	51·8	52·4	53·3	54·4	59·3	56·6
				Änderung des Luftdruckes. Millimeter.					
Decemb.	+1·0	—4·8	—7·1	—10·7	—8·9	—6·4	+1·5	+5·8	
Jänner	+1·5	—4·1	—10·2	—14·0	—11·7	—5·8	0·0	+5·3	
Februar	+2·5	—3·8	—6·6	—4·6	—8·9	—4·6	—0·8	+4·8	
Winter	+1·7	—4·2	—8·0	—9·8	—9·8	—5·6	+0·2	+5·3	
				Häufigkeit der Winde.					
Decemb.	34	66	15	12	22	59	56	162	
Jänner	36	58	11	11	18	72	48	176	
Februar	22	47	11	20	28	56	46	160	
Winter	92	171	37	43	68	187	150	498	
				In Procenten der Gesammtzahl.					
Winter	7	14	3	4	5	15	12	40	
				Mittlere Windstärke Scale 1—6.					
Decemb.	1.6	1·8	1·6	1·6	1·6	1·8	1·4	1·6	
Jänner	1·5	2·0	1·9	2·2	1·4	1·5	1·4	1·6	
Februar	1·3	1·9	1·6	1·7	1·5	1·5	1·6	1·5	
Winter	1·5	1·9	1·7	1·8	1·5	1·6	1·5	1·6	
				Summen der Windstärke.					
Winter	135	327	63	76	101	304	223	775	
				Häufigkeit der Stürme (Windstärke 4—6).					
Decemb.	1	4	1	0	2	3	2	11	
Jänner	0	5	1	2	0	2	0	8	
Februar	0	4	1	1	0	0	3	12	
Winter	1	13	3	3	2	5	5	31	
				Regen- und Schneetage.					
Decemb.	13	37	9	7	12	29	4	6	
Jänner	8	38	8	7	8	18	4	2	
Februar	8	27	7	9	8	11	5	7	
Winter	29	102	24	23	28	58	13	15	
				Regen- oder Schneetage auf 100 Tage.					
Winter	31	60	65	54	41	31	9	3	

Von mir berechnet aus den Beobachtungen der Jahre December 1843 bis Februar 1857. Meteorol. (Observ. made at Providence. R. J. by A. Caswell,) für die Stunde 10^h p. m. Die Monatmittel für diese Stunde sind durch Anbringung der Correction December $+2^\circ1$, Jänner $+1^\circ3$, Februar $+1^\circ3$ auf Tagesmittel reducirt worden. Zuweilen wurde es für nöthig erachtet, statt der Beobachtung um 10^h p. m. jene um 6^h a. m. oder 2^h p. m. zu benützen, dann ist aber stets die Temperatur auf die Stunde 10^h p. m. reducirt worden.

Godthaab 5 Jahre.

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW.	
				Grade Celsius.					Abs. Mittel
Decemb.	−8·6	−11·9	−9·9	−9·3	−5·2	−4·9	−12·8	−10·8	−9·3
Jänner	−10·4	−11·0	−12·1	−6·1	−5·0	−5·1	−8·6	−9·5	−9·4
Februar	−11·5	−12·8	−9·3	−4·2	−2·6	−4·8	−6·7	−10·9	−8·4
Winter	−10·2	−11·9	−10·4	−6·5	−4·3	−4·9	−9·4	−10·4	−9·0
				Luftdruck Millimeter 700 +.					
Decemb.	46·6	54·3	54·6	54·1	43·1	50·1	61·0	48·9	52·7
Jänner	49·9	52·5	54·2	44·6	46·8	47·9	47·6	55·2	50·9
Februar	58·2	55·8	58·7	52·2	46·1	52·4	54·7	58·9	55·6
Winter	51·0	54·2	55·8	50·6	44·8	50·2	52·5	54·3	53·1
				Änderung des Luftdruckes. Millimeter.					Calmen
Decemb.	−1·4	+0·7	+0·6	−1·9	−2·0	−0·5	+2·0	+2·7	+4·2
Jänner	+4·2	+1·0	−1·7	−6·7	−4·6	−1·9	+2·1	+5·7	+2·7
Februar	+5·9	+2·0	−0·2	−3·1	−6·5	−1·0	+4·5	+9·8	−1·2
Winter	+2·9	+1·2	−0·4	−3·9	−4·4	−1·1	+2·9	+6·1	+1·9
				Häufigkeit der Winde und Calmen.					
Decemb.	15	31	34	22	4	24	2	8	15
Jänner	12	41	40	17	3	27	6	9	2
Februar	10	41	23	27	6	19	5	6	4
Winter	37	113	97	66	13	70	13	23	21
				In Procenten der Gesammtzahl.					
Winter	9	26	23	15	3	16	3	5	
				Mittlere Windstärke.					
Decemb.	3·2	2·9	2·1	2·6	2·8	4·5	3·0	2·9	
Jänner	3·3	2·9	2·8	2·6	3·3	4·0	2·8	3·0	
Februar	2·7	3·4	2·6	2·7	3·1	4·1	3·2	3·1	
Winter	3·1	3·1	2·5	2·6	3·1	4·2	3·0	3·0	
				Summen der Windstärke.					
Winter	114	349	243	176	40	295	39	69	

Von mir berechnet aus den Beobachtungen der Stunde 10[h] a. m. (Winter 1842—46.) Die Mittel sind nicht weiter reducirt worden. Der Barometerstand des Jänner ist offenbar zu tief, der Jänner 1842 hatte nur ein Mittel von 741·9 Millimeter. Die Beobachtungsreihe umfaßt September 1841, bis Juni 1846 und ist publicirt in „Collectanea meteorol. F. IV. Observ. meteorol. per annos 1832—54 in Grönlandiae factae. Hauniae 1856“.

Upernivik 8 Jahre.

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW	
				Grade Celsius.					Abs. Mittel
Decemb.	−19·6	−18·4	−18·3	−4·6	−5·1	−15·1	−15·9	−8·9	−17·6
Jänner	−23·2	−20·5	−20·2	−5·8	−16·7	−16·3	−16·1	−19·2	−20·1
Februar	−25·4	−23·7	−24·7	−8·1	—	−15·4	−19·6	−24·7	−21·8
Winter	−22·7	−20·9	−21·1	−6·2	−14·2	−15·6	−17·2	−17·6	−19·8

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW	Calmen
			Häufigkeit der Winde und Calmen.						Calmen
Decemb.	36	51	103	8	1	23·5	4	2·5	10
Jänner	58	26	79	7·5	3	21·5	4	4·0	9
Februar	30	9	76·5	4·5	0	49·0	4	1·0	12
Winter	124	86	258·5	20	4	94	12	7·5	31
			In Procenten der Gesammtzahl.						
Winter	20	14	43	3	1	16	2	1	5
			Bewölkung Scale 0—4.						
Decemb.	2·4	1·5	1·0	2·5	4·0	3·4	2·7	4·0	1·1
Jänner	1·5	1·6	0·9	1·1	2·6	2·6	2·5	1·0	0·4
Februar	1·5	0·4	0·8	2·7	—	3·2	2·2	0·0	0·9
Winter	1·8	1·2	0·9	2·1	3·2	3·1	2·5	1·7	0·8
			Häufigkeit der Niederschläge.						
Winter	14	9	10	4	1	38·5	6	3·5	1
			Auf 100 Tage.						
Winter	11	10	4	20	25	41	50	46	3

Von mir berechnet aus Tagesmitteln, da die Windrichtung nur für den ganzen Tag angegeben. Winter 1847—1853. Die Beobachtungen finden sich publicirt in Coll. meteor. Fasc. IV.

Reykiavig T. 6, L. 4 Jahre.

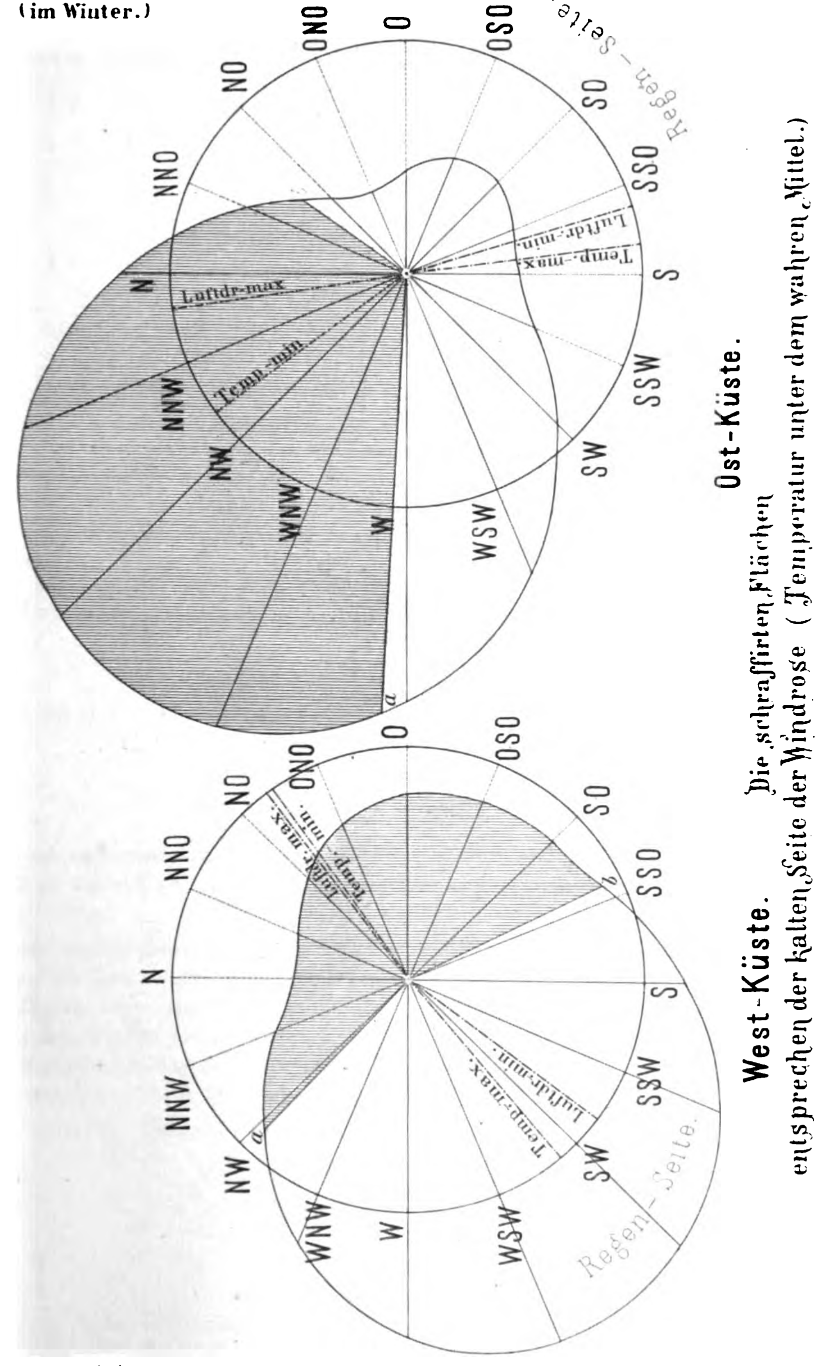
Die einfachen Mittel mitgetheilt in Dove's Repert. d. Physik Bd. IV.

Erläuterung zu den Tafeln:

Tafel I. Die Längen der ausgezogenen Radien entsprechen der Häufigkeit der Winde, ausgedrückt in Procenten (s. Tab. X) die Einheit = 5mm der Zeichnung.

Tafel II. Die ausgezogene Curve stellt die Abweichungen der Temperatur bei jeder Windrichtung vom Wintermittel dar, so daß die negativen Abweichungen von der Peripherie des Grundkreises aus gegen das Centrum, die positiven in der Richtung der verlängerten Radien aufgetragen sind. In derselben Weise stellt die gestrichelte Curve den Gang des Luftdruckes vor. Die Einheiten sind: Temperatur-Abweichungen 1°C = 6mm und Abweichung des Luftdruckes 1 Mm. = 8mm in der Zeichnung.

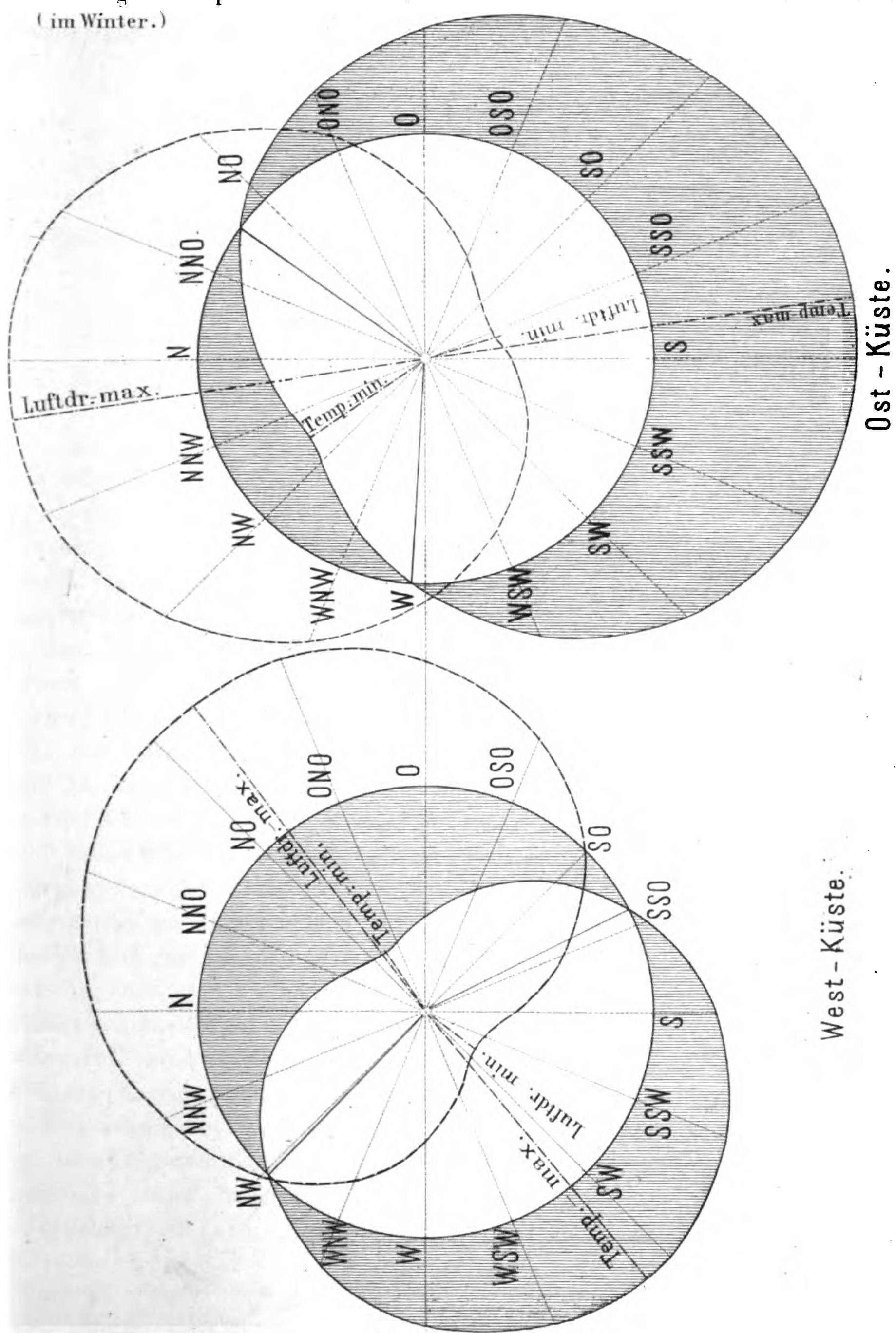
(im Winter.)



Die schraffirten Flächen entsprechen der kalten Seite der Windrose (Temperatur unter dem wahren Mittel.)

Hann. Gang der Temperatur u. des Luftdruckes an den West u. Ostk. d. Continente. Taf. II.

(im Winter.)



Anton Polzer lith.   A. d. k. k. Hof u. Staatsdruckerei.

Bericht über das Niederfallen eines Meteorsteines bei Krähenberg, Kanton Homburg, Pfalz.

Von Dr. Georg Neumayer in Frankenthal.

(Mit 6 Holzschnitten.)

Am Abende des 5. Mai letzthin wurden die Bewohner eines kleinen Dörfchens der Pfalz, Krähenberg[1]), durch einen dumpfen Knall und ein donnerähnliches Getöse erschreckt. Man mag wohl mit Recht sagen, daß in einem großen Theile der Süd-Pfalz das Geräusch vernommen wurde und Befürchtungen über eine etwaige Katastrophe entstanden. Man sprach von dem Explodiren eines Pulverthurms in der französischen Grenzfestung Bitsch, von einer Kanonade in Landau oder Germersheim etc. Nur die Bewohner von Krähenberg sollten über die wahre Ursache nicht lange im Zweifel sein, denn das donnerähnliche Getöse endete mit einem fürchterlichen Schlage, den eine auf den Boden fallende Masse verursachte; und da zwei Männer unmittelbar in der Nähe waren, ein kleines Mädchen kaum einige Schritte von der Stelle weg, so war die Ursache des vorangegangenen Lärms bald ermittelt. Die Männer, Ortsbewohner von Krähenberg, sprangen zur Stelle, wo sie die Erde hatten in die Höhe geschleudert gesehen, und kaum 7 oder 8 Minuten nach dem Ereignisse lag ein noch warmer Stein von 31 $^1/_2$ Pfund Gewicht in den Händen des einen derselben, Heinrich Lauer. Der Stein, obgleich nach warm, verursachte übrigens den Händen nicht die geringste Pein. Nach den Aussagen desselben Mannes war der Stein etwa 2 Fuß in die Erde eingedrungen und lag, als er entfernt wurde, auf schieferigen, zertrümmerten Sandstein (Bunter Sandstein), der dem weiteren Eindringen einen Widerstand entgegengesetzt hatte. Die Wände des geschlagenen Loches waren vollkommen senkrecht, so daß auch

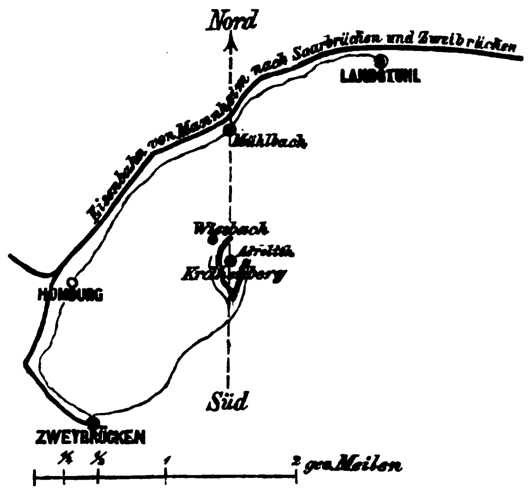
[1]) Auf der bairischen Generalstabskarte ist dieser Ort irrthümlicher Weise mit Krachenberg verzeichnet.

die genaueste spätere Untersuchung keine Abweichung von den Lothlinie erkennen konnte.

Ehe ich an die Schilderung der das Ereigniß begleitenden Phänomene schreite, ist es wohl am zweckmäßigsten eine genaue Auseinandersetzung über die Localität zu geben, so wie ich dieselbe bei meinem Besuche derselben am 23. Mai selbst prüfte und aufnahm.

Der kleine Ort Krähenberg liegt in jenem Theile der Pfalz, der unter dem Namen „die Sickinger Höhe“ bekannt ist, wohl so benannt nach der am Rande dieser Erhebung liegenden Burg Sickingen, allwo jener kühne Ritter gleichen Namens lebte und seinen thatendurstigen Geist aushauchte. Das Plateau ist vielfach durch tiefe Thaleinschnitte zerklüftet; auf einem in dieser Weise gebildeten Rücken erhebt sich das Dörfchen Krähenberg, etwa $1^3/_4$ geogr. Meile von Zweibrücken und $1^1/_4$ Meile von Homburg entfernt. Die Hauptrichtung des Rückens geht von N. 60° O. nach S. 60° W. und ist dessen obere Fläche 350 par. Fuß über der durch den Wiesbach angezeigten Thalsohle gelegen.

Nach der Karte der bayr. Landesvermessung ist die geographische Lage des Ortes: 49° 19′ 40″ N. Breite und 25° 8′ Ost Länge von Ferro, während nach meinen barometrischen Bestimmungen dessen Höhe über dem Meere 1180 par. Fuß beträgt. Nach Südosten zu fällt das Terrain rasch ab, so daß in etwa 1300 Fuß Entfernung vom Dorfe die Höhe über dem Meere nur noch 929 par. Fuß beträgt; und dies ist die Stelle, worauf der Meteorit niederfiel. Auf einer kleinen Wiesenstrecke, nur wenige Fuße von einer $1^1/_2$ Fuß hohen Böschung nach Osten entfernt, befindet sich die Grube, woraus derselbe genommen wurde. Ich machte alle diese Aufnahmen sehr genau, weil man in der ersten Zeit noch keine rechte Klarheit haben konnte über die Richtung und Bahn des Meteoriten und möglicher Weise jeder, auch noch so geringfügig erscheinende Umstand bei der Erklärung der Sache hätte von Bedeutung werden können. Jetzt allerdings, da man über die Art und Weise seines Herabfallens auf unsere Erde keinerlei Zweifel mehr haben kann, können diese Einzelnheiten wohl zu nichts anderem dienen, als um jederzeit den Platz genau identificiren zu können. Es erhellt daraus aber auch, daß der Stein in einen Bergabhang schlug, der gegen S.-O. gelegen ist, und daß die Wände des Loches senkrecht in diese schiefe Ebene eindrangen.



Karte des Fundortes.

Soviel über die Örtlichkeit. — Der Stein wurde kurz nach dem Herabfallen von dem Lehrer des Ortes, Herrn Ph. Schmidt, der seinen wahren Ursprung erkannte, nach dem Schulhause gebracht, um dort aufbewahrt zu werden. Die heilige Scheu, welche die Ortsbewohner vor dem fremden „steinernen" Gaste hatten, konnte allerdings nicht verhüten, daß mehrere Stücke an der Seite abgeschlagen wurden. Ich werde darauf später zurückkommen; nun zunächst zu den Schallerscheinungen, welche die Ankunft des Meteoriten verkündeten.

Nach den Schilderungen der Bewohner von Krähenberg und Wiesbach hörten dieselben um 6^h 32^m des Abends, bei vollkommen wolkenlosem und heiterem Himmel, einen furchtbaren Knall, ähnlich dem, welchen eine Kanone verursacht, nur unendlich vielmal stärker, sodann erfolgte ein Rollen, ein „Geknatter" wie von Musketenfeuer herrührend, ein Brausen ähnlich dem Geräusche, welches der aus der Locomotive ausströmende Dampf verursacht. Das letztere Getöse scheint vorgewaltet zu haben, indem viele der Bauersleute sagten, sie hätten geglaubt „die Eisenbahn sei bei Homburg in die Luft gesprungen und käme nun Dampf auslassend von Oben herab". Der Ton dieses Getöses steigerte sich mit der Zeit so, daß er endlich singend und schrill wurde, bis die ganze Erscheinung mit einem fürchterlichen Schlage endete, welchen Schlag man mit dem Aufschlagen

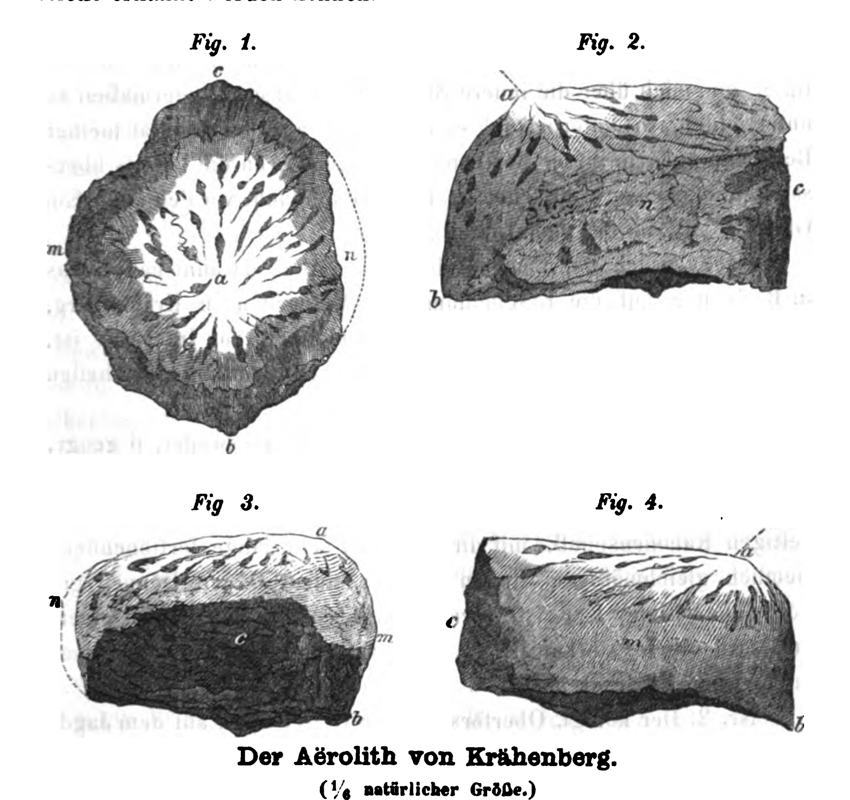
eines schweren Eimers voll Wasser auf die 8 Klafter tiefe Wasserfläche in den Ziehbrunnen des Ortes verglich. Eine glaubwürdige Frau will die durch diesen Schlag verursachte Erderschütterung in ihrer Wohnung im Dorfe Krähenberg verspürt haben.

Über den Zeitverlauf vom ersten Knall bis zum Schlag weichen die Aussagen sehr ab, wie dies bei Personen, welche keinerlei Übung in Beobachtungen ähnlicher Art haben, und überdies unter einem, durch ein für sie vollständig mysteriöses Getöse verursachten Schrecken lebten, kaum anders zu erwarten stand. Einige schätzen die Dauer des ganzes Getöses auf 5 Minuten, andere sprechen nur von 2 Minuten; wahrscheinlich, daß noch eine geringere Zeit verfloß, denn meine eigenen Erfahrungen — von ähnlichen Fällen abgeleitet — sagen mir, wie selbst die ruhigsten Leute in ähnlicher Lage die Zeitdauer der Erscheinungen zu überschätzen pflegen. Das einzige Mittel, welches mir geboten war um diese Zeitdauer bestimmen zu können, bestand darin, daß eine Frau beim ersten Knall von einem gewissen Punkte nach ihrer Behausung gelaufen sein will, um nöthiger Weise die Ihrigen bei der erwarteten Katastrophe nicht allein zu lassen, und ankam als der Schlag erfolgte. Daraus würde sich eine Zeitdauer von 2 Minuten ergeben, während welcher das Gebrause und Getöse andauerte, und man mag sich ungefähr die Angst der armen Leute denken, welche sich zur Verzweiflung steigerte, als sie sahen, wie bei völliger Windstille die Blätter der Bäume kurz vor dem Auffallen des Meteoriten unter unerklärtem Einflusse sich bewegten.

Eine Lichterscheinung war weder in Krähenberg, noch an irgend einen der benachbarten Orte, Bruchmühlbach, Wiesbach etc. beobachtet worden, was bei der Tageshelle und der Bewegung des Objectes, von welcher Richtung des Himmels es auch kommen mochte, nach dem Orte des Herabfallens, nicht befremden durfte; der senkrechte Sturz gab nur wenig Gelegenheit den Meteorit auf seinem Wege nach der Erde zu erblicken.

Einige Tage, nachdem der Stein herabgefallen war, wurde er auf Veranlassung des königl. Regierungspräsidenten, Herrn v. Pfeufer, nach Speyer gebracht und daselbst im Museum aufbewahrt, allwo er sich auch heute bis auf Weiteres befindet. Bei Gelegenheit eines Besuches, den ich dort machte, konnte ich beiliegende kleine Skizze anfertigen. Dieselbe soll nur im Allgemeinen einen Begriff von der Form und den Eigenthümlichkeiten des Krähenberger Ärolithen geben.

ohne jeden Anspruch auf große Genauigkeit machen zu können. Der Maßstab, in welchem die Zeichnung ausgeführt ist, ist $^1/_6$ der natürlichen Größe; die Farben sind nur annähernd richtig, was ja auch in unserem Falle ganz gleichgiltig ist, da sich bereits in den Händen des Directors der k. k. Meteoriten-Sammlung Proben der verschiedenen Krusten und der Hauptmasse befinden, woraus diese Farben leicht erkannt werden können.



Der Aërolith von Krähenberg.

($^1/_6$ natürlicher Größe.)

Fig. 1 zeigt die Masse von Oben, in der Richtung etwa der punktirten Linie bei *a* in Fig. 2. Die Eindrücke auf erster Figur sind nur auf's Gerathewohl aufgetragen, ohne jedes Festhalten an der genauen Anzahl und Ordnung derselben. Bei *a* ist der höchste Punkt, von welchem aus die Oberfläche bis zu dem durch dunklere Schattirung angezeigten Rande nur wenig convex ist. Die Seite bei *m* ist unversehrt; bei *n* wurden Stücken abgeschlagen, welche etwa den durch die punktirten Linien angedeuteten Raum ausgefüllt haben mögen.

Fig. 2 zeigt die Masse von der Seite, wo die Proben abgeschlagen wurden; *n* ist sonach eine Bruchfläche, während in Fig. 4 der Stein von der unversehrten Seite dargestellt ist. In Fig. 3 sehen wir ihn von der Seite, wo der Bruch ganz von schlackenartiger (blasiger) schwarzer Kruste bedeckt ist. Es wäre zu wünschen, daß gute Photographien oder Modelle angefertigt würden; bis dieses geschehen, mögen die beifolgenden Skizzen genügen, um von der allgemeinen Form des Meteoriten einen Begriff geben zu können.

Obgleich ich selbst mehrere mikroskopische Schliffe anfertigte, um mich über die innere Structur der Masse einigermaßen zu unterrichten, so unterließ ich es hier doch, auf das Resultat meiner Beobachtungen in dieser Beziehung einzugehen, da die bereits übersandten Stückchen wohl schon gründlich untersucht worden sind. Ein Gleiches gilt von der chemischen Analyse.

Nachdem ich nun, sowie ich glaube, Alles erwähnt habe, was in Beziehung auf die Erscheinung des Meteoriten in Krähenberg, seinen Fundort und seine äußere Beschaffenheit von Interesse ist, werde ich nun eine gedrängte Übersicht der mir von anderen Theilen der Pfalz zugeschickten Berichte geben.

Nr. 1. Herr Dr. Schneider vom Bade Gleisweiler, 6 geogr. Meilen O. 12° S. von Krähenberg entfernt, berichtet, daß er um 6^h 32^m p. m. am 5. Mai einen Ton ähnlich einem sehr fernen aber heftigen Kanonenschuß, mit direct darauf sehr lange forttönendem, ziemlich gleichmäßigem Rollen, gleich einem fernen Donner gehört habe. Einige Kurgäste vernahmen denselben Schall „mit einem außerordentlich starken Echo, das an- und abschwellend einen großartigen Eindruck machte".

Nr. 2. Der königl. Oberförster Herr v. Stengel auf dem Jagdhause im „Reichswald", $2^3/_8$ geogr. M. N. 40° O. von K., hörte um dieselbe Zeit „plötzlich ein rollendes Getöse, vollkommen einem 3—4 Stunden entfernten Donner ähnlich und einige Secunden anhaltend" ..... „am ganzen Horizont war kein Wölkchen zu erblicken. Der Barometerstand hoch, der Thermometer 19° R. im Schatten, beinahe windstill".

Nr. 3. Herr Adjunct Heidenreich von Speyer, $9^1/_2$ geogr. M. O. 2° S. von K., berichtet über „einen entfernten aber sehr deutlichen Knall, und glaubte, es würde in Germersheim mit schwerem Geschütze gefeuert" ...... „seinem Dafürhalten nach mußte der

Schall durch die ganze Rheinebene hin bis zum rechtsrheinischen Gebirge gehört werden".

Nr. 4. Hr. Forstamtsassistent Serini berichtet von Dahn, 4 geogr. M. O. 41° S. von K., daß er bei wolkenfreiem Himmel und im Freien sich befindend, „ohne wahrgenommenes vorheriges Brausen plötzlich einen starken, kurz abgebrochenen, hellen Knall, ähnlich einem Böllerschusse auf kurze Entfernung abgefeuert" hörte ..... „Ein etwa 1 Minute anhaltendes donnerähnliches, anfangs sehr starkes, sich nach und nach schwächendes Rollen und Brausen hoch in der Luft folgte dem Knalle. Auch im geschlossenen Zimmer wurde der Knall und das Rollen, wie nach einem Blitzschlage, gut gehört. Lichterscheinungen keine wahrgenommen".

Nr. 5. Herr Gerichtsschreiber Weicht befand sich in Vinningen, $2^3/_4$ geogr. M. S. 17° O. von K., hörte zur selben Zeit „ein eigenthümliches Geräusch, das, mehrere Secunden anhaltend, Ähnlichkeit hatte mit dem einer auf einen Speicherboden aufgestellten und in Bewegung gesetzten Putzmühle." Das Getöse erschien ihm hoch oben in der Luft und verlor sich in nordöstlicher Richtung. Himmel wolkenlos.

Nr. 6. Das Bürgermeisteramt von Trippstadt theilte mir mit, daß mehrere glaubwürdige Männer um die angezeigte Zeit in der Nähe des Eschkopfs, $3^3/_4$ geogr. M. O. 4° S. von K., „einen dumpfen Knall, ein auffallendes Sausen und Brausen in der Luft vernommen hatten."

Nr. 7. Aus einem Wiesbadener Blatt hatte ich ersehen, daß von Bingen aus, 10 geogr. M. N. 22° O. von K., um 6^h 30^m am Abend des 5. Mai ein Meteor wahrgenommen wurde, welches von Osten nach Westen in fast horizontaler Richtung sich bewegte und einen bei klarem Himmel deutlich zu sehenden langen Streifen hinter sich hatte.

Nr. 8. Von Neuweiler im Elsaß, 8 geogr. M. S. 5° W. von K., wurde dem *Impartial du Rhin* geschrieben, daß man zur oft erwähnten Stunde einen „Luftstein" von Norden nach Süden (?) über eine Scheuer der Stadt hätte fliegen sehen und daß seine Zerplatzung an den Bergen der Bannmeile stattfand.

Nr. 9. Herr Schellberg berichtet von Sippersfeld, $5^7/_8$ geogr. M. N. 54° O. v. K., daß er bei heiterem Himmel „ein dumpfes Dröhnen

vernahm, das er anfänglich für das Getöse eines Eisenbahnzuges in einem Tunnel hielt. Das Brausen wurde aber immer stärker, dem Donner eines nahen Gewitters ähnlich, metallisch klingend und plötzlich endigend. Das Getöse dauerte 15 bis 20 Secunden.“ Herr Schellberg schrieb ferner: „Im selben Orte und um dieselbe Zeit sahen zwei Frauenspersonen, welche jede einzeln sich im Orte Sippersfeld auf der Straße befanden, einen Stern schießen, mit außerordentlichen Feuerglanze über armslang, vorne dick wie ein Manneskopf, dann spitz zulaufend. Die Erscheinung fuhr nach ihrer Erklärung von Ost nach West.

Nr. 10. Alle bisherigen Mittheilungen geben, wie wir sehen, keinen klaren Begriff über die eigentliche Richtung, welche die Feuerkugel verfolgte. Erst am 31. Mai erhielt ich ein Schreiben, das etwas Licht auf den Verlauf der Erscheinung warf. Herr Rentamtmann Neuer aus Kusel theilte mir mit, daß er von einem Punkte aus in der Nähe von Kusel, $3^1/_8$ geogr. M. N. 12° W. v. K., bei hellem Himmel und noch völligem Tageslichte eine sehr helle Erscheinung in weiter Ferne gegen Süden zu erblickte. Hier folgt der Wortlaut seiner Schilderung: „Es war ein feuriger Punkt, welcher mit Hinterlassung eines Streifens in schiefer Richtung gegen die Erde zu schoß. Das Fallen des Punktes bewunderte ich etwa 2—3 Secunden, dann war alles Licht plötzlich erloschen. Mein erster Gedanke war, es sei diese Erscheinung eine Sternschnuppe gewesen, allein da es noch nicht dunkelte, so war es mir interessant die Zeit zu wissen, und ich hatte nach meiner Uhr einige Minuten vor halb 7 Uhr.“

Auf diese Mittheilung hin richtete ich einige Fragen an den Beobachter, die derselbe mir mit der größten Bereitwilligkeit und Gewissenhaftigkeit beantwortete. Ich fasse das Resultat dieser Nachfragen in Folgendem zusammen:

a) Die Erscheinung wurde zuerst im Süd-Osten beobachtet.

b) Der Stern zog von Osten gegen Westen.

c) Der Neigungswinkel der Bahn gegen den Horizont ergab sich zu 32° nach mehrfachen Messungen.

d) Die Höhe des Sternes über dem Horizont war bei seinem Verschwinden etwa 20°.

e) Ein Geräusch wurde beim Verschwinden von hieraus nicht wahrgenommen.

f) Als die feurige Erscheinung erloschen war, trat plötzlich ganz in der Form dieser Erscheinung (siehe Zeichnung) ein ebenso scharf abgeprägter, weißer (nicht dunkler) Streifen hervor, welcher sich nach kurzer Zeit etwas auseinanderzog und in eine helle lichte Wolke (länglich) gestaltete. Wenigstens noch 5 Minuten wurde die Veränderung dieser weißen Wolke gesehen; große Ausdehnung hatte dieselbe nicht genommen.

g) Der feurige Körper bewegte sich sehr rasch, ungefähr gerade so wie eine Sternschnuppe.

h) Aus der Zeichnung würde sich ein scheinbarer Durchmesser des Meteors von 1° ergeben.

Nr. 11. Hatte ich durch die in vorstehender Nummer aufgezählten Daten Material erhalten, aus dem sich etwas folgern ließ in Bezug auf die Richtung des Meteors, so sollte es mir durch unablässiges Nachforschen gelingen weitere Nachrichten zu erhalten, die, wie ich glaube, von besonderem Gewichte sind. Auf Anfrage erhielt ich nämlich von dem Herrn Oberförster Hirschmann in Langenberg nachstehende Auskunft, die ich unter den folgenden drei Punkten zusammengefaßt habe.

a) Um 6^h 30^m am 5. Mai hörte Herr Hirschmann auf der Straße von Hagenbach nach Langenberg, 9 geogr. M. SO. von Krähenberg, „einen furchtbaren Schlag, dann ein Getöse, wie das Geknatter von rasch aufeinanderfolgenden Musketenschüssen. Der Knall war stark, hell und abgebrochen, während das Geknatter nur dumpf hörbar war. Die Einwirkung bei den Erschütterungen auf das Ohr war so verschieden, daß es schien, der Knall sei von einem höher und näher gelegenen Punkte

ausgegangen als das „nachfolgende dumpfe verschwommene Geknatter“.

b) Herr Forstgehilfe Kastl war an einem Beobachtungsorte $8^7/_8$ geogr. M. O. 28° S. von Krähenberg entfernt. Er hörte die Schallerscheinungen ganz in gleicher Weise, wie unter *a* beschrieben, allein er hatte kurz vorher eine Feuerkugel in geringer nördlicher Abweichung von der senkrechten Linie über seinem Kopfe nach Westen rasch abwärts streifen, und hinter eine dunkle Wolke verschwinden sehen.

c) Die Feuerkugel schildert Herr Kastl etwas größer als eine gewöhnliche Sternschnuppe mit bläulichem Lichte und kleinem Feuerstreifen.

Nr. 12. Herr Pfarrer Beyschlag schrieb mir unter dem 3. Juni von Freimersheim, $7^1/_4$ geogr. M. O. 7° S. von Krähenberg, daß der Knall um 6^h 30^m am fraglichen Abende auch in seiner Gegend gehört wurde.

Nr. 13. Herr Lehrer Kraus berichtet mir nachträglich über die um dieselbe Zeit von Speyer aus beobachtete Lichterscheinung, wie folgt: „Ich sah in der Richtung von OSO, gegen WNW. einen hellglänzenden Streifen durch den Horizont schießen, dessen Licht von dem gewöhnlichen Sternenlichte durch eine auffallende Weiße sich unterschied, und, trotzdem daß die Sonne noch ziemlich hoch am unbewölkten klaren Himmel stand, sich scharf ausprägte und deutlich sichtbar war. Der Lichtstreifen erinnerte mich unwillkürlich an den Schweif eines Kometen“ .... „das Ganze selbst war mir nur einige Augenblicke sichtbar, die Geschwindigkeit der Bewegung war also, wie Sie sehen, eine auffallend rasche. Daß das leuchtende Object zur Erde falle, konnte mir nicht entgehen, da die Bahn desselben sich sehr stark der Erde zuneigte; das Verschwinden war plötzlich, ganz ähnlich dem der Sternschnuppen. Was mir bei der ganzen Erscheinung am meisten auffiel, war der scharfe, weiße Ton des Lichtes.“

Auch noch von anderen Theilen der Pfalz erreichten mich Berichte, denen zu Folge die Lichterscheinung gesehen worden war; so in Dürkheim a/H. etc. Alle diese Berichte fügen aber dem bereits Angeführten nichts Neues zu, und können deßhalb hier übergangen werden.

So unvollständig im Allgemeinen auch die sich auf die Lichterscheinung beziehenden Positionsbestimmungen sein mögen, so lassen sich dennoch Dinge von besonderem Werthe daraus ableiten, und zwar, wie ich glaube, mit einiger Sicherheit:

I. Aus Nr. 10 und 11 ergibt sich, daß das Meteor in dem Punkte, wo sein kosmischer Lauf zu Ende war, von einem Azimuth S. 62° O. und einer Höhe von 32° herzukommen schien[1]). Es ergibt sich daraus ferner ein Punkt des Himmels, von dem das Meteor herschoß, in 82° nördlicher Polardistanz und 190° Aufsteigung. Sehen wir aber in dem *Atlas of meteors* der *British Association* (1867) nach, so gewinnt diese unsere Bestimmung ein ganz besonderes Interesse; wir finden nämlich, daß in diesem Werke, Plate IV, Nr. 2, worauf die Radiationspunkte und Sternschnuppenzüge für den 15. April 10^h 30^m P. M. verzeichnet sind, ein Radiationspunkt angegeben ist, dessen Gradeaufsteigung 189° und dessen nördliche Polardistanz 85° ist. Wir kennen diesen Punkt als den Radiationspunkt δ. Virginis und unter der Grey'schen Bezeichnung S. 5. 6. Aus der diesem Atlasse vorgedruckten „List of Radiant points" ersehen wir ferner, daß dieser Punkt (Nr. 14) für die Epoche vom 2. April bis 4. Mai gilt und als „well defined" bezeichnet wird. Es kann sonach, wie ich glaube, kaum ein Zweifel obwalten, daß der Krähenberger Meteorit, als er noch seinem kosmischen Laufe folgte, dem Meteorschauer angehörte, dessen Radiationspunkt in der Nähe von δ. Virginis liegt.

II. Allerdings haben wir für die Bestimmung des Endpunktes der kosmischen Bahn unseres Meteoriten nur eine einzige Beobachtung zur Verfügung, Nr. 10, *a*); allein es läßt sich daraus annähernd die Höhe berechnen, von welcher herab der Körper zur Erde fiel. Dieselbe ergibt sich zu 8161 Meter oder 1·1 geogr. M. Berechnet man die zu dieser Höhe gehörige Fallzeit (wegen der geringen Genauigkeit der Beobachtungen mag die Schwere als constant angesehen werden), so finden wir, daß der Körper vom Ende seiner kosmischen Bahn bis zur Erde 41 Secunden fiel. Nehmen wir nun an, daß der Schall und der Beginn des Fallens zu gleicher Zeit eintraten, so brauchte der

[1]) Eine Reduction des Neigungswinkels auf die Bahnebene wurde, als unbedeutend gegenüber den Mängeln der Beobachtung, nicht ausgeführt.



Schall zur Erde 25 Secunden, woraus wir weiter schließen, daß nur 16 Secunden verflossen sein können vom ersten Knalle bis zum Schlage, der das Auffallen der Masse verkündigte [1]). Daraus berechnet sich eine Endgeschwindigkeit von 400 Meter, und man mag sonach ermessen, mit welcher „lebendigen Kraft“ der 15 Kilogramm schwere Stein die Erde traf, und ob er wohl den Boden bis zu einer Entfernung von 1300 Fußen, wie oben angegeben, zu erschüttern vermochte.

III. Über den scheinbaren Durchmesser der Lichterscheinung schwanken die Angaben sehr. Aus Nr. 11, *c*) glaube ich folgern zu können, wenn ich meine eigene Erfahrung in ähnlichen Fällen zu Hilfe nehme, daß das Meteor von Kandel aus gesehen, ungefähr einen scheinbaren Durchmesser von $^1/_4$ des Mondes, etwa 7 Minuten, hatte, was sicher nicht zu hoch gegriffen sein dürfte, wenn man die Helle des Tages berücksichtigt. Die Entfernung über dem Beobachtungsorte war, aus dem früheren abgeleitet, 6·7 geogr. M., woraus der wirkliche Durchmesser der Lichterscheinung sich zu 202 Meter berechnen würde. Von Sippersfeld aus (Nr. 9) war das vordere Ende der Erscheinung von „der Größe eines Manneskopfes“; die Größe des Mondes hiefür gesetzt, würde bei einer Entfernung von 5·9 geogr. M. einen Durchmesser von 382 Meter ergaben. Herr Neuer gibt in seiner Zeichnung den Durchmesser der Erscheinung zu etwa 1° an, so daß bei einer Entfernung von 3 geogr. M. wir als wahren Durchmesser 413 Meter erhalten würden. Die beiden letzten Angaben sind nun wohl zu groß, obgleich sie unter sich ziemlich stimmen, dagegen mag die erste Angabe etwas zu klein sein, so daß ich glaube, mich nicht weit von der Wahrheit zu befinden, wenn ich den wahren Durchmesser der Lichtmasse zu 300 Meter annehme.

IV. Die Dauer der ganzen Lichterscheinung kann nur eine sehr kurze gewesen sein. Herr Neuer, der angibt, daß er den ganzen Verlauf der Erscheinung beobachtet hätte, glaubt diese Dauer auf 2 bis 3 Secunden schätzen zu dürfen; und Herr Kraus, welcher ebenfalls den ganzen Verlauf gesehen zu haben scheint, spricht von nur einigen Augenblicken, so daß ihm nicht einmal Zeit gelassen wurde, seine

[1]) Ein großer Unterschied mit der aus der unmittelbaren Beobachtung abgeleiteten Zeitdauer, den wir nur durch die Ungenauigkeit der Aufzeichnungen erklären können.

mit ihm gehenden Freunde auf die Erscheinung aufmerksam machen zu können. Wieder meine eigenen Erfahrungen zu Rathe ziehend und das eben Angeführte genau erwägend, schließe ich auf eine Zeitdauer von 2 Secunden. Um von dem Zenith des Beobachtungsortes bei Kandel (11) bis zu jenen von Krähenberg zu kommen, hatte das Meteor einen Weg von 10·4 geogr. M. zurückzulegen, woraus sich eine mittlere Geschwindigkeit von 5·2 geogr. Meilen ableiten läßt.

V. Noch ist von Interesse, daß von sämmtlichen, welche das Meteor sahen, das Licht desselben als sehr brillant und intensiv weiß geschildert wird; nur Herr Kastl, welcher es im Zenith erblickte, spricht von einem bläulichen Lichte.

Somit habe ich so ziemlich Alles erschöpft, was mir zu ermitteln möglich war. Sollten noch nachträglich Thatsachen berichtet werden, die für das Wesen der Erscheinung von Bedeutung sind, so werde ich nicht verfehlen, solche in einem Nachtrage folgen zu lassen.

XVIII. SITZUNG VOM 8. JULI 1869.

Das k. k. Ministerium des Innern übermittelt mit Note vom 30. Juni die durch die n.-ö. Statthalterei eingesendeten graphischen Darstellungen der Eisverhältnisse an der Donau und March in Nieder-Österreich im Winter 1868/69.

Der Secretär legt folgende eingesendete Abhandlungen vor:

„Mittheilungen von Herrn kais. Russ. Staatsrath Hermann Abich in Tiflis. Bericht von W. Ritter v. Haidinger" und „Die Fulguriten im Andesit des kleinen Ararat, nebst Bemerkungen über örtliche Einflüsse bei der Bildung elektrischer Gewitter", von Herrn H. Abich, eingesendet durch Herrn Hofrath W. Ritter v. Haidinger.

„Über die Hoffmann'sche Tyrosin-Reaction und über die Verbindungen des Tyrosins mit Quecksilberoxyd", von Herrn Prof. Dr. M. Ritter v. Vintschgau in Prag.

Der Vorstand der Astronomischen Gesellschaft übermittelt mit Circulandum vom 25. Juni l. J. Einladung und Programm zur Astronomen-Versammlung in Wien vom 13. bis 16. September d. J.

Herr Prof. Dr. H. Hlasiwetz legt eine in seinem Laboratorium ausgeführte Untersuchung: „Über einige Doppelcyanverbindungen" von Herrn Dr. P. Weselsky vor.

Herr Director Dr. J. Stefan überreicht eine Abhandlung: „Experimentelle Bestimmung des Leitungswiderstandes in Platin-Blechen", von Herrn Artillerie-Oberlieutenant A. v. Obermayer.

Herr Prof. Dr. J. Redtenbacher übergibt die in seinem Laboratorium ausgeführte „Chemische Analyse der Jodquelle zu Roy nächst Freistadt in Schlesien", von Herrn J. Barber.

Herr A. Martin, Bibliothekar am k. k. Wiener polytechnischen Institute, berichtet über die Resultate seiner bisherigen Versuche mit dem mit Subvention der k. Akademie angeschafften Apparat für Herstellung mikroskopischer Photographien.

Herr Prof. Dr. L. Ditscheiner legt eine Abhandlung vor, betitelt: „Krystallographische Untersuchungen".

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Annalen der Chemie und Pharmacie, von Wöhler, Liebig und Kopp. N. R. Band LXXIV, Heft 3. Leipzig und Heidelberg, 1869; 8°.

Apotheker-Verein, allgem. österr.: Zeitschrift. 7. Jahrg., Nr. 13. Wien, 1869; 8°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1762—1763. Altona, 1869; 4°.

Bibliothèque Universelle et Revue Suisse: Archives des Sciences physiques et naturelles. N. P. Tome XXXV[e], Nr. 137. Genève, Lausanne, Neuchatel, 1869; 8°.

Carl, Ph., Repertorium für Experimental-Physik etc. V. Band, 2. Heft. München, 1869; 8°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXVIII, Nr. 25. Paris, 1869; 4°.

Cosmos. XVIII[e] Année, 3[e] Série. Tome V, 1[re] Livraison. Paris, 1869; 8°.

Ferdinandeum für Tirol und Vorarlberg: Zeitschrift. III. Folge. XIV. Heft. Innsbruck, 1869; 8°. — Statuten. 1868; 8°.

Fredholm, Karl August, Om Meteorsten fallet vid Hessle den 1. Januari 1869. Upsala, 1869; 8°.

Genootschap, Provincial Utrechtsch, van Kunsten en Wetenschappen: Verslag van het verhandelde in de algemeene Vergadering. 1868. Utrecht; 8°. — Aanteekeningen van het verhandelde in de Sectie-Vergaderingen. 1868, Utrecht; 8°. — Levensbeschrijving van Rijklof Michaël van Goens, door Mr. B. ten Brink. Utrecht, 1869; 8°. — Catalogus der archeologische Verzameling van het Prov. Utr. Gen. v. K. en W. Utrecht, 1868; 8°.

Gesellschaft, österr., für Meteorologie: Zeitschrift. IV. Band, Nr. 13. Wien, 1869; 8°.

— naturforschende, zu Bamberg: VIII. Bericht. 1866—68. Bamberg, 1868; 8°.

Leseverein, Akademischer, an der k. k. Universität in Wien: VII. Jahresbericht. 1867—1868. Wien; 8°.

Magazijn voor Landbow en Kruidkunde. N. R. VIII. Deel, 7.—9. Aflevering. Utrecht, 1869; 8°.

Moniteur scientifique. Tome XI[e], Année 1869. 301[e] Livraison. Paris; 4°.

Revue des cours scientifiques et littéraires de la France et de l'étranger. VIe Année, Nr. 31. Paris & Bruxelles, 1869; 4°.

Scientific Opinion. Nr. 30. Vol. I; Nrs. 31—34. Vol. II. London, 1869; 4°.

Société botanique de France: Bulletin. Tome XVIe. — 1869. Comptes rendus des séances. 1; Revue bibliographique B. Paris; 8°.

Verein, naturwissenschaftl., in Carlsruhe: Verhandlungen. III. Heft. Carlsruhe, 1869; 8°.

— Naturforscher-, zu Riga: Correspondenzblatt. XVII. Jahrgang. Riga, 1869; 8°.

Wiener Landwirthschaftliche Zeitung. XIX. Jahrg., Nr. 27. Wien, 1869; 4°.

— Medizin. Wochenschrift. XIX. Jahrg., Nr. 53—54. Wien, 1869; 4°.

Zeitschrift für Chemie von Beilstein, Fittig und Hübner. XII. Jahrgang. N. F. V. Band, 11. Heft. Leipzig, 1869; 8°.

Experimentelle Bestimmung des Leitungswiderstandes in Platin-Blechen.

Von **Albert v. Obermayer.**

(Ausgeführt im k. k physikalischen Institute.)

(Mit 1 Tafel.)

In einer Abhandlung über den Durchgang des elektrischen Stromes durch eine Ebene, insbesondere eine kreisförmige [1]), hat Kirchhoff zunächst einen Ausdruck für das Potentiale in einer, von einem elektrischen Strome durchflossenen Scheibe und dann einen anderen Ausdruck für den Leitungswiderstand einer solchen Scheibe aufgestellt. Der Ausdruck für das Potentiale ist für eine kreisförmige Scheibe von Kirchhoff selbst, und später ein anderer ähnlicher Ausdruck für eine quadratische Scheibe von Quincke [2]) verificirt worden. Der Leitungswiderstand der Scheibe war jedoch so gering, daß Kirchhoff aus den Messungen desselben nichts die Theorie Bestätigendes noch ihr Widersprechendes schließen konnte.

Ich habe mehrere Widerstandsbestimmungen an Blechen ausgeführt, zunächst um eine von Herrn Prof. Stefan abgeleitete theoretische Formel für den Widerstand rechteckig begrenzter Blechstreifen und sodann, um auch die von Kirchhoff angegebene Formel für den Widerstand kreisförmiger Bleche zu prüfen. Ich wählte zu diesen Bestimmungen gewalzte Platinbleche, da dieselben in genügender Größe und dabei von geringer, aber ziemlich gleichförmiger Dicke zu erhalten sind, und Platin einen großen specifischen Leitungswiderstand besitzt, stets metallisch blank bleibt und von Quecksilber nicht angegriffen wird.

Die Dicke der rechteckigen Bleche ist aus nachfolgenden Messungen zu ersehen, welche an einem von denselben abge-

---

[1]) Kirchhoff. Pogg. Ann. Bd. 64, S. 497.

[2]) Quincke Pogg. Ann. Bd. 97, S. 382.

schnittenen Streifen mit einem Sphärometer vorgenommen wurden, das 0·001^{mm} direct abzulesen, 0·0005^{mm} noch zu schätzen gestattet.

Distanz vom Ende des Streifens	3^{mm}	52^{mm}	106^{mm}	149^{mm}	195^{mm}	240^{mm}
Dicke	0·0118	0·0115	0·0112	0·0111	0·0115	0·0116

Jede einzelne Zahl ist ein Mittelwerth aus zwanzig bis fünfundzwanzig Messungen.

Für die eine verwendete kreisförmige Scheibe, deren Durchmesser 162·5^{mm} war, ergab sich die Blechdicke im Mittel mit 0·0123^{mm}.

Die Blechlängen, deren Widerstände gemessen werden sollten, wurden durch das Aufsetzen kreisförmiger Elektroden eingeschaltet. Um mit Leichtigkeit die richtige Elektrodenentfernung treffen zu können, wurden die Bleche auf einer Spiegelglastafel ausgebreitet und darüber ein Cartonblatt gelegt, welches genau nach der Contour des Bleches zugeschnitten und mit kleinen kreisförmigen Löchern versehen war, die sich genau in den erforderlichen Abständen befanden. Die Löcher ließen den Elektroden nur sehr wenig Spielraum, so daß die Fehler der eingeschalteten Blechlängen sehr gering anzuschlagen sind.

Den Elektroden gab ich folgende Gestalt: Eine kleine Holzscheibe war mit drei Füßen versehen, einen davon bildete der Elektrodendraht selbst. Sein oberes, durch die Holzscheibe gestecktes, amalgamirtes Ende ragte in ein auf dieser aufsitzendes Quecksilbernäpfchen. Der untere Abstand der Füße war ein so großer, daß stets die Elektrode am Bleche und die beiden anderen Füße auf der Spiegelglastafel aufruhen konnten. Die unteren Flächen der Füße waren so abgeschliffen, daß sie nahezu in einer Ebene lagen, jene des Elektrodendrahtes wurde noch amalgamirt.

Elektroden wendete ich in zweierlei Größen an; solche von 4·835^{mm} und solche von 0·919^{mm} Durchmesser. Der die letzteren bildende Draht war zwischen zwei Holzbacken eingekittet, die dessen Verbiegen verhindern sollten. Er stand über deren unterem Ende nur um 2 bis 3^{mm} vor.

Das Amalgamiren der unteren Elektrodenflächen mußte während der Beobachtung öfter wiederholt werden, jenes der kleineren Elektroden sogar vor jeder einzelnen Messung. Es geschah durch Einreiben der befeuchteten Elektrodenfläche mit salpeter-

saurem Quecksilberoxyd, sofortiges Aufnehmen eines kleinen Quecksilbertropfens und nochmaliges Abreiben mit weichem Filtrirpapier. Als beiläufiges Prüfungsmittel des richtigen Grades der Amalgamation diente das Aufsetzen der drei Füße auf die untere Fläche einer in der Hand gehaltenen kleinen Spiegelglasscheibe. Es mußte hiebei zwischen der Elektrodenfläche und der Glastafel eine dünne Quecksilberschichte sichtbar sein, welche glänzend am Glase anlag, die Contour der Elektroden jedoch nicht überragte. Trotz dieser Vorsichtsmaßregeln fiel es noch immer schwer, die Berührung der Blech- und Elektrodenflächen stets in gleicher Weise herzustellen.

Das Messen der Widerstände geschah nach der Brückenmethode. Die zu Grunde gelegte Einheit war eine Spirale eines 2·5^{mm} dicken Kupferdrahtes und hatte ungefähr einen Widerstand von 0·056 Siemen'schen Einheiten.

Das Quecksilbernäpfchen jeder Elektrode wurde durch einen 13 bis 14^{cm} langen und 4·8^{mm} dicken zweckmäßig gebogenen Kupferdraht mit je einem nicht mehr auf der Spiegelglasplatte stehenden Quecksilbernäpfchen verbunden; diese waren wieder durch 40 bis 50^{cm} lange Drähte, das eine mit der Einheit, das andere mit dem Ende der Brücke verbunden. In dieser Weise konnten die Elektroden bequem in jeder beliebigen Entfernung von einander aufgestellt oder abgehoben werden, ohne sonst etwas verändern zu müssen.

Die Enden des Meßdrahtes waren bei der von mir verwendeten Brücke durch Quecksilbernäpfchen gespannt, die gerade eine Drahtlänge von einem Meter zwischen sich ließen. Der Draht selbst lag auf der Unterlage auf und der Schlitten glitt darauf. Ich verwendete als Brückendraht anfänglich einen Aluminiumdraht von etwa 1·5^{mm} Dicke. Da zeigten sich in den Quecksilbernäpfchen so bedeutende und ungleiche Übergangswiderstände, daß ich diesen Draht entfernen mußte. Nachdem ich mehrere Stahldrähte von verschiedenem Durchmesser versucht hatte, genügte endlich einer, dessen Durchmesser 0·5^{mm} war. Die Brücke blieb einige Zeit richtig, wie wiederholte Prüfungen derselben ergaben. Ich maß mit dieser Anordnung die Widerstände in den Blechstreifen.

Als nun mit den Messungen einige Zeit ausgesetzt und dann mit jenen des Widerstandes des kreisförmigen Bleches begonnen wurde, traten wieder sich beständig ändernde Übergangswiderstände in den Quecksilberschälchen auf. Ich ließ nun die Enden des Stahl-

drahtes an dicke Kupferdrähte löthen. Die Löthstellen wurden mit Siegellack überzogen und der übrig bleibende amalgamirte Theil des Kupferdrahtes stellte die leitende Verbindung mit dem Quecksilber des Schälchens her. Der Brückendraht wurde außerdem noch an jenen Stellen zunächst der Schälchen, wo nicht mehr gemessen wurde, an die Unterlage angesiegelt. Diese Anordnung zeigte eine vollkommene Constanz, sie hatte aber einen Constructionsfehler, welcher dadurch corrigirt werden mußte, daß der Brückendraht an jener Stelle, welche mit den eingeschalteten Widerständen correspondirte, um 13 Theilstriche des in Millimeter getheilten Maßstabes kürzer gerechnet wurde.

Hat man den Widerstand w' für einen 1 Meter langen Draht ausgerechnet, so findet man den corrigirten w

$$w = \frac{987\,w' - 13}{1000}.$$

Die Prüfung der Brücke auf ihre Richtigkeit geschah mittelst vier Drähten von gleichem Widerstande, welche so combinirt wurden, daß auf der Seite, wo der Widerstand gemessen werden sollte, stets nur ein Draht als Widerstand blieb, während auf der anderen, mit der Einheit correspondirenden Seite nacheinander 1, 2, 3 Drähte hinter einander eingeschaltet wurden.

Bezeichnet man durch n_k die aufeinander folgenden Ablesungen für diese Drahtcombinationen, so hat man, wenn der Nullpunkt der Scala auf Seite der Einheit liegt, dafür:

$$n_k = \frac{(1000+\beta)\,k}{k+1}.$$

Dabei ist vorausgesetzt, daß es angehe, nur in einem der Schälchen ein β anzunehmen, was man durch Verschieben des Brückendrahtes, ehe derselbe noch mit der Unterlage verbunden wird, erreichen kann. Durch Probiren findet man nun, daß $\beta = -13$ im vorliegenden Falle am besten entspricht, denn es ist für:

k	Verhältniß der eingeschalteten Widerstände	n_k berechnet	n_k beobachtet
1	1 : 1	493·3	493·5
2	2 : 1	657·8	658·0
3	3 : 1	741·3	740·2.

Unter den verschiedenen Zusammenstellungen der Brücke fand ich, daß jene die beste ist, wo der Brückendraht selbst sehr großen Widerstand hat; es verschwinden dann gegen den Widerstand des Drahtes die kleinen Übergangswiderstände in den Schälchen; — und wo der Brückendraht an einen dicken, gleich in ein Quecksilbernäpfchen tauchenden Kupferdraht angelöthet ist.

Die Widerstandsmessungen selbst zerfallen in zwei Abtheilungen; die eine bezieht sich auf die Widerstände rechteckiger Blechstreifen, die andere auf jene von Kreisscheiben. Beide sind im Nachfolgenden gesondert abgehandelt.

Der Widerstand in rechteckigen Blechstreifen.

Für den Widerstand in rechteckigen Blechstreifen hat Herr Prof. Stefan auf theoretischem Wege einen allgemein giltigen Ausdruck und aus demselben das ganz einfache Gesetz abgeleitet, daß die Summe der Widerstände, welche man erhält, wenn man das eine Mal die Elektroden in gleichen, bestimmten Entfernungen von der Mitte, das andere Mal in denselben und gleichen Entfernungen von den Enden des Bleches aufsetzt, eine constante Größe ist.

Bedeutend vereinfacht wird die allgemeine Formel, wenn eine Dimension des Blechstreifens unendlich groß angenommen wird, z. B. die Länge desselben. Sie wird dann für den Fall, wo die Elektroden in der Breitenmitte des Streifens aufgesetzt werden:

$$w_r = \frac{1}{\pi k \delta} \log \frac{b}{2\pi\rho} + \frac{1}{\pi k \delta} \log \left(e^{\frac{\pi a}{b}} - e^{-\frac{\pi a}{b}} \right),$$

worin w_r den Widerstand, a die Distanz des Elektroden, b die Breite, δ die Dicke, k die Leitungsfähigkeit des Bleches, ρ den Halbmesser der Elektroden bedeutet.

Diese Formel gilt angenähert auch noch dann, wenn die Widerstände an einem begrenzten Streifen gemessen werden, dessen Länge jedoch mehrmals größer als die Breite ist, und wenn dabei die Elektroden symmetrisch zur Längenmitte auf der Breitenmitte des Streifens, nicht zu nahe den Blechenden, aufgesetzt werden.

Ich wählte diese Formel zur Vergleichung mit den Messungen, soweit diese der angegebenen Bedingung entsprechen. Das Ein-

gangs erwähnte, nur der allgemeinen Formel folgende Gesetz suchte ich durch Bildung der Summen zu prüfen.

Die Resultate w_r für den Widerstand, welche aus der eben angeführten theoretischen Formel dadurch erhalten werden, daß alle Größen in Millimetern eingesetzt werden, hängen mit den beobachteten Widerständen w_m durch die einfache lineare Gleichung

$$w_m = a + bw_r$$

zusammen. Die Constante a enthält dabei den Zuleitungswiderstand und einen allenfallsigen Übergangswiderstand aus dem Draht in das Blech; die Constante b ist der Reductionsfactor, welcher das Verhältniß der zu den Messungen verwendeten Einheit und jener angibt, welche man in der theoretischen Formel zu Grunde legt, indem man in dieselbe alles in Millimetern einsetzt und $\pi k\delta = 0·5$ annimmt. Die Constante b ist somit dem specifischen Leitungswiderstande des Blechmaterials und der Blechdicke verkehrt proportional. Die beiden Constanten a und b wurden für die vier angestellten Beobachtungsreihen nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnet. Bei diesen Versuchsreihen wurden die Elektroden stets symmetrisch zur Längenmitte und in der Breitenmitte des Streifens aufgesetzt.

Im Nachfolgenden ist eine Zusammenstellung der berechneten und der Versuchsergebniße gegeben, welche enthält: die Elektrodendistanz in Theilen der Blechlänge; den berechneten Widerstand w_r, den gemessenen Widerstand w_m und den mit Hilfe der Relation $w_m = a + bw_r$ berechneten Widerstand w_m; endlich die Summen jener beiden gemessenen w_m, welche eine constante Größe sein sollen. Diese Summen sind für je zwei Beobachtungen nur bei jener angesetzt, welche der größeren Elektroden-Distanz entspricht.

A. Widerstände in einem Blechstreifen von 413mm Länge und 32·7mm Breite.

I. Bei Anwendung von Elektroden, deren Durchmesser 4·835mm ist.

$$w_m = 0·0540 + 0·03476\, w_r.$$

Elektroden-Distanz	w_r	w_m gemessen	w_m berechnet	Summe
0·025	3·2210	—	—	—
0·05	5·4627	0·241	0·2439	—

Elektr. Distanz	w_r	w_m gemessen	w_m berechnet	Summe
0·10	9·4679	0·383	0·3831	—
0·20	17·4043	0·663	0·6589	—
0·30	25·3400	0·932	0·9348	—
0.40	33·2756	1·207	1·2106	—
0·50	41·2113	1·488	1·4864	2·976
0·60	49·1471	1·756	1·7623	2·963
0·70	57·0824	2·039	2·0380	2·971
0·80	65·0178	2·323	2·3139	2·986
0·90	—	2·599	—	2·982
0·95	—	2·756	—	2·997

II. Bei Anwendung von Elektroden, deren Durchmesser 0·919^{mm} ist.

$$w_m = 0·1445 + 0·03496\, w_r.$$

Elektr.-Distanz	w_r	w_m gemessen	w_m berechnet	Summe
0·025	6·5422	0·367	0·3732	—
0·05	8·7838	0·449	0·4516	—
0·10	12·7890	0·605	0·5916	—
0·20	20·7254	0·867	0·8691	—
0·30	28·6611	1·149	1·1466	—
0·40	36·5967	1·426	1·4241	—
0·50	44·5324	1·690	1·7015	3·380
0·60	52·4682	1·960	1·9790	3·386
0·70	60·4035	2·277	2·2516	3·426
0·80	68·3389	2·531	2·5339	3·398
0·90	—	2·837	—	3·442
0·95	—	2·984	—	3·433
0·975	—	3·055	—	3·422

B. Widerstände in einem Blechstreifen von 400^{mm} Länge und 86^{mm} Breite.

III. Bei Anwendung von Elektroden, deren Durchmesser 4·835^{mm} ist.

$$w_m = 0·05287 + 0·03358\, w_r.$$

Elektr.-Distanz	w_r	w_m gemessen	w_m berechnet	Summe
0·025	2·8832	—	—	—
0·05	4·4004	0·202	0·2006	—
0·10	6·2789	0·265	0·2637	—
0·20	9·3058	0·366	0·3654	—
0·30	12·2338	0·462	0·4637	—
0·40	15·1566	0·561	0·5619	—
0·50	18·0789	0·658	0·6600	1·316
0·60	21·0014	0·755	0·7581	1·316
0·70	23·9240	0·875	0·8563	1·319
0·80	26·8463	0·958	0·9544	1·324
0·90	—	1·062	—	1·327
0·95	—	1·128	—	1·330

IV. Bei Anwendung von Elektroden, deren Durchmesser 0·919^{mm} ist.

$$w_m = 0{\cdot}13946 + 0{\cdot}03386\, w_r.$$

Elektr.-Distanz	w_r	w_m gemessen	w_m berechnet	Summe
0·025	6·2043	0·345	0·3495	—
0·05	7·7215	0·402	0·4009	—
0·10	9·5999	0·472	0·4645	—
0·20	12·6269	0·571	0·5671	—
0·30	15·5549	0·665	0·6662	—
0·40	18·4777	0·757	0·7652	—
0·50	21·4000	0·861	0·8642	1·722
0·60	24·3225	0·962	0·9631	1·719
0·70	27·2451	1·066	1·0621	1·731
0·80	30·1674	1·163	1·1611	1·734
0·90	—	1·274	—	1.746
0·95	—	1·344	—	1·746
0·975	—	1·399	—	1·734

Die gemessenen Widerstände sind Mittelwerthe aus zwei bis drei Messungen, welche von einander in der Mehrzahl der Fälle um 0·002 bis 0·003 und nur in einzelnen um 0·01 abweichen.

Die Werthe der Constanten *a*, *b* stimmen in den vier Beobachtungsreihen genügend genau überein. Die gemessenen und

die berechneten Werthe von w_m fallen sehr nahe zusammen, die Fehler sind bald positiv, bald negativ. Die Summen sind nicht ganz constant, sie sind größer, wenn sehr verschiedene Widerstände addirt werden. Für die Elektroden, deren Durchmesser 4·835^{mm} ist, beträgt ihre größte Abweichung 0·7 bis 1%, für jene von 0·919^{mm} Durchmesser ungefähr 1·4% des kleinsten Werthes.

In der beigelegten Tafel sind die Elektroden-Distanzen als Abscissen in Theilen der durch die Linie AB angestellten Blechlänge und die zugehörigen berechneten, mit 50 multiplicirten w_m als Ordinaten aufgetragen. Die den berechneten Werthen entsprechenden Curven sind ausgezogen. Der punktirte Theil der Curven gehört zu denjenigen gemessenen Werthen, welche mit der Formel nicht mehr verglichen werden konnten.

Die Curven sind mit den entsprechenden Nummern der Versuchsreihen bezeichnet.

In der Abscisse 0·5 der durch Messung erhaltenen Curven soll ein Wendepunkt liegen und die Curvenzweige oberhalb und unterhalb desselben sollen vollkommen congruent sein. Es ist dies auch in der That nahezu der Fall.

Der Widerstand in kreisförmigen Blechen.

Für den Widerstand in kreisförmigen Blechen leitete Kirchhoff folgenden Ausdruck ab:

$$w_r = \frac{1}{2\pi k \delta} \log \left[\left(\frac{\overline{A_1 A_2}}{\rho} \right)^2 \frac{\overline{A_1 A_2'} \cdot \overline{A_2 A_1'}}{\overline{A_1 A_1'} \cdot \overline{A_2 A_2'}} \right]$$

in welchem ρ der Elektrodenhalbmesser, δ die Blechdicke, k der specifische Leitungswiderstand sind. Der constante Factor vor dem Logarithmenzeichen kann Eins gesetzt werden, was auch im Nachfolgenden geschehen wird. Nennt man C den Mittelpunkt des Blechkreises, dessen Halbmesser r ist, und setzt die Elektroden in Punkten A_1 und A_2 am Bleche auf, so sind A_1C und A_2C deren Abstände vom Mittelpunkte und A_1A_2 ihr gegenseitiger Abstand.

Die Punkte A_1' und A_2' liegen beziehungsweise mit A_1 und A_2 auf demselben Halbmesser und dieser ist die mittere geometrische Proportionale zwischen ihren Abständen vom Mittelpunkte; es ist also:

$$A'_1C = \frac{r^2}{A_1C} \text{ und } A'_2C = \frac{r^2}{A_2C}.$$

$A_1A'_1$ und $A_2A'_2$ sind somit die Abstände zweier stets auf einem und demselben Halbmesser gelegener zusammengehöriger Punkte; $A_1A'_2$ und $A_2A'_1$ die Abstände zweier im Allgemeinen nicht auf einem Halbmesser liegenden Punkte, wovon einer innerhalb, der andere außerhalb des Kreises liegt.

Um die Formel zur Berechnung verwenden zu können, müssen die Größen $\overline{A_1A_2}$ $\overline{A_1A'_1}$ u. s. w. durch den Elektrodenabstand und den Halbmesser r für den betrachteten Fall ausgedrückt werden. Ich setze nun voraus, die Elektroden werden nach einander in verschiedenen Entfernungen auf einer Sehne aufgesetzt und die Formel soll für diesen Fall transformirt werden. Diese Annahme ändert nichts an der Allgemeinheit des Problems.

Ich denke mir nun in den Mittelpunkt des Kreises den Anfangspunkt der Coordinaten verlegt und ziehe durch denselben einen Durchmesser parallel zur gegebenen Sehne; er sei die y-Achse; senkrecht darauf ziehe ich die x-Achse. Ist ferner 2φ der der Sehne entsprechendeMittelpunktswinkel, so ist $r\sin\varphi$ die Größe der halben Sehne und $r\cos\varphi$ deren senkrechter Abstand vom Mittelpunkte des Kreises. Vom Halbirungspunkte der Sehne stehe der Punkt A_1 um $\alpha_1 r\sin\varphi$ und jener A_2 um $\alpha_2 r\sin\varphi$ ab. α_1 und α_2 sind kleiner als Eins und beide gleichbezeichnet, wenn sich die Elektroden auf derselben Seite des Sehnenmittelpunktes befinden.

Sind $r\varepsilon_1$ und $r\varepsilon_2$ die Abstände der auf der Sehne befindlichen Elektroden vom Kreismittelpunkte, so hat man für ε_1 und ε_2 die Beziehungen:

$$\varepsilon_1^2 = \cos^2\varphi + \alpha_1^2\sin^2\varphi, \quad \varepsilon_2^2 = \cos^2\varphi + \alpha_2^2\sin^2\varphi.$$

Unter Anwendung dieser Größen und Berücksichtigung der obigen Beziehung zwischen den Abständen der Punkte A_1, A'_1 und A_2, A'_2 vom Kreismittelpunkte erhält man:

$$A_1A_2 = r\sin\varphi \,.\, (\alpha_1 - \alpha_2)$$

$$A_1A'_1 = r\frac{1-\varepsilon_1^2}{\varepsilon_1}, \; A_2A'_2 = r\frac{1-\varepsilon_2^2}{\varepsilon_2}$$

Für die Coordinaten der Punkte A'_1 und A'_2 findet man, da $CA'_1 = \frac{r}{\varepsilon_1}$ und $CA'_2 = \frac{r}{\varepsilon_2}$ ist

$$x_1 = \frac{r\cos\varphi}{\varepsilon_1^2}\quad,\ x_2 = \frac{r\cos\varphi}{\varepsilon_2^2}$$

$$y_1 = \frac{r\alpha_1 \sin\varphi}{\varepsilon_1^2},\ y_2 = \frac{r\alpha_2 \cos\varphi}{\varepsilon_2^2}\ ^{1)}$$

Für die Abstände $A_1A'_2$ erhält man:

$$\overline{A_1A'_2}^2 = (x_2 - r\cos\varphi)^2 + (y_2 - r\alpha_1 \sin\varphi)^2.$$

Durch Substitution der Werthe von x_2 und y_2 wird

$$\overline{A_1A'_2} = \frac{r}{\varepsilon_2^2}\Big[\cos^2\varphi(1-\varepsilon_2^1)^2 + \sin^2\varphi(\alpha_2 - \alpha_1\varepsilon_2^2)^2\Big]^{\frac{1}{2}}$$

und in ähnlicher Weise erhält man

$$\overline{A_2A'_1} = \frac{r}{\varepsilon_1^2}\Big[\cos^2\varphi(1-\varepsilon_1^2)^2 + \sin^2\varphi(\alpha_1 - \alpha_2\varepsilon_1^2)^2\Big]^{\frac{1}{2}}.$$

---

1) Eliminirt man aus den Gleichungen für x_1 und y_1 das α_1 durch Substitution des Werthes von α_1 aus der Gleichung für x_1 in jene für y_1, so erhält man die Gleichung des geometrischen Ortes aller jener Punkte A', welche mit einem Punkte A der Sehne auf demselben Halbmesser liegen und durch die Beziehung $\overline{CA}\,.\,CA' = r^2$ verbunden sind.

Es ist die Gleichung des geometrischen Ortes:

$$y^2 + \left(x - \frac{r}{2\cos\varphi}\right)^2 = \frac{r^2}{4\cos^2\varphi}$$

Sie stellt einen Kreis dar, welcher durch den Mittelpunkt des Blechkreises und durch die Endpunkte der Sehne geht. Man ist somit im Stande, durch eine einfache Construction die den Punkten A_1, A_2 entsprechenden A'_1 und A'_2, so wie die Größen der in der Formel vorkommenden Abstände $A_1A'_2$, $A_2A'_1$ u. s. w. zu finden.

Der Ausdruck für den Widerstand w_r nimmt somit folgende Gestalt an:

$$(1)\qquad w_r = 2\log\frac{r\sin\varphi}{\rho} + \log\left\{\frac{(\alpha_1-\alpha_2)^2\left[(\cos^2\varphi(1-\varepsilon_1^2)^2+\sin^2\varphi(\alpha_1-\alpha_2\varepsilon_1^2)^2)(\cos^2\varphi(1-\varepsilon_2^2)^2+\sin^2\varphi(\alpha_2-\alpha_1\varepsilon_2^2)^2)\right]^{\frac{1}{2}}}{\varepsilon_1\varepsilon_2(1-\varepsilon_1^2)(1-\varepsilon_2^2)}\right\}$$

Werden die Elektroden symmetrisch zur Mitte der Sehne aufgesetzt, so hat man $\alpha_1 = -\alpha_2$ und $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ es wird:

$$w = 2\log\frac{r\sin\varphi}{\rho} + \log\left[\frac{4\alpha^2}{\varepsilon^2}\,\frac{\cos^2\varphi\,(1-\varepsilon^2)^2+\alpha^2\sin^2\varphi\,(1-\varepsilon^2)^2}{(1-\varepsilon^2)^2}\right].$$

Da diese Formel mit Messungen verglichen werden soll, die auf einer Sechseckseite ausgeführt wurden, so führe ich unter Berücksichtigung der Eigenthümlichkeiten der Sechseckseite für $\sin^2\varphi = 0{\cdot}25$, für $\cos^2\varphi = 0{\cdot}75$ und für $\varepsilon = 0{\cdot}25\,(3+\alpha^2)$ in die Formel ein; sie geht über in:

$$(2)\qquad w_r = 2\log\frac{r}{2\rho} + \log\left[\frac{4\alpha^2}{3+\alpha^2}\,\frac{3\,(1-\alpha^2)^2+\alpha^2(7+\alpha^2)^2}{(1-\alpha^2)^2}\right].$$

Geschehen die Messungen auf einem Durchmesser und setzt man die Elektroden nicht symmetrisch zum Mittelpunkte auf, so hat man, um den Widerstand zu finden, in (1) $\varphi = 90^\circ$ zu setzen; es wird dann $\varepsilon_1 = \alpha_1$ und $\varepsilon_2 = \alpha_2$ und damit:

$$(3)\qquad w_r = 2\log\frac{r}{\rho} + \log\left[\frac{(\varepsilon_1-\varepsilon_2)^2(1-\varepsilon_1\varepsilon_2)^2}{(1-\varepsilon_1^2)(1-\varepsilon_2^2)}\right].$$

Werden die Elektroden symmetrisch zum Mittelpunkte auf einem Durchmesser aufgesetzt, so ist $\varepsilon_2 = -\varepsilon_1$ und es wird:

$$(4) \qquad w_r = 2\log\frac{r}{\rho} + 2\log\left[2\varepsilon\frac{1+\varepsilon^2}{1-\varepsilon^2}\right].$$

Die Werthe w_r der Widerstände, welche aus den theoretischen Formeln gefunden werden, wenn man in dieselben alles in Millimetern einsetzt, hängen mit den gemessenen Werthen w_m wieder durch die Relation $w_m = a + bw_r$ zusammen. Die Größen a und b, welche nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnet werden müssen, haben hier dieselbe Bedeutung wie bei den Versuchen mit Blechstreifen. Jene a sollen für die Versuchsreihen mit gleich großen Elektroden gleich sein; jene b sollen für die Versuchsreihen mit demselben Bleche gleiche Werthe besitzen. Da das kreisförmige Blech etwas dicker als die Streifen war, wurden für die Constante b auch etwas kleinere Werthe erhalten.

Die gemessenen Widerstände w_m sind Mittelwerthe aus zwei bis vier Beobachtungen, welche an verschiedenen Stellen des Bleches angestellt sind.

In der beiliegenden Zeichnung sind die mit 100 multiplicirten berechneten w_m wie für die Blechstreifen eingetragen. Die Linie AB ist hier der Durchmesser $2r = 162{\cdot}5^{mm}$ des Blechkreises und die Elektrodendistanzen sind in Theilen desselben aufgetragen, was auch für die Messungen auf einer Sechseckseite gilt.

Es folgt nun wieder eine Zusammenstellung der gemessenen und berechneten Resultate.

A. Die Widerstände werden auf einem Durchmesser des Blechkreises gemessen, die Elektroden symmetrisch zum Kreismittelpunkte aufgesetzt. Die Widerstände w_r sind nach der Formel (4) gerechnet.

V. Der Elektrodendurchmesser ist $4{\cdot}835^{mm}$.

$$w_m = 0{\cdot}0614 + 0{\cdot}03019\, w_r.$$

Elektr.-Distanz 2ε	w_r	w_m gemessen	w_m berechnet
0·05	2·4354	0·1311	0·1350
0·10	3·8507	0·1766	0·1777

Elektr.-Distanz 2ε	w_r	w_m gemessen	w_m berechnet
0·20	5·3571	0·2253	0·2212
0·40	7·2288	0·2848	0·2797
0·60	8·9018	0·3316	0·3302
0·80	11·0034	0·3925	0·3936
0·90	12·7153	0·4458	0·4453
0·95	14·2554	0·4890	0·4915

VI. Der Elektrodendurchmesser ist 0·919^{mm}.

$$w_m = 0·1422 + 0·03135\, w_r.$$

Elektr.-Distanz 2ε	w_r	w_m gemessen	w_m berechnet
0·05	5·7561	0·3157	0·3226
0·10	7·1714	0·3641	0·3670
0·20	8·6778	0·4108	0·4142
0·40	10·5459	0·4733	0·4729
0·60	12·2225	0·5247	0·5254
0·80	14·3242	0·5842	0·5913
0·90	16·0360	0·6432	0·6450
0·95	17·5761	0·6877	0·6933

B. VII. Die Widerstände werden auf einem Durchmesser gemessen, die eine Elektrode bleibt im Punkte $\varepsilon_1 = +0·95$ stehen, die andere wird verschoben. Der Elektrodendurchmesser ist 4·835^{mm}. Die Widerstände w_r sind nach Formel (3) gerechnet.

$$w_m = 0·05478 + 0·03031\, w_r.$$

Elektr.-Distanz $\varepsilon_1 - \varepsilon_2$	ε_2	w_r	w_m gemessen	w_m berechnet
0·05	+0·85	2·7389	0·1385	0·1378
0·10	+0·75	4·4722	0·1898	0·1903
0·20	+0·55	6·4668	0·2493	0·2490
0·30	+0·35	7·7791	—	0·2906
0·40	+0·15	8·6265	0·3169	0·3163
0·60	—0·25	10·2129	0·3661	0·3643
0·80	—0·65	11·8082	0·4125	0·4127

Elektr.-Distanz $\varepsilon_1-\varepsilon_2$	ε_2	w_r	w_m gemessen	w_m berechnet
0·90	—0·85	12·9989	0·4479	0·4488
0·95	—0·95	14·2554	0·4862	0·4868

C. VIII. Die Widerstände werden auf einer Sechseckseite gemessen, die Elektroden symmetrisch zur Mitte derselben aufgestellt, ihr Durchmesser beträgt 0·919^{mm}. Die Widerstände w_r sind nach der Formel (2) gerechnet. a ist die Elektrodendistanz in Theilen von $2r$.

$$w_m = 0·1355 + 0·02958\, w_r.$$

α	w_r	w_m gemessen	w_m berechnet
0·05	5·8983	0·3094	0·3099
0·10	7·6588	0·3629	0·3620
0·20	10·0499	0·4327	0·4328
0·30	12·0408	0·4883	0·4917
0·40	14·2862	0·5654	0·5581
0·45	16·0255	0·6055	0·6095

Wie schon oben erwähnt, ist an den gemessenen Widerständen w_m des kreisförmigen Bleches eine Correction angebracht.

Die Unterschiede in den Constanten b betragen hier nicht mehr als bei den Streifen. Die Werthe der gemessenen und der berechneten w_m fallen auch hier sehr nahe zusammen und die Fehler sind bald positiv bald negativ.

Die Curven, welche sich beim Aufzeichnen der Beobachtungsreihen V und VI ergeben, besitzen einen Wendepunkt, dessen Lage bestimmt wird durch die Gleichung:

$$\varepsilon^8 - 12\varepsilon^6 - 2\varepsilon^4 + 4\varepsilon^2 - 1 = 0.$$

Diese Gleichung hat vier reelle Wurzeln, wovon je zwei gleich, aber entgegengesetzt bezeichnet sind. Für den vorliegenden Fall kommt nur die positive zwischen Null und Eins liegende Wurzel in Betracht, sie ist $\varepsilon = 0·451773$.

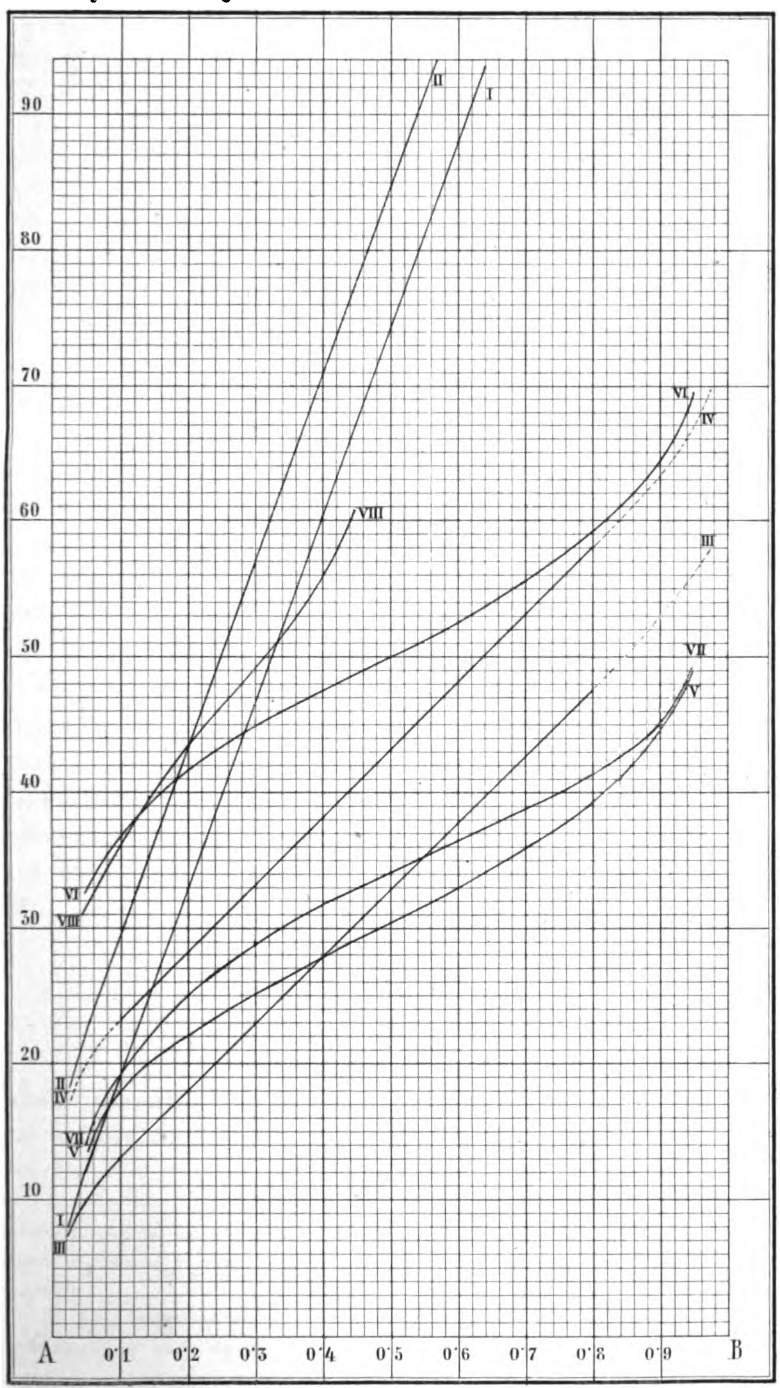
Der Wendepunkt der Curve, welche der Versuchsreihe VII entspricht, ist bestimmt durch die Gleichung

$$\varepsilon_2^6 - 5\varepsilon_2^4 + \frac{551\cdot25}{95}\varepsilon_2^3 - 2\cdot7075\,\varepsilon_2^2 + \frac{570\cdot75}{95}\varepsilon_2 - 1\cdot042625 = 0$$

ε_2 wird daraus gefunden $\varepsilon_2 = 0\cdot18368$; es entspricht dies einer Elektrodendistanz $\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = 0\cdot76632$ in Theilen des Halbmessers oder 0·38316 in Theilen des Durchmessers. Der Widerstand zu dieser Abscisse ist $w = 8\cdot4758$.

Der Wendepunkt der Curve, welche der Sechseckseite entspricht, ist durch eine Gleichung bestimmt, welche bezüglich α^2 vom 18. Grade ist.

Obermayer. Leitungswiderstand in Blechen.



A. d. k. k. Hof-u. Staatsdruckerei.

Sitzungsbr. der k. Akad. d. W. math. naturw. Cl. LX. Bd. II. Abth. 1869.

Über einige Doppelcyanverbindungen.

Von Dr. P. Weselsky.

(Aus dem Laboratorium des Herrn Prof. Hlasiwetz.)

In dem 20. Bande der Sitzungsberichte der kais. Akademie S. 283, habe ich eine Methode zur Darstellung von Baryumplatincyanür veröffentlicht, welche darin besteht, daß man in ein Gemisch von 2 Äquivalenten kohlensauren Barytes und 1 Äquivalent Platinchlorür, das im Wasser vertheilt ist, Cyanwasserstoffsäure einleitet.

Unter Entweichen von Kohlensäure wird das Gemenge klar, und nach dem Filtriren und gelinden Eindampfen erhält man prächtige Krystalle der Doppelverbindung.

$$PtCl_2 + 2BaCO_3 + 4HCy = \underbrace{BaCy_2 \, . \, PtCy_2} + BaCl_2 + 2CO_2 + 2H_2O.$$

Die Mutterlauge enthält wesentlich nur Chlorbaryum[1]).

Dieses Verfahren läßt sich auch auf die Gemenge der Chloride, Nitrate, Carbonate, Cyanide, Acetate und Sulfate anderer Metalle mit kohlensaurem Baryt anwenden.

Ich habe auf diese Weise die folgenden Verbindungen dargestellt:

$$BaCy_2 \, . \, 2AgCy$$
$$BaCy_2 \, . \, Zn\,Cy_2$$
$$BaCy_2 \, . \, Pd\,Cy_2$$
$$BaCy_2 \, . \, Ni\,Cy_2$$
$$BaCy_2 \, . \, Cu_2Cy_2$$

Etwas abweichend zusammengesetzt ist das Cadmiumdoppelsalz, für welches die Analysen nur die Formel $2(BaCy_2).\ 3(CdCy_2)$ zulassen.

---

[1]) Zur Darstellung des Baryumplatincyanürs kann auch das Platinchlorid statt Platinchlorür genommen werden, hiedurch wird die lästige Bereitung des letzteren vermieden.

Die Reaction erfolgt mit der größten Leichtigkeit nach folgender Gleichung

$$PtCl_4 + 3BaCO_3 + 4HCy = \underbrace{BaCy_2 \, . \, PtCy_2} + 2BaCl_2 + 2H_2O + 3CO_2 + O.$$

Eine zweite Reihe von Verbindungen ähnlicher Art nimmt ihren Ausgang von dem Baryumkobaltcyanid, welches nach der Formel $Ba_3Co_2Cy_{12}$ zusammengesetzt ist.

Die Derivate dieses Salzes beschreibe ich in der zweiten Hälfte dieser Mittheilung.

Fast alle diese Salze zeichnen sich durch ihre Krystallisationsfähigkeit, Schönheit und reine Entwickelung ihrer Krystallformen aus. Sie bilden in dieser Beziehung den Gegenstand einer besonderen krystallographischen Untersuchung, die Herr Prof. Ditscheiner ausgeführt hat und mitzutheilen sich vorbehält.

I.

Doppelcyanüre von der allgemeinen Formel $BaCy_2 . R_2Cy_2$.

1. Baryumsilbercyanür.

Aus kohlensaurem Silberoxyd und kohlensaurem Baryt.

Es ist bei diesem wie bei allen übrigen Salzen gut, den kohlensauren Baryt im Überschusse zu halten. Das Ende der Umsetzung gibt sich durch das Aufhören der Kohlensäure-Entwickelung kund. Das Gefäß mit der Mischung stand während des Einleitens der Blausäure in einem Wasserbade.

Nach beendigter Reaction wird filtrirt, und in gelinder Wärme eingedampft. Bei angemessener Concentration schießt das Salz in warzenförmig vereinigten fast farblosen Krystallen an.

Es enthält Krystallwasser, welches bei 100° C. entweicht.

0·627 Grm. Substanz gaben 0·380 Grm. Chlorsilber.
0·736 „ „ „ 0·358 „ Baryumsulfat.

	$BaCy_2 . 2AgCy, H_2O$	Gefunden
Ag_2	45·5	45·7
Ba	28·9	28·6

2. Baryumzinkcyanür.

Aus einem Gemisch von Zinkvitriol und kohlensaurem Baryt mit Blausäure behandelt.

Das Salz bildet farblose, außerordentlich schöne voluminöse Krystalle, die einen Durchmesser von einem halben Zoll erreichen können. Beim Liegen an der Luft zersetzen sie sich allmählig und

überziehen sich mit einer pulverigen Schichte von kohlensaurem Baryt.

Sie enthalten 2 Mol. Wasser.

1·6615 Gr. Substanz gaben 0·392 Gr. Zinkoxyd und 1·119 Gr. schwefelsauren Baryt.

	$BaCy_2.ZnCy_2$, $2H_2O$	Gefunden
Ba . . .	40·05	39·6
Zn . . .	19·0	18·9

3. Baryumpalladiumcyanür.

Cyanpalladium und kohlensaurer Baryt setzt sich bei der angeführten Behandlung leicht in diese Verbindung um.

Rössler, (Zeitschrift für Chemie 1866, S. 283) erhielt dasselbe Doppelsalz durch Zersetzung von Kupferpalladiumcyanür mit Barytwasser.

Es bildet große mit dem Baryumplatincyanür isomorphe schwach grünlich gefärbte Prismen.

1·017 Gr. Substanz gaben 0·1865 Gr. Wasser.

	$BaCy_2.PdCy_2$, $4H_2O$	Gefunden
$4H_2O$	18·02	18·3

4. Baryumnickelcyanür.

Nach meiner Methode entsteht dieses schon mehrfach beschriebene Salz sehr leicht, wenn man dazu Nickelvitriol anwendet. Es gehört mit zu den am schönsten krystallisirten Verbindungen dieser Reihe, und besitzt die Farbe des sauren chromsauren Kalis.

1·056 Gr. Substanz gaben 0·1663 Gr. Wasser.

	$BaCy_2.NiCy_2$, $3H_2O$	Gefunden
$3H_2O$	15.2	15·7

5. Baryumkupfercyanür.

Aus Kupfervitriol und kohlensaurem Baryt wie die vorigen Salze erhalten.

Große farblose, der Zinkverbindung ähnliche Krystalle, die an der Luft liegend, allmälig einen grünen Überzug erhalten. (Aus

der Mutterlauge schießt ein zweites Salz in asbestähnlichen Krystallen an, welches ich seiner geringen Menge wegen nicht näher untersuchen konnte.)

1·994 Gr. Substanz gaben 0·5905 Gr. Kupfer, ferner 1·040 Gr. schwefelsauren Baryt.

$BaCy_2 . Cu_2Cy_2, H_2O$		Gefunden
Ba . . .	31·3	30·6
Cu_2 . .	28·9	29·6

6. Baryumcadmiumcyanür.

Auch diese Verbindung entsteht am besten bei Anwendung des Cadmiumsulfates. Sie ist völlig farblos und krystallisirt gut, ist aber das am leichtesten zersetzliche von den genannten Salzen.

Es weicht auch diese Verbindung ihrer Zusammensetzung nach von den übrigen ab.

Die Analysen lassen sich nur mit der Formel $2(BaCy_2). 3(CdCy_2), 10H_2O$ vereinigen.

1·0287 Gr. Substanz gaben 0·455 Gr. schwefelsauren Baryt und 0·4217 Gr. Schwefelcadmium.

Berechnet		Gefunden
Cd_3 . . .	32·0	31·8
Ba_2 . . .	26·0	25·9

II.

Zersetzt man in der angegebenen Weise ein Gemenge von Kobaltvitriol[1]) und kohlensauren Baryt mit Blausäure, so erhält man eine schwach gelbliche Lösung, aus welcher beim langsamen Verdunsten lichtgelbe Krystalle der Verbindung $Ba_3Co_2Cy_{12}, 20H_2O$ anschießen.

[1]) Er war aus käuflichem sächsischen Kobaltoxyd dargestellt, und nicht frei von etwas Nickelvitriol. Die Methode, ihn in das Doppelcyanid überzuführen, gestattet jedoch eine ganz genaue Trennung von dieser Verunreinigung; das erhaltene Kobaltdoppelcyanid war stets absolut nickelfrei, weil die Nickelverbindung vermöge ihrer Schwerlöslichkeit immer zuerst ausschießt.

Dieses Kobaltidcyanbaryum ist zuerst von C. Zwenger (Annalen der Chemie, LXII. pag. 169) durch Zersetzung des Kobaltcyankupfers mit Ätzbaryt erhalten worden.

In demselben läßt sich sehr leicht das Baryum durch Metalle sowohl, als auch zusammengesetzte Radicale ersetzen, wenn man seine Lösung mit den entsprechenden schwefelsauren Salzen behandelt, sofern diese im Wasser löslich sind.

Die vom schwefelsauren Baryt abfiltrirten Laugen liefern die neuen Verbindungen, die wo möglich noch leichter und schöner krystallisiren wie die vorigen.

In dieser Weise habe ich dargestellt:

$$Na_6Co_2Cy_{12},$$
$$Am_6Co_2Cy_{12},$$
$$\underbrace{(C_6H_8N)}_{}{}_6\ Co_2Cy_{12}$$ [1])
$$\underbrace{(C_7H_{10}N)}_{}{}_6\ Co_2Cy_{12}$$

Die Strontiumverbindung $Sr_3Co_2Cy_{12}$ war durch Neutralisation der aus der Baryumverbindung mit Schwefelsäure dargestellten Wasserstoffsäure mit kohlensaurem Strontian erhalten.

In Betreff der analytischen Methode bemerke ich, daß der Wassergehalt der Salze durch Erhitzen der Substanz in einem Luftstrome, Auffangen (in einer Chlorcalciumröhre) und directes Wägen des Wassers bestimmt wurde.

Zur Bestimmung des Kobaltes wurden in einigen Fällen die Salze mit Schwefelsäure zersetzt und das Kobalt als Sulfat gewogen.

Meistens jedoch geschah die Wägung des Kobaltoxyduloxydes, nachdem zuerst das Kobalt mit salpetersaurem Quecksilberoxydul gefällt worden war; beim Abtreiben dieses Niederschlages in der Hitze bleibt bekanntlich Kobaltoxydoxydul.

Die Salze mit flüchtigen Basen analysirt man am besten so, daß man gewogene Mengen in einem Luftstrome durch Glühen zerstört,

---

[1]) $C_6H_8N = \left.\begin{matrix}C_6H_5\\H_3\end{matrix}\right\}N$ Phenylammonium

$C_7H_{10}N = \left.\begin{matrix}C_7H_7\\H_3\end{matrix}\right\}N$ Toluylammonium



den Rest der Kohle mit Sauerstoff abbrennt, und zuletzt das Kobaltoxyduloxyd mit Wasserstoff reducirt und als Metall wiegt.

7. Natriumkobaltcyanid.

Zwenger, der auch dieses Salz schon untersucht und aus kohlensaurem Natron und Kobaltidcyanwasserstoffsäure dargestellt hat, erhielt es in langen farblosen durchsichtigen Nadeln.

Mein Präparat bestand aus sehr großen voluminösen Krystallen, von mehr als einen halben Zoll Durchmesser. Der Krystallwassergehalt war derselbe, wie bei dem Salze von Zwenger.

1·095 Gr. Substanz gaben 0·2795 Gr. Kobaltoxyduloxyd und 0·1287 Gr. Wasser.

	$Na_6Co_2Cy_{12}, 4H_2O$	Gefunden
Co_2 . . .	18·4	18·54
H_2O . . .	11·2	11·7

8. Ammoniumkobaltcyanid.

Von Zwenger durch Neutralisation der Kobaltidblausäure mit Ammoniak erhalten. Er beschreibt es als farblose geschobene Tafeln.

Die von mir untersuchte Verbindung hatte, wie auch alle übrigen von analoger Zusammensetzung, stets einen Stich ins Gelbe. Im Übrigen waren die Krystalle groß und rein entwickelt.

0·7575 Gr. Substanz gaben 0·166 Gr. Kobalt.

	$Am_6Co_2Cy_{12}$	Gefunden
Co_2 . . .	21·83	21·91

9. Phenylammoniumkobaltcyanid.

Die Krystalle dieser Verbindung sind von außerordentlicher Schönheit und können 3—4 Zoll Durchmesser erreichen.

Sie sind selten ganz farblos, und haben das Aussehen eines mehr oder minder gefärbten Rauchtopases.

1·0565 Gr. Substanz gaben 0·1715 Gr. Kobaltoxyduloxyd.

	$(C_6H_8N)_6Co_2Cy_{12}$	Gefunden
Co_2 . . .	11·87	11·89

10. Toluylammoniumkobaltcyanid.

Salpeterähnliche, fast farblose Krystalle, die 4 Mol. Wasser enthalten, während die entsprechende Phenolverbindung wasserfrei krystallisirt.

1·4879 Gr. Substanz gaben 0·1524 Gr. Kobalt.

0·3258 Gr. Substanz gaben bis 100° C. erhitzt 0·021 Gr. Wasser ab, d. i. 6·4 Procente; ferner durch Verbrennung noch 0·1535 Gr. und 0·662 Gr. Kohlensäure.

	$(C_7H_{10}N)_6Co_2Cy_{12}$, $4H_2O$	Gefunden
C_{54}	56·3	55·7
H_{60}	5·2	5·3
Co_2	10·2	10·3
$4H_2O$ . . .	6·3	6·4

Die Ammonium- und Phenylammoniumverbindungen eignen sich vortrefflich zu einer Bestimmung des Kobaltäquivalentes. Man hat nämlich nur nöthig, die bei 100° C. getrocknete Substanz in einem Platinschiffchen zuerst im Luftstrome, dann in einem Sauerstoff und zuletzt in einem Wasserstoffstrome zu glühen, wonach chemisch reines Kobalt zurückbleibt.

Ich erhielt folgende übereinstimmende Zahlen.

Angewendetes Phenylammoniumkobaltcyanid	Gefundenes Kobalt	Berechnetes Äquivalent
I. 0·8529 Grm.	0·1010 Grm.	$\frac{58\cdot83}{2} = 29\cdot44$
II. 0·6112 „	0·0723 „	$\frac{58\cdot76}{2} = 29\cdot38$
III. 0·714 „	0·0850 „	$\frac{59\cdot18}{2} = 29\cdot59$
IV. 0·942 „	0·1120 „	$\frac{59\cdot09}{2} = 29\cdot54$
Angewendetes Ammoniumkobaltcyanid		
I. 0·7575 Grm.	0·166 Grm.	$\frac{58\cdot93}{2} = 29\cdot46$
II. 0·5143 „	0·113 „	$\frac{59\cdot1}{2} = 29\cdot55$

Das Mittel aus diesen Bestimmungen ist 29·48 als Äquivalent des Kobalts.

C. Winkler[1]) berechnet das Äquivalent des Kobalts aus der Menge Gold, welches dasselbe aus einer Lösung von Goldchlorid-Chlornatrium zu reduciren vermag.

Er findet auf diesem Wege im Mittel aus fünf Bestimmungen die Zahl 29·496.

In einem ebenso angestellten Versuch fand ich, daß 0·559 Gr. Kobalt 1·241 Gr. metallisches Gold lieferte. Hieraus folgt die Zahl 29·42.

11. Strontiumkobaltcyanid.

Entspricht genau der Baryumverbindung, ist im Wasser sehr löslich und bildet außerordentlich große, solide Krystalle.

0·8698 Gr. Salz gaben 0·2936 Gr. Wasser, ferner 0·1695 Gr. Kobaltoxyduloxyd und 0·4637 Gr. Strontiumsulfat.

	$Sr_2Co_2Cy_{12},20H_2O$	Gefunden
Sr_2 . . .	25·04	25·5
Co_2 . . .	11·2	11·7
$20H_2O$ . .	34·1	33·7

III.

Außer den so eben beschriebenen, habe ich noch eine zweite Reihe von Kobaltidcyanverbindungen dargestellt und untersucht, welche sich durch folgende Formeln ausdrücken lassen:

$$(Na_2Am_4)\ Co_2Cy_{12},$$
$$(Ca_2Am_2)\ Co_2Cy_{12},$$
$$(Ca_2K_2)\ Co_2Cy_{12},$$
$$(Sr_2Am_2)\ Co_2Cy_{12},$$
$$(Sr_2K_2)\ Co_2Cy_{12},$$
$$(Ba_2Am_2)\ Co_2Cy_{12},$$
$$(Ba_2K_2)\ Co_2Cy_{12},$$
$$(Ba_2Li_2)\ Co_2Cy_{12},$$
$$[(C_7H_{10}N)_4(C_6H_8N)_2]Co_2Cy_{12}.$$

---

[1]) Zeitschrift für analytische Chemie 6. Jahrgang 1867, S. 18.

Das Verfahren, diese Verbindungen, welche drei Metalle, oder diese ersetzende Radicale enthalten, darzustellen, bestand im Allgemeinen darin, daß man gemischte Lösungen jener Doppelcyanide mit einander krystallisiren ließ, deren einzelne Metalle man mit einander in einer Verbindung vereinigen wollte. Immer wurde hierbei von der Baryumkobaltverbindung ausgegangen, weil sich aus dieser das Baryum so leicht durch schwefelsaure Salze anderer Metalle auswechseln läßt; so z. B. erhält man das Baryumammoniumkobaltcyanid, wenn man eine Lösung des Baryumkobaltcyanides in zwei Hälften theilt, die eine Hälfte mit schwefelsaurem Ammon versetzt und zur zweiten Hälfte hinzufügt. Beim Verdunsten krystallisirt nun entweder sofort die neue Tripelverbindung, wenn sie schwerer löslich ist als die beiden constituirenden Doppelverbindungen, oder aber sie bleibt in den Mutterlaugen, wenn sie leicht löslich ist, und die ersten Krystallisationen bestehen aus wechselnden Mengen der sie vereinigenden Cyanide.

Galt es Strontium oder Calciumkobaltcyanid mit Kalium oder Ammoniumkobaltcyanid zu verbinden, so wurde die Lösung des Baryumkobaltcyanides wieder in zwei Hälften getheilt, aus der einen durch Fällung mit Schwefelsäure, Wasserstoffkobaltcyanid (Kobaltidcyanwasserstoffsäure) erzeugt und diese mit kohlensaurem Kalk oder kohlensaurem Strontian neutralisirt. Die andere Hälfte der Baryumkobaltidcyan-Lösung wurde mit schwefelsaurem Kali oder schwefelsaurem Ammoniak behandelt, und die erhaltene Lösung des Kalium oder Ammoniumkobaltcyanides mit der des Calcium oder Strontiumkobaltcyanides vereiniget; auch hier fand sich nun die neue Verbindung entweder als die zuerst anschießende oder in den Mutterlaugen verbleibende, während gewisse Antheile der einzelnen Doppelcyanüre zuerst herauskrystallisirten.

Auch diese Verbindungen sämmtlich sind von der größten Krystallisationsfähigkeit und bieten viel krystallographisches Interesse.

Sie bilden außerordentlich leicht schön und groß entwickelte Individuen, die sich bei einiger Sorgfalt zu wahren Prachtexemplaren züchten lassen, wie etwa die Alaune.

Sie sind sämmtlich schwach-gelblich gefärbt.

12. Natriumammoniumkobaltcyanid.

Die Verbindung eine der schwer löslichsten dieser Reihe krystallisirt bald, wenn man eine, wie oben angegeben, dargestellte Natriumkobaltidcyanverbindung mit einer auf demselben Wege erhaltenen Ammoniumkobaltcyanidlösung mischt, und etwas abdampft. Aus den Mutterlaugen schießen noch geringe Mengen der einzelnen zur Bereitung dienenden Salze an. Das neue Salz ist wasserfrei.

0·8665 Gr. Substanz gaben 0·4685 Gr. Kobaltsulfat und 0·2235 Gr. Natriumsulfat.

	$(Am_4Na_2)Co_2Cy_{12}$	Gefunden
Na_2 . . .	8·46	8·3
Co_2 . . .	20·47	20·5

Kaliumkobaltidcyanid und Ammoniumkobaltcyanid sind isomorph und krystallisiren in wechselnden Verhältnissen mit einander.

13. Calciumammoniumkobaltcyanid.

Aus einer gemischten Lösung von Calciumkobaltcyanid und Ammoniumkobaltcyanid schießt die Verbindung zuerst an.

1·3843 Gr. gaben 0·6355 Gr. Kobaltsulfat und 0·0233 Gr. Calciumoxyd.

	$(Ca_2Am_2)Co_2Cy_{12}, 20H_2O$	Gefunden
Ca_2 . . .	12·01	11·9
Co_2 . . .	17·1	17·5

14. Calciumkaliumkobaltcyanid.

Aus dem Gemisch der Lösungen von Kaliumkobaltcyanid und Calciumkobaltcyanid krystallisiren zuerst eine gewisse Menge der Kaliumverbindung. Die Mutterlaugen enthalten Calciumkaliumkobaltcyanid, welches in prachtvollen Krystallen daraus anschießt.

1·00 Gr. Substanz gab 0·1545 Gr. Wasser, ferner 0·1605 Gr. Calciumoxyd, dann 0·2575 Gr. schwefelsaures Kalium und 0·2325 Gr. Kobaltoxyduloxyd.

$(Ca_2K_2)Co_2Cy_{12}$, $18H_2O$		Gefunden
K_2 . . .	11·2	11·5
Ca_2 . . .	11·5	11·4
Co_2 . . .	16·9	17·0
$18H_2O$.	15·5	15·4

15. Strontiumammoniumkobaltcyanid.

Von der Bildung und der Art des Krystallisirens gilt dasselbe wie vom Calcium-Ammoniumkobaltcyanid.

1·2272 Gr. Substanz gaben 0·196 Gr. Wasser, ferner 0·2585 Gr. Kobaltoxyduloxyd und 0·5845 Strontiumsulfat.

$(Sr_2Am_2)Co_2Cy_{12}$, $20H_4O$		Gefunden
Sr_2 . . .	15·5	15·4
Co_2 . . .	23·1	22·7
$20H_2O$.	15·7	15·8

16. Strontiumkaliumkobaltcyanid.

Wie bei der Darstellung des Calciumkaliumkobaltcyanides krystallisirt aus der gemischten Lösung der beiden Doppelcyanüre zuerst eine gewisse Menge Kaliumkobaltcyanid und hierauf erst die gesuchte Verbindung.

1·0805 Gr. Substanz gaben 0·1410 Gr. Wasser.
1·0285 „ „ „ 0·2090 „ Kobaltoxyduloxyd.

$(Sr_2K_2)Co_2Cy_{12}$, $18H_2O$		Gefunden
Co_2 . . .	14·9	15·0
$18H_2O$.	13·5	13·4

17. Baryumammoniumkobaltcyanid.

Dieses Salz krystallisirt aus der gemischten Lösung zuerst. Die Krystalle sind von ausgesuchter Schönheit.

1·1791 Gr. Substanz gaben 0·1756 Gr. Wasser und 0·2092 Gr. Kobaltoxyduloxyd, ferner 0·617 Baryumsulfat.

$(Ba_2Am_2)Co_2Cy_{12}, 22H_2O$		Gefunden
Ba_2 . . .	31·4	30·6
Co_2 . . .	13·5	13·2
$22H_2O$.	15·1	15·4

18. Baryumkaliumkobaltcyanid.

Der größte Theil dieser Verbindung bleibt in der Mutterlauge, wenn man eine Lösung von Baryumkobaltcyanid und Kaliumkobaltcyanid zusammenkrystallisiren läßt.

Sie steht an Schönheit der vorigen kaum nach.

1·204 Gr. Substanz gaben 0·189 Gr. Wasser, dann 0·2037 Gr. Kobaltoxyduloxyd und 0·6162 Gr. Baryumsulfat, und 0·226 Gr. Kaliumsulfat.

$(Ba_2K_2)Co_2Cy_{12}, 22H_2O$		Gefunden
Ba_2 . . .	29·8	29·9
K_2 . . .	8·5	8·4
Co_2 . .	12·8	12·3
$22H_2O$.	14·4	15·6

19. Baryumlithiumkobaltcyanid.

Diese sehr wasserreiche Verbindung ist die löslichste der Reihe und krystallisirt erst bei sehr langem Stehen aus der Mutterlauge.

1·308 Gr. Substanz gaben 0·2273 Gr. Kobaltoxyduloxyd und 0·670 Baryumsulfat;

0·8225 Gr. Substanz gaben 0·1713 Gr. Wasser.

$(Ba_2Li_2)Co_2Cy_{12}, 30H_2O$		Gefunden
Ba_2 . . .	30·5	30·0
Co_2 . . .	13·1	12·7
$30H_2O$.	20·0	20·8

20. Toluylphenylammoniumkobaltcyanid.

Baryumkobaltcyanid wurde im Wasser gelöst, und die Hälfte der Lösung mit schwefelsaurem Anilin, die andere Hälfte mit schwefelsaurem Toluidin zersetzt, die vom schwefelsauren Baryt abfiltrirten Flüssigkeiten gaben vermischt und eingedunstet, große zu Drusen verwachsene beryllartig gefärbte leicht verwitternde Krystalle.

1·005 Gr. Substanz gaben 0·1065 Gr. Kobalt;
0·2895 Gr. Substanz gaben bis 100° C. erhitzt 0·0125 Gr. Wasser; ferner durch Verbrennung noch weitere 0·1322 Gr. und 0·568 Gr. Kohlensäure.

	$[(C_7H_{10}N)_4(C_6H_8N)_2]Co_2Cy_{12}, 3H_2O$	Gefunden
C_{52} . . .	53·1	53·4
H_{56} . . .	5·1	5·0
Co_2 . .	10·0	10·5
$3H_2O$.	4·5	4·3

IV.

Als ich die Verhältnisse des Baryumkobaltcyanides näher untersuchte, bin ich auf zwei Verbindungen aufmerksam geworden, die dasselbe mit Barythydrat und mit Chlorbaryum zu bilden im Stande ist, und denen gleichfalls diese große Krystallisationsfähigkeit inne wohnt, wie den bisher beschriebenen Salzen.

Eine ganz analoge Verbindung ferner liefert das Phenylammoniumkobaltcyanid, welches die Fähigkeit hat, sich mit weiteren zwei Molecülen Phenylammoniumoxydhydrat zu vereinigen.

Es ergeben sich darnach folgende Formeln:

$$Ba_3Co_2Cy_{12}.BaH_2O_2$$
$$Ba_3Co_2Cy_{12}.BaCl_2$$
$$\underbrace{(C_6H_8N)_6Co_2Cy_{12}}.2(C_6H_9NO)$$

21. Baryumkobaltcyanid-Barythydrat.

Überläßt man eine mit einer klaren Lösung von Ätzbaryt im Überschusse versetzte Lösung von Baryumkobaltcyanid dem Verdunsten unter der Luftpumpe, so bilden sich große schwach-gelblich gefärbte Krystalle dieses Salzes.

Dasselbe ist ziemlich unbeständig, und kann nicht ohne theilweise Zersetzung umkrystallisirt werden. Es zieht Kohlensäure aus der Luft an, und durch directe Behandlung mit kohlensaurem Gas scheidet sich die eine der ursprünglichen Verbindungen, das Baryumkobaltcyanid rein ab.

Die Bestimmung des Kobaltes und des Baryum führten zu der nachstehenden Formel, die einen Wassergehalt von 17 Mol. ausweist.

2·412 Gr. Substanz gaben 1·7045 Gr. Baryumsulfat.

1·296 Gr. Substanz gaben 0·155 Gr. Kobaltoxyduloxyd und 0·924 Gr. Baryumsulfat.

1·907 Gr. Substanz gaben 0·4554 Gr. Wasser.

$Ba_3Co_2Cy_{12}.BaH_2O_2, 17H_2O$		Gefunden
Ba_4	42·0	41·9
Co_2	9·0	8·8
$18H_2O$.	24·8	24·0

22. Baryumkobaltcyanid-Chlorbaryum.

Das bloße Krystallisirenlassen einer gemischten Lösung von Baryumkobaltcyanid genügt, um diese Verbindung zu erzeugen, die ziemlich schwer löslich ist, und zuerst anschießt, während der Überschuß des einen oder des anderen der angewandten Salze in der Mutterlauge bleibt.

Die Verbindung ist nicht so unbeständig wie jene mit Barythydrat und läßt sich durch Umkrystallisiren leicht reinigen; sie bildet meistens Platten oder Tafeln[1]).

1·921 Gr. Substanz gaben 1·338 Gr. schwefelsauren Baryt und

1·4485 Gr. Substanz gaben 0·3115 Gr. Wasser,

2·039 Gr. Substanz gaben 0·4398 Gr. Chlorsilber und 0·230 Gr. Kobaltoxyduloxyd.

$Ba_3Co_2Cy_{12}.BaCl_2, 16H_2O$		Gefunden
Ba_4	40·9	40·8
Co_2	8·8	8·3
Cl_2	5·4	5·3
$16H_2O$ . .	21·5	21·4

[1]) Zur Bestimmung des Chlors neben dem Kobaltidcyan, wurde das letztere zuerst mit Kupferacetat entfernt und aus dem Filtrat das erstere mit Silbernitrat gefällt.

23. Phenylammoniumkobaltcyanid-Phenylammoniumoxydhydrat.

Eine Lösung von Phenylammoniumkobaltcyanid ist im Stande beträchtliche Mengen von Anilin aufzunehmen. Sättiget man auf diese Weise die Lösung des ersteren Salzes in der Wärme mit Anilin, läßt sie dann auskühlen, so trübt sie sich milchig und das überschüssig aufgenommene Anilin scheidet sich wieder ab, die klare Flüssigkeit, nunmehr unter die Luftpumpe gebracht, gibt eine schwach gefärbte Krystallisation voluminöser verwachsener Prismen, denen ein schwacher Anilingeruch anhaftet. Auch diese Verbindung ist ziemlich zersetzlich, und schon durch anhaltendes Kochen kann die aufgenommene Anilinmenge wieder ausgetrieben werden.

Die wässerige Lösung derselben theilt mit den Lösungen des früher beschriebenen Phenylammoniumkobaltcyanides, sowie des Toluylammoniumkobaltcyanides die Eigenschaft eine saure Reaction zu besitzen.

1·1845 Gr. Substanz gaben 0·1145 Gr. Kobalt.

0·3334 Gr. Substanz gaben durch Verbrennung 0·1614 Gr. Wasser und 0·7245 Gr. Kohlensäure.

	$(C_6H_8N)_6Co_2Cy_{12}.2(C_6H_9NO)$	Gefunden
C_{60} . . .	59·2	59·3
H_{66} . . .	5·4	5·3
Co_2 . . .	9·7	9·6

Über die Hoffmann'sche Tyrosin-Reaction und über die Verbindungen des Tyrosins mit Quecksilberoxyd.

Von M. Ritter v. Vintschgau in Prag.

Reinhold Hoffmann hat im Jahre 1853 [1]) angegeben, „daß das Tyrosin durch salpetersaures Quecksilberoxyd in der Siedhitze in rothen Flocken gefällt wird, indem die überstehende, ganz klare Flüssigkeit eine intensive dunkel rosenrothe Färbung annimmt. Bei längerem Stehen setzen sich nochmals rothe Flocken ab, welche an den Wänden des Glases fest anhängen und die Flüssigkeit wird farblos."

„Durch Kochen mit etwas Salpetersäure wird die rothe Farbe sehr leicht zerstört und der Niederschlag aufgelöst, ohne daß er durch nachheriges Neutralisiren wieder hervorgerufen werde. Wenn aber die Auflösung des salpetersauren Quecksilberoxyds zu sauer ist, so erhält man weder eine Färbung noch Fällung."

Im Jahre 1860 veröffentlichte Städeler eine sehr interessante Arbeit über Tyrosin [2]), in welcher unter anderem auch die Wirkung des salpetersauren Quecksilberoxyds auf das Tyrosin besprochen wird. Ich kann nicht umhin die für die gegenwärtigen Untersuchungen wichtigeren Stellen hier anzuführen.

„Wird eine wässerige Lösung des Tyrosins mit salpetersaurem Quecksilberoxyd vermischt, so bleibt sie klar und farblos; setzt man dann etwas Natron hinzu, so entsteht ein weißer Niederschlag, der aus Tyrosin, Quecksilberoxyd und Salpetersäure besteht. . .   ."

„Kocht man eine mit salpetersaurem Quecksilberoxyd vermischte Lösung des Tyrosins, so färbt sie sich, wie schon R. Hoffmann beobachtet hat, roth und nach kurzer Zeit entsteht ein tief braun-

---

1) Reinhold Hoffmann. Reaction auf Leucin und Tyrosin. Ann. der Chemie und Pharmacie. N. Reihe. B. XI. 1853. S. 123.

2) Städeler. Über das Tyrosin. Ann. d. Chemie etc. N. Reihe. B. XL. 1860. S. 57.



rother Niederschlag, dessen Farbstoff identisch zu sein scheint mit dem, welcher durch Einwirkung von Salpetersäure auf Tyrosin entsteht. Nach Absetzung des Pigments ist die Lösung farblos und färbt sich auch beim Erhitzen nicht wieder roth. Bei starker Verdünnung der Tyrosinlösung erhält man ein etwas abweichendes Resultat. Erhitzt man eine kalt gesättigte Lösung mit salpetersaurem Quecksilberoxyd, so bleibt dieselbe in der Hitze farblos oder sie wird schwach rosenroth und der entstehende Niederschlag ist dann gelb oder fleischfarben."

Städeler untersuchte mehrere Verbindungen des Tyrosins, jedoch nicht jene mit Quecksilberoxyd.

Die letzte Arbeit über diesen Gegenstand ist die von L. Meyer vom Jahre 1864 [1]), welcher angibt, daß, um die Tyrosinreaction zu erhalten, die Gegenwart einer kleinen Menge von freier salpetriger Säure nöthig sei. Der Vollständigkeit halber sei auch der dießbezüglichen Stelle von L. Meyer noch Raum gegeben.

„Ich finde dagegen, daß Tyrosin, mit einer nach Städeler's Vorschrift aus reiner Salpetersäure und überschüssigem Quecksilberoxyd bereiteten Lösung jenes Salzes einen gelblich weißen, voluminösen Niederschlag gibt, der auch durch andauerndes Kochen seine Farbe nicht ändert. Dieser Niederschlag wird aber sofort dunkelkirschroth auf Zusatz einer ganz außerordentlich geringen Menge rother rauchender Salpetersäure, oder einer verdünnten, mit Salpetersäure schwach angesäuerten Lösung von salpetrigsaurem Kali."

L. Meyer erwähnt weiter, daß der dunkel kirschrothe Niederschlag auch nach dem Auswaschen nicht unerhebliche Mengen von Quecksilber enthält.

Die Angaben von L. Meyer über das Zustandekommen der Tyrosinreaction sind vollkommen richtig und lassen sich sehr leicht bestätigen, doch kann man bei der Vornahme der Reaction noch mehrere Einzelnheiten beobachten, welche beschrieben zu werden verdienen.

Um die Hoffmann'sche Tyrosinreaction nach den Angaben von Städeler, die, wie wir sahen, von L. Meyer ergänzt wurden,

---

[1]) Lothar Meyer. Über die Hoffmann'sche Reaction auf Tyrosin. Ann. d. Chemie und Pharmacie. N. Reihe. Bd. LVI. 1864. S. 156.

vorzunehmen, habe ich die nöthigen Flüssigkeiten folgendermaßen bereitet:

Die Tyrosinlösung war eine kalt gesättigte; es ist nun wohl wahr, daß man bei der, besonders im Winter, schwankenden Temperatur eines Laboratoriums niemals eine gleiche Concentration erhält, dieser Umstand hat jedoch keine Wichtigkeit.

Die Lösung des salpetersauren Quecksilberoxyds wurde durch Auflösen von frisch gefälltem Quecksilberoxyd in mäßig verdünnter von salpetriger Säure freier Salpetersäure dargestellt. Die Auflösung des Quecksilberoxyds in der Salpetersäure geschah in der Kälte, es wurde immer ein Überschuß von Quecksilberoxyd hinzugefügt und die Lösung vor der Anwendung filtrirt. Damit alle Stadien der Reaction sich in der zu beschreibenden Weise zeigen, muß ein Überschuß von Salpetersäure vermieden werden, dagegen ist ein Überschuß von salpetersaurem Quecksilberoxyd durchaus nicht schädlich.

Ein Theil concentrirter, von salpetriger Säure vollkommen freier Salpetersäure wurde mit 6—8 Theilen Wasser verdünnt.

Ein Theil salpetrigsaures Kali wurde in 10—12 Theilen Wasser aufgelöst.

Versetzt man nun die kalte Tyrosinlösung mit einem Überschuß von salpetersaurem Quecksilberoxyd, so bleibt die Mischung anfangs vollkommen klar und wasserhell. Nach 7—10 Minuten fängt die Flüssigkeit an sich zu trüben; die Trübung nimmt beständig zu und nach 1—2 Stunden hat sich endlich ein weißgelblicher, flockiger Niederschlag gebildet.

Beim Aufkochen verändert der Niederschlag sein Aussehen und seine Farbe, er wird pulverig und nimmt die Farbe des gepulverten Schwefels an.

Dieser gelbe pulverige Niederschlag tritt aber fast augenblicklich auf, wenn die mit salpetersaurem Quecksilberoxyd vermischte Tyrosinlösung ein- oder zweimal aufgekocht wird, wie es eben schon L. Meyer anführte; dagegen kommt er nicht zu Stande, sobald die Lösung des salpetersauren Quecksilberoxyds einen kleinen Überschuß an Salpetersäure enthält.

Beim Zusatz der Salpetersäure kann man auf zweifache Weise vorgehen: entweder läßt man den Niederschlag erkalten, oder gibt die Säure zu der warmen Flüssigkeit; in beiden Fällen ist aber ein Überschuß von Salpetersäure zu vermeiden.

Wird die Säure zum kalten Niederschlag gegeben, so bemerkt man in der Kälte auch nach zwei Stunden keine auffallende Veränderung, erst beim Aufkochen löst sich der Niederschlag zu einer klaren Lösung auf, die jedoch einen Stich in's Röthliche besitzt. Nach dem Erkalten zeigt sich zuerst eine Trübung und später ein weißer pulveriger krystallinischer Niederschlag, der sich beim Erwärmen wieder auflöst, um nach dem Erkalten neuerdings zu erscheinen.

Gibt man dagegen die Salpetersäure zum warmen Niederschlag (was eben vortheilhafter ist, um einen Überschuß der Säure zu vermeiden), so löst sich der Niederschlag beim Umschütteln und leichten Erwärmen, um nach dem Erkalten wieder zu erscheinen und beim nochmaligen Erwärmen sich abermals aufzulösen.

Beim Zusetzen einer salpetrige Säure enthaltenden Flüssigkeit treten verschiedene Erscheinungen auf, je nach dem der schon früher erzeugte Niederschlag kalt ist oder in verdünnter warmer Salpetersäure aufgelöst wurde.

Wie oben angeführt wurde, hat L. Meyer zuerst die Anwendung der salpetrigen Säure angerathen, da er erkannte, daß die Hoffmann'sche Tyrosinprobe nur dann gelingt, wenn in der Mischung freie salpetrige Säure vorhanden ist.

Ich bediene mich, wie ich früher erwähnte, einer verdünnten Lösung des salpetrigsauren Kali, da die Salpetersäure, welche zu der zu prüfenden Flüssigkeit hinzugesetzt wird, hinreicht, um das Kalisalz zu zersetzen und die nöthige geringe Menge freier salpetriger Säure zu erzeugen.

Setzt man einige Tropfen des salpetrigsauren Kali zu der warmen Lösung des Niederschlages, welche schon freie Salpetersäure enthält, so nimmt die Flüssigkeit augenblicklich eine schöne rothe Farbe an, die beim Abwarten noch intensiver wird. Läßt man nun die Flüssigkeit sehr rasch erkalten, so trübt sie sich und es entsteht ein rothbrauner Niederschlag, der sich beim Erwärmen wieder mit einer intensiv rothen Farbe löst und beim Erkalten neuerdings erscheint.

In manchen Fällen läßt sich dieses Experiment mehrere Male nach einander wiederholen; das Gelingen desselben hängt vorzugsweise von der zugesetzten Menge des salpetrigsauren Kali und von dem angewendeten Wärmegrad ab, und es ist nur zu bemerken, daß

beim längeren Kochen sich der schon lang bekannte rothbraune unlösliche Niederschlag bildet, während die Flüssigkeit farblos wird.

Wenn man dagegen das salpetrigsaure Kali zu dem schon mit kalter Salpetersäure behandelten Niederschlag hinzugibt, so bemerkt man anfangs in der Kälte gar keine Veränderung, nach und nach tritt jedoch eine rosenrothe Farbe auf und erst nach längerer Zeit ist auch der Niederschlag dunkel roth gefärbt. Dagegen löst sich beim Erwärmen der Mischung der weiße Niederschlag vollkommen auf und die Flüssigkeit nimmt eine schöne rothe Farbe an; beim raschen Erkalten bildet sich der rothbraune Niederschlag und überhaupt stimmt von nun an die Reaction mit dem überein, was kurz vorher beschrieben wurde.

Der rothbraune Niederschlag ist in kalter concentrirter Salpetersäure löslich; die Lösung hat eine schöne rothe Farbe, die sich beim Kochen in eine gelbrothe umwandelt. Die Löslichkeit der Niederschläge in Salpetersäure ist der Grund, warum man einen Überschuß dieser Säure vermeiden muß, wenn man die ganze Reihe der eben beschriebenen Reactionen beobachten will.

Ich versuchte nun, ob es möglich wäre eine krystallisirte Verbindung des Tyrosins mit dem Quecksilberoxyd darzustellen. Nach mehreren vergeblichen Proben gelangte ich folgendermaßen zum Ziel:

Eine kalt gesättigte Tyrosinlösung wurde zum Sieden gebracht und in die siedend heiße Flüssigkeit eine sehr verdünnte Lösung des salpetersauren Quecksilberoxyds vorsichtig zugesetzt, und zwar so lange, bis eine kleine herausgenommene Probe mit doppeltkohlensaurem Natron eine Trübung zu geben begann.

Mit dem Zusetzen von salpetersaurem Quecksilberoxyd muß man sehr behutsam sein, da ein kleiner Überschuß desselben allsogleich eine Trübung bedingt und man später nur unreine Krystalle erhält. Läßt man die Lösung langsam erkalten, so wird man nach 24 Stunden am Boden und an den Wänden des Gefäßes Krystalle finden, die unter dem Mikroskope betrachtet sich für gewöhnlich als doppelt vierseitige Pyramiden darstellen.

Diese Krystalle wusch ich mit kaltem Wasser aus, in welchem sie nur schwer löslich sind, da aus dem Waschwasser sich eine

zweite Verbindung des Tyrosins mit Quecksilberoxyd darstellen läßt, wie unten erörtert werden soll.

Der trockene Niederschlag stellt ein krystallinisches Pulver dar, welches entweder eine reine weiße oder auch sehr häufig eine schwach rosenrothe Farbe besitzt und nur eine geringe Menge hygroskopisches Wasser enthält. Alle die von mir untersuchten Verbindungen des Tyrosins mit Quecksilberoxyd enthalten keine Salpetersäure.

Das ganz weiße Pulver nimmt bei 100° getrocknet eine schwach röthliche Farbe an, ohne jedoch eine erwähnungswerthe Gewichtsabnahme zu erfahren.

Von diesen Krystallen unternahm ich blos eine Analyse.[1])

I. 0·2310 Grm. der bei 100° getrockneten Krystalle gaben 0·1660 Grm. Schwefelquecksilber, oder 0·1430 Grm. Quecksilber.

Nachdem mir bereits bekannt war, daß diese verhältnißmäßig großen Krystalle in kaltem Wasser schwer löslich sind, so versuchte ich, ob es möglich wäre, dieselben aus warmen Wasser umzukrystallisiren

Schon beim Kochen der Krystalle im Wasser konnte man sich überzeugen, daß dieselben sich nur in sehr geringer Menge gelöst und ihre Gestalt verändert hatten, da in dem Wasser höchst kleine feine Partikelchen schwammen, welche der Flüssigkeit ein trübes oder bei Bewegung derselben ein schillerndes Aussehen gaben.

Bei der mikroskopischen Untersuchung konnte ich mich leicht überzeugen, daß sich die großen Krystalle zu feinen Nadeln umgewandelt hatten. Dieselben wurden noch warm filtrirt und mit kochendem Wasser ausgewaschen. Aus der Mutterlauge setzte sich nach einiger Zeit eine kleine Portion ähnlicher nadelförmiger Krystalle ab.

Aus der letzteren wie auch aus dem Waschwasser ließ sich eine neue Verbindung des Tyrosins mit Quecksilberoxyd darstellen, wie weiter unten erörtert werden soll.

---

[1]) Alle quantitativ-analytischen Bestimmungen wurden im pathologisch-chemischen Laboratorium der Universität vorgenommen, da das kleine neugegründete physiologische Institut, das unter meiner Leitung steht, noch nicht alle die nöthigen Behelfe besitzt. Dem Herrn Collega Prof. Lerch spreche ich meinen wärmsten Dank aus für die Bereitwilligkeit, mit der Er mir die nöthigen Mittel zur Verfügung stellte.



Diese nadelförmigen Krystalle verändern sich bei 100° getrocknet nicht und enthalten nur eine höchst geringe Menge hygroskopisches Wasser.

II. 0·2064 Grm. der bei 100° getrockneten nadelförmigen Krystalle gaben 0·1480 Grm. Schwefelquecksilber oder 0·1276 Grm. Quecksilber;

III. 0·3033 Grm. der bei 100° getrockneten Krystalle gaben 0·2220 Grm. Schwefelquecksilber oder 0·1913 Grm. Quecksilber.

Die drei erhaltenen Resultate entsprechen der Formel:

$$\mathrm{C_9H_{11}NO_3 + 2HgO + 2H_2O}.$$

Diese fordert 61·62 Pct. Quecksilber.

Gefunden wurden:

I.	61·90	Pct. Quecksilber.
II.	61·82	„ „
III.	63·07	„ „

Ich versuchte das Krystallwasser direct zu bestimmen, aber dabei erfuhr die Verbindung eine Zersetzung.

Die großen Krystalle nahmen bei 110—120° eine schwach braun rothe Farbe an, ohne jedoch an Gewicht zu verlieren; erst beim langsamen Erwärmen bis 160—170° wurde die Farbe dunkler und die Gewichtsabnahme war eine verhältnißmäßig beträchtliche. Die nun vorgenommene mikroskopische Untersuchung ergab, daß sehr viele Krystalle noch ganz unverändert waren, andere hatten eine braune Farbe angenommen, und nur wenige waren zerfallen.

Die nadelförmigen Krystalle haben bis 160° erwärmt weder eine Farbenveränderung noch eine erwähnungswerthe Gewichtsabnahme erfahren, erst bei 170—180° trat eine leicht braune Färbung auf und die Gewichtsabnahme wurde beträchtlicher, jedoch zeigte die nachherige mikroskopische Untersuchung, daß sehr viele Krystalle noch ganz unverändert waren.

Die chemische Analyse und das gleiche Verhalten der beiden Krystallarten in einer höheren Temperatur zeigen mit Sicherheit, daß man es mit derselben chemischen Verbindung zu thun hat.

Ich habe oben erwähnt, daß aus dem Waschwasser der beiden krystallinischen Formen sich eine neue Verbindung des Tyrosins mit dem Quecksilberoxyd darstellen läßt; die Darstellungsweise bleibt nun dieselbe, mag man eine reine Tyrosinlösung oder das erwähnte Waschwasser anwenden; man versetzt nämlich die kochende Flüssigkeit mit einer verdünnten Lösung von salpetersaurem Quecksilberoxyd so lange, bis kein weiterer gelber Niederschlag entsteht. Der gut gewaschene Niederschlag zeigt sich unter dem Mikroskope als ein amorphes Pulver.

Die vorgenommenen Analysen dieser amorphen Verbindung ergaben folgende Resultate:

I. 0·2734 Grm. der bei 100° getrockneten Verbindung gaben 0·2228 Grm. Schwefelquecksilber oder 0·1921 Grm. Quecksilber.

II. 0·3038 Grm. der bei 100° getrockneten amorphen Verbindung lieferten 0·2486 Grm. Schwefelquecksilber oder 0·2143 Grm. Quecksilber.

III. 0·3170 Grm. der bei 100° getrockneten Verbindung gaben 0·2564 Grm. Schwefelquecksilber, also 0·2210 Grm. Quecksilber.

IV. 0·2956 der bei 100° getrockneten Substanz lieferten 0·2404 Grm. Schwefelquecksilber oder 0·2072 Grm. Quecksilber.

Die erhaltenen Resultate entsprechen der Formel:

$$C_9H_{11}NO_3 + 3HgO + H_2O.$$

Diese fordert 70·84 Pct. Quecksilber.

Gefunden wurden:

I.	70·26	Pct. Quecksilber.
II.	70·54	„ „
III.	69·72	„ „
IV.	70·10	„ „

Diese amorphe Verbindung nahm bei 110—120° nur höchst wenig an Gewicht ab, wohl aber trat eine Farbeveränderung als Zeichen einer beginnenden Zersetzung ein; jedoch erst bei 120—130° nahm die Gewichtsabnahme sehr stark zu, so daß auf eine directe Bestimmung des Wassers nicht zu denken war [1]).

[1]) Es ist möglich, daß auch eine amorphe Verbindung vorkomme, welche dieselbe chemische Zusammensetzung besitzt wie die beiden oben erwähnten krystallini-

Bei Beschreibung der Erscheinungen der Tyrosinreaction erwähnte ich, daß beim Vermischen einer kaltgesättigten Tyrosinlösung mit salpetersaurem Quecksilberoxyd nach einiger Zeit ein weißgelber Niederschlag entsteht. Nach den von mir vorgenommenen Analysen scheint dieser Niederschlag in den meisten Fällen ein Gemisch von mehreren Verbindungen zu sein, wie es nicht anders zu erwarten ist, wenn man bedenkt, daß man kein Zeichen hat das Zusetzen des Reagens in dem geeigneten Moment zu unterbrechen, was bei der Darstellungsweise der zwei anderen Verbindungen wohl möglich ist.

Wir sahen oben, daß die amorphe Verbindung des Tyrosins mit dem Quecksilberoxyd in warmer verdünnter Salpetersäure löslich ist, und daß nach dem Erkalten ein weißröthlicher Niederschlag entsteht. Derselbe besteht aus kleinen, bald einzelnstehenden, bald gruppirten Krystallen und aus Molekülen von krystallinischem Aussehen.

Dieser krystallinische Niederschlag wurde von mir ebenfalls analysirt und zwar mit folgendem Ergebniß:

I. 0·2890 Grm. der bei 100° getrockneten Verbindung lieferten 0·2130 Grm. Schwefelquecksilber, also 0·1836 Grm. Quecksilber.

II. 0·2000 Grm. des bei 100° getrockneten Niederschlages gaben 0·1472 Grm. Schwefelquecksilber, also 0·1269 Grm. Quecksilber.

Die beiden Analysen führen zu der Formel:

$$C_9H_{11}NO_3 + 2HgO + H_2O$$

welche 63·39 Pct. Quecksilber verlangt.

Gefunden wurden:

I. 63·53 Pct. Quecksilber.
II. 63·40 „ „

Der rothbraune Niederschlag, welchen man am Ende der Tyrosinreaction erhält, wurde von mir nicht untersucht, da derselbe nach der Angabe von L. Meyer nicht unerhebliche Mengen von Quecksilber enthält.

---

schen Verbindungen nämlich $C_9H_{11}NO_3 + 2HgO + 2H_2O$, da ich aber nicht im Stande war, die Bedingungen zu ermitteln, unter welchen diese Verbindung entsteht, so unterlasse ich es, die Ergebnisse der Analysen anzuführen.

Es wäre gewiß von Wichtigkeit gewesen zu ermitteln, ob die Möglichkeit vorliege eine Methode ausfindig zu machen, um das Tyrosin volumetrisch zu bestimmen, es gebrach mir aber zur Lösung dieser Frage an Zeit; ich hoffe jedoch dieselbe bald in Angriff nehmen zu können.

Es ist schon den meisten Chemikern aufgefallen, daß die Hoffmann'sche Tyrosinreaction mit der Reaction von Millon für die Albuminsubstanzen die größte Ähnlichkeit besitzt.

In Hinsicht dessen fand ich, daß folgende bis jetzt von mir untersuchten Albuminsubstanzen gegen salpetersaures Quecksilberoxyd, Salpeter- und salpetrige Säure sich dem Tyrosin fast vollständig ähnlich verhalten.

1. Eiereiweiß;

2. Kalialbuminat in verdünnter Kalilauge gelöst und so lange mit Essigsäure versetzt, bis die erste Trübung entsteht;

3. Serumeiweiß;

4. Paraglobulin;

5. Fibrin, aus Ochsenblut geschlagen und gut gewaschen;

6. Syntonin durch Auflösen von Fibrin in verdünnter Salzsäure;

7. Kleber aus Weizenmehl durch Kneten dargestellt.

Bei den gelösten Albuminsubstanzen treten die Reactionserscheinungen folgendermaßen auf:

Mit kaltem salpetersauren Quecksilberoxyd entsteht ein weißer Niederschlag, welcher beim Erwärmen sich strohgelb färbt; beim Hinzufügen von salpetrigsaurem Kali nimmt der voluminöse Niederschlag eine rosenrothe Farbe an und erst beim Versetzen mit Salpetersäure ballt sich derselbe zusammen und färbt sich braunroth; ein Überschuß von Salpetersäure muß vermieden werden, damit der Niederschlag sich nicht entfärbe.

Die festen Albuminstoffe verhalten sich gleich selbstverständlich mit dem Unterschiede, daß beim Versetzen mit kaltem salpetersauren Quecksilberoxyd keine weiße Färbung entsteht.

Hieraus ersieht man, daß auch für die Albuminsubstanzen eine geringe Menge von freier salpetriger Säure vorhanden sein muß, damit die charakteristische rothe Farbe entstehe, wie einige Chemiker richtig angeben.

Das Millon'sche Reagens kann ganz einfach so bereitet werden, daß man einer filtrirten Lösung von salpetersaurem Quecksilberoxyd etwas salpetrigsaures Kali hinzusetzt und erst bei Vornahme der Reaction die nöthige Menge Salpetersäure hinzufügt.

XIX. SITZUNG VOM 15. JULI 1869.

Das k. k. Ministerium des Innern übermittelt mit Zuschrift vom 12. Juli l. J. die graphischen Darstellungen der Eisverhältnisse an der Donau in Oberösterreich während des Winters 1868/69.

Der Secretär legt folgende eingesendete Abhandlungen vor:

„Revision der zur natürlichen Familie der Katzen *(Feles)* gehörigen Formen". IV. Abtheilung, und „Die natürliche Familie der Spitzhörnchen *(Cladobatae)*", beide von Herrn Dr. L. J. Fitzinger in Pest.

Eine Notiz über die Bestandtheile des Krapp, von Herrn Prof. Dr. Fr. Rochleder in Prag, für den Anzeiger.

„Analyse der beiden Johannisbrunnen nächst Straden bei Gleichenberg in Steiermark"; „Analyse der Hauptquelle im st. l. Curorte Neuhaus bei Cilli in Steiermark" und „Notiz über die „von Pettenkofer'sche Methode der Kohlensäurebestimmung", sämmtlich von Herrn Prof. Dr. J. Gottlieb in Graz.

„Über Molybdänsäure und ihre Verbindungen", von Herrn Ullik in Graz, eingesendet durch Herrn Prof. Gottlieb.

„Ichthyologische Notizen" (IX), von Herrn Dr. Fr. Steindachner.

„Über die sogenannten accessorischen Gelenkshöcker an der *Pars basilaris ossis occipitis* und einige Formen von ungewöhnlicher Gelenksverbindung zwischen dem Zahnfortsatz des *Epistropheus* und dem Hinterhauptsknochen", von Herrn Prosector Dr. A. Friedlowsky.

Herr Hofrath und Prof. Dr. E. Brücke überreicht folgende zwei in seinem physiologischen Institute ausgeführte Arbeiten:

1. „Beitrag zur Kenntniß des feineren Baues der Brunner-schen Drüsen", von Herrn med. stud. A. Schlemmer;

2. „Zur Kenntniß der Purkinje'schen Fäden", vom Herrn med. stud. A. Frisch.

Herr Prof. H. Hlasiwetz übergibt zwei in seinem Laboratorium ausgeführte Abhandlungen, u. z.:

1. „Über das Bijodphenol", von ihm selbst gemeinschaftlich mit Herrn Dr. P. Weselsky.

2. „Untersuchung des Sandelholzes", von Herrn H. Weidel.

Herr Prof. Dr. Edm. Weiß legt als letzten Bericht der vorjährigen österr. Sonnenfinsterniß-Expedition die Bearbeitung der in Aden ausgeführten Sternschnuppenbeobachtungen vor.

Herr Prof. Dr. L. Ditscheiner übergibt eine Abhandlung: „Über den Gangunterschied und das Intensitätsverhältniß der bei der Reflexion an Glasgittern auftretenden parallel und senkrecht zur Einfallsebene polarisirten Strahlen".

Herr Dr. Th. Meynert, Prosector an der Wiener Irrenanstalt, legt eine Abhandlung vor, betitelt: „Beiträge zur Erkenntniß der centralen Projection der Sinnesoberflächen".

Herr Dr. C. Gußenbauer überreicht eine Abhandlung: Über das Gefäßsystem der äußeren weiblichen Genitalien".

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Accademia delle Scienze dell' Istituto di Bologna. Memorie. Serie II., Tomo VIII., Fasc. 3. Bologna, 1869; 4°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXVIII, Nr. 26. Paris, 1869; 4°.

Cosmos. XVIII[e] Année. 3[e] Série. Tome V, 2[e] Livraison. Paris, 1869; 8°.

Gesellschaft, astronomische: Vierteljahrsschrift. IV. Jahrg. 2. Heft. Leipzig, 1869; 8°.

— naturforschende, in Emden: Kleine Schriften. XIV. Emden, 1869; 4°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Verhandlungen und Mittheilungen. XXX. Jahrg., Nr. 24. Wien, 1869; 8°.

Harz-Verein für Geschichte und Alterthumskunde zu Wernigerode: Beiträge zur Alterthumskunde der Grafschaft Wernigerode. I—II. Wernigerode, 1867 & 1868; 4°. — Zur zweiten ordentl. Hauptversammlung des Harz-Vereins. Wernigerode, 1869; kl. 4°. — Festschrift zur Feier seines 25jährigen Bestehens. Wernigerode, 1868; 8°. — Kesslin, Chr. Fr., Nachrichten von Schriftstellern und Künstlern der Grafschaft Wernigerode

vom Jahre 1074—1855. Wernigerode, 1856; 8o. — Leibrock, Gust. Ad., Chronik der Stadt und des Fürstenthums Blankenburg etc. I. und II. Bd. Blankenburg, 1864 & 1865; 8o. — Grote, J., Verzeichniß jetzt wüster Ortschaften etc. Wernigerode, 1863; 8o. — Jacobs, Ed., Die ehemalige Büchersammlung Ludwigs, Grafen zu Stolberg (geb. 1505, † 1574) in Königstein etc. Wernigerode, 1868; 8o. — *Idem*, Früheste Erwähnung der noch bestehenden Ortschaften des Herzogthums Magdeburg (mit Ausschluß des Saalkreises). Magdeburg, 1864; 8o. — Friedrich, A., Geschichte der Wohlthätigkeits-Anstalten Wernigerode's. Wernigerode, 1863; 4o. — Jache, C. F., Übersicht der in der Grafschaft Wernigerode aufgefundenen mineralogisch einfachen Fossilien, nebst Angabe des Fundortes. Wernigerode 1852; 4o. — Friedrich, A., *Crania germanica Hartagowensia.* Nordhausen, 1865; 4o.

Istituto, R., Veneto di Scienze, Lettere ed Arti: Atti. Tome XIV° Serie III^a, Disp. 7^a. Venezia, 1868—69; 8o.

Landbote, Der steirische. II. Jahrgang, Nr. 14. Graz, 1869; 4o.

Lotos. XIX. Jahrgang. Juni 1869. Prag; 8o.

Mittheilungen des k. k. Artillerie-Comité. Jahrgang 1869, 4. Heft. Wien; 8o.

Orlandini, Cesare Claudio, Rivelazioni astronomiche aggiunte alla declamazione filosofica. Bologna, 1869; 8o.

Plücker, Julius, Neue Geometrie des Raumes etc. II. Abtheilung. Herausgegeben von Felix Klein. Leipzig, 1869; 4o.

Reichsanstalt, k. k. geologische: Verhandlungen. Jahrg. 1869, Nr. 9. Wien; 4o.

Revue des cours scientifiques et littéraires de la France et de l'étranger. VIe Année, Nr. 32. Paris & Bruxelles, 1869; 4o.

Wiener Landwirthschaftliche Zeitung. XIX. Jahrgang, Nr. 28. Wien, 1869; 4o.

— Medizin. Wochenschrift. XIX. Jahrgang, Nr. 55—56. Wien, 1869; 4o.

Über das Bijodphenol.

Von H. Hlasiwetz und P. Weselsky.

(Vorläufige Mittheilung.)

Es sind drei isomere Monojodphenole bekannt, die bei der Auswechslung des Jodes durch HO drei isomere Bihydroxylphenole liefern. Die Reaction vollzieht sich am Besten durch Schmelzen mit Kalihydrat.

$$C_6H_4\begin{cases}J\\HO\end{cases} + KHO = KJ + C_6H_4\begin{cases}HO\\HO\end{cases}$$

In dieser Weise lieferte das Orthojodphenol Hydrochinon; das Parajodphenol Resorcin, und das Metajodphenol Brenzcatechin. (Körner, Annal. der Chemie CXXXVII. pag. 215.)

Von den drei theoretisch möglichen Bijodphenolen ist bis jetzt blos eines, und dieses noch ziemlich unvollkommen gekannt. Es entsteht nach Schützenberger und Sengenwald bei der Einwirkung von Chlorjod auf Phenol, nachherige Behandlung der braunen Masse mit Natronlauge, fällen mit Salzsäure und auskochen des niederfallenden Rohproductes mit Alkohol.

Consequenterweise müßte nun von den drei Bijodphenolen zu den drei isomeren Trihydroxylphenolen

$$C_6H_3\begin{cases}HO\\HO\\HO\end{cases}$$

zu gelangen sein, davon das eine die Pyrogallussäure, das andere das Phloroglucin sein könnte; das dritte wäre noch zu entdecken.

Um diese Frage durch den Versuch entscheiden zu können, haben wir zuerst eine andere Methode versucht, Jodsubstitutionsproducte des Phenol zu erzielen, und da diese das gewünschte Resultat gegeben hat, und wahrscheinlich einer größeren Anwendung fähig ist, so beschreiben wir diese zunächst, und werden in einer späteren

Mittheilung auf die Umwandlungsproducte der so gewonnenen jodirten Verbindungen näher eingehen.

Was zunächst das Phenol betrifft, so sind bis jetzt vier Verfahrungsweisen befolgt, den Wasserstoff durch Jod zu ersetzen.

1.) die Einwirkung von Jod und Jodsäure, auf eine alkalische Lösung des Phenols (Kekulé, Körner);

2.) die Zersetzung des Schwefelsäure-Diazo und Paradiazojodbenzols durch siedendes Wasser (Grieß und Körner);

3.) die Einwirkung des Chlorjodes auf Phenol (Schützenberger und Sengenwald);

4.) die Zersetzung der Jodsalicylsäure (Lautemann, Kekulé).

Von diesen Methoden ist die praktisch vortheilhafteste offenbar die erste, nach Beobachtungen von Kekulé durch Körner eingeführte[1]). In ihrem Wesen läßt sich auch die Reaction 3. und das bei der Jodirung der Salicylsäure von Lautemann angewendete Verfahren, auf die Methode 1 zurückführen, Jod bei Gegenwart von Alkalien auf die zu substituirende Verbindung einwirken zu lassen.

Noch vortheilhafter und glatter aber schiene der Vorgang verlaufen zu müssen, wenn das Jod bei Gegenwart eines leichter reducirbaren Metalloxydes, dessen Jodür zudem unlöslich ist, auf die organische Verbindung reagirt, so daß man z. B. bei Anwendung von Quecksilberoxyd denselben ausdrücken könnte durch:

$$\underbrace{2C_6H_6O} + HgO + J_4 = \underbrace{2C_6H_5JO} + \underbrace{HgJ_2} + \underbrace{H_2O}$$

Nach unserer Erfahrung vollzieht sich der Proceß wirklich so, und zwar am besten, wenn man die Materialien in den theoretischen Verhältnissen bei Gegenwart von Weingeist auf einander wirken läßt. (Nur von Quecksilberoxyd wird etwas mehr gebraucht als die Theorie verlangt.) [2])

Man operirt in einem Kolben und trägt in die alkoholische Phenollösung Jod und Quecksilberoxyd unter fortwährendem Schwen-

[1]) L. c. 213.

[2]) E. Lipppmann. der eine interessante Studie über die Einwirkung des Jod und Quecksilberoxyd auf Amylen gemacht hat (Zeitschrift für Chemie 1867, pag. 17), findet, daß durch dieselbe mehrere Jodhydrine gebildet werden, die sich auf eine vorausgehende Bildung von unterjodiger Säure zurückführen lassen.

Ob die Bildung dieses Zwischengliedes auch in unserem Falle angenommen werden müßte, mag dahin gestellt sein. Beweisen läßt sie sich nicht.

ken, in kleinen Partien ein; von Quecksilberoxyd (auf nassem Wege dargestellt) immer so viel, daß die braune Flüssigkeit sich wieder entfärbt; nach beendigter Reaction, die in kürzester Zeit unter Erwärmen der Flüssigkeit (die man durch Abkühlen des Gefäßes etwas mäßiget,) verlauft, wird filtrirt und der Schlamm von Jodquecksilber und überschüssigem Quecksilberoxyd mit Weingeist ausgewaschen.

Es muß gleich bemerkt werden, daß sich nach diesem Verfahren besonders leicht Bijodphenol bildet, und selbst wenn man mit den für das Monojodphenol berechneten Quantitäten der Materialien operirt, entsteht neben Monojodphenol, welches sich vornehmlich in dem weingeistigen Filtrat findet, eine gewisse Quantität Bijodphenol, welches als schwerer löslich bei dem abfiltrirten Jodquecksilber zurückbleibt, von welchem es durch Behandeln dieses Rückstandes mit ganz verdünntem Ätzkali oder besser noch Pottaschenlösung und Fällen des Filtrates mit Salzsäure gewonnen werden kann. Die alkoholische Flüssigkeit hinterläßt nach dem Abdestilliren des Weingeistes ein bräunliches Öl von dem penetranten haftenden Geruch des Monojodphenols, welches man, wie Körner[1]) angibt, reinigen kann.

Es besteht nach seiner Zersetzung mit Kalihydrat zu schließen, vornehmlich aus Parajodphenol, welches Körner nur aus Paradiazojodbenzol darstellen konnte, daneben muß sich eine kleine Menge Metajodphenol gebildet haben, denn schmilzt man das Product mit Kalihydrat so lange, bis eine herausgenommene abgesättigte Probe keine Ausscheidung mehr gibt, und verfährt im Übrigen in bekannter Weise, so erhält man ein Gemenge von viel Resorcin mit wenig Brenzcatechin, welches sich von dem ersteren durch Bleizuckerlösung abtrennen läßt. Das Resorcin zuletzt durch Destillation gereiniget, wurde analysirt

	$C_6H_6O_2$	Gefunden
C . . .	65·5	65·1
H . . .	5·5	5·7

Das Brenzcatechin konnte nur durch qualitative Reaction constatirt werden.

[1]) L. c. 214.

Bijodphenol.

Man operirt wie vorhin angegeben, mit der der Gleichung:

$$\underbrace{2C_6H_6O} + J_8 + 2HgO = \underbrace{2C_6H_4J_2O} + 2HgJ_2 + 2H_2O$$

ausgedrückten Menge von Phenol und Jod, und erhält einen Theil des Productes in der alkoholischen Flüssigkeit, die nach dem Verjagen des Alkohols bald krystallinisch erstarrt, während ein anderer beim Jodquecksilberrückstand hinterbleibt, woraus er durch Auskochen mit kohlensaurer Kalilösung und Fällung mit Salzsäure erhalten wird.

Die aus der alkoholischen Lösung erhaltenen Krystalle werden von der dicken Mutterlauge durch Pressen befreit, und von einer Quantität mitgelöstem und krystallisirtem Jodquecksilber eben so durch Behandlung mit kohlensaurem Kali getrennt. Endlich wird das vereinigte Rohproduct aus verdünntem Weingeist wiederholt umkrystallisirt.

Das Bijodphenol kann vollkommen farblos erhalten werden, hat jedoch meistens einen Stich ins Graue; die Krystalle aus verdünnter Lösung erhalten, sind weich, seidenglänzend, verfilzt. Sie besitzen einen schwachen aber haftenden, dem Monojodphenol ähnlichen Geruch, und lösen sich leicht in Alkohol, Äther und Schwefelkohlenstoff. Sie sind sublimirbar, werden erst bei hoher Temperatur zersetzt und schmelzen bei 150° C.

Die Analysen von Producten verschiedener Bereitung gaben:

I.	0·3625 Grm.	Substanz	0·4935 Grm.	Jodsilber.
II.	0·443	„	0·602	„
III.	0·689	„	0·9365	„

	$C_6H_4J_2O$	Gefunden		
		I.	II.	III.
J	= 73·4	73·6	73·4	73·4

Das Bijodphenol kann mit concentrirtester wässeriger oder alkoholischer Ätzkalilösung stundenlang gekocht werden, ohne sich merklich zu zersetzen. Schmilzt man es mit Kalihydrat in einer Silberschale so lange, bis herausgenommene Proben in Wasser gelöst, und mit einer Säure gesättiget, nicht mehr gefällt werden, behan-

delt dann die gelöste und abgesättigte Schmelze mit Äther, destillirt diesen ab, so hinterbleibt eine nicht bedeutende Menge eines dickflüssigen braunen Rückstandes, der nicht zum Krystallisiren zu bringen war, und von dem wir für heute nur angeben können, daß er sicher kein Phloroglucin, dagegen kleine Mengen Brenzcatechin enthält, neben einem dritten der Menge nach geringen Körper, welchen wir noch nicht in einem für die Analyse brauchbaren Zustand darstellen konnten, und von dem wir glauben, daß er nicht sowohl das reine Product der Reaction, als vielmehr deren secundäres Zersetzungsproduct ist. Die Gegenwart der Pyrogallussäure bemühten wir uns vergebens festzustellen.

Mit demselben Resultate verlauft der Vorgang mit Bibromphenol, wie Herr Reim im hiesigen Laboratorium gefunden hat.

Über Molybdänsäure und ihre Verbindungen.

Von Franz Ullik.

Vertretung der Schwefelsäure durch Molybdänsäure in isomorphen Doppelsalzen.

In meiner ersten Abhandlung über die Verbindungen der Molybdänsäure theilte ich Versuche mit über die Vertretung dieser Säure in ihren Doppelsalzen durch Schwefelsäure und Chromsäure [1]). Ein Resultat derselben berührte ich nur flüchtig, da ich es noch nicht eingehender studirt hatte. Ich machte die Angabe, daß beim Vermischen der Lösungen von molybdänsaurer Magnesia und des schwefelsauren Ammons und Verdunsten, ein Salz in schönen, großen Krystallen erhalten wird, welche Ammon, Magnesia, Molybdänsäure und Schwefelsäure enthalten, und daß diese Verbindung eine ganz eigenthümliche Zusammensetzung zu haben scheine. Die nähere Untersuchung dieser Krystalle ergab, daß sie nebst den angeführten Bestandtheilen noch Wasser enthalten und daß ihre quantitative Zusammensetzung je nach der Bereitung eine verschiedene ist. Daraus war der Schluß auf isomorphe Mischungen zu ziehen, als welche sich jene Krystalle auch erwiesen. Sie gehören nämlich in die bekannte Reihe der isomorphen Doppelsalze der sogenannten Magnesiumgruppe und sind als $MgO, NH_4O, \left.\begin{matrix} xMoO_3 \\ ySO_3 \end{matrix}\right\} + 6HO$, als schwefelsaure Ammonmagnesia zu betrachten, in welcher wechselnde Mengen von Schwefelsäure durch Molybdänsäure vertreten sind. Man erhält sie sehr leicht, wenn man Lösungen von molybdänsaurer Magnesia ($MgO, MoO_3 + 7HO$) und schwefelsaurem Ammon, oder von

---

[1]) Sitzb. d. k. Akad. d. Wissensch. in Wien. LV. II. Abth. Mai 1867. S. 814.

schwefelsaurer Magnesia und molybdänsaurem Ammon (NH_4O, MoO_3) vermischt und zur Krystallisation bringt. Auch gelangt man dazu durch Behandlung eines Gemenges von Molybdänsäure mit schwefelsaurer Magnesia, mit verdünntem Ätzammoniak, und Krystallisirenlassen. Läßt man die Lösungen freiwillig verdampfen, oder bewirkt man die Krystallisation durch Abdampfen und Abkühlen, so sind die Salze arm an Molybdänsäure, und zwar desto ärmer, je länger die Verdunstung dauerte, d. h. je verdünnter die Lösungen waren. Geht aber die Krystallisation rasch vor sich, so sind die Krystalle reich an Molybdänsäure; dies ist auch dann der Fall, wenn die Lösungen einen bedeutenden Überschuß von molybdänsaurem Ammon enthalten. Solche Krystalle erhält man daher, wenn man heiße, concentrirte oder gesättigte Lösungen beider einfachen Salze vermischt und durch Abkühlen zum Krystallisiren bringt, oder wenn man auf ein Äquivalent schwefelsaurer Magnesia viel mehr als ein Äquivalent molybdänsaures Ammon nimmt und freiwillig verdunsten läßt. Der Grund dieser Erscheinung liegt in dem Verhalten der Lösung des molybdänsauren Ammons, welches beim freiwilligen oder mit Hilfe der Wärme bewirkten Verdampfen sich zersetzt, indem NH_3 entweicht und das Salz $3NH_4O, 7MoO_3 + 4HO$ entsteht, welches an der Bildung des Doppelsalzes nicht Theil nimmt. Bei der Bereitung der an Molybdänsäure ärmeren Doppelsalze durch langsame Verdunstung oder Abdampfen in der Wärme und Abkühlen, schießen auch aus der letzten Mutterlauge ansehnliche Mengen jenes säurereichen Ammonsalzes an. Dieselbe Ursache mag auch das Verhalten der molybdänsäurereichen Doppelsalze haben. Während nämlich die molybdänsäurearmen Doppelsalze luftbeständig sind, zersetzen sich jene beim Liegen an der Luft ziemlich schnell, indem sie Ammoniak und Wasser abgeben; dies ist besonders bei der Analyse derselben zu beachten, welche, um richtige Resultate zu liefern, so rasch als möglich nach der Darstellung vorgenommen werden muß.

Diese Doppelsalze krystallisiren klinorhombisch; die molybdänsäureärmern sind mitunter ziemlich groß, sehr gut ausgebildet, besitzen lebhaften Glasglanz und Durchsichtigkeit und sind im Wasser leicht löslich. Beim Erhitzen verlieren sie Ammoniak und Wasser und hinterlassen ein Gemenge von schwefelsaurer und molybdänsaurer Magnesia. Bei der Analyse dieser Verbindungen wurden direct bestimmt: die Magnesia, die Schwefelsäure, das Ammon, dann Wasser

und Ammon zusammen. Nach Abzug von Magnesia, Schwefelsäure, Ammon und Wasser ergab sich die Molybdänsäure aus dem Verlust. Aus der direct bestimmten Summe von NH_4O und HO ergab sich nach Abzug des Ammons die Menge des Wassers. Magnesia, Schwefelsäure und Ammon wurden nach den bekannten gewöhnlichen Methoden bestimmt. Die Bestimmung von $NH_4O + HO$ geschah durch allmählig bis zum Glühen gesteigertes Erhitzen des gepulverten Salzes mit einer überschüssigen Menge vollkommen reinen und innig damit gemengten Bleioxydes.

Ich habe sechs solche in ihrer Zusammensetzung variirende Salze analysirt.

I. Dargestellt durch Vermischen mäßig concentrirter Lösungen von molybdänsaurer Magnesia und schwefelsaurem Ammon und freiwilliges Verdunsten.

0·6156 Grm. gaben 0·6156 pyrophosphors. Magnesia entsprechend 0·0648 = 10·526 Pct. Magnesia.

0·8776 Grm. gaben 0·8745 schwefels. Baryt entsprechend 0·3002 = 34·206 Pct. Schwefelsäure.

0·7324 Grm. gaben 0·3036 Ammon + Wasser = 41·452 Pct. Ammon + Wasser.

0·5028 Grm. gaben 0·2301 Platin entsprechend 0·0606 = 12·052 Ammon.

Für Molybdänsäure ergibt sich: 100—86·184 = 13·816 Pct.; für Wasser 41·452—12·052 = 29·400 Pct.

Die procentische Zusammensetzung ist somit:

		Sauerstoffgehalt		Verhältniß des Sauerstoffgehaltes
Magnesia	10·526	4·210		1
Ammon	12·052	3·708		0·88
Schwefelsäure	34·206	20·523	25·26	6
Molybdänsäure	13·816	4·737		
Wasser	29·400	26·133		6·207

Die Verhältnißzahlen der Sauerstoffgehalte nähern sich genügend den Zahlen 1 : 1 : 6 : 6.

II. Erhalten durch freiwilliges Verdampfen der vereinigten Lösungen von molybdänsaurem Ammon und schwefelsaurer Magnesia.

a) 0·7720 Grm. gaben 0·233 phosphors. Magnesia entsprechend 0·0840 Magnesia.

1·5288 Grm. gaben 1·6730 schwefels. Baryt entsprechend 0·5744 Schwefelsäure.

0·7223 Grm. gaben 0·3054 Ammon + Wasser.

0·6897 Grm. gaben 0·3488 Platin entsprechend 0·0918 Ammon.

b) 0·7089 Grm. gaben 0·2140 pyrophosphors. Magnesia entsprechend 0·0771 Magnesia.

1·029 Grm. gaben 1·1154 schwefels. Baryt entsprechend 0·3829 Schwefelsäure.

0·7126 Grm. gaben 0·3024 Ammon + Wasser.

In Procenten:

	a	b	Mittel
Magnesia	10·880	10·876	10·878
Schwefelsäure	37·571	37·210	37·390
Ammon + Wasser	42·281	42·436	42·358
Ammon	13·310	—	13·310

Molybdänsäure = 100—90·626 = 9·374 Pct.; Wasser = 42·358—13·310 = 29·048 Pct.

		Sauerstoffgehalt		Verhältniß
Magnesia	10·878	4·351		1
Ammon	13·310	4·095		0·941
Schwefelsäure	37·390	22·428	25·642	5·893
Molybdänsäure	9·374	3·214		
Wasser	29·048	25·820		5·934

III. Erhalten durch Abdampfen der vereinigten Lösungen von schwefelsaurer Magnesia und molybdänsaurem Ammon bis zur Salzhaut und Krystallisirenlassen.

0·6220 Grm. gaben 0·1903 pyrophosphors. Magnesia entsprechend 0·0685 = 11·012 Pct. Magnesia.

0·5824 Grm. gaben 0·709 schwefels. Baryt entsprechend 0·2434 = 41·792 Pct. Schwefelsäure.

0·9238 Grm. gaben 0·4043 Ammon + Wasser = 43·764 Pct. Ammon + Wasser.

0·6066 Grm. gaben 0·3208 Platin entsprechend 0·0845 = 13·930 Pct. Ammon.

Molybdänsäure = 100—96·568 = 3·432 Pct.; Wasser = 43·764—13·930 = 29·834 Pct.

		Sauerstoffgehalt		Verhältniß
Magnesia	11·912	4·404		1
Ammon	13·930	4·286		0·973
Schwefelsäure	41·792	25·075	26·251	5·960
Molybdänsäure	3·432	1·176		
Wasser	29·834	26·519		6·021

IV. Dargestellt durch freiwilliges Verdampfen der vermischten concentrirten Lösungen von schwefelsaurer Magnesia und molybdänsaurem Ammon, wobei auf ein Äquivalent schwefelsaurer Magnesia ungefähr zwei Äquivalente molybdänsaures Ammon genommen wurde.

0·6649 Grm. gaben 0·1700 pyrophosphors. Magnesia entsprechend 0·0612 = 9·204 Pct. Magnesia.

0·7036 Grm. gaben 0·3374 schwefels. Baryt entsprechend 0·1158 = 16·458 Pct. Schwefelsäure.

0·7773 Grm. gaben 0·2781 Ammon + Wasser = 35·777 Pct. Ammon + Wasser.

0·7507 Grm. gaben 0·3390 Platin entsprechend 0·0892 = 11·882 Pct. Ammon.

Molybdänsäure = 100—61·439 = 38·561 Pct.; Wasser = 35·777—11·882 = 23·895 Pct.

		Sauerstoffgehalt		Verhältniß
Magnesia	9·204	3·681		1
Ammon	11·882	3·636		0·993
Schwefelsäure	16·458	9·874	23·095	6·274
Molybdänsäure	38·561	13·221		
Wasser	23·895	21·240		5·770

V. Erhalten durch Vermischen der heißen sehr concentrirten Lösungen gleicher Äquivalente von molybdänsaurer Magnesia und schwefelsaurem Ammon und Erkaltenlassen.

a) 0·8342 Grm. gaben 0·2290 pyrophosphors. Magnesia entsprechend 0·0825 Magnesia.

0·9647 Grm. gaben 0·5628 schwefels. Baryt entsprechend 0·1932 Schwefelsäure.

1·0465 Grm. gaben 0·3878 Ammon + Wasser.

0·7425 Grm. gaben 0·3385 Platin entsprechend 0·0891 Ammon.

b) 0·5731 Grm. gaben 0·1540 pyrophosphors. Magnesia entsprechend 0·0555 Magnesia.

0·6864 Grm. gaben 0·2524 Ammon + Wasser.

0·9777 Grm. gaben 0·4443 Platin entsprechend 0·1170 Ammon.

In Procenten:

	a	*b*	Mittel
Magnesia	9·888	9·684	9·786
Schwefelsäure	20·026	—	20·026
Ammon + Wasser . .	37·057	36·771	36·914
Ammon	12·000	11·966	11·983

Molybdänsäure = 100—66·726 = 33·274 Pct.; Wasser = 36·914—11·983 = 24·931 Pct.

		Sauerstoffgehalt		Verhältniß
Magnesia	9·786	3·914		1
Ammon	11·983	3·687		0·942
Schwefelsäure . . .	20·026	12·015	23·423	5·984
Molybdänsäure . .	33·274	11·408		
Wasser	24·931	22·161		5·662

VI. Dargestellt durch Vermischen heißer sehr concentrirter Lösungen gleicher Äquivalente von schwefelsaurer Magnesia und molybdänsaurem Ammon und Krystallisiren durch Erkalten.

a) 0·7795 Grm. gaben 0·2210 pyrophosphors. Magnesia entsprechend 0·0796 Magnesia.

0·5803 Grm. gaben 0·4780 schwefels. Baryt entsprechend 0·1641 Schwefelsäure.

0·6755 Grm. gaben 0·2749 Ammon + Wasser.

0·6120 Grm. gaben 0·2962 Platin entsprechend 0·0780 Ammon.

b) 0·6882 Grm. geben 0·1930 pyrophosphors. Magnesia entsprechend 0·0695 Magnesia.

0·6223 Grm. gaben 0·5130 schwefels. Baryt entsprechend 0·1761 Schwefelsäure.

0·8485 Grm. gaben 0·3435 Ammon + Wasser.

In Procenten:

	a	*b*	Mittel
Magnesia	10·211	10·098	10·154
Schwefelsäure	28·278	28·298	28·288
Ammon + Wasser . . .	40·695	40·483	40·589
Ammon	12·745	—	12·745

Molybdänsäure = 100—79·031 = 20·969 Pct.; Wasser = 40·589—12·745 = 27·844 Pct.

		Sauerstoffgehalt		Verhältniß
Magnesia	10·154	4·061		1
Ammon	12·745	3·922		0·965
Schwefelsäure . . .	28·288	16·972	24·161	5·949
Molybdänsäure . .	20·969	7·189		
Wasser	27·844	24·750		6·094

Aus den analytischen Resultaten ist zu entnehmen, daß sich bei allen diesen Salzen das Sauerstoffverhältniß zwischen Magnesia, Ammon, Säure und Wasser annähernd genug wie 1 : 1 : 6 : 6 herausstellt, wenn Schwefelsäure und Molybdänsäure als einander vertretend angenommen werden. Die Zusammensetzung läßt sich daher durch die Formel $MgO, NH_4O, \left.\begin{matrix} xMoO_3 \\ ySO_3 \end{matrix}\right\} + 6HO$ ausdrücken.

Jene dieser Salze, welche einen bedeutenden Gehalt an Molybdänsäure besitzen, haben den unverkennbaren Habitus der schwefelsauren Doppelsalze der Magnesiumgruppe; die an Molybdänsäure armen dagegen zeigen einen anderen Habitus, was davon herrührt, daß gewisse Flächen an ihnen vorherrschen, die den ersteren zwar nicht fehlen, aber in ihrer Entwicklung gegen andere bedeutend zu-

rücktreten. Die analysirten Krystalle, welche ich mit II, III und IV bezeichnet habe, wurden von Herrn Oberbergrath Prof. von Zepharovich[1]) krystallographisch untersucht und als isomorph erkannt mit den bekannten schwefelsauren Doppelsalzen der sogenannten Magnesiumgruppe. Es ist somit erwiesen, daß in dem schwefelsauren Magnesia-Ammon-Doppelsalz wechselnde Mengen von Schwefelsäure durch Molybdänsäure vertreten werden können, ohne wesentlichen Einfluß auf die Krystallform.

Ich muß noch bemerken, daß ich durch Zusammenbringen von molybdänsaurer Magnesia mit einfach chromsaurem Ammon in wässeriger Lösung und freiwillige Verdunstung gelbe Krystalle erhielt, welche Ammon, Magnesia, Chromsäure, Molybdänsäure und Wasser enthielten, und ganz ähnliche Krystallform mit den von mir untersuchten molybdänsäurearmen, schwefelsäurehaltigen Doppelsalzen zeigten. Da die chromsauren Salze isomorph mit den schwefelsauren sind, läßt sich schließen, daß jene gelben Krystalle bezüglich der Zusammensetzung und Krystallform ganz analog sind den Schwefelsäure und Molybdänsäure enthaltenden Doppelsalzen. Analysirt habe ich die chromsäurehaltigen Krystalle nicht.

Hydrate der Molybdänsäure.

Bei der Beschreibung der löslichen Modification der Molybdänsäure in meiner früheren Abhandlung habe ich angegeben, daß jene Säure, wenn sie erhitzt wird, bei bestimmten Temperaturen constante Mengen von Wasser zurückhält. Ich habe Versuche in dieser Richtung angestellt und gefunden, daß diese constanten Wassermengen bestimmten Hydraten ganz gut entsprechen. Bei dem Versuche wurde mit der größtmöglichen Genauigkeit zu Werke gegangen. Die hiezu verwendeten Säuremengen stammten von drei von einander unabhängigen Bereitungen. Ich bezeichne sie mit *A*, *B* und *C*. Die Säuren wurden eigens zu dem vorliegenden Zwecke äußerst sorgfältig in ganz reinem Zustande aus Barytsalzen nach der von mir beschriebenen Methode dargestellt. Verfahren wurde wie folgt: Die gepulverte Säure wurde in dünnwandigen mit gut eingeriebenen Glasstöpseln versehenen Fläschchen der betreffenden Temperatur ausge-

[1]) Sitzb. d. k. Akad. d. Wissensch. in Wien. LVIII. II. Abth. Juni 1868. S. 118.

setzt, bis drei oder vier der letzten Wägungen übereinstimmten, also mit Sicherheit anzunehmen war, daß die Säure nichts mehr am Gewichte verlor. Der Zeitraum zwischen je zwei der letzten Wägungen, während welchem die Säure bei der betreffenden Temperatur erhitzt wurde, betrug zwei, drei auch vier Tage. Dann wurde eine bestimmte Menge dieser getrockneten Säure in einem tarirten Platintiegel ausgewogen und die noch darin enthaltene Wassermenge durch Erhitzen bei höchst gelinder Glühhitze bestimmt.

Resultate bei 100 Grad.

A. 1·0433 Grm. der getrockn. Säure gaben 0·0675 Grm. Wasser.
B. 1·3682 „ „ „ „ „ 0·0801 „ „
C. 1·2674 „ „ „ „ „ 0·0808 „ „

Der Procentgehalt an Wasser ist somit:

A	*B*	*C*	Mittel
6·471	5·854	6·375	6·233

6·233 Pct. Wasser entsprechen einem Hydrate von der Zusammensetzung $2MoO_3 + HO$, welches 6·04 Pct. Wasser verlangt.

Ich muß hier Versuche einschalten, die ich anstellte, um zu erfahren, wie viel Wasser die Säure beim Trocknen über Schwefelsäure bei gewöhnlicher Temperatur zurückhält. Ich erhielt Resultate, die denen bei 100° sich ergebenden so nahe stehen, daß man annehmen kann, die über Schwefelsäure getrocknete Säure sei dasselbe Hydrat, wie die bei 100° erhitzte. Die Molybdänsäure verliert aber über Schwefelsäure das Wasser nur sehr langsam, und es dauerte mehrere Monate, bis die letzten Wägungen, zwischen denen ich immer zwei bis drei Wochen verstreichen ließ, eine Constanz des Gewichtes anzeigten. Jede dritte Woche wurde die gebrauchte Schwefelsäure durch frische ersetzt.

B. 1·5708 Grm. der über Schwefels. getrockneten Säure gaben 0·1030 Wasser = 6·557 Pct.

C. 1·8625 Grm. der über Schwefels. getrockneten Säure gaben 0·1245 Wasser = 6·684 Pct.

Im Mittel enthielt die Säure also 6·620 Pct. Wasser.

Resultate bei 120 Grad.

A. 0·8768 Grm. der erhitzten Säure gaben 0·0288 Grm. Wasser.
B. 0·7623 „ „ „ „ „ 0·0225 „ „
C. 1·5615 „ „ „ „ „ 0·0509 „ „

In Procenten:

A	B	C	Mittel
3·284	2·951	3·259	3·164

3·164 Pct. Wasser entsprechen einem Hydrate von der Zusammensetzung $4MoO_3 + HO$, welches 3·114 Pct. Wasser verlangt.

Resultate nach dem Erhitzen zwischen 160 und 170 Grad.

A. 1·2378 Grm. der erhitzten Säure gaben 0·0187 Grm. Wasser.
B: 0·8485 „ „ „ „ „ 0·0145 „ „
C. 1·1125 „ „ „ „ „ 0·0183 „ „

In Procenten:

A	B	C	Mittel
1·510	1·708	1·644	1·620

1·62 Pct. Wasser entsprechen dem Hydrate $8MoO_3 + HO$, welches nach der Rechnung 1·581 Pct. Wasser fordert.

Außer diesen Bestimmungen will ich noch zwei anführen, die ich mit der Säure *A* bei 140—150 und bei 200 machte.

0·8992 Grm. der zwischen 140 und 150 erhitzten Säure gaben 0·0202 Grm. Wasser = 2·246 Pct.

2·246 Pct. Wassergehalt kommen am nächsten dem Hydrate $6MoO_3 + HO$, das 2·098 Pct. fordert.

Ein Hydrat $7MoO_3 + HO$ würde 1·803 Pct. Wasser verlangen. Da nun die Wassergehalte der möglichen Hydrate $6MoO_3 + HO$, $7MoO_3 + HO$ und $8MoO_3 + HO$, nämlich 2·098, 1·803, 1·581 so wenig differiren, daß die Differenzen den Grenzen der Versuchsfehler nahe kommen, so machte ich innerhalb der Temperaturgrenzen 120 und 160 keine weiteren Versuche, weil aus dem angeführten Grunde keine verläßlichen Resultate zu erhalten waren, aus denen man mit Sicherheit ein bestimmtes Hydrat hätte ableiten können. Dasselbe gilt von Versuchen über die Temperatur von 170 hinaus.

Das Resultat eines Versuches bei 200 Grad mit der Säure *A* war folgendes:

1·3796 Grm. gaben 0·019 Wasser = 1·377 Pct. Diese Wassermenge entspricht zwar so ziemlich dem Hydrate $10MoO_3 + HO$, welches 1·269 Wasser verlangt; allein die berechneten Wassermengen der Hydrate $8MoO_3 + HO$ und $10MoO_3 + HO$ nämlich 1·581

und 1·269 zeigen eine so geringe Differenz, daß meine vorhin ausgesprochenen Bedenken auch hier gerechtfertigt erscheinen.

Versuche, die ich zunächst bei 300 dann bei 270 und 250 anstellte, führten zu dem Ergebniß, daß bei diesen Temperaturen die Säure das ganze Wasser verliert.

Ich habe Seite 800 meiner oben citirten Abhandlung eine Eigenschaft der löslichen Molybdänsäure hervorgehoben, nämlich das Verhalten ihrer Lösung bei 100 Grad. Dampft man nämlich letztere auf dem Wasserbade ein, so scheidet sich ein schwerlösliches, weißes, höchst fein zertheiltes Pulver ab. Ich sprach auch die Vermuthung aus, daß dieser Körper ein bestimmtes Hydrat sein dürfte. Die Flüssigkeit, aus der sich das weiße Pulver abgeschieden und die noch Säure gelöst enthält, geht beim Abfiltriren klar durch; beim Auswaschen mit reinem Wasser aber geht, sobald die saure Flüssigkeit verdrängt ist und die Substanz rein wird, diese durch's Filter und das Filtrat wird milchig getrübt. Die bis zu diesem Punkte ausgewaschene Substanz wurde bei 100 getrocknet und dann ihr Wassergehalt bestimmt.

I. 0·8667 Grm. gab. 0·0233 Grm. W. = 2·688 Pct.} Mittel =
II. 0·9771 „ „ 0·0280 „ „ = 2·865 „ } 2·776 Pct. W.

Dieser Wassergehalt entspricht dem Hydrate $5MoO_3 + HO$, welches 2·507 Pct. Wasser fordert.

Dasselbe Hydrat erhielt ich noch auf verschiedenen anderen Wegen.

I. Kocht man das Salz $MgO, MoO_3 + HO$, mit einem großen Überschuß von concentrirter Salpetersäure, so bildet sich ein weißer pulveriger Niederschlag, der sich mit salpetersäurehältigem Wasser gut auswaschen läßt und keine Magnesia enthält. Beim Trocknen über Schwefelsäure verliert er nahezu dieselbe Menge Wasser wie bei 100 Grad und stellt, bei dieser Temperatur getrocknet, das Hydrat $5MoO_3 + HO$ dar; denn

0·9275 Grm. des bei 100 Grad getrockneten weißen Pulvers gaben bei gelindem Glühen 0·024 Wasser, was 2·587 Pct. Wasser entspricht.

II. Kocht man eine Lösung der amorphen Molybdänsäure mit Schwefelsäure, so entsteht ein weißer Niederschlag, der in saurer Flüssigkeit sich leicht absetzt und filtriren läßt, in reinem Wasser

aber sich fein zertheilt und dann milchig durch's Filter geht. Derselbe wurde durch Decantation mit salpetersäurehaltigem Wasser so lange gewaschen bis alle Schwefelsäure entfernt war, dann abfiltrirt, an der Luft und schließlich über Ätzkalk getrocknet, wodurch die anhängende Salpetersäure vollständig beseitigt wird. Bei 100 Grad getrocknet entspricht die Zusammensetzung dem Hydrate $5MoO_3 + HO$; denn:

0·8142 Grm. gaben 0·0197 Grm. Wasser entsprechend 2·419 Procent.

Die Reihe der im Vorstehenden angeführten Versuche führt daher zur Annahme folgender Hydrate der Molybdänsäure:

$$2MoO_3, HO$$
$$4MoO_3, HO$$
$$5MoO_3, HO$$
$$8MoO_3, HO.$$

Muthmaßlich existiren auch die Hydrate $6MoO_3$, HO und $10MoO_3$, HO, zu deren Annahme unsichere Bestimmungen zu Grunde liegen, obzwar bei dem letzteren die Wahrscheinlichkeit dadurch erhöht wird, daß demselben, wie ich später zeigen werde, ein bestimmtes Salz entspricht. Auch den vier ersteren Hydraten entsprechen bestimmte Salze, zum Theil jene, die ich in meiner ersten Abhandlung anführte, zum Theil solche, die ich bei der Fortsetzung meiner Untersuchungen erhielt und die ich später beschreiben werde.

Das erste Hydrat der Molybdänsäure, nämlich MoO_3, HO, welches einer Reihe wohl charakterisirter Salze zu Grunde gelegt werden muß, hätte vorläufig als hypothetisch zu gelten, obschon ich dasselbe auch erhalten habe. Allein ich gelangte nur ein einziges Mal und nur durch Zufall dazu, und war nicht im Stande es ein zweites Mal darzustellen. Ich glaube aber dennoch darüber berichten zu müssen, da ich nicht in Zweifel sein kann, jene Verbindung unter den Händen gehabt zu haben. Als ich einmal, in der Absicht säurereiche Salze darzustellen, das Salz MgO, $MoO_3 + 7HO$ in wässeriger Lösung mit beiläufig der äquivalenten Menge Salpetersäure versetzte und längere Zeit stehen ließ, setzte sich zunächst eine geringe Menge eines feinen weißen Pulvers ab, das ich abfiltrirte. Dann blieb lange Zeit hindurch die Flüssigkeit ganz klar und verdunstete zu beträchtlicher Concentration, bis endlich krystallinische Krusten sich ab-

schieden, welche, unter der Loupe betrachtet, sich als ein Agregat feiner, nadelförmiger, schiefer Prismen präsentirten. Dieser Körper enthielt nur eine Spur von Magnesia und seine Zusammensetzung entsprach dem Hydrate MoO_3, HO.

2·072 Grm. der Substanz gaben 0·2559 Wasser entsprechend 12·350 Pct.

0·5063 Grm. verloren über Schwefelsäure getrocknet 0·003 Wasser; bei weiterem Trocknen bei 100 Grad änderte sich das Gewicht nicht mehr; der Gewichtsverlust beträgt blos 0·592 Pct., ist somit jedenfalls nur hygroskopisches Wasser, und es besitzt daher die Substanz bei 100 Grad noch dieselbe Zusammensetzung wie bei gewöhnlicher Temperatur. Diese 0·592 Pct. Wasser von den 12·350 Pct. der lufttrockenen Substanz abgezogen, bleiben als chemisch gebunden 11·758 Pct. Das Hydrat MoO_3, HO verlangt 11·392 Pct. Wasser. Die Substanz ist krystallinisch, weiß; unter dem Mikroskope ließen sich lauter gleichartige schiefe Prismen erkennen. In kaltem Wasser ist sie nahezu ganz unlöslich, in kochendem äußerst wenig löslich. Es gelang mir trotz mehrfacher Versuche nicht, den Körper ein zweites Mal darzustellen und die Bedingungen zu ermitteln, die zu seiner Entstehung nothwendig sind.

Mit den Salzen nach der allgemeinen Formel RO, $8MoO_3+nHO$ ist die Reihe der säurereichen Salze der Molybdänsäure noch nicht abgeschlossen, da ich bei meinen weiteren Studien Verbindungen von noch höherem Säuregehalt erhalten habe, die ich im Nachfolgenden beschreiben will.

Ein Natronsalz von der Zusammensetzung NaO, $10MoO_3+21HO$ erhielt ich durch Auflösen des Salzes NaO, $3MoO_3+7HO$ in der entsprechenden Menge einer Lösung der amorphen Molybdänsäure. Auch erhielt ich es durch Auflösen von kohlensaurem Natron in der Lösung der Molybdänsäure in dem beiläufigen Äquivalentverhältniß 1 : 10. Dieses Salz bildet schiefe, glasglänzende Prismen, die mitunter ziemlich groß werden, ist in kaltem Wasser langsam aber reichlich löslich und gleich im äußeren Ansehen dem Salze NaO, $8MoO_3+17HO$ so, daß es nur durch die quantitative Analyse davon unterschieden werden kann.

Wie die Krystalle des letzteren Salzes, werden auch die des ersteren beim Aufbewahren, unter Verlust von Wasser, trübe, rissig, wachsglänzend, leicht zerreiblich und von stearinsäureähnlichem Aussehen. Ich habe mehrere Analysen dieser Verbindung gemacht, theils mit den direct erhaltenen Krystallen von getrennter Darstellung, theils mit mehrfach umkrystallisirten, und immer die gleiche Zusammensetzung gefunden. Die Bestimmungen wurden auf das sorgfältigste ausgeführt und dazu die schönsten losen Krystalle ausgesucht. Ich kann daher nicht zweifeln, daß ich es mit einer bestimmten chemischen Verbindung und nicht etwa mit einem Gemenge von achtfachsaurem Salz und freier Molybdänsäure zu thun hatte. Dafür spricht auch die krystallographische Untersuchung des Herrn Oberbergrathes Prof. v. Zepharovich, welche trotz der krystallographischen Verwandtschaft der Gestalten von $NaO, 8MoO_3 + 17HO$ und $NaO, 10MoO_3 + 21HO$, doch deutliche Winkeldifferenzen der Kantwinkel ergab [1]). Ich will hier, mit Beziehung auf die von mir in meiner ersten Abhandlung S. 802 ausgesprochene Vermuthung bemerken, daß, wie Prof. v. Zepharovich [2]) sagt, eine Formenverwandtschaft der drei Salze $NaO, 8MoO_3 + 17HO$ — $NaO, 10MoO_3 + 21HO$ und $MgO, 8MoO_3 + 20HO$ begründet ist, wenn man die Formen des letzteren, welches sehr kleine unvollkommene, äußerst schwierig zu messende Individuen bietet, auf klinorhombische Axen bezieht und darnach die Rechnung durchführt. Die Lage der Endfläche verleiht den Formen dieses Salzes nämlich einen anorthischen Typus. Die Prismenkanten der drei Salze $NaO, 8MoO_3 + 17HO$ — $NaO, 10MoO_3 + 21HO$ — $MgO, 8MoO_3 + 20HO$ zeigen in derselben Reihenfolge die Winkel von 126° 2½′ — 122° 32′ — 124° 57′.

Die Resultate der Analysen des Salzes $NaO, 10MoO_3 + 21HO$ sind folgende:

A. Durch Auflösen von $NaO, 3MoO_3 + 7HO$ in MoO_3 erhalten.

I. 2·0980 Grm. gaben 0·4388 Wasser und 0·1575 schwefels. Natron entsprechend 0·0687 Natron.

II. 2·1233 Grm. desselben Salzes gaben 0·4396 Wasser und 0·1618 schwefels. Natron entsprechend 0·0706 Natron.

---

[1]) Sitzb. d. k. Akad. d. Wissensch. in Wien. LVIII. II. Abth. Juni 1868. S. 113.

[2]) Ibid. 115.

III. 1·7047 Grm. des einmal umkrystallisirten Salzes im wasserfreien Zustande gaben 0·1680 schwefels. Natron entsprechend 0·0733 Natron.

IV. 2·0141 Grm. des zweimal umkrystallisirten Salzes gaben 0·3878 Wasser und 0·1626 schwefels. Natron entsprechend 0·0710 Natron.

V. 1·2133 Grm. des viermal umkrystallisirten Salzes im wasserfreien Zustande gaben 0·1218 schwefels. Natron entsprechend 0·0531 Natron.

B. Durch Auflösen von NaO, CO_2 in MoO_3 erhalten.

VI. 1·9176 Grm. gaben 0·3871 Wasser und 0·1580 schwefels. Natron entsprechend 0·0690 Natron.

VII. 0·6544 Grm. des zweimal umkrystallisirten Salzes gaben 0·1352 Wasser und 0·0488 schwefels. Natron entsprechend 0·0213 Natron.

In Procenten:

Wasserfreies Salz.

	I	II	III	IV
NaO	4·140	4·193	4·299	4·365
	V	VI	VII	Mittel
	4·380	4·508	4·102	4·284

Entspricht der Formel NaO, $10MoO_3$, welche 4·241 Pct. Natron fordert.

Wasserhaltiges Salz.

	I	II	VI	VII	Mittel
Natron	3·274	3·325	3·595	3·255	3·362
Wasser	20·915	20·703	20·186	20·660	20·616

Entspricht der Formel NaO, $10MoO_3 + 21HO$.

	Berechnet	Gefunden
NaO	3·370	3·362
$10MoO_3$	76·087	—
21HO..........	20·543	20·616

Auf einfache Weise läßt sich eine zweite Modification dieses Salzes erhalten, welche sich von der vorherbeschriebenen dadurch unterscheidet, daß sie ein weißes krystallinisches im Wasser schwer lösliches Pulver darstellt. Dasselbe enthält 12 Äquivalent Wasser.

Ich erhielt es, indem ich eine Lösung des Salzes NaO, $MoO_3 + 2HO$ mit wässeriger Salzsäure, welche die dem NaO äquivalente Menge ClH enthielt, versetzte und die klare Flüssigkeit auf dem Wasserbade erwärmte. Es scheidet sich bei dieser Temperatur die Verbindung ziemlich rasch als weißes krystallinisches Pulver ab, welches sich mit kaltem Wasser gut waschen läßt. Nach dem Abwaschen wurde es zwischen Fließpapier getrocknet.

Die Analyse ergab:

I. 1·2573 Grm. gaben 0·1659 Wasser und 0·1070 schwefels. Natron entsprechend 0·0467 Natron.

II. 0·7455 Grm. wasserfreies Salz von zweiter Bereitung gaben 0·079 schwefels. Natron entsprechend 0·0345 Natron.

Das wasserhaltige Salz enthält somit 3·714 Pct. Natron und 13·194 Pct. Wasser.

	Berechnet	Gefunden
NaO	3·694	3·714
$10MoO_3$	83·434	—
12HO	12·872	13·194

Das wasserfreie Salz enthält:

	I	II	Mittel
Natron	4·278	4·627	4·452

NaO, $10MoO_3$ verlangt 4·241 Pct. Natron.

Natriumsalz NaO, $16MoO_3 + 9HO$. Svanberg und Struve führen in ihrer Abhandlung[1]) eine Erscheinung, die auch schon Buchholz beobachtete, an, daß, wenn man eine Lösung von neutralem molybdänsaurem Natron mit concentrirter Salpetersäure versetzt und zum Sieden erhitzt, sich ein unlösliches gelbes Pulver abscheidet, das nur sehr wenig Natron enthält. Ich bestätige diese Erscheinung; nur muß ich bemerken, daß, wenn das Natronsalz ganz rein ist, der erhaltene Niederschlag eine rein weiße Farbe zeigt.

Ich habe diesen Körper untersucht und gefunden, daß er ein Salz der Molybdänsäure von obiger Zusammensetzung ist. Der hohe Säuregehalt im Vergleich zu der geringen Menge Basis kann jedenfalls

[1]) Journ. f. prakt. Chem. XLIV. 280.

gerechtes Mißtrauen erwecken und die Ansicht wahrscheinlich machen, daß jene Niederschläge Gemenge von Molybdänsäure und einem säurereichen Salze sein dürften; dann wäre aber jedenfalls mit Bestimmtheit anzunehmen, daß die bei verschiedenen getrennten Darstellungen erhaltenen Producte ungleiche Zusammensetzung zeigen sollten. Ich habe desshalb jene Substanz mehrmals dargestellt und zwar stets mit verschiedenen unbestimmten Mengen von Natronsalz und Salpetersäure. Salz und Säure wurden auch in wechselndem Verhältniß genommen. Das neutrale molybdänsaure Natron wurde in Wasser zu einer ziemlich concentrirten Lösung gelöst, dann mit Salpetersäure von 1·5 specifischem Gewicht versetzt und das Ganze einige Zeit im Sieden erhalten. Die entstandenen Niederschläge lassen sich mit salpetersäurehaltigem Wasser durch Decantiren sehr gut auswaschen, nicht aber mit reinem Wasser, da sie sich dann nicht, oder erst nach langer Zeit absetzen. Das Waschen wurde sehr lange fortgesetzt. Trotz der verschiedenen Menge und dem wechselnden Verhältniß der angewendeten Materialien zeigten die Producte doch eine solche Constanz im Natron- und Wassergehalt, daß man sie als eine bestimmte chemische Verbindung ansehen kann. Die anhängende Salpetersäure geht beim Trocknen und längerem Liegen an der Luft vollständig fort. Die Producte wurden im lufttrockenen Zustande nach vorhergehendem Pressen zwischen Fließpapier analysirt.

I. 2·0616 Grm. gaben 0·1455 Wasser und 0·1210 schwefels. Natron entsprechend 0·0528 Natron.

II. 2·1787 Grm. von zweiter Darstellung gaben 0·1460 Wasser und 0·1313 schwefels. Natron entsprechend 0·0573 Natron.

III. 2·5953 Grm. von dritter Darstellung gaben 0·1855 Wasser und 0·1475 schwefels. Natron entsprechend 0·0644 Natron.

IV. 1·3110 von derselben Darstellung wie III gaben 0·0926 Wasser und 0·0730 schwefels. Natron entsprechend 0·0319 Natron.

V. 1·7162 Grm. von vierter Darstellung gaben 0·1170 Wasser und 0·0960 schwefels. Natron entsprechend 0·0419 Natron.

In Procenten:

	I	II	III	IV	V	Mittel
Natron......	2·561	2·630	2·481	2·433	2·441	2·509
Wasser.....	7·057	6·701	7·147	7·063	6·817	6·957

Dies entspricht der Formel NaO, $16MoO_3 + 9HO$.

	Berechnet	Gefunden
NaO	2·516	2·509
$16MoO_3$ . . .	90·910	—
9HO	6·574	6·957

Wasserfreies Salz:

	I	II	III	IV	V	Mittel
Natron	2·755	2·818	2·672	2·614	2·620	2·696

Die Formel verlangt 2·693 Pct. Natron im wasserfreien Salz.

Wenn man ein Äquivalent des vorstehenden Salzes mit der Lösung von einem Äquivalent kohlensaurem Natron übergießt und umrührt, so wird letzteres unter Aufbrausen zersetzt; es löst sich aber fast nichts auf, sondern es bleibt ein weißes schwer lösliches Pulver zurück von der Zusammensetzung NaO, $8MoO_3 + 4HO$, also eine unlösliche Modification des krystallisirten achtfachsauren Natronsalzes. Ich nenne das erhaltene Product α.

Nimmt man zu dem Versuch auf ein Äquivalent des Salzes NaO, $16MoO_3 + 9HO$ zwei Äquivalent kohlensaures Natron, so geht ein Theil unter Aufbrausen in Lösung, ein anderer bleibt als weißes schwer lösliches Pulver zurück, das ich β nenne und welches dieselbe Zusammensetzung hat wie α.

Die Analysen von α und β lieferten folgende Daten:

α. 1·4673 Grm. gaben 0·0903 Wasser und 0·1360 schwefels. Natron entsprechend 0·0594 Natron.

β. 1·3500 Grm. gaben 0·0828 Wasser und 0·1350 schwefels. Natron entsprechend 0·059 Natron.

In Procenten:

	α	β
Natron	4·048	4·370
Wasser	6·154	6·133

Daher

	Berechnet	Gefunden α	Gefunden β
NaO	4·944	4·048	4·370
$8MoO_3$ . . .	89·315	—	—
4HO	5·741	6·154	6·133

Die gefundenen Natronmengen zeigen eine starke Abweichung von dem berechneten Gehalt; allein dies mag jedenfalls davon herrühren, daß durch nicht genug anhaltendes Umrühren ein ganz geringer Theil des Salzes NaO, $16MoO_3+9HO$ sich der Einwirkung des kohlensauren Natrons entzog, und den Salzen α und β beigemengt blieb.

Die Entstehungsweise dieser Salze spricht aber für die Formel 2NaO, $16MoO_3+8HO$, durch welche die Beziehung derselben zu der Verbindung NaO, $16MoO_3+9HO$ klar wird; es wäre also letztere ein saures Salz, und α und β entstehen durch Ersetzung des basischen Wassers durch NaO. Da man mit der doppelten Menge von kohlensaurem Natron auch nur dasselbe Salz wie α erhält, so folgt, daß nur ein Äquivalent basisches Wasser vorhanden, und die in jenem Salze enthaltene Polymolybdänsäure eine zweibasische ist. Bei dieser Behandlung kann daher das kohlensaure Natron nur einen Theil des sauren Salzes in das neutrale umwandeln und es muß ein zweites Salz nebenbei entstehen. Dies ist auch wirklich der Fall; denn läßt man die bei der Bereitung des Salzes β erhaltene und vom Unlöslichen getrennte Flüssigkeit freiwillig verdampfen, so scheidet sich eine Substanz aus von ganz gleichem äußeren Ansehen wie das Salz NaO, $3MoO_3+7HO$. Der Natrongehalt dieser Substanz entspricht auch wirklich dem des dreifachsauren Salzes; denn 0·7888 Grm. der entwässerten Substanz gaben 0·2384 Grm. schwefelsaures Natron entsprechend 0·1040 = 13·184 Pct. Natron. Das Salz NaO, $3MoO_3$ verlangt 12·863 Pct. Natron.

Erwägt man die von mir in meiner ersten Abhandlung S. 792 angegebene Eigenschaft der reinen Lösungen der vierfachsauren Salze sich leicht zu zersetzen unter Abscheidung der entsprechenden krystallinischen dreifachsauren Salze, so geht die Bildung des Salzes β nach folgendem Schema vor sich:

$$2(NaO, 16MoO_3, 9HO) + 4(NaO, CO_2) = 4(CO_2 + HO +$$
$$+ 2NaO, 16MoO_3, 8HO + 4(NaO, 4MoO_3).$$

Das gelöste vierfachsaure Salz zersetzt sich dann in der angeführten Weise beim Verdunsten der Lösung in dreifachsaures Salz und freie Molybdänsäure.

In derselben Beziehung, wie das Salz $2NaO, 16MoO_3+8HO$ zu $NaO, 16MoO_3+9HO$ stehen jedenfalls auch die vierfachsauren Salze zu den achtfachsauren. Ich habe dies schon in meiner ersten Abhandlung angedeutet und erwähnt, daß sich in das achtfachsaure Natronsalz nur noch ein zweites Äquivalent Natron einführen läßt.

Versetzt man eine Lösung des Salzes $NaO, 8MoO_3+17HO$ mit einem Äquivalent kohlensaurem Natron und gibt, um die Zersetzung und Abscheidung von $NaO, 3MoO_3+7HO$ zu verhindern Kochsalzlösung hinzu, so bildet sich beim freiwilligen Verdunsten das krystallinische Salz $NaO, 4MoO_3+6HO$, wie folgende analytische Daten zeigen:

0·9864 Grm. gaben 0·1581 Wasser und 0·186 schwefels. Natron entsprechend 0·0812 Natron.

Dies gibt 16·027 [1]) Pct. Wasser und 8·232 Pct. Natron; die Formel verlangt 14·794 Pct. Wasser und 8·493 Pct. Natron.

Das wasserfreie Salz enthält 9·561 Pct. Natron; die Formel verlangt 9·967 Pct.

Nimmt man auf ein Äquivalent des Salzes $NaO, 8MoO_3+17HO$ zwei Äquivalente kohlensaures Natron, setzt NaO hinzu und läßt verdunsten, so bildet sich auch nichts anderes als das krystallinische vierfachsaure Salz; denn:

0·8703 Grm. gaben 0·1363 Wasser und 0·1723 schwefelsaures Natron entsprechend 0·0752 Natron; daher 15·661 [2]) Pct. Wasser und 8·64 Pct. Natron; das wasserfreie Salz enthält 10·245 Pct. Natron.

Schließlich muß ich noch eines säurereichen Magnesiumsalzes erwähnen, welches sich bildet, wenn man eine Lösung des neutralen Salzes mit mehr Salpetersäure versetzt als zur Bereitung des achtfachsauren Salzes nothwendig ist und die Flüssigkeit ruhig stehen läßt. Es scheidet sich als ein weißer, aus mikroskopisch kleinen Kryställchen bestehender Absatz aus, ist in kaltem Wasser sehr schwer, in heißem leicht löslich. Bei gelindem Erhitzen verliert es das Was-

---

[1], [2]) Der zu hohe Wassergehalt rührt daher, daß die Salze aus Versehen in nicht vollständig lufttrockenem Zustande analysirt wurden.

ser, bei schwacher Glühhitze beginnt es unter Zersetzung und Verflüchtigung von Molybdänsäure zu schmelzen.

Die Analyse ergab:

I. 1·5172 Grm. gaben 0·2857 Wasser und 0·0600 phosphorsaure Magnesia entsprechend 0·0216 Magnesia.

II. 2·9228 Grm. von der zweiten Bereitung gaben 0·5559 Wasser und 0·1124 phosphors. Magnesia entsprechend 0·046 Magnesia.

In Procenten:

	I	II	Mittel
Magnesia	1·423	1·385	1·404
Wasser	18·830	19·019	18·924

Entspricht der Formel MgO, $16MoO_3 + 30HO$.

	Berechnet	Gefunden
MgO	1·418	1·404
$16MoO_3$	79·433	—
30HO	19·149	18·924

Das wasserfreie Salz enthält:

	I	II	Mittel
Magnesia	1·762	1·711	1·736

Die Formel MgO, $16MoO_3$ verlangt 1·754 Pct. Magnesia.

Theorie der Molybdänsäuren.

Bei der großen Analogie in vielen Verbindungsverhältnissen, welche die Molybdänsäure mit der Schwefelsäure und Chromsäure zeigt und namentlich unterstützt durch die Eigenschaft jener Säure, die Schwefelsäure in gewissen Doppelsalzen ohne Änderung der Krystallform vertreten zu können, wird wohl die Annahme am natürlichsten sein, sich in der Molybdänsäure ein den Radicalen der Schwefelsäure und Chromsäure ähnlich constituirtes bivalentes Radical, nämlich $\overset{\shortparallel}{Mo}\Theta_2$, zu denken. Mit Hilfe der jetzt ziemlich allgemein üblichen Betrachtungsweise, die Hydrate der Basen und Säuren als Vereinigungen gewisser Reste mit Hydroxilmolecülen anzusehen, läßt sich in Verbindung mit der Annahme der condensirten Verbindungen, die Constitution vieler Körper von complicirter Zu-

sammensetzung und sogenanntem hohen Äquivalent auf recht befriedigende Weise erklären. Dies gilt auch von den Verbindungen der Molybdänsäure. Sie gehört zu jenen Säuren, welche, wie die Kieselsäure, Wolframsäure, Zinnsäure, Borsäure, Chromsäure, eine große Mannigfaltigkeit der Verbindungsverhältnisse zeigen und eine Reihe von sogenannten Polysäuren bilden. Die Molybdänsäure zeichnet sich namentlich durch die Reichgliedrigkeit und ziemliche Regelmäßigkeit einer solchen Reihe aus.

Das bivalente Radical $\overset{II}{Mo}\Theta_2$ gibt mit zwei Molecülen Hydroxil das normale Hydrat:

$$Mo\Theta < \begin{matrix} \Theta H \\ \Theta H \end{matrix} .$$

Von diesem lassen sich mehrere condensirte Hydrate ableiten, und zwar, wie die Untersuchungen über die Hydrate und die Salze ergeben, folgende:

Dimolybdänsäure

$$\begin{matrix} & \Theta H \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta H \end{matrix}$$

Tri-M.

$$\begin{matrix} & \Theta H \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta H \end{matrix}$$

Tetra-M.

$$\begin{matrix} & \Theta H \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta H \end{matrix}$$

Penta-M.

$$\begin{matrix} & \Theta H \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta H \end{matrix}$$

Octo-M.

$$\begin{matrix} & \Theta H \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta H \end{matrix}$$

Deca-M.

$$\begin{matrix} & \Theta H \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta H \end{matrix}$$

Alle diese Säuren sind dihydrisch und zweibasisch, wie das Verhalten ihrer Salze thatsächlich zeigt. Das einzige Anhydrid der Molybdänsäure ist $Mo\Theta_2—\Theta$. Es können ja überhaupt die unorganischen Säuren mit bivalenten Radicalen nur ein wasserstofffreies An-

hydrid liefern. Wasserstoffhaltige und condensirte Anhydride, wie sie bei Säuren mit drei und mehrwerthigen Radicalen, z. B. der Phosphorsäure, Borsäure, Kieselsäure vorkommen, sind bei jenen Säuren unmöglich. Alle condensirten Säuren mit bivalenten Radicalen müssen zwei H enthalten und zweibasisch sein. Bei der Molybdänsäure stimmen die Thatsachen mit der Theorie ganz gut überein. Die oben angeführten condensirten Molybdänsäuren habe ich früher in derselben Reihenfolge mit den Äquivalentformeln $2MoO_3$, HO — $3MoO_3$, HO — $4MoO_3$, HO — $5MoO_3$, HO — $8MoO_3$, HO — $10MoO_3$, HO bezeichnet.

Nahestehend sind in Bezug auf hochcondensirte Hydrate der Molybdänsäure die Wolframsäure, Kieselsäure, Borsäure.

Die Dimolybdänsäure entspricht der Dischwefelsäure

$$\begin{array}{l} S\Theta_2 < {}^{\Theta H}_{\Theta} \\ S\Theta_2 < {}_{\Theta H} \end{array}$$

die Trimolybdänsäure der Trichromsäure, welche im Kaliumtrichromat

$$\begin{array}{l} Cr\Theta_2 < {}^{\Theta K}_{\Theta} \\ Cr\Theta_2 < {}_{\Theta} \\ Cr\Theta_2 < {}_{\Theta K} \end{array}$$

anzunehmen ist.

Von dem normalen Hydrate sind abzuleiten die sogenannten neutralen oder einfachsauren Salze, wie z. B. das Natriumsalz, Magnesiumsalz

$$Mo\Theta_2 < {}^{\Theta Na}_{\Theta Na} + 2aq \qquad\qquad Mo\Theta_2 < {}^{\Theta}_{\Theta}\Big\} Mg + 7aq$$

Der Dimolybdänsäure entspricht als Dimolybdat das zweifachsaure Natriumsalz:

$$\begin{array}{l} Mo\Theta_2 < {}^{\Theta Na}_{\Theta} \\ Mo\Theta_2 < {}_{\Theta Na} \end{array}$$

Der Trimolybdänsäure entsprechen die dreifachsauren Salze, wie z. B.:

Natriumtrimolybdat

$$\begin{array}{l} Mo\Theta_2<^{\Theta Na}_{\Theta} \\ Mo\Theta_2<^{\Theta}_{\Theta} \quad + 7aq \\ Mo\Theta_2<_{\Theta Na} \end{array}$$

$(NaO, 3MoO_3+7HO)$.

Calciumtrimolybdat

$$\left.\begin{array}{l} Mo\Theta_2<^{\Theta}_{\Theta} \\ Mo\Theta_2<^{\Theta}_{\Theta} \\ Mo\Theta_2<_{\Theta} \end{array}\right\} Ca + 6aq$$

$(CaO, 3MoO_3+6HO)$.

Die dreifachsauren Salze erscheinen, wie ich in meiner ersten Abhandlung gezeigt habe, in zwei Modificationen, einer krystallinischen beständigen, schwer löslichen und einer amorphen, leicht löslichen höchst unbeständigen. Durch welchen Unterschied in der Constitution diese Verschiedenheit bedingt ist, läßt sich nicht mit Sicherheit entscheiden. Ich erlaube mir eine Ansicht darüber auszusprechen, für welche einige Thatsachen zu sprechen scheinen. Die krystallinische Modification mag obige Constitution haben. Berücksichtigt man das amorphe, der löslichen Molybdänsäure ganz gleiche Aussehen der zweiten Modification, ihre nur durch einen Kunstgriff mögliche Darstellung, die Unbeständigkeit — da sie sich mit Leichtigkeit in die krystallinische Modification verwandeln — so könnte man annehmen, daß sie blos moleculare Vereinigungen sind, entstanden durch die Anlagerung eines Molecüls der leicht löslichen Dimolybdänsäure an das normale Salz. Durch Austritt eines Molecüls Wasser gehen sie dann einfach in die krystallinischen Salze über; z. B.:

$$\left\{\begin{array}{l} Mo\Theta_2<^{\Theta Na}_{\Theta Na} \\ Mo\Theta_2<^{\Theta H}_{\Theta} \\ Mo\Theta_2<_{\Theta H} \end{array}\right\} - H_2\Theta = \begin{array}{l} Mo\Theta_2<^{\Theta Na}_{\Theta} \\ Mo\Theta_2<^{\Theta}_{\Theta} \\ Mo\Theta_2<_{\Theta Na} \end{array}$$

Bei der Schwefelsäure scheint etwas ähnliches stattzufinden, indem die von Karl Schultz[1]) dargestellten sogenannten übersauren Salze dieser Säure auch als nichts anderes, als durch Anlagerung von Schwefelsäuremolecülen an die neutralen Salze entstandene Molecularverbindungen zu betrachten wären.

Der Tetramolybdänsäure entsprechen zwei Reihen von Salzen, nämlich die vierfachsauren und die achtfachsauren.

---

1) Pogg. Ann. B. 133, p. 137.

Sie stehen zu einander, wie es das Verhalten des achtfachsauren Natriumsalzes gegen kohlensaures Natron zeigt, in der Beziehung der sauren Salze zu den neutralen. Die neutralen Salze sind die vierfachsauren:

Natriumtetramolybdat

$$\begin{array}{l} Mo\Theta_2 < {}^{\Theta Na}_{\Theta} \\ Mo\Theta_2 < {}^{\Theta}_{\Theta} \\ Mo\Theta_2 < {}^{\Theta}_{\Theta} \\ Mo\Theta_2 < \Theta Na \end{array} + 6aq$$

($Na, 4MoO_3 + 6HO$).

Saures Natriumtetramolybdat

$$\begin{array}{l} Mo\Theta_2 < {}^{\Theta Na}_{\Theta} \\ Mo\Theta_2 < {}^{\Theta}_{\Theta} \\ Mo\Theta_2 < {}^{\Theta}_{\Theta} \\ Mo\Theta_2 < \Theta H \end{array} + 8aq$$

($NaO, 8MoO_3 + 17HO$).

Die Formeln jener sauren Tetramolybdate, welche bivalente Metallradicale enthalten, müßten dann so geschrieben werden:

Saures Magnesiumtetramolybdat

$$\begin{array}{l} Mo\Theta_2 < {}^{\Theta H}_{\Theta} \\ Mo\Theta_2 < {}^{\Theta}_{\Theta} \\ Mo\Theta_2 < {}^{\Theta}_{\Theta} \\ Mo\Theta_2 < {}^{\Theta}_{\Theta} \\ \qquad\;\; \Theta \\ Mo\Theta_2 < {}^{\Theta}_{\Theta} \\ Mo\Theta_2 < {}^{\Theta}_{\Theta} \\ Mo\Theta_2 < {}^{\Theta}_{\Theta} \\ Mo\Theta_2 < \Theta H \end{array} \quad \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \Big\} Mg + 19aq \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

($MgO, 8MoO_3 + 20HO$).

Saures Baryumtetramolybdat

$$\begin{array}{l} Mo\Theta_2 < {}^{\Theta H}_{\Theta} \\ Mo\Theta_2 < {}^{\Theta}_{\Theta} \\ Mo\Theta_2 < {}^{\Theta}_{\Theta} \\ Mo\Theta_2 < {}^{\Theta}_{\Theta} \\ \qquad\;\; \Theta \\ Mo\Theta_2 < {}^{\Theta}_{\Theta} \\ Mo\Theta_2 < {}^{\Theta}_{\Theta} \\ Mo\Theta_2 < {}^{\Theta}_{\Theta} \\ Mo\Theta_2 < \Theta H \end{array} \quad \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \Big\} Ba + 17aq \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

($BaO, 8MoO_3 + 18HO$).

Ein ähnliches Beispiel liefert der sogenannte saure phosphorsaure Kalk:

$$\begin{array}{l} \overset{III}{PO} \begin{cases} \Theta H \\ \Theta H \\ \Theta \end{cases} \\ \overset{III}{PO} \begin{cases} \Theta \\ \Theta H \\ \Theta H \end{cases} \end{array} \quad \Big\} \, \mathrm{Ca}$$

Auch die vierfachsauren Salze zeigen zwei Modificationen. Die krystallinische ist jedenfalls das neutrale Tetramolybdat, wie aus dessen Beziehung zu dem sauren Salz sich ergibt. Die unbeständige amorphe Modification, deren reine Lösung sich so leicht unter Abscheidung von Trymolybdat zersetzt, könnte wieder als moleculare

Verbindung aufgefaßt werden. Berücksichtigt man ihre Entstehung durch Kochen von Natriummolybdat mit Molybdänsäure, so kann man annehmen, daß zunächst durch Einwirkung der Säure zwei Molecüle saures Molybdat entstehen, an welche sich dann ein Molecül Dimolybdänsäure anlagert. Hiefür sowie überhaupt für die Auffassung der löslichen Modification der vier- und dreifachsauren Salze als Molecularverbindungen spricht auch das Verhalten dieser und das davon verschiedene der krystallinischen beim Trocknen bei bestimmten Temperaturen. Ich werde das Nähere darüber am Schlusse der Abhandlung mittheilen.

Durch Austritt von Wasser entsteht aus der amorphen die krystallinische Modification; daher die Entstehung der letzteren aus der Lösung bei Gegenwart von NaCl, welches eine Anziehung auf das Wasser ausübt.

$$\left\{\begin{matrix} Mo\Theta_2 < \begin{matrix}\Theta Na\\ \Theta H\end{matrix} \\ Mo\Theta_2 < \begin{matrix}\Theta H\\ \Theta\end{matrix} \\ Mo\Theta_2 < \begin{matrix}\\ \Theta H\end{matrix} \\ Mo\Theta_2 < \begin{matrix}\Theta H\\ \Theta Na\end{matrix} \end{matrix}\right\} - 2H_2\Theta = \begin{matrix} Mo_2\Theta < \begin{matrix}\Theta Na\\ \Theta\end{matrix} \\ Mo_2\Theta < \Theta \\ Mo_2\Theta < \Theta \\ Mo_2\Theta < \Theta Na \end{matrix}$$

Durch Austritt von Wasser und Molybdänsäure wird die Zersetzung und Bildung von Trimolybdat bewirkt.

$$\begin{matrix} Mo\Theta_2 < \begin{matrix}\Theta Na\\ \Theta H\end{matrix} \\ Mo\Theta_2 < \begin{matrix}\Theta H\\ \Theta\end{matrix} \\ Mo\Theta_2 < \begin{matrix}\\ \Theta H\end{matrix} \\ Mo\Theta_2 < \begin{matrix}\Theta H\\ \Theta Na\end{matrix} \end{matrix} = H_2\Theta + Mo\Theta_2 < \begin{matrix}\Theta H\\ \Theta H\end{matrix} + \begin{matrix} Mo\Theta_2 < \begin{matrix}\Theta Na\\ \Theta\end{matrix} \\ Mo\Theta_2 < \Theta \\ Mo\Theta_2 < \Theta Na \end{matrix}$$

Der Pentamolybdänsäure entspricht das Salz NaO, $10MoO_3+$ $+21HO$, und zwar ist es ein saures Salz, da es große Ähnlichkeit mit dem sauren Salze der Tetramolybdänsäure zeigt.

$$\begin{matrix} Mo\Theta_2 < \begin{matrix}\Theta Na\\ \Theta\end{matrix} \\ Mo\Theta_2 < \Theta \\ Mo\Theta_2 < \Theta \\ Mo\Theta_2 < \Theta \\ Mo\Theta_2 < \Theta H \end{matrix} + 10aq$$

Der Octomolybdänsäure entsprechen zwei Salze, ein neutrales und ein saures, und zwar das Salz $NaO, 16MoO_3 + 9HO$ und die unlösliche Modification des achtfachsauren.

Saures Natriumoctomolybdat

$$\begin{array}{ll} & \Theta Na \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta H \end{array} + 4aq$$

$(NaO, 16MoO_3 + 9HO)$.

N. Natriumoctomolybdat

$$\begin{array}{ll} & \Theta Na \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta Na \end{array} + 4aq$$

$(2NaO, 16MoO_3 + 8HO)$.

Der Decamolybdänsäure entspricht die schwerlösliche Modification des zehnfachsauren Salzes, nämlich $NaO, 10MoO_3 + 12HO$; seine Entstehung erklärt sich leicht aus der Vereinigung zweier Molecüle des Pentamolybdates unter Austritt von $H_2\Theta$ bei Gegenwart einer Säure und Erwärmen.

$$2\left\{\begin{array}{ll} & \Theta Na \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta H \end{array}\right\} - H_2\Theta = \begin{array}{ll} & \Theta Na \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta \\ Mo\Theta_2 < & \\ & \Theta Na \end{array}$$

Das Salz enthält 12 Molecüle Krystallwasser.

Das Magnesiumsalz $MgO, 16MoO_3 + 30HO$ wird zu den sauren octomolybdänsauren Salzen zu rechnen und seine Constitution eine ähnliche, wie die des sauren Magnesiumtetramolybdates sein, indem zwei Molecüle der Octomolybdänsäure durch das bivalente Magnesium zusammengehalten werden.

Was die Doppelsalze der Molybdänsäure betrifft, so lassen sich die den schwefelsauren ähnlich zusammengesetzten auf folgende Weise constituirt denken:

$$\begin{array}{ll} Mo\Theta_2 < & \Theta K \\ & \left.\begin{array}{l}\Theta\\ \Theta\end{array}\right\} Mg + 2aq \\ Mo\Theta_2 < & \Theta K \end{array}$$

$(KO, MgO, 2MoO_3 + 2HO)$.

$$\begin{array}{ll} Mo\Theta_2 < & \Theta NH_4 \\ & \left.\begin{array}{l}\Theta\\ \Theta\end{array}\right\} Mg + aq \\ Mo\Theta_2 < & \Theta NH_4 \end{array}$$

$(NHO, MgO, 2MoO_3 + 2HO)$.

$$\begin{array}{ll} Mo\Theta_2 < & \Theta K \\ & \left.\begin{array}{l}\Theta\\ \Theta\end{array}\right\} Mg + 2aq \\ Cr\Theta_2 < & \Theta K \end{array}$$

$(KO, MgO, MoO, CrO_3 + 2HO)$.

Ganz ähnlich wäre die Constitution der isomorphen Salze, in denen die Schwefelsäure in wechselnder Menge durch Molybdänsäure vertreten wird.

$$\begin{array}{ll} \left(\begin{array}{l} xS\Theta_3 \\ yMoO_3 \end{array}\right) < & \begin{array}{l} \Theta NH_4 \\ \Theta \end{array} \\ & \qquad\left.\right\} Mg + 6aq \\ \left(\begin{array}{l} xS\Theta_3 \\ yMo\Theta_3 \end{array}\right) < & \begin{array}{l} \Theta \\ \Theta NH_4 \end{array} \end{array}$$

Es läßt sich somit auf diese Weise die Constitution fast sämmtlicher Verbindungen der Molybdänsäure darstellen; nur zwei Arten von Verbindungen machen eine Ausnahme, und zwar das Doppelsalz $KO, 2NaO, 3MoO_3 + 14HO$ und die Salze der allgemeinen Formel $3RO, 7MoO_3 + nHO$. Es muß dahingestellt bleiben, welche nähere Constitution diesen Verbindungen eigentlich zukommt.

Zum Schlusse will ich noch einige Bemerkungen beifügen über das sogenannte Constitutionswasser, welches ich in meiner ersten Abhandlung erwähnte. Ich führte an, daß manche der molybdänsauren Salze bei bestimmten Temperaturen bestimmte Mengen von Wasser zurückhalten und daß bei den sauren Salzen diese Menge größer ist, als die dem darin enthaltenen basischen Wasser entspricht. Man braucht dieses Wasser aber keineswegs immer als Constitutionswasser anzusehen. Bei der großen Beweglichkeit der Molecüle, welche constatirt wird durch die Leichtigkeit, mit welcher die Verbindungen eine aus der andern unter gewissen Umständen entstehen, läßt sich annehmen, daß beim Trocknen der wasserhaltigen Salze, bei bestimmten Temperaturen eine Zersetzung eintritt, indem sich Verbindungen bilden, welche den Hydraten entsprechen, die bei

dieser Temperatur noch existiren können. Beispielsweise mag das Natriumtrimolybdat betrachtet werden. Ich habe angegeben, daß dasselbe bei 100 Grad noch ein Molecül Wasser zurückhält. Nun besteht aber bei 100 Grad das zweite Hydrat, nämlich die Dimolybdänsäure, so daß beim Trocknen des Salzes zwischen Salz und Krystallwasser eine Umsetzung eintreten und dasselbe in Verbindungen zerfallen kann, von denen wenigstens eine der Dimolybdänsäure entspricht, nämlich:

$$\begin{matrix} MoO_2 < ^{ONa}_{O} \\ MoO_2 < ^{}_{O} \\ MoO_2 < _{ONa} \end{matrix} + 7aq = \begin{matrix} MoO_2 < ^{ONa}_{O} \\ MoO_2 < _{ONa} \end{matrix} + MoO_2 < ^{ONa}_{OH} + 6H_2O.$$

Das saure Salz des normalen Hydrates gibt jedenfalls bei 100 Grad kein Wasser ab. Oder es könnte auch entstehen:

$$\begin{matrix} MoO_2 < ^{OH}_{O} \\ MoO_2 < _{OH} \end{matrix} \quad \text{und} \quad MoO_2 < ^{ONa}_{ONa}$$

Es wird also in dem bei 100 Grad getrockneten Salze das Verhältniß von Na + vertretbaren H zu der Anzahl des Radicals MoO_2 dasselbe sein, wie in der Dimolybdänsäure sich der vertretbare Wasserstoff zu der Anzahl des Radicals MoO_2 verhält; dies Verhältniß ist 2 : 2 oder = 1 : 1. In dem bei 100 Grad getrockneten Trimolybdat ist $Na + H : nMoO_2 = 3 : 3 = 1 : 1$.

Ganz gleiches stellte sich heraus für andere Salze und andere Temperaturen. Das krystallisirte Natriumtetramolybdat hält bei 100 Grad ein Molecül Wasser zurück; denn

0·9812 Grm. bei 100 Grad getrocknet gaben 0·0251 Wasser = 2·558 Pct.; dies entspricht einem Molecül, indem die Rechnung 2·812 Pct. verlangt; daher

$$Na + H : nMoO_2 = 4 : 4 = 2 : 2.$$

Das saure Natriumtetramolybdat hält, wie ich in meiner ersten Abhandlung gezeigt, bei 100 Grad drei Äquivalent Wasser zurück; dies entspricht drei Atomen Wasserstoff, somit $Na + H : nMoO_2 = 4 : 4 = 2 : 2$.

Es würde also z. B. bei diesem Salze bei 100 Grad folgende Zersetzung vor sich gehen:

$$\begin{array}{l} Mo\Theta_2 < {}^{\Theta Na}_{\Theta} \\ Mo\Theta_2 < {}^{}_{\Theta} \\ Mo\Theta_2 < {}^{}_{\Theta} \\ Mo\Theta_2 < {}_{\Theta H} \end{array} + 8aq = \begin{array}{l} Mo\Theta_2 < {}^{\Theta Na}_{\Theta} \\ Mo\Theta_2 < {}_{\Theta H} \\ \\ Mo\Theta_2 < {}^{\Theta H}_{\Theta} \\ Mo\Theta_2 < {}_{\Theta H} \end{array} + 6aq$$

In der Tetramolybdänsäure, welche noch bei 120 Grad besteht, ist $H : nMo\Theta_2 = 2 : 4$; das Natriumtetramolybdat dürfte also bei 120 kein Wasser mehr zurückhalten, da $Na : nMo\Theta_2 = 2 : 4$; dies ist auch in der That der Fall, denn

0·9007 Grm. bei 120° getrocknet gaben 0·0039 Wasser = 0·432 Pct., was so unbedeutend ist, daß es als Versuchsfehler gelten kann.

Das saure Natriumtetramolybdat hält bei 120° so viel Wasser zurück, daß dies einem Atom H entspricht; denn

1·5635 Grm. des bei 120 Grad getrockneten Salzes gaben 0·0272 Wasser = 1·74 Pct., die Rechnung verlangt 1·5 Pct. Wasser. Es ist somit

$$Na + H : nM\Theta_2 = 2 : 4.$$

Das Verhalten der löslichen Modificationen des Tri- und Tetramolybdates bei 100 Grad spricht, wie ich bei der Deutung deren Constitution erwähnt habe, für die dort gemachten Annahmen.

Ist das amorphe dreifachsaure Salz die angegebene moleculare Verbindung, so wird es bei 100 Grad sich so verhalten wie das krystallinische, nämlich ein Molecül Wasser zurückhalten; dies ist auch der Fall, denn

0·9291 Grm. des amorphen bei 100 Grad getrocknet gaben 0·0384 Wasser = 4·133 Pct.; die Rechnung verlangt 3·6 Pct. Wasser.

Das amorphe vierfachsaure Salz verhält sich jedoch verschieden vom krystallinischen; das letztere (Natriumtetramolybdat) hält, wie gezeigt wurde, bei 100 Grad ein Molecül Wasser zurück, indem es dem Krystallwasser dasselbe entnimmt, und es stellt sich dann das nothwendige Verhältniß $Na + H : nMo\Theta_2 = 2 : 4$ heraus.

Ist nun die amorphe Modification nach der früheren Annahme

$$Mo\Theta_2 < \begin{matrix}\Theta Na \\ \Theta H\end{matrix}$$

$$\begin{matrix} Mo\Theta_2 < \begin{matrix}\Theta H \\ \Theta \end{matrix} \\ Mo\Theta_2 < \begin{matrix} \\ \Theta H\end{matrix} \end{matrix}$$

$$Mo\Theta_2 < \begin{matrix}\Theta H \\ \Theta Na\end{matrix}$$

so kann es bei 100 Grad kein Wasser aufnehmen, da das Verhältniß $Na + H : nMo\Theta_2 = 2 : 4$ bereits überschritten und $6 : 4$ ist; es kann aber auch nichts abgeben, da die beiden Molecüle

$$Mo\Theta_2 < \begin{matrix}\Theta Na \\ \Theta H\end{matrix}$$

gemäß der Beständigkeit des normalen Hydrates kein Wasser abzugeben brauchen; deßgleichen wird das Molecül Dimolybdänsäure, da es bei 100° beständig ist, nichts abgeben; der Versuch bestätigt dies vollkommen, denn die Verbindung hält bei 100 Grad zwei Molecüle Wasser zurück.

0·8501 Grm. gaben 0·0462 Wasser = 5·434 Pct.; die Rechnung verlangt 5·471 Pct. Wasser.

Berichte der zur Beobachtung der totalen Sonnenfinsterniß des Jahres 1868 nach Aden unternommenen österreichischen Expedition.

VII. Bericht (Schluss).

Sternschnuppenbeobachtungen in Aden.

Von dem c. M. Prof. Dr. **Edmund Weiss.**

(Mit 3 Karten.)

Unter den Beobachtungen, welche die vorjährige österreichische Sonnenfinsternißexpedition während ihres Aufenthaltes in Aden auszuführen sich vorgenommen hatte, waren auch Beobachtungen von Sternschnuppen enthalten. Zur Anstellung derselben nahmen wir von Wien aus zwei Meteoroskope, d. h. kleine Theodoliten mit, welche mit leicht ablesbaren nur von Grad zu Grad getheilten Kreisen versehen sind, und statt des Fernrohres eine einfache Visurvorrichtung tragen, um Azimut und Höhe des Anfangs- und Endpunktes einer Meteorbahn bequem einstellen zu können. Die Vorzüge dieser vor etwa 30 Jahren von Director v. Littrow auf der Wiener Sternwarte eingeführten Beobachtungsmethode gegenüber der in der Regel angewendeten, nach welcher die Meteorbahnen unmittelbar in Sternkarten eingezeichnet werden, traten bei den in Aden stattfindenden Verhältnissen besonders hervor, indem während der Beobachtungen der Himmel in der Regel theilweise bedeckt war, und dieser Umstand bei unserer ungenügenden Vertrautheit mit den Constellationen des südlichen Himmels die Anwendung der letztgenannten Beobachtungsart unausführbar gemacht hätte.

Außer den drei Mitgliedern der Expedition, Dr. Theodor Oppolzer, Marineofficier J. Řiha und mir selbst, nahm an den Sternschnuppenbeobachtungen auch der Observator der Bonner Stern-

warte Dr. B. Tiele, Mitglied der norddeutschen Expedition, freundlichst mit regem Eifer Antheil. Dies ist um so dankbarer anzuerkennen, als bei der geringen Zeit, die wir, der Ungunst des Wetters und der anderen auszuführenden Arbeiten wegen, diesen Beobachtungen widmen konnten, nur durch eine möglichst zahlreiche Betheiligung an denselben einigermaßen sichere Resultate sich erlangen ließen.

In der nun folgenden Zusammenstellung der an den einzelnen Tagen beobachteten Meteore stellen die beigeschriebenen Buchstaben *O, R, T* und *W* die Initialen des Namens des Beobachters vor, und es ist in den seltenen Fällen, wo ein und dieselbe Sternschnuppe mehrfach eingestellt wurde, das Mittel der Ablesungen angegeben. Die geringe Zahl der von mir eingetragenen Sternschnuppen erklärt sich aus dem Umstande, daß ich das Notiren der Beobachtungen besorgte, und nur jene wenigen Meteore einstellte, die den anderen Herren zufällig entgangen waren. Erwähnen will ich noch, daß wir unser Hauptaugenmerk den südlichen Sternbildern zuwendeten, da es uns hauptsächlich um die Bestimmung südlicher Radiationspunkte zu thun war, und daß die Orientirung der Meteoroskope mit Hilfe des Polarsternes geschah. Die Verwandlung von Azimut und Höhe in Rectascension und Declination führte ich mittelst eines speciell zu solchen Zwecken construirten, der hiesigen Sternwarte gehörigen Himmelsglobus von 3 Fuß Durchmesser aus.

1868 August 7 (♀).

Nr.	Adener Sternzeit	Größe	Anfangspunkt		Endpunkt		Beobachter	Anfangspunkt		Endpunkt	
			Azimut	Höhe	Azimut	Höhe		AR	Decl.	AR	Decl.
1	$16^h 52{\cdot}6^m$	3	340°	59°	357°	57°	W	263°	—16°	255°	—20°
2	17 20·6	4	337	35	341	30	R	283	—38	282	—43
3	17 49·6	4	32	49	30	39	R	245	—22	241	—31
4	17 51·6	4	14	43	25	46	W	256	—33	249	—27
5	18 3·6	3	351	49	0	43	R	278	—27	271	—34

Nr. 4. Sehr blaß nebelartig.

Um $18^h 30^m$ Sternzeit wurden die Beobachtungen wegen vollständiger Umwölkung des Himmels geschlossen. Dieselbe begann um 18^h etwa im Norden und breitete sich von da über Ost und West nach Süd aus.

1868 August 8 (♄).

Nr.	Adener Sternzeit	Größe	Anfangspunkt Azimut	Anfangspunkt Höhe	Endpunkt Azimut	Endpunkt Höhe	Beobachter	Anfangspunkt AR	Anfangspunkt Decl.	Endpunkt AR	Endpunkt Decl.
1	17h 4m 42s	3	18°	41°	27°	37°	R	241°	—34°	232°	—35°
2	12 32	2	357	38	38	31	O	261	—39	220	—34
3	37 4	3	105	31	96	20	R	203	+18	193	+ 9
4	45 26	3	311	27	305	24	O	316	—27	322	—25
5	17 59 52	4	68	30	61	26	R	215	—12	215	—20
6	18 5 22	5·6	90	43	.	.	R	223	+ 8	.	.
7	5 54	5	330	38	341	32	O	298	—32	292	—42
8	10 12	6	86	37	86·5	25	R	220	+ 3	208	+ 2
9	15 32	5	63	20	.	.	R	212	—21	.	.
10	21 4	3	238	45	246	41	O	319	+32	325	+27
11	30 17	3·2	35	42	48	34	O	251	—27	236	—26
12	40 0	6	355	26	.	.	O	288	—51	.	.
13	43 52	6	350	56	349	58	W	287	—21	287	—18
14	50 56	4	90	45	100	42	R	238	+ 9	234	+14
15	51 3	3	314	24	314	19	O	333	—32	339	—35
16	18 53 32	3	339	52	1·5	47·5	O, W	296	—22·5	282·5	—29·5

Nr. 2. Langsam, mit Schweif, schien zu zerstieben.
„ 3. Leuchtete hell auf, und nahm dann langsam an Helligkeit ab.
„ 4. Mit Schweif. Unsichere Beobachtung.
„ 6. Mitte einer sehr kurzen, die gegen SW zog.
„ 9. Mitte einer sehr kurzen, die gegen SW zog.
„ 12. Mitte einer sehr kurzen, die senkrecht herabfiel.
„ 14. und 15. Gegen Ende heller werdend.

Die Beobachtungen wurden wegen Aufgang des Mondes um 19h geschlossen.

1868 August 10 (☾).

Nr.	Adener Sternzeit	Größe	Anfangspunkt Azimut	Anfangspunkt Höhe	Endpunkt Azimut	Endpunkt Höhe	Beobachter	Anfangspunkt AR	Anfangspunkt Decl.	Endpunkt AR	Endpunkt Decl.
1	19h 8m 29s	3	152°	13°5	109°	13°	O, W	204°	+61°	207°	+20°
2	20 19	4	39	45·5	47	43	O, T	262·5	—22·5	256	—20
3	25 54	2	148	24	145	16	O	227	+57	211	+54
4	26 59	2	277	71	329	72	O	311	+10	301	— 2
5	19 34 4	4	38	33	40	27	O	257	—32	251	—36

Nr.	Adener Sternzeit	Größe	Anfangspunkt		Endpunkt		Beobachter	Anfangspunkt		Endpunkt	
			Azimut	Höhe	Azimut	Höhe		AR	Decl.	AR	Decl.
6	19ʰ 35ᵐ 0ˢ	4	131°	61°	121°	59°	W	269°	+30°	264°	+26°
7	37 4	4	358	42	10	38	O	296	—35	285	—39
8	41 49	2	274	40	274	33	O	345	+ 5	352	+ 4
9	47 19	3	121	62	131	52	T	270	+25	263	+34
10	52 39	5	82·5	59	68	59	T	267	+ 7	270	— 1
11	19 55 52	2·3	296	47	286	41	O	337	— 7	345	— 3
12	20 1 59	2	352	46·5	.	.	O	306	—30	.	.
13	7 0	3	10	47	24	43	O	296	—30	283	—31
14	20 9 4	3	64	61·5	70	53	T	277	— 1	268	— 2

Nr. 1. Nachleuchtend.

„ 12. Mitte einer sehr kurzen (Bahnlänge etwa $\frac{1}{2}$°), die senkrecht herabfiel.

Von 20ʰ 10ᵐ an umzog sich der Himmel rasch mit Schichtwolken: Horizont sehr dunstig. Schluß der Beobachtungen um 20ʰ 20ᵐ.

1868 August 11 (♂).

Nr.	Adener Sternzeit	Größe	Anfangspunkt		Endpunkt		Beobachter	Anfangspunkt		Endpunkt	
			Azimut	Höhe	Azimut	Höhe		AR	Decl.	AR	Decl.
1	20ʰ 27ᵐ 47ˢ	5·6	357°	54°	12°	48°	O	308°	—22°	298°	—28°
2	34 52	3	281	26	273	23	R	11	— 4	16	+ 3
3	36 27	5	243	40	252	32	O	0	+29	9	+23
4	39 27	2	66	66·5	87	62	O	289	+ 2	282	+ 9
5	39 47	2	317	27	319	15	R	356	—32	7	—40
6	46 54	4	78	59	89	49	R	282	+ 4	271	+ 8
7	46 39	5	285	57	269	57	O	344	+ 3	346	+11
8	51 58	5	283	45	280	38	O	356	0	4	0
9	20 59 32	5	159	51	161	44	R	295	+47	292	+54
10	21 1 7	5	318·5	37	317·5	34	O	351	—27	354	—28
11	5 45	1	107	22	85	10	R	245	+19	238	— 4
12	12 32	1·2	345	45	334	35	O	330	—30	344	—36
13	12 42	1·2	357	39	2	29	O	320	—38	316	—49
14	12 42	.	23·5	48	9	54	T	301	—26	313	—22
15	13 27	6	97	35	93	27	R	262	+12	255	+ 7
16	13 57	5	274	60	291	59	O	348	+ 9	346	0
17	18 37	4	200	41	163	54	T	346	+58	305	+46
18	18 57	3	1	68·5	23	66	O	319	— 9	311	— 9
19	23 27	3	311	46	313	41	O	354	—17	357	—21
20	21 24 37	3	189	13	162	16	T	46	+83	246	+72

Nr.	Adener Sternzeit	Größe	Anfangspunkt Azimut	Anfangspunkt Höhe	Endpunkt Azimut	Endpunkt Höhe	Beobachter	Anfangspunkt AR	Anfangspunkt Decl.	Endpunkt AR	Endpunkt Decl.
21	21h 25m 11s	4	282°	71°	354°	61°	O	339°	+ 8°	324°	—16°
22	27 32	3	306	31	306	26	O	11	—22	15	—25
23	29 27	4	297	28	295·5	23	O	18	—17	23	—18
24	30 32	2	217	70·5	320	75	O	336	+28	332	+ 2
25	32 7	3	325	34	330	27·5	O	356	—32	358	—40
26	34 17	3	7	55	1	35	R	320	—22	323	—43
27	35 32	4	319	26	326	23·5	O	9	—34	6	—41
28	36 59	6	346	35·5	352	32	O	339	—40	333	—44
29	37 37	5	24	29	35	26	R	297	—43	284	—40
30	38 5	3	286	42	280·5	30·5	O	10	— 3	23	— 2
31	38 55	2	273	26·5	269·5	20·5	O	29	+ 4	35	+ 5
32	43 22	1	195	11	158·5	11	T	61	+77	236	+68
33	44 23	4·5	175	33	171	11	T	314	+69	230	+80
34	46 17	2	90	63	56	37	R	300	+11	284	—19
35	48 35	3·4	336	37	349	39	O	350	—35	337	—37
36	49 2	4	203	43	175	50	T	354	+55	322	+52
37	50 9	3	282	46	275	41	O	11	+ 1	17	+ 5
38	50 9	4	270	82	19	67	R	335	+13	321	— 9
39	51 57	4	299	43	296	39	O	8	—11	14	—11
40	21 56 10	5	206	60	159	61	T	345	+39	316	+39

Nr. 7. Gleichzeitig fiel eine zweite.
„ 11. Roth; Anfangs schwach an Helle zunehmend: nachleuchtend.
„ 13. Fast gleichzeitig noch eine dritte.
„ 15. Fast gleichzeitig noch eine, dieser parallel fliegende 5. Größe.
„ 19. Nachleuchtend.
„ 24. Unsichere Beobachtung.
„ 25. Gleichzeitig eine zweite.
„ 30. Ende unsicher beobachtet.
„ 34. Hinterließ einen blauen Schweif; anfänglich schwach, in der Mitte am hellsten.
„ 35. Anfang unsicher beobachtet.
„ 36. Sehr schnell.
„ 38. Röthlich; lang nachleuchtend.
„ 40. Sehr verwaschen, Umrisse undeutlich, nebelartig.

Schluß der Beobachtungen um 22h, nachdem der Mond seit einer halben Stunde aufgegangen. Oppolzer bemerkte, daß die meisten von ihm beobachteten Sternschnuppen einem und demselben Radianten anzugehören schienen.

1868 August 15 (♄).

Nr.	Adener Sternzeit	Größe	Anfangspunkt Azimut	Anfangspunkt Höhe	Endpunkt Azimut	Endpunkt Höhe	Beobachter	Anfangspunkt AR	Anfangspunkt Decl.	Endpunkt AR	Endpunkt Decl.
1	18h 50m 28s	1	344°	58°	40°	56°5	T	291°	—18°	262°	—13°
2	19 5 35	5	18	43	25	39	O	271	—32	264	—34
3	8 13	5	357	56	45	49	T	289	—21	258	—17
4	17 0	5	272	63	286	65	T	316	+11	313	+ 5
5	19 25	5	262	71	16	49	T	309	+14	279	—26
6	22 40	1	301	74	110	84	T	305	+ 5	285	+13
7	24 25	3	156	28	166	20	W	239	+62	231	+74
8	39 5	2·3	307	66	313	57	T	314	— 2	318	—10
9	19 50 5	3	301	36	311	34·5	O	344	—16	340	—23
10	20 0 40	3	228	70	291	59	T	316	+25	329	0
11	3 25	5	329	35	327	29	O	331	—34	338	—37
12	4 55	5·6	289	57	289	46	T	332	+ 1	342	— 3
13	9 25	4	14	29	20	25	O	285	—47	276	—48
14	11 23	4·5	297	85	87	87	T	308	+11	300	+12
15	55 53	5·6	261	45	238	50	T	0	+16	353	+31
16	20 57 55	5	340	21	345	20	O	345	—51	339	—54
17	21 7 35	3	346	26·5	354	17	O	336	—48	330	—60
18	15 8	1	319	46	273	49	T	348	—21	0	+ 8
19	17 27	3	310	34	335	28	T	3	—23	350	—43
20	17 40	3	300	49	345	37	T	354	— 9	335	—38
21	18 55	5	7	49·5	30	45	O	316	—28	297	—26
22	20 36	5	330	67	347	53	O	331	— 7	328	—23
23	20 36	5	286	80	342	68	T	329	+10	327	— 8
24	22 33	3·4	256	40·5	269	39	O	12	+19	13	+ 9
25	23 43	5	349	35	354	33	O	333	—42	328	—44
26	26 44	1	77	24	65	16	O	259	— 8	255	—20
27	2 27 28	3	6	28	11	21·5	O	315	—49	306	—55
28	2 28 27	5·6	280	67	249	69	T	345	+ 7	343	+20
29	30 41	3	223	65	265	82	T	342	+30	330	+14
30	32 50	3	345	69	354	56·5	T	329	— 7	326	—20
31	35 33	5	47	31	41	25	O	280	—28	278	—36
32	37 53	4	243	71	284	63	T	341	+21	350	+ 5
33	39 15	3	36	79·5	349	76·5	O	319	+ 4	327	0
34	43 35	3	11	73	37	74	O	323	— 4	317	0
35	45 15	4	330	30	340	26	T	359	—38	352	—47
36	46 58	3·4	59	29	62	23·5	O	275	—20	268	—21
37	48 49	5	0	32	20	32	O	327	—45	306	—42
38	54 40	5	35	39	32·5	32	O	299	—29	296	—36
39	55 29	5·6	248	45	218	46	T	15	+25	5	+44
40	21 55 45	3	24	63	13	62	O	318	—12	323	—15

Nr.	Adener Sternzeit	Größe	Anfangspunkt Azimut	Anfangspunkt Höhe	Endpunkt Azimut	Endpunkt Höhe	Beobachter	Anfangspunkt AR	Anfangspunkt Decl.	Endpunkt AR	Endpunkt Decl.
41	21h 58m 8s	3	22°	24°	21°	16°	O	300°	—48°	294°	—56°
42	58 17	3	280	59	246	56	T	1	+ 6	4	+24
43	21 58 29	2·3	306	43	294	35	O	7	—16	20	—11

Nr. 14. Ende unsicher beobachtet.
„ 26. Lang nachleuchtend.
„ 29. Mit Schweif. Bewegung sehr rasch. Ende unsicher beobachtet.
„ 34. Unsichere Beobachtung.
„ 37. Sehr rasch.
„ 41. Nachleuchtend.

Die Beobachtungen wurden, anderer Arbeiten wegen, von 20^h 15^m bis 20^h 55^m unterbrochen, und wegen allgemeiner Ermattung um 22^h geschlossen.

1868 August 16 (☉).

Nr.	Adener Sternzeit	Größe	Anfangspunkt Azimut	Anfangspunkt Höhe	Endpunkt Azimut	Endpunkt Höhe	Beobachter	Anfangspunkt AR	Anfangspunkt Decl.	Endpunkt AR	Endpunkt Decl.
1	21h 3m 36s	6	300°	49°	313°	37°	T	351°	— 9°	355°	—23°
2	6 33	4	328	61	276	54	T	332	—11	353	+ 7
3	9 16	4·5	322	52	355	44	T	340	—17	321	—33
4	10 46	3	32	37·5	38	34	O	290	—32	282	—31
5	15 46	4·5	266	40	289	35	T	10	+11	11	— 7
6	18 31	2	303	41	298	30	T	1	—15	13	—16
7	30 36	1	163	45	190	36	T	302	+54	339	+66
8	21 36 29	4	155	40	185	38	T	289	+54	331	+65

Nr. 3. Sehr schnell fliegend.

Die Beobachtungen wurden wegen eintretender Bewölkung und Ermattung um 21^h 40^m geschlossen.

Nach dem eben mitgetheilten Beobachtungsjournale war die Vertheilung der Beobachtungen die folgende:

1868 August	7	beobachtet	5	Meteore	in	1h 40m	(2 Beobachter)
„ „	8	„	16	„	„	1 55	(2 „)
„ „	10	„	14	„	„	1 10	(2 „)
„ „	11	„	40	„	„	1 30	(3 „)
„ „	15	„	43	„	„	2 35	(2 „)
„ „	16	„	8	„	„	0 40	(2 „)

In 6 Tagen beobachtet 126 Meteore in 9^h 30^m.

Aus diesen Zahlen ergibt sich eine mittlere stündliche Anzahl von 13, oder, wenn man August 7, wo während der Beobachtungsdauer der Himmel fast beständig größtentheils umwölkt war, wegläßt, eine mittlere stündliche Anzahl von 15 Meteoren, auf 2 bis 3 Beobachter, also eine mäßige Frequenz. Am 11. August trat jedoch ein sehr merkbares Anschwellen des Sternschnuppenphänomenes auf, indem an diesem Tage die Häufigkeit für 3 Beobachter auf 27 in einer Stunde anstieg. Über die Größe der Meteore, welche dem Beobachtungsjournale zu Folge meist eine geringe war, werden wir später einige Bemerkungen hinzufügen.

Zur Ermittlung der Radiationspunkte, denen die in Aden beobachteten Meteore angehörten, wurden deren Bahnen zuerst in Karten nach Äquatoreal-Horizontal-Projection eingezeichnet, und dadurch gefunden, daß im Ganzen 7 Radiationspunkte sich erkennen lassen. Jeder dieser, dessen genäherte Position leicht durch den bloßen Anblick der Karten sich ergab, wurde nun auf einem eigenen Blatte möglichst nahe dem Projectionsmittelpunkte aufgetragen, und nach der von mir vor Kurzem angegebenen Methode [1]) die Rectascension und Declination jenes Punktes der verlängerten Sternschnuppenbahn gesucht, der dem angenommenen Orte des Radianten am nächsten liegt. Dadurch fanden sich nachstehende Resultate:

---

[1]) E. Weiss, Beiträge zur Kenntniß der Sternschnuppen. Sitzb. d. k. Akad. d. Wissensch. B. LVII, p. 281, u. Astr. Nachr. B. LXXII, p. 92. Am ersteren Orte ist p. 306, Zeile 11 ff. v. o. bei der Auseinandersetzung der Methode aus Versehen ein Satz ausgeblieben. Die betreffende Stelle soll vollständig so lauten: „Da nämlich in dieser Projection alle größten Kugelkreise als gerade Linien erscheinen, ist die von einem provisorisch angenommenen Radiationspunkte auf die verlängerte Sternschnuppenbahn gezogene Senkrechte die kürzeste Entfernung dieser von jenem, und der Durchschnittspunkt beider Linien jener Punkt der Sternschnuppenbahn, welcher dem Radiationspunkte am nächsten liegt, wenn man denselben nur in die Nähe des Projectionsmittelpunktes bringt. Man findet etc. etc." Die hinzugefügte Beschränkung ist deßhalb nöthig, weil bekanntlich bei dieser Projectionsart die Winkel zweier größter Kugelkreise nur in der Nähe des Projectionsmittelpunktes in der natürlichen Größe erscheinen.

I. Perseus meteore.

Angenommener Radiationspunkt (44° + 56°).

Mittl. Aden. Zeit				AR	Decl.	Größe
1868 August	10·41	Nr.	1	38°	+56°	3
„	11·50	„	17	40	+47	4
„	11·50	„	20	56	+57	3
„	11·50	„	21	44	+58	4
„	11·51	„	32	58	+56	1
„	11·52	„	34	46	+64	1
„	11·52	„	36	38	+46	4
„	11·52	„	38	44	+58	4
„	15·40	„	5	44	+57	5
„	15·49	„	19	47	+47	3
„	15·49	„	20	44	+56	3
„	15·49	„	29 (:)	44	+58	3

Im Mittel	August	11·37	45·5	+55·3	(8 Meteore)
	„	15·47	44·7	+54·5	(4 „)

Die Zahl der aus diesem Radiationspunkte beobachteten Meteore ist wohl deßhalb nur so gering, weil wir, wie bereits oben bemerkt wurde, hauptsächlich die südlichen Gegenden des Himmels ins Auge faßten. Die helleren hierher gehörigen Meteore zeigten den Charakter der Perseiden: rasch vergängliche Schweife, und Zunahme der Helligkeit, vom Erscheinen bis zum Verschwinden deutlich ausgeprägt. Das Zeichen (:) bedeutet wie immer, daß der Beobachter die Beobachtung für unsicher hielt.

II. Angenommen (295°—25°).

Mittl. Aden. Zeit				AR	Decl.	Größe
1868 August	7·34	Nr.	2	287	—23	4
„	8·33	„	1	290	—19	3
„	8·36	„	4 (:)	297	—31	3
„	8·39	„	11	295	—25	2·3
„	8·40	„	13	287	—25	6
„	8·40	„	15	308	—17	3
„	10·42	„	2	295	—27	4
„	10 44	„	11	293	—22	2·3
„	10·45	„	12	304	—25	2
„	15·40	„	2	287	—23	5
„	15·43	„	11	305	—20	5
„	15·51	„	41	305	—27	3

Mittl. Aden. Zeit		AR	Decl.	Größe
August 15·51	Nr. 43	296°	—24°	2·3
„ 16·48	„ 2	304	—30	4
„ 16·48	„ 4	297	—32	3

Im Mittel August 8·20	294·0	—23·3	(6 Meteore)
„ 10·44	297·3	—24·7	(3 „)
„ 15·80	299·0	—26·0	(6 „)

Schmidt[1]) setzt einen Radiationspunkt für August 3—31 auf (286°—26°) der mit diesem wohl identisch ist. Dieser Radiation dürfte auch die Sternschnuppe August 11 Nr. 10 zugehören, aber unsicher beobachtet sein.

III *a*. Angenommen (338°—6°).

Mittl. Aden. Zeit		AR	Decl.	Größe
August 8·34	Nr. 2	338°	— 5°	2
„ 8·40	„ 16	331	— 2	3
„ 10·43	„ 7	338	— 6	4
„ 10·45	„ 13	342	—12	3
„ 11·46	„ 1	333	— 3	5·6
„ 11·47	„ 5	332	—10	2
„ 11·47	„ 6	332	—14	4
„ 11·47	„ 7	340	— 8	5
„ 11·48	„ 8	338	0	5
„ 11·49	„ 13	330	— 6	1·2
„ 11·50	„ 18	338	— 8	3
„ 11·50	„ 19	344	— 1	3
„ 11·50	„ 22	345	— 2	3
„ 11·51	„ 23	338	— 7	4
„ 11·51	„ 25	347	— 4	3
„ 11·51	„ 30 (:)	337	— 6	3
„ 11·51	„ 31	338	— 9	2
„ 11·51	„ 33	340	— 8	4·5
„ 11·52	„ 37	340	—13	3
„ 11·52	„ 39	338	— 7	4

[1]) Um Wiederholungen bei den Citaten von Radiationspunkten, die mit den in Aden gefundenen verglichen werden, zu vermeiden, erwähne ich gleich hier, daß sich bezieht:

Schmidt auf Schmidt: Radiationspunkte und stündliche Häufigkeit der Meteore. Ast. N. LXXIV, p. 51. — Heis auf Heis: Die Radiationspunkte der Sternschnuppen. Ast. N. LXIX, p. 158. — Heis-Neumayer auf: On Meteors in the Southern Hemisphere by Dr. E. Heis u. Dr. G. Neumayer. — Greg auf Greg's Verzeichniß der Radiationspunkte in der Scientific Review vom 1. Juni 1867.

III *b*. Angenommen (340°—10°).

Mittl. Aden. Zeit			AR	Decl.	Größe
August	15·41	Nr. 6	339°	—11°	1
„	15·44	„ 14 (:)	342	— 2	4·5
„	15.48	„ 17	347	— 8	3
„	15·49	„ 27	348	—12	3
„	15·49	„ 28	347	— 7	5·6
„	15·50	„ 34 (:)	333	—14	3
„	15·51	„ 36	332	+ 1	3·4
„	16·48	„ 6	339	—12	2

Im Mittel August 9·41 .... 337·2 —6·2 (4 Meteore)
„ 11·50 .... 338·1 —6·6 (16 „)
„ 15·60 .... 340·9 —8·1 (8 „)

Aus diesem Radiationspunkte scheint noch auszustrahlen das Meteor August 11, Nr. 4, aber unsicher beobachtet zu sein. Der Meteorschauer, der sich am 11. August aus diesem Punkte entwickelte, war so auffallend, daß derselbe schon während der Beobachtung erkannt wurde. Die Meteore dieses Stromes hatten meistens eine geringe Größe (3. bis 5.) und langsame Bewegung; von den helleren derselben ließen einige auch Schweifspuren zurück. Es wäre zu wünschen, daß die Sternschnuppenbeobachter in den nächsten Perioden diesen Punkt ins Auge fassen möchten, da er in unseren Breiten noch gut sichtbar ist.

Heis-Neumayer führt als Radiant für August Σ_1 (337° —10°) auf, während Schmidt in diese Gegend des Himmels 5 Radiationspunkte setzt, nämlich:

August 3—31 (331° —13°)
„ 3—31 (333 — 2)
„ 1—31 (344 —11)
„ 1—12 (345 — 7)
„ 1—12 (357 — 8)

IV *a*. Angenommen (293° + 3°)

Mittl. Aden. Zeit				AR	Decl.	Größe
1868	August	7·32	Nr. 1	296°	—1°	3
	„	7·37	„ 5	299	0	3
	„	8·38	„ 8	293	+7	6
	„	10·43	„ 5	295	+2	4
	„	10·43	„ 8	293	+3	2

Mittl. Aden. Zeit		AR	Decl.	Größe
August 10·44	Nr. 9	284°	—1°	3
„ 10·45	„ 14	294	+2	3
„ 11·48	„ 9	302	+2	5
„ 11·49	„ 12	293	+3	1·2

IV *b*. Angenommen (302° + 8°).

Mittl. Aden. Zeit		AR	Decl.	Größe
August 15·42	Nr. 8	307°	+ 9°	2·3
„ 15·43	„ 12	307	+17	5·6
„ 15·50	„ 31	290	+15	5
„ 15·50	„ 33	302	+ 8	3
„ 15·51	„ 38	309	+ 5	5
„ 15·51	„ 40	300	0	3

Im Mittel August 7·69	296·0	+2·0	(3 Meteore)
„ 10·79	293·5	+1·8	(6 „)
„ 15·48	302·5	+9·0	(6 „)

Dieser Radiant, zu dem wohl noch die Sternschnuppe August 8 Nr. 7 gehört, dürfte identisch sein mit Gregs QG (294° + 3°) für Juni 1 bis August 17; Heis T_1 (314° + 15°) für August 15 bis 31 und Heis-Neumayer's Ξ_2 (305° + 15°) für Juli. Schmidt verlegt in diese Region des Himmels keinen Radiationspunkt.

V. Angenommen (5°—20°).

Mittl. Aden. Zeit		AR	Decl.	Größe
1868 August 11·46	Nr. 2	2°	—20°	3
„ 11·51	„ 27	13	—17	4
„ 11·51	„ 28	352	—20	6
„ 15·38	„ 1	5	—11	1
„ 15·40	„ 3	6	—10	5
„ 15·47	„ 15	10	—17	5·6
„ 15·47	„ 16	14	—20	5
„ 15·49	„ 21	5	—21	5
„ 15·49	„ 25	5	—20	5
„ 15·51	„ 35	7	—20	4
„ 15·51	„ 42	356	—23	3

Im Mittel August 11·49	2·3	—19·0	(3 Meteore)
„ 15·47	6·0	—17·8	(8 „)

Dieser Radiant kommt bei Schmidt vor, der ihn für August 1—12 auf (9°—15°) ansetzt, während er bei Heis-Neumayer fehlt.

VI. Angenommen (355° + 50°).

Mittl. Aden. Zeit		AR	Decl	Größe
1868 August 10·42	Nr. 4	354°	+46°	2
„ 11·49	„ 26	4	+46	5
„ 11·51	„ 24 (:)	345	+52	2
„ 15·40	„ 4	355	+50	5
„ 15·49	„ 22	350	+51	5
„ 15·49	„ 23	340	+53	5
„ 15·49	„ 24	4	+50	3·4
„ 15·49	„ 30	350	+51	3
„ 16·47	„ 1	337	+48	6
„ 16·48	„ 5		+50	4·5

Im Mittel August 11·14	354·3	+48·0	(3 Meteore)
„ 15·76	351·3	+50·7	(7 „)

Zu diesem Radiationspunkte, der sich durch die kurzen Bahnen der zu ihm gehörigen Meteore auszeichnet, dürfte noch gehören August 15, Nr. 9. Er ist trotz der geringen Zahl der Sternschnuppen, die an den einelnen Tagen aus ihm kamen, gut charakterisirt, dessen Lage aber schwer genau festzusetzen. Schmidt und Heis verlegen sonderbarerweise keinen Radiationspunkt in diese Gegend des Himmels, wohl aber hat Greg einen in der Nähe E (335° + 52°), der für August 7 — September 30 gilt.

VII. Angenommen (275° + 50°).

Mittl. Aden. Zeit		AR	Decl.	Größe
1868 August 7·36	Nr. 3	270°	+52°	4
„ 8·35	„ 3	276	+42	3
„ 8·38	„ 10	280	+55	3
„ 10·42	„ 3	276	+51	2
„ 10·43	„ 6	283	+44	4
„ 11·49	„ 11	265	+53	1
„ 15·43	„ 10	280	+56	3
„ 15·49	„ 26	278	+49	1
„ 15·50	„ 32	282	+61	4

Im Mittel August	8·03	275·3	+49·7	(3 Meteore)
„	10·78	274·7	+49·3	(3 „)
„	15·47	280·0	+55·3	(3 „)

Auch die Lage dieses Radiationspunktes, dem wohl noch die Meteore August 11, Nr. 3 und 26 angehören, ist schwer mit Genauigkeit anzugeben. Aus ihm kamen verhältnißmäßig die hellsten Meteore. Der nächste ihm bekannte Radiationspunkt ist Gregs für August 2 bis September 25 geltender B_5 (285° + 44°).

VIII. Sporadische Meteore.

Die übrigen 26 Meteore sind vorläufig als sporadische zu betrachten. Darunter kommen indeß 6 vor, nämlich die oben angeführten August 8, Nr. 7; August 11, Nr. 3, 4, 10 und 26 und Aug. 15, Nr. 9, welche wohl nur mangelhafte Beobachtungen von Sternschnuppen aus den dort bezeichneten Radiationspunkten sind. Ferner deuten die sehr kurzen Bahnen Nr. 6, 9 und 12 vom August 8 noch auf drei Radiationspunkte in der Nähe von (215° + 7°); (205°—20°) und (290°—50°). Zu dem ersten dieser Punkte wäre noch zu zählen August 8, Nr. 5, zu dem letzten August 7, Nr. 4. Die Sternschnuppen August 11, Nr. 29 und 37, dann August 15, Nr. 18 und 37 endlich weisen auf zwei sehr südliche Radianten hin.

Die Zahl der Meteore vertheilt sich unter die einzelnen Radiationspunkte wie folgt:

I.	Perseiden:	12 Meteore	Aug.	10—15	Max. Aug. 11.	
II.	(297°—25°)	15 (event. 16)	Meteore Aug.	7—16.		
III.	(338 — 7)	28 („ 29)	„ „	8—16.	Max. Aug. 11.	
IV.	(296 + 5)	15 („ 16)	„ „	7—15.		
V.	(5 —18)	11	„ „	11—15.	Max. Aug. 15.	
VI.	(352 +50)	10 (event. 11)	„ „	10—16.		
VII.	(277 +51)	9 („ 11)	„ „	7—15.		
VIII.	Sporadische	26 („ 20)				

Nach Größenclassen geordnet, ergibt sich, wenn man von den geschätzten halben Größen, bei gerader Zahl des Vorkommens die Hälfte je den benachbarten ganzen Größen, bei ungerader Zahl die größere Hälfte der helleren Größe zutheilt, das folgende Tableau:

Meteore	System.	Spor.	Zusammen
1. Größe	7	2	9
2. „	12	1	13
3. „	36	4	40
4. „	20	5	25
5. „	19	8	27
6. „	6	3	9
Nebulosae	—	2	2
ohne Angabe	—	1	1
Summe...	100	26	126

Aus dieser Zusammenstellung sieht man, daß die überwiegende Zahl der Meteore zu den kleineren gehörte; eine eigentliche Feuerkugel kam unter denselben nicht vor.

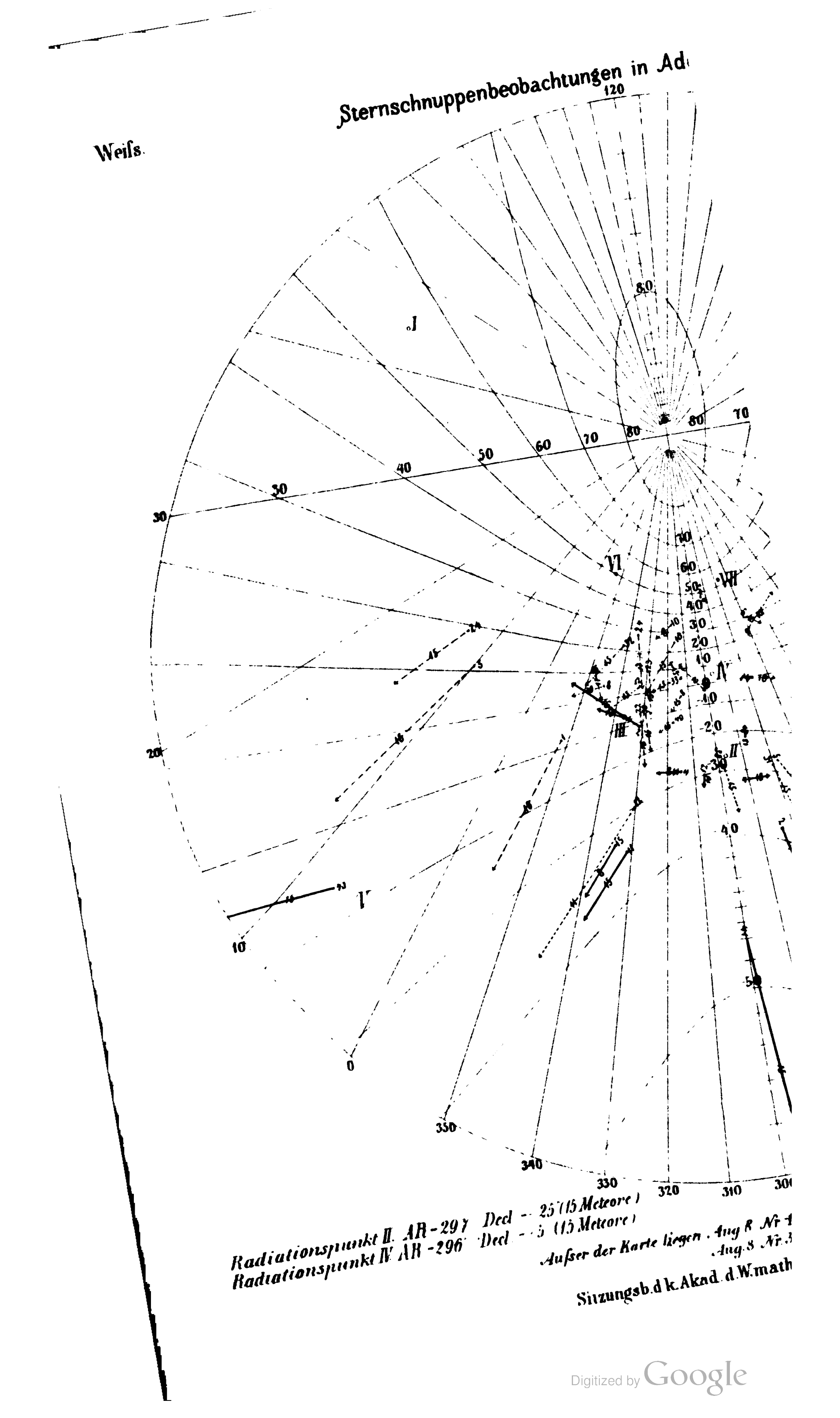
Um die Sicherheit, mit der die einzelnen oben angeführten Radiationen sich bestimmen ließen, und die Gruppirung derselben sowohl unter einander als auch in Bezug auf die aus ihnen hervorbrechenden Sternschnuppen mit einem Blicke übersehen zu können, habe ich die als systematisch erkannten Meteorbahnen auf zwei Karten zusammengezeichnet. Die ein und demselben Radiationspunkte zugehörigen Meteore sind durch einander gleiche volle oder gebrochene Linien kènntlich gemacht, und die in der Mitte jeder Bahn stehende Zahl zeigt den Beobachtungstag, die am Anfange befindliche deren laufende Nummer an. Diesen beiden habe ich eine dritte Karte mit den sporadischen Meteoren hinzugefügt, und auf jeder der drei Karten alle 7 Radiationspunkte angezeigt, damit jeder mit leichter Mühe sich ein Urtheil über den Grad der Berechtigung bilden könne, nach welchem ein Meteor gerade diesem und nicht einem anderen Radianten zugetheilt wurde, da bekanntlich hierbei eine gewisse Unbestimmtheit herrscht.

150
80
60 30 40 50 60 70 80 80 70
50
40
30
20
10
0
350 340 330 320

— Radiationspunkt N°III: AR = 338 Decl. = 7 (28 Meteore)

– – Radiationspunkt N°I: AR = 44 Decl. = –.

· Ausser der Karte liegen · Aug. 8 · Nr. 2 gehörig zum · Aug. 10 · Nr. 1 · ·


Weiss.
Sternschnuppenbeobachtungen in Ad
120
80
70
60
50
40
30
20
10
0
350
340
330
320
310
VI
VII
III
II
I
Radiationspunkt II. AR - 297 Decl - - 25 (15 Meteore)
Radiationspunkt IV. AR - 296 Decl - - 5 (15 Meteore)
Außer der Karte liegen . Aug 8 Nr
Aug. 8 Nr. 3
Sitzungsb. d k. Akad. d. W. math

Zur Kenntniß der Purkinje'schen Fäden.

Von **Anton Frisch**, stud. med.

(Aus dem physiologischen Institute der Wiener Universität.)

(Mit 1 Tafel.)

Im Herzen einiger Säugethiere (Schaf, Ziege, Reh, Rind, Pferd und Schwein) findet sich unter dem Endocardium ein Netz grauer, gallertiger Fäden, welches von Purkinje[1]) entdeckt und zuletzt von M. Lehnert[2]) wieder genau untersucht und beschrieben wurde.

Die nach dem Entdecker genannten Fäden sind nur in den Ventrikeln vorhanden. Sie erstrecken sich mit den Fortsätzen des Endocardiums auch in die Tiefe des Herzfleisches und gehen entweder in Bündel gewöhnlicher quergestreifter Herzmusculatur über oder hören mit verjüngten Enden auf.

Im linken Ventrikel des Schafherzens fand ich in der Regel eine eigenthümliche Anordnung der Fäden, welche sich mit freiem Auge ganz gut verfolgen läßt.

Bis zur Höhe der Papillarmuskeln nämlich bilden dieselben ein ziemlich gleichmäßiges Netz, welches sich auf die Papillarmuskeln selbst, nicht aber in die *Chordae tendineae* fortsetzt. In der Zone des linken Ventrikels, welche über den Papillarmuskeln gelegen ist, findet man die Fäden nur mehr vereinzelt, ohne deutliche Netzbildung; nur gegen das *Ostium arteriosum* hin läuft noch ein starkes Bündel (Fig. 1, *a*), das stärkste, welches überhaupt gefunden wird. Dieses wird durch Vereinigung zweier anderer Stränge (Fig. 1, *b*, *c*) gebildet, welche durch das Zusammenlaufen sämmtlicher auf den Papillarmuskeln und in deren Umgebung gelegener Fäden entstehen. Die Purkinje'schen Fäden dieser beiden Stränge, welche entweder ganz freiliegend und von einer Scheide von Endocardium eingehüllt,

[1]) Müllers Archiv f. Anatomie und Physiologie 1845, p. 294.

[2]) M. Schultzes Archiv f. mikroskopische Anatomie IV. Bd. 1868. p. 26.

oder aber wie das übrige Netz unter dem Endocardium auf der Herzmuskulatur gelegen sind, laufen parallel, ohne mit einander zu anastomosiren.

An der Vereinigungsstelle dieser Stränge bilden die Fäden ein dichtes, engmaschiges Netz, aus welchem sich dann die parallel laufenden Fäden des einfachen starken Bündels entwickeln (Fig. 2). Schneidet man den linken Ventrikel eines Schafherzens dem linken scharfen Herzrand entlang auf und legt denselben auseinander, so sieht man an seiner hinteren Wand die hintere unverletzte Atrioventricularklappe. Unter dieser Klappe zieht dieses stärkste Bündel Purkinje'scher Fäden gegen das *Ostium arteriosum* hin, wird in seinem weiteren Verlaufe undeutlich und verschwindet einige Linien vor dem Anfange der Aorta, indem seine graulichweiße Farbe nach und nach in die des Herzfleisches übergeht. Die Purkinje'schen Fäden dieses stärksten und breitesten Stranges gehen in Faserzüge gewöhnlicher Muskelsubstanz über. Dasselbe Verhalten fand ich auch in der Regel bei der Ziege, dem Rind und dem Pferde.

Untersucht man das Herz eines jungen Thieres, so zeigt sich das Netz der Purkinje'schen Fäden dem unbewaffneten Auge bei weitem nicht mit derselben Deutlichkeit, wie es im Herzen des ausgewachsenen Thieres der Fall ist. Besonders auffällig ist dieser Unterschied bei einem Vergleiche des Herzens des Kalbes mit dem des Rindes.

Bei ersterem sind die Fäden mit freiem Auge gar nicht zu sehen Betrachtet man das Endocardium genauer mit der Loupe, so kann man die Fäden wohl an ihren vorspringenden, eigenthümlichen netzartigen Verzweigungen und an ihrem etwas stärkeren Lichtbrechungsvermögen erkennen, aber in der Farbe unterscheiden sie sich durchaus nicht von den übrigen Muskelbündeln des Herzens. Beim Rinde hingegen sind die Fäden schon ohne Loupe erkennbar. Sie haben an Breite bedeutend zugenommen und heben sich durch ihre graue Farbe und ihr gallertartiges Ansehen von den Muskelfaserzügen des Herzfleisches deutlich ab.

Ein ähnlicher Unterschied stellt sich auch bei einer Vergleichung der Herzen der jungen und alten Ziege, des Lammes und des Schafes, des jungen und alten Schweines heraus. Bei allen jungen Thieren fehlt den Fäden mehr oder weniger die graue Farbe, das

durchscheinende gallertige Aussehen. Bei Embryonen sind die Purkinje'schen Fäden nur mit dem Mikroskope zu erkennen.

Ein vollständig entwickelter Purkinje'scher Faden erscheint unter dem Mikroskope aus großen polygonalen, hellen, gallertigen Zellen zusammengesetzt, welche einen oder zwei rundliche Kerne (Muskelkerne, Heßling, Lehnert) besitzen und durch Fibrillen quergestreifter Muskelsubstanz von einander getrennt sind.

Diese großen Zellen, die „Körner" eines Fadens, erhalten auch an ihrer oberen und unteren Fläche einen Mantel von quergestreifter Substanz, sie sind also ganz in ein Fachwerk von Muskelfibrillen eingebettet, von welchem auch Fasern das innere der „Körner" durchsetzen. In einem Purkinje'schen Faden sind 3—16 solcher „Körner" in der Breite und 3—5 in der Tiefe aneinander gereiht und von einer Bindegewebshülle umgeben. In Bezug auf die feinere mikroskopische Textur dieser Fäden verweise ich auf Lehnerts genaue Untersuchungen.

Das Unterscheidende in der Structur der Purkinje'schen Fäden bei verschiedenen Thieren liegt in der Größe der „Körner" und ihrer Kerne, in der Breite der quergestreiften Zwischensubstanz, in der verschiedenen Anordnung der „Körner" in den Fäden und in der verschiedenen Stärke der dieselben umgebenden Bindegewebshüllen[1]), immer aber findet sich im Inneren der „Körner" eines ausgebildeten Fadens die helle gallertige Substanz, die die Fäden durch ihre graue durchscheinende Farbe auch schon dem freien Auge kenntlich macht. Das Fehlen dieser gallertigen Masse ist es, welches die Purkinje'schen Fäden bei jungen Thieren undeutlich und schwer erkennbar macht. Die Probe mit Millon'scher Flüssigkeit machte sich an der gallertigen Masse der Körner noch deutlicher bemerkbar, als an dem Maschennetze der Muskeln. Diese centrale Eiweißmasse der Purkinje'schen „Körner" scheint im Leben eine dem flüssigen Zustand sehr nahe

---

[1]) So sind die Purkinje'schen Fäden des Pferdes und des Rindes aus gleich großen Körnern zusammengesetzt, die Zwischensubstanz in den Fäden des Rindes ist aber beinahe nocheinmal so breit als in denen des Pferdes. Im Herzen des Schweines sind die „Körner" kleiner als beim Pferd und Rind, die Zwischensubstanz ist schmal und zart, während die Fäden des Schafherzens noch kleinere Körner aber eine absolut breitere Zwischensubstanz besitzen. Die Fäden des Schafes erreichen eine größere Breite als die aller übrigen Thiere. Die Bindegewebshülle der Fäden des Kalbes ist mächtiger als die der Fäden des Rindes.



Consistenz zu haben. Ich injicirte das linke Herz eines Schafes, gleich nachdem es aus dem eben geschlachteten Thiere herausgenommen war, durch die Lungenvenen mit 94percentigem Alkohol, so daß der Ventrikel prall gefüllt war, legte es sodann in Alkohol von gleichem Grade und ließ es darin erhärten. Nach vier Wochen machte ich Quer- und Längsschnitte durch die Purkinje'schen Fäden und fand die „Körner" nicht nur in die Länge gezogen, sondern auch flacher und plattgedrückt. Das Eiweiß der „Körner" war hier bei dilatirtem Zustande des Herzens geronnen und zeigte demgemäß andere Formen. Es ist sehr wahrscheinlich, daß sich die Gestalt der Purkinje'schen „Körner" je nach dem Contractions- oder Dilatationszustande des Herzens im lebenden Thiere beständig ändert.

Verfolgt man die Entwicklung der Purkinje'schen Fäden, so ergibt sich, daß die helle, eiweißhältige Substanz der „Körner" keineswegs als Überrest des gallertigen Bildungsmateriales zu deuten ist, wie dies Lehnert behauptet. Ein solches gallertiges Bildungsmateriale war in keinem Entwicklungszustande vorhanden. Ich kann die Entwicklungsformen der Purkinje'schen Fäden, wie sie Lehnert gibt, im Allgemeinen bestätigen.

Bei Schaf- und Schweinsembryonen aus sehr frühen Stadien (6—9 Cent.) findet sich unter dem Endocardium ein sehr zartes Netz von körnigen Protoplasmasträngen mit zahlreichen eingestreuten Kernen. Dieses Netz, welches Lehnert als gallertig beschreibt und welches also die erste Anlage der Purkinje'schen Fäden bildet, soll in seinen Überresten noch im vollständig entwickelten Faden als gallertige Substanz der Körner existiren. Abgesehen davon, daß die Gesammtmasse dieses Protoplasmanetzes um unendlich vieles geringer ist, als die Gesammtmasse der gallertartigen Substanz der entwickelten Purkinje'schen Fäden, hat dasselbe auch weder in diesem Zustande, noch in seiner Weiterentwicklung dasselbe Aussehen, wie jene eiweißhältige helle Masse im Inneren der „Körner." In diesem zarten Netze körnigen Protoplasmas grenzen sich dann polygonale platte Zellen mit schönen Kernen ab (Fig. 3). Dieselben werden langsam größer und zeigen in einem weiteren Stadium Längs- und Querstreifung, welche, wie bei den Spindelzellen, aus denen quergestreifte Muskeln hervorgehen, zuerst am Rande auftritt. Diesen Zustand mit beginnender Längsstreifung, bei welchem ebenfalls von einer gal-

lertigen Masse nichts zu sehen ist, habe ich in Fig. 4 (aus dem Endocardium des 14 Cent. langen Schweines) abgebildet.

Zugleich sieht man hier ein sogenanntes stumpfes Ende eines Fadens (*a*), welches Vorkommen Lehnert[1]) gegen Heßling[2]) und Obermeier[3]) geleugnet hat[4]). Nun folgt ein Stadium, in welchem die Querstreifung sich über die ganzen Zellen verbreitet hat. In diesem Stadium unterscheiden sich die „Körner" nur durch ihre eigenthümliche Gestalt, durchaus aber nicht durch eine centrale gallertige Masse von den aus den Spindelzellen des Herzens hervorgegangenen quergestreiften Bändern. Jetzt beginnen die einzelnen Körner im Inneren gleichsam aufzuquellen. Die quergestreifte Substanz bildet an der oberen und unteren Fläche der „Körner" einen dünnen Beleg, an den Seitenflächen erscheinen die Fibrillen dichter und zahlreicher als Zwischensubstanz. Dieses ist das letzte und vollständig ausgebildete Stadium der Purkinje'schen Fäden.

Die Ausbildung dieses letzten Stadiums fällt beim Schafe, Rinde und Schweine, wo ich die Entwicklung verfolgt, nicht mehr in das Embryonalleben, sondern in das erste Lebensjahr. Mit Beginn des zweiten Lebensjahres ist die Bildung der Purkinje'schen Fäden als vollendet zu betrachten.

Es ist also gerade jene charakteristische Eigenthümlichkeit der Fäden, die gallertige Eiweißmasse der „Körner", die Lehnert als „die wenigen Überreste der im ersten Stadium beschriebenen Grundsubstanz" bezeichnet, derjenige Bestandtheil der Purkinje'schen Fäden, dessen Bildung gar nicht mehr in das Embryonalleben fällt.

Über die histologische und functionelle Bedeutung der Purkinje'schen Fäden mangelt uns bis jetzt noch jeglicher Anhaltspunkt, so viel ist aber gewiß, daß dieselben keine Muskelfasern in der Ent-

1) A. a. O. p. 30 u. 31.

2) Histologische Mittheilungen. Zeitschrift f. wissenschaftl. Zoologie 1854, p. 189.

3) Über Structur und Textur der Purkinje'schen Fäden. Reichert-Dubois-Reymonds Archiv f. Anat. und Phys. 1867, p. 245 u. 358.

4) Lehnert erklärt nämlich diese „stumpfen" Enden der Purkinje'schen Fäden für Bruch- oder Rißenden. Ich kann dieser Meinung deshalb nicht beistimmen, weil sich diese Theile der Fäden gegen das freie Ende hin nur allmählig verschmälern. Nie sah ich solche freie Enden der Purkinje'schen Fäden, ohne eine Verjüngung, ein Schmälerwerden gegen die Spitze derselben zu bemerken. Der Ausdruck „stumpfe Enden" ist daher kein passend gewählter.



wicklung sind, wofür sie Aeby[1]) erklärte. Dies ergibt sich daraus, daß die Purkinje'schen Fäden erst im extrauterinen Leben der Thiere ihre vollständige Entwicklung erlangen, daß sie beim halberwachsenen Thiere noch ein ganz anderes Bild darbieten, als beim vollständig ausgewachsenen Thiere, und daß dieselben dann bis zum Tode des Thieres unverändert persistiren. Diese Gründe scheinen mir schlagender als der von Obermeier angeführte. Obermeier bemerkt nämlich gegen Aeby's Ansicht, daß man bei jenen Thieren, welche keine Purkinje'schen Fäden besitzen, in einer frühern Altersperiode die Existenz derselben nachweisen müßte, wenn sie blos Entwicklungszustände der quergestreiften Herzmusculatur wären. Kölliker[2]) hält die Purkinje'schen Fäden ebenfalls für embryonale Gebilde, indem er sagt: „Diese Fäden stellen eine embryonale, aber mit Bezug auf Größe der Zellen eigenthümlich entwickelte Form der Muskelfasern des Herzens dar und zeigen mannigfache Übergänge zu Fasern mit verschmolzenen Zellen".

Die Deutungen der Purkinje'schen Fäden variirten hauptsächlich darnach, ob man eine quergestreifte Zwischensubstanz annahm oder nicht. Purkinje[3]) spricht sich darüber nicht bestimmt aus; er sagt: „es ist schwer zu entscheiden, ob diese quergestreiften Elemente wirklich Fasern sind oder bloße Umrisse membranöser Wände." Heßling[4]) und Lehnert[5]) erklärten die quergestreiften Fasern für eine wirkliche Zwischensubstanz, Reichert[6]), Remak[7]), Aeby[8]) und Obermeier[9]) leugnen eine solche und halten die quergestreifte Substanz für einen integrirenden Bestandtheil der „Körner".

Purkinje erklärte die Fäden für einen eigenen Bewegungsapparat, ohne sich aber näher über dessen Function auszusprechen.

---

1) Henle u. Pfeufer's Zeitschrift für rationelle Medicin (3.) XVII, p. 195.

2) Gewebelehre 5. Aufl., p. 580.

3) Mikroskopisch-Neurologische Beobachtungen Nr. 13 und 14. Müllers Archiv 1845, p. 294.

4) A. a. O.

5) A. a. O.

6) Müller's Archiv 1855, p. 51.

7) Müller's Archiv 1862, p. 231.

8) A. a. O.

9) A. a. O.

Heßling faßte die „Körner" als neben einander liegende Stücke getrennter Muskelsubstanz auf und hält die Kerne derselben für embryonale Muskelkerne.

Über die histologische Bedeutung, welche Lehnert den Fäden gibt, habe ich bereits gesprochen. Über ihre functionelle Bedeutung äußert er sich dahin, „daß die Fäden irgend welche, im Klappenapparate oder in der Function des Endocardiums bedingte Unterschiede bei den Thieren mit und denen ohne die Fäden, zu compensiren und zu ergänzen bestimmt wären".

Reichert erklärte das Netz Purkinje'scher Fäden für einen *Tensor endocardii*. Diese Ansicht, welche aus einer irrigen Deutung der mikroskopischen Bilder entsprang, wurde schon von Obermeier[1]) ausführlich besprochen und als unhaltbar erklärt.

Remak meint, der Apparat der Purkinje'schen Fäden solle die Leistungsfähigkeit der Muskelfasern des Endocardiums soweit modificiren, daß keine völlige Entleerung der Ventrikel stattfindet. Diese Erklärung ist mir mechanisch unverständlich.

Obermeier endlich sagt, daß das hyaline Centrum der Körner nicht als etwas besonderes aufzufassen sei und sucht es auch zu beweisen (p. 363 und 383).

Ich kann aber Obermeier nicht beistimmen, da ich mich überzeugte, daß er Gebilde für Purkinje'sche Fäden hielt, welche keine waren.

Schon Lehnert machte darauf aufmerksam, daß im Herzen vom Hunde, von der Gans, dem Huhn und der Taube, bei welchen Thieren Obermeier Purkinje'sche Fäden beschrieb, dieselben nicht vorhanden seien. Beim Igel und Marder, bei denen Aeby allein die Fäden gesehen haben will, sind sie ebenfalls nicht vorhanden. Auch im Herzen des menschlichen Embryo, wo Henle[2]) sie angibt, im Herzen vom Adler und von *Spermophilus citillus* sind die Fäden nicht vorhanden.

Obermeier glaubt, das die Purkinje'schen Fäden zum besseren Zusammenschnüren des Endocards während der Contraction dienen.

---

[1]) A. a. O. p. 382 und 383.

[2]) Handbuch der Anatomie 3. Bd. I. Abth. Gefäßlehre, p. 63.



Bei dem allen aber muß man sich fragen, wodurch jene Herzen, welche Purkinje'sche Fäden besitzen, sich in ihrer Mechanik von denen unterscheiden, welche keine Spur davon zeigen.

Erklärung der Tafel.

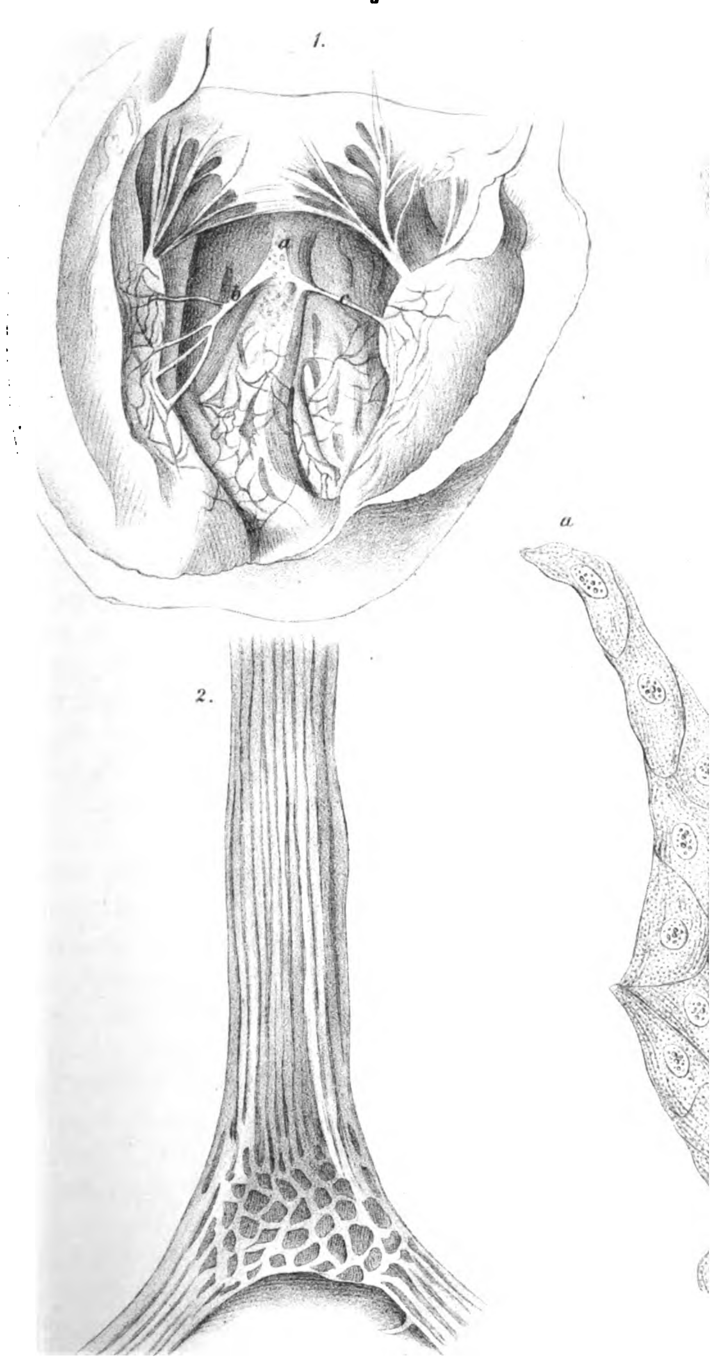
Fig. 1. Linker Ventrikel eines Schafherzens, dem linken Rande entlang aufgeschnitten und auseinander gelegt. Verzweigungen der Purkinje'schen Fäden. (Siehe den Text.) Nat. Größe.

Fig. 2. Stränge von Purkinje'schen Fäden aus dem linken Ventrikel des Schafherzens. Erklärung siehe im Text, 3mal vergrößert.

Fig. 3. Stück eines Purkinje'schen Fadens aus dem Herzen des embryonalen Rindes (37 Ctr.). Hartnack Obj. 8. Oc. 3.

Fig. 4. Stück des Purkinje'schen Fadennetzes aus dem Herzen des embryonalen Schweines (14 Ctr.); bei *a* verjüngtes Ende eines Fadens. Hartnack Obj. 10 immers. Oc. 3.

Frisch. Zur Kenntniſs der Purkinje'schen Fäden.



Gez. v. Verf., lith. v. Dr. C. Heitzmann

Analyse der beiden Johannisbrunnen nächst Straden bei Gleichenberg in Steiermark.

Von dem w. M. Dr. J. Gottlieb.

Von den beiden genannten Mineralquellen ist die eine, der ältere Johannisbrunnen schon seit Langem als ein sehr angenehmer Natronsäuerling theils zum Curgebrauche, theils als Luxusgetränk in Verwendung. Seine Fassung besteht aus einem soliden, steinernen Brunnenschachte, in welchem die Quelle aufsteigt und einige Fuß unter dem Kranze durch ein Seitenrohr in einen Wasserleitungsgraben abfließt. Die Ergiebigkeit der Quelle beträgt beiläufig 1 Eimer per Minute. Aus der Tiefe steigen reichlich große Gasblasen zur Oberfläche des Wassers empor, welches völlig klar, perlend und, wie erwähnt, von sehr angenehmem Geschmacke ist.

Vor etwa drei Jahren wurde in großer Nähe des alten Johannisbrunnens eine zweite Mineralquelle erbohrt und dann in der Weise gefaßt, daß das Wasser in Röhren aus Steinzeug aufsteigt und oben durch eine, nach abwärts gebogene konische Glasröhre abfließt. Der Zufluß dieser Quelle ist bis jetzt noch nicht gemessen worden, jedenfalls aber auch ein reichlicher. Dieser neue Johannisbrunnen ist gleichfalls klar, perlend und von größeren Kohlensäureblasen begleitet. Schrötter hat den alten Brunnen bereits im Jahre 1834 analysirt, während einige ältere Analysen derselben Quelle vorlagen. Seitdem hat sich kein Chemiker mehr mit dieser Quelle beschäftigt, bis ich die Analyse derselben so wie auch des neuen Johannisbrunnens unternahm.

Diese ergab, daß beide Quellen dieselben Bestandtheile und zwar in nahezu gleichen aber keineswegs völlig übereinstimmenden Gewichtsmengen enthalten, einander also hinsichtlich ihrer diätetischen und Heilwirkungen sehr nahe stehen. Die qualitative Analyse weis das Vorhandensein aus von : Kali, Natron, Lithion, Baryt, Kalk,

Bittererde, Eisenoxydul, phosphorsaurer Thonerde, Chlor, Jod, Salpetersäure, Schwefelsäure, Kohlensäure und Kieselsäure. Außerdem konnten mit Sicherheit in deutlichen aber unwägbaren Spuren nachgewiesen werden: phosphorsaures Natron, Strontian, Manganoxydul und Brom.

Hinsichtlich der quantitativen Analyse bemerke ich, daß die Alkalien stets als schwefelsaure Salze gewogen wurden und die Umwandlung in Chloride behufs der Kaliumbestimmung mittelst Chlorstrontium und Weingeist geschah. Die Bestimmung der Salpetersäure fand nach Siewert (Annalen der Chemie und Pharmacie, Bd. 125, S. 293) statt. Als absorbirende Säure wurde $^1/_{10}$ Oxalsäure verwendet und mit Ammoniak zurücktitrirt. Die Aufsuchung von Baryt bei der Kieselsäure gab kein Resultat, was sich aus dem so geringen Schwefelsäuregehalt der beiden Quellen erklärt. Dagegen gelang es den Baryt abzuscheiden, indem ich große Mengen des Wassers, welche dann auch zu anderen Bestimmungen dienten, zur Trockne eindampfte, den Rückstand mit Wasser auszog, dann in Salzsäure löste und hierauf mit Ammoniak und kohlensaurem Ammon die Erden fällte. Der Niederschlag, nach dem Waschen wieder in Salzsäure gelöst, gab nach Zusatz von einigen Tropfen Schwefelsäure einen Niederschlag des Barytsalzes, welches nach der Wägung mittelst des Spectralapparates untersucht sich als ganz rein erwies.

Der alte Johannisbrunnen.

Die Temperatur des Brunnens wurde durch Einsenken des Thermometers in den Schacht, rasches Emporheben und Einsenken in ein unmittelbar zuvor mit dem Wasser gefülltes großes Gefäß und sofortiges Ablesen bestimmt. Wiederholte Versuche ergaben bei einer Lufttemperatur von 20°25 C. oder 16°1 R. die Ziffer 12°1 C. = 9°68 R.

Das specifische Gewicht des Wassers fand ich in zwei ganz übereinstimmenden Versuchen zu 1·00411.

Bestimmung des Chlors und Jods.

737·474 Grm. gaben 0·9199 Chlor- und Jodsilber, entsprechend 12·4780 in 10,000 Theilen.

736·049 Grm. gaben 0·9193 Chlor- und Jodsilber, entsprechend 12·5181 in 10,000 Theilen.

Mittel 12·4985 „ „ „ .

21990·24 Grm. gaben 0·0095 Palladium = 0·02264 Jod, entsprechend 0·0103 in 10,000 Theilen.

Aus diesen Daten geht ein Gehalt von 3·0874 Theilen Chlor auf 10,000 Theile Wasser hervor.

Bestimmung der Schwefelsäure.

6283·2 Grm. gaben 0·0096 schwefelsauren Baryt = 0·0033 Schwefelsäure, entsprechend 0·00524 in 10,000 Theilen.

Bestimmung der Salpetersäure.

6311·2 Grm. gaben 0·00837 Ammoniak = 0·0266 wasserfreie Salpetersäure, entsprechend 0·0422 in 10,000 Theilen.

Bestimmung der Kieselsäure.

735·468 Grm. gaben 0·0165 Kieselsäure, entsprechend 0·2243 in 10,000 Theilen.

Bestimmung des Kalks.

735·468 Grm. gaben 0·2104 Ätzkalk, entsprechend 2·8607 in 10,000 Theilen.

739·539 Grm. gaben 0·2183 Ätzkalk, entsprechend 2·9511 in 10000 Theilen.

Mittel 2·9059 in 10,000 Theilen.

Bestimmung der Bittererde.

735·468 Grm. gaben 0·4313 pyrophosphorsaure Bittererde = 0·1550 Bittererde, entsprechend 2·1075 in 10,000 Theilen.

738·049 Grm. gaben 0·4675 pyrophosphorsaure Bittererde = 0·1680 Bittererde, entsprechend 2·2762 in 10,000 Theilen.

739·539 Grm. gaben 0·4503 pyrophosphorsaure Bittererde = 0·1619 Bittererde, entsprechend 2·1892 in 10,000 Theilen.

Mittel 2·1909 in 10,000 Theilen.

Bestimmung der Alkalien als Sulfate.

737·203 Grm. gaben 2·457 schwefelsaure Alkalien.
736·401 „ „ 2·450 „ „

Mittel 2·4535, entsprechend 33·2810 auf 10,000 Theile.

Bestimmung des Kalis.

714·08 Grm. gaben 0·1898 Kaliumplatinchlorid, entsprechend 2·6592 Kaliumplatinchlorid und 0·5127 Kali in 10,000 Theilen.

Bestimmung des Lithions.

12142·3 Grm. gaben 0·0267 phosphorsaures Lithion = 0·0103 Lithion, entsprechend 0·0085 in 10,000 Theilen.

Bestimmung des Baryts.

21990·24 Grm. gaben 0·0351 schwefelsauren Baryt, entsprechend 0·0231 Baryt oder 0·0104 in 10,000 Theilen.

Bestimmung des Eisens und der phosphorsauren Thonerde.

Diese wurde mittelst Fällung durch Ammoniak, Lösen des Niederschlages, Oxydation des Eisens mit chlorsaurem Kali, Zusatz von Weinsäure und Abscheidung des Eisens als Schwefeleisen bewerkstelligt. Die abfiltrirte Flüssigkeit enthielt neben der phosphorsauren Thonerde auch Spuren von phosphorsaurem Ammon.

6041·1 Grm. gaben 0·141 phosphorsaure Thonerde, entsprechend 0·0233 in 10,000 Theilen und 0·06 Eisenoxyd, entsprechend 0·0993 in 10,000 Theilen.

Bestimmung der Kohlensäure.

Selbe fand nach dem Verfahren von Pettenkofer mit den von mir beschriebenen Abänderungen statt. Es kam dabei ein, an der Quelle mit aller Vorsicht bereitetes Gemenge von je 50 CC. der Quelle 100 CC. destillirten ausgekochten Wasser, 40 CC. Barytwasser, 6 CC. Chlorbarium- und 4 CC. Salmiaklösung in Anwendung. Es wurden wiederholt je 50 CC. zum Rücktitriren mit Oxalsäure verwendet.

Die sehr genau übereinstimmenden Resultate von vier Bestimmungen ergaben, daß in je 10 CC. des Wassers 0·03648 Gr. Kohlensäure als freie und halbgebundene vorhanden sind, was 36·327 Gewichtstheilen in 10,000 Theilen des Wassers entspricht. Mit Zugrundelegung der Bestimmungen für die neutralen kohlensauren Salze ergibt sich der Gesammtgehalt an Kohlensäure in 10,000 Theilen zu 49·4177 Theilen.

Werden die nach den obigen Einzelbestimmungen gewonnenen Resultate in der gewöhnlichen Weise geordnet, so ergibt sich die folgende Zusammensetzung des alten Johannisbrunnens.

Es sind enthalten:

	in 10,000 Theilen	in einem Pfund zu 7860 Gran
	G. Theile	Grane
Kohlensaures Natron	19·5010	14·9760
„ Kali	0·7306	0·5611
„ Lithion	0·0211	0·0162
Jodkalium	0·0134	0·0102
Chlornatrium	5·0874	3·9071
Salpetersaures Kali	0·0790	0·0606
Schwefelsaures Kali	0·0114	0·0088
Kohlensaurer Baryt	0·0134	0·0102
„ Kalk	5·1891	3·9852
Kohlensaure Bitterde	4·6009	3·5335
Kohlensaures Eisenoxydul	0·1443	0·1106
Phosphorsaure Thonerde	0·0233	0·0178
Kieselsäure	0·2243	0·1722
Summe der fixen Bestandtheile	35·6390	27·3695
Halbgebundene Kohlensäure	13·0907	10·0530
Freie Kohlensäure	23·2363	17·8458
Summe aller wägbaren Bestandtheile	71·9660	55·2675

Nebst Spuren von phosphorsaurem Natron, kohlensaurem Strontian und Manganoxydul und Bromkalium.

Behufs der Controle dieser aus den Einzelbestimmungen hervorgehenden Zahlen wurde der bei 180° C. getrocknete Abdampfungsrückstand gewogen. 253·781 Grm. Wasser gaben dabei 0·9092 Grm. Rückstand, entsprechend 35·8026 Theilen auf 10,000. Ferner versetzte ich 200·8955 Grm. des Wassers mit reiner Schwefelsäure, dampfte zur Trockne ein und wog den heftig geglühten Rückstand, dessen Gewicht 0·9479 Grm. betrug, was auf 10,000 Theile reducirt zur Ziffer 47·183 führt. Die Rechnung verlangt 47·2736.

Der neue Johannisbrunnen.

Die Temperatur desselben betrug bei einer Lufttemperatur von 20°25 C. 12°2 C. oder 9°75 R. Der geringe Unterschied im Ver-

gleiche mit dem alten Johannisbrunnen beruht gewiß auf dem Umstande, daß nach der Einrichtung der Fassung die Bestimmung nur in einem großen Holzgefäße vorgenommen werden konnte, dessen Füllung aus dem Ablaufrohre einige Zeit in Anspruch nahm, während welcher sich das Wasser über seine Normaltemperatur erwärmte.

Das specifische Gewicht wurde in zwei übereinstimmenden Versuchen genau eben so groß als jenes der alten Quelle gefunden.

Bestimmung der Schwefelsäure.

5510·125 Grm. gaben 0·0181 schwefelsauren Baryt = 0·00621 Schwefelsäure, entsprechend 0·0112 in 10,000 Theilen.

Bestimmung der Salpetersäure.

6460·5 Grm. gaben 0·0155 Ammoniak = 0·0496 Salpetersäure, entsprechend 0·0767 in 10,000 Theilen.

Bestimmung der Kieselsäure.

4120·489 Grm. gaben 0·095 Kieselsäure, entsprechend 0·2302 in 10,000 Theilen.

5510·125 Grm. gaben 0·129 Kieselsäure, entsprechend 0·2341 in 10,000 Theilen.

1471·767 Grm. gaben 0·034 Kieselsäure, entsprechend 0·2310 in 10,000 Theilen.

Mittel 0·2317 in 10,000 Theilen.

Bestimmung des Chlors und Jods.

586·034 Grm. gaben 0·759 Chlor- und Jodsilber und 0·007 Silber.

654·431 Grm. gaben 0·8498 Chlor- und Jodsilber und 0·0035 Silber.

13265·915 Grm. gaben 0·0062 Palladium = 0·0147 Jod, entsprechend 0·0111 in 10,000 Theilen.

Aus diesen Daten geht ein Gehalt von 3·2351 Theilen Chlor in 10,000 hervor.

Bestimmung des Kalks.

1443·234 Grm. gaben 0·4032 Ätzkalk, entsprechend 2·7935 in 10,000 Theilen.

736·658 Grm. gaben 0·2059 Ätzkalk, entsprechend 2·7950 in 10,000 Theilen.

Mittel 2·7943 in 10,000 Theilen.

Bestimmung der Bittererde.

1443·234 Grm. gaben 0·7816 pyrophosphorsaure Bittererde = 0·2811 Bittererde, entsprechend 1·9472 in 10,000 Theilen.

1703·591 Grm. gaben 0·9562 phyrophosphorsaure Bittererde = 0·3436 Bittererde, entsprechend 2·017 in 10,000 Theilen.

Mittel 1·9821 in 10,000 Theilen.

Bestimmung der Alkalien als Sulfate.

292·113 Grm. gaben 0·9732 schwefelsaure Alkalien, also 33·659 auf 10,000 Theile.

279·761 Grm. gaben 0·9398 schwefelsaure Alkalien, also 33·593 auf 10,000 Theile.

Mittel 33·626 auf 10,000 Theile.

Bestimmung des Kalis.

1420·502 Grm. gaben 0·3362 Kaliumplatinchlorid, entsprechend 2·3669 Kaliumplatinchlorid und 0·4563 Kali in 10,000 Theilen.

Bestimmung des Lithions.

17014·7 Grm. gaben 0·032 phosphorsaures Lithion = 0·0124 Lithion, entsprechend 0·0073 in 10,000 Theilen.

Bestimmung des Baryts.

19007·7 Grm. gaben 0·0273 schwefelsauren Baryt = 0·0179 Baryt, somit 0·0094 in 10,000 Theilen.

Bestimmung des Eisens und der phosphorsauren Thonerde.

Diese geschah genau so wie beim alten Johannisbrunnen.

4120·489 Grm. gaben 0·0481 Eisenoxyd, entsprechend 0·1167 in 10,000 Theilen.

2849·419 Grm. gaben 0·034 Eisenoxyd, entsprechend 0·1193 in 10,000 Theilen.

Mittel 0·118 in 10,000 Theilen.

5510·125 Grm. gaben 0·0265 phosphorsaure Thonerde, somit 0·0481 in 10,000 Theilen.

Bestimmung der Kohlensäure.

Auch diese wurde genau so vorgenommen wie beim alten Johannisbrunnen. Sie ergab auf 10 CC. 0·03688 Grm. freie und halbgebundene Kohlensäure, was 36·7245 Gewichtstheilen in 10,000 entspricht. Mit der als Neutralsalze vorhandenen Kohlensäure beträgt das Ganze 49·1018 Theile. Es sind somit enthalten:

	in 10,000 Theilen	in 1 Pfund (7680 Gran)
	Theile	Grane
Kohlensaures Natron	19·6163	15·0650
„ Kali	0·5462	0·4194
„ Lithion	0·0180	0·0138
Jodkalium	0·0145	0·0111
Chlornatrium	5·3311	4·0943
Salpetersaures Kali	0·1434	0·1101
Schwefelsaures „	0·0243	0·0186
Kohlensaurer Baryt	0·0121	0·0093
„ Kalk	4·9797	3·8332
Kohlensaure Bittererde	4·1624	3·1967
Kohlensaures Eisenoxydul	0·1711	0·1314
Phosphorsaure Thonerde	0·0481	0·0369
Kieselsäure „	0·2317	0·1779
Summe der fixen Bestandtheile	35·2989	27·1177
Halbgebundene Kohlensäure	12·3773	9·5058
Freie Kohlensäure	24·3472	18·6870
Summe aller wägbaren Bestandtheile	72·0234	55·3115

Nebst Spuren von phosphorsaurem Natron, kohlensaurem Strontian und Manganoxydul und Brom.

Die Controle ergab folgende Resultate:

200·85 Grm. lieferten 0·7125 Grm. festen bei 180° C. getrockneten Rückstand, entsprechend 35·4140 Theilen auf 10,000.

269·5715 Grm. lieferten 0·9595 Rückstand, entsprechend 35·593 Theilen auf 10,000.

Mittel 35·5035 Theile auf 10,000.

191·741 Grm. gaben mit Schwefelsäure eingedampft und heftig geglüht 0·9002 Rückstand, was für 10,000 Theile 46·948 ausmacht. Die Berechnung aus den Einzelbestimmungen führt zur Ziffer 46·8223.

Analyse der Hauptquelle im st. l. Curorte Neuhaus bei Cilli in Steiermark.

Von d. w. M. Dr. J. Gottlieb,

Die schon seit langer Zeit berühmte Therme zu Neuhaus wurde zuletzt im Jahre 1847 von Hruschauer einer chemischen Analyse unterworfen [1]). Das Wasser sammelt sich aus drei verschiedenen Quellen im Badebassin, über dessen mit Steinfließen ausgelegten Boden sie unmittelbar in horizontaler Richtung einströmen. Die eine dieser Quellen, welche man als Hauptquelle bezeichnet, liefert die bei Weitem größte Menge Wasser. Der Zufluß der ersten Nebenquelle ist ein ziemlich starker, jener der zweiten aber sehr unbedeutend.

Ich habe die Gehalte der beiden Nebenquellen an fixen Bestandtheilen mit jenem der Hauptquelle sorgfältig verglichen und keinen merklichen Unterschied zwischen denselben aufgefunden. Die unten folgenden Mittheilungen über die Zusammensetzung des Wassers beziehen sich aber ausschließlich auf die Hauptquelle, welche gemeinschaftlich mit den Nebenquellen annähernd acht Eimer in der Minute liefert.

Die Bestimmung der Temperatur dieser Quellen geschah in der Weise, daß das Bassin vollständig abgelassen wurde, wornach ich einen größeren Glascylinder sowie das Thermometer in das einfliessende Wasser legte und nach einiger Zeit das in den gefüllten Cylinder eingesenkte Thermometer beobachtete. So konnte, da eine Ablesung, wenn das Thermometer unmittelbar in die fließende Quelle eingesenkt wird, durch die dortigen Localverhältnisse unthunlich gemacht wird, jeder abkühlende Einfluß der umgebenden Luft vermieden werden, und ergaben mehrere nacheinander vorgenommenen Ablesungen ganz übereinstimmende Resultate. Die Hauptquelle und die stärkere Nebenquelle zeigten dabei vollkommen übereinstimmend

1) Medic. Wochenschrift 1848, Nr. 14.

die Temperatur von 36°5 C. oder 29°2 R. Bei der zweiten Nebenquelle, welche, wie bemerkt, einen relativ sehr schwachen Zufluß hat, beobachtete ich nur 35° C. oder 28° R. Doch erklärt sich diese niedrigere Ziffer eben aus dem so geringem Zuflusse, welcher bedingt, daß sobald das Bassin abgelassen ist, das Wasser nur in einer niedrigen Schicht aus der Felsenspalte, welche ziemlich weit und hoch ist fließt, sich dabei abkühlt und auch das vollständige Einlegen des erwähnten Glascylinders nicht gestattet. Nach meiner Überzeugung ist aber die Temperatur dieser schwachen Nebenquelle mit jener der beiden anderen Quellen identisch. Die Temperatur der Luft im Freien war während dieser Beobachtungen, welche am 24. April 1869 zwischen 3 und 4 Uhr Nachmittags vorgenommen wurden, constant 16°5 C. oder 13°2 R.

Die Temperatur des Wassers im gefüllten Bassin beträgt natürlich weniger als jene der Hauptquelle und ist constant = 35° C.

Das specifische Gewicht des Wassers wurde in zwei sehr nahe übereinstimmenden Versuchen der Ziffer 1·00028 entsprechend gefunden, während Hruschauer dasselbe zu 1·00125 angibt. Diese Zahl muß auf einem Beobachtungsfehler beruhen, da sie einem beiläufigen Gehalte von 4mal mehr fixen Bestandtheilen entspricht als die Quelle in Wirklichkeit enthält.

Die qualitative Analyse ergab die Anwesenheit von Kohlensäure, Schwefelsäure, Chlor, Kieselsäure, Phosphorsäure, Kali, Natron, Kalk, Bittererde, Thonerde und Eisenoxydul. Organische Substanzen habe ich vergeblich aufgesucht. Quellsäure und Quellsatzsäure konnte ich selbst bei Anwendung von etwa 20 Kilogr. Wasser nicht finden. Ebenso große zum Theil auch größere Mengen verwendete ich bei der Aufsuchung von Lithium, Cäsium, Rubidium, Salpetersäure u. dgl. ohne Resultat.

Quantitative Analyse.

Bestimmung des Kalkes.

2945·1 Grm. gaben 0·2953 Ätzkalk, entsprechend 0·9965 Kalk in 10,000 Theilen.

4076·9 Grm. gaben 0·4050 Ätzkalk, entsprechend 0·9934 Kalk in 10,000 Theilen.

Mittel 0·9949 Kalk in 10,000 Theilen.

Bestimmung der Bittererde.

2945·1 Grm. gaben 0·3173 pyrophosphorsaure Bittererde = 0·114 Bittererde, entsprechend 0·3871 in 10,000 Theilen.

4876·9 Grm. gaben 0·446 pyrophosphorsaure Bittererde = 0·1603 Bittererde, entsprechend 0·3932 in 10,000 Theilen.

Mittel 0·3901 in 10,000 Theilen.

Bestimmung der Kieselsäure.

24455·0 Grm. gaben 0·2463 Kieselsäure, entsprechend 0·1007 in 10,000 Theilen.

23912·9 Grm. gaben 0·2458 Kieselsäure, entsprechend 0·1027 in 10,000 Theilen.

Mittel 0·1017 in 10,000 Theilen.

Bestimmung des Eisens und der phosphorsauren Thonerde.

Diese wurde mittelst Fällung durch Ammoniak, Lösen des Niederschlages, Oxydation mit chlorsaurem Kali, Zusatz von Weinsäure und Abscheidung des Eisens als Schwefeleisen bewerkstelligt. Bei dem nachherigen Erhitzen des Abdampfrückstandes mit Kalisalpeter und Ausfällen der Thonerde mit Ammoniak, konnten in dem Filtrate mit Magnesiamischung deutliche Spuren von Phosphorsäure nachgewiesen werden, weshalb ich die Thonerde als phosphorsaure bezeichne und eine Spur von phosphorsaurem Natron im Wasser annehme.

24455·0 Grm. gaben 0·0032 Eisenoxyd, entsprechend 0·0013 in 10,000 Theilen.

23912·9 Grm. gaben 0·0036 Eisenoxyd, entsprechend 0·0015 in 10,000 Theilen.

Mittel 0·0014 in 10,000 Theilen.

24455·0 Grm. gaben 0·0077 phosphorsaure Thonerde, entsprechend 0·0031 in 10,000 Theilen.

23912·9 Grm. gaben 0·0063 phosphorsaure Thonerde, entsprechend 0·0026 in 10,000 Theilen.

Mittel 0·0028 in 10,000 Theilen.

Bestimmung der Alkalien.

Diese wurden als schwefelsaure Salze gewogen. Die Abscheidung der Bittererde geschah mittelst Kalkhydrat.

6036·2 Grm. gaben 0·0949 schwefelsaure Alkalien, entsprechend 0·1573 auf 10,000 Theile.

61·039 Grm. gaben 0·1045 schwefelsaure Alkalien, entsprechend 0·1548 auf 10,000 Theile.

Mittel 0·1560 auf 10,000 Theile.

Bestimmung des Kalis.

5550·3 Grm. gaben 0·0748 Kaliumplatinchlorid, entsprechend 0·0259 Kali in 10,000 Theilen.

5982·4 Grm. gaben 0·077 Kaliumplatinchlorid, entsprechend 0·0251 Kali in 10,000 Theilen.

Mittel 0·0255 in 10,000 Theilen.

Bestimmung der Schwefelsäure.

2209·71 Grm. gaben 0·098 schwefelsauren Baryt = 0·0336 Schwefelsäure, entsprechend 0·1523 in 10,000 Theilen.

2208·81 Grm. gaben 0·0952 schwefelsauren Baryt = 0·0326 Schwefelsäure, entsprechend 0·1480 in 10,000 Theilen.

Mittel 0·1501 in 10,000 Theilen.

Bestimmung des Chlors.

2208·96 Grm. gaben 0·0105 Chlorsilber = 0·00257 Chlor, entsprechend 0·0116 in 10,000 Theilen.

6029·3 Grm. gaben 0·0308 Chlorsilber = 0·00762 Chlor, entsprechend 0·0126 in 10,000 Theilen.

Mittel 0·0121 in 10,000 Theilen.

Bestimmung der Kohlensäure.

Diese geschah nach dem Verfahren Pettenkofers mit den von mir in meiner Notiz über die genannte Methode beschriebenen Modificationen. Zu diesem Behufe wurden je 500 CC. des Wassers mit 50 CC. Barytwasser, dem etwas Chlorbarium und Salmiak zugesetzt war, an der Quelle gemischt und mit vollständig passenden Kautschukpfropfen verschlossen in das Laboratorium transportirt. Aus jeder von den 3 in solcher Weise beschickten Flaschen wurden zweimal je 50 CC. der völlig klaren Flüssigkeit zum Zurücktitriren mit Oxalsäure verwendet und dabei ganz übereinstimmende Resultate erhalten, aus welchen hervorgeht, daß in 10,000 CC. des Wassers

bei 36°5 C. 1·862 Grm. freie und halbgebundene Kohlensäure vorhanden sind. Mit Berücksichtigung des spec. Gewichtes und der Temperatur der Quelle berechnet sich aus obigen Daten der Gehalt an freier und halbgebundener Kohlensäure auf 1·8743 Gewichtstheile auf 10,000 Gewichtstheile des Wassers bei gewöhnlicher Temperatur. Die Analyse ergibt einen Gehalt an neutralen kohlensauren Salzen, welcher 1·1814 Theile Kohlensäure in 10,000 Wasser verlangt. Die gleiche Menge ist von der gefundenen Quantität freier und halbgebundener Kohlensäure, als Bicarbonate abzuziehen, wornach sich die freie Kohlensäure zu 0·6929 beziffert, was auf 10,000 Raumtheile bei 0° C. und 760 Millim. Druck 348·6 bei 36°5 C. 395·3 Raumtheilen entspricht.

Bestimmung des Gesammtgehaltes.

1475·493 Grm. hinterließen 0·4276 bei 200° C. getrockneten Rückstand, entsprechend 2·8981 Theilen auf 10,000.

742·598 Grm. hinterließen 0·2175 bei 200° C. getrockneten Rückstand, entsprechend 2·9289 auf 10,000 Theile.

Mittel 2·9135 auf 10,000 Theile.

Die folgende Zusammenstellung der Analyse ergibt einen Gesammtgehalt an fixen Bestandtheilen zu 2·8783 Theilen auf 10,000.

Aus den oben angeführten Einzelnresultaten ergibt sich, wenn man die Bestandtheile in der herkömmlichen Weise ordnet, daß enthalten sind

	in 10,000 Gewichtstheilen	in einem Pfde. (7680 Gran)
	Theile	Grane
Schwefelsaures Kali	0·0471	0·0361
„ Natron	0·0850	0·0652
Chlornatrium	0·0199	0·0152
Schwefelsaurer Kalk	0·0928	0·0713
Kohlensaurer „	1·7084	1·3122
Kohlensaure Bittererde	0·8192	0·6292
Kohlensaures Eisenoxydul	0·0016	0·0012
Phosphorsaure Thonerde	0·0026	0·0019
Kieselsäure	0·1017	0·0782
Summe der fixen Bestandtheile	2·8783	2·2105
Halbgebundene Kohlensäure	1·1814	0·9073
Freie Kohlensäure	0·6929	0·5322
Summe aller wägbaren Bestandtheile	4·7526	3·6500

Eine Vergleichung dieser Zahlen mit jenen, welche Hruschauer angibt [1]) läßt einige nicht unerhebliche Verschiedenheiten erkennen. Hruschauer führt unter den Bestandtheilen auch kohlensaures Natron an, und rechnet man die von ihm angegebenen Ziffern für kohlen- und schwefelsaures Natron, für Chlornatrium und schwefelsaures Kali auf schwefelsaure Salze um, so gelangt man zu der Ziffer 0·4116 auf 10,000 Theile Wasser, während meine directen Bestimmungen nur 0·156 ergaben. Der Grund für diese auffallende Differenz liegt in dem Umstande, daß Hruschauer die Alkalien nicht direct bestimmte, sondern einfach die aus einer größeren Menge des Wassers gewonnene Trockensubstanz wog, dann mit Wasser extrahirte, den Abdampfungsrückstand neuerlich wog und aus diesem Gewicht sowie jenem der gefundenen Schwefelsäure und des Chlors durch die Differenz den Alkaligehalt bestimmte, während bekanntlich bei solchem Verfahren namhafte Mengen von Bittererde mit in Lösung gehen und das Gewicht der Alkalien bedeutend zu hoch gefunden werden muß. Deßhalb langte er auch mit der gefundenen Schwefelsäure nicht aus, um die vermeintliche Menge Natron an selbe und an Chlor zu binden, und mußte einen Theil desselben der Kohlensäure zuweisen.

---

1) L. c.

Notiz über „von Pettenkofer's" Methode der Kohlensäure-bestimmung.

Von dem w. M. Dr. J. Gottlieb.

Die vortreffliche Methode, welche Pettenkofer zur Bestimmung der Kohlensäure in Gasgemengen so wie in Brunnen- und Mineralwässern vorgeschlagen und die hier als bekannt vorausgesetzt werden kann, erleidet hinsichtlich ihrer sonstigen großen Bequemlichkeit und Genauigkeit dann einen merklichen Abbruch, wenn das dabei angewendete Curcumapapier nicht mit der größten Vorsicht hergestellt wurde und somit den höchst möglichen Grad von Empfindlichkeit zeigt. Auch ist man namentlich bei nahendem Ende des Titrirens, wo es sich nur mehr um 1—2 Zehntel-Milligramme handelt, genöthigt, fast nach jedem Tropfen Säure, der zugesetzt wurde, die Reaction mit dem Curcumapapier vorzunehmen, wobei der Abschluß der Bestimmung verzögert wird und die Gefahr nahe liegt, daß die Kohlensäure der Luft mittlerweile eine, allerdings stets nur geringe Menge von Baryt sättigt und der Bestimmung mittelst Oxalsäure entzieht. Bei Gelegenheit von Kohlensäurebestimmungen in einigen Mineralwässern habe ich es deßhalb versucht, diesen kleinen Übelständen abzuhelfen und gefunden, daß man, unter Anwendung gewisser Vorsichten, mittelst Lackmuspigment etwas schneller und mit gleicher Genauigkeit zum Ziele gelangen kann.

Um die hinzu geeignete Lackmustinctur, die sich auch zu anderen analogen Anwendungen sehr empfiehlt, zu bereiten, extrahire ich wiederholt ungepulverten Lackmus mit 85procentigen Weingeist, bis dieser sich damit nur mehr wenig violett färbt. Die Substanz welche auf diese Weise aus dem Lackmus entfernt wird, bildet nach dem Verdampfen des Weingeistes im Wasserbade eine dunkelviolette mit einigen Kochsalz-Krystallen gemengte, amorphe Masse, die sich zum allergrößten Theile in kaltem Wasser löst, diesem eine violette Färbung ertheilend, welche sich auf Zusatz von Säuren rasch in Zwiebelroth umwandelt, durch Alkalien aber keine wesentliche Veränderung erleidet.

Die zurückgebliebenen Lackmusstückchen werden hierauf mit Wasser behandelt, an welches sie reichlich das in Weingeist unlösliche blaue Pigment abgeben. Die abfiltrirte Flüssigkeit ist, mit wenig Wasser verdünnt, violettblau gefärbt. Das Violett verschwindet aber bei stärkerer Verdünnung mit Wasser vollständig und macht einem reinen Blau Platz, welches sich mit Säuren zunächst in ein schönes Weinroth, nach weiterem Zusatz von Säure endlich in helles Zwiebelroth umwandelt.

Letzteres tritt aber erst bei Anwesenheit eines gewissen Überschusses der Säure ein. Die concentrirte Lösung des blauen Pigmentes muß nun zum Theil verdünnt und tropfenweise so lange mit sehr verdünnter Salzsäure versetzt werden, bis sie die weinrothe Färbung angenommen hat, wonach man mit noch unveränderter blauer Lösung vorsichtig die blaue Färbung der gerötheten Flüssigkeit hervorruft, zu deren richtigen Beurtheilung aber eine kleine Portion, nach dem oben Gesagten, mit ziemlich viel Wasser verdünnt werden muß.

Solche verdünnte Lösungen, welche übrigens noch immer eine ganz entschiedene blaue Färbung zeigen, werden schon durch einen Tropfen der nach Pettenkofer's Vorschrift bereiteten Oxalsäurelösung weinroth gefärbt.

Behufs der Bestimmung des bei einer Kohlensäurebestimmung unverbunden gebliebenen Baryts wird von dem, in erwähnter Weise möglichst empfindlich gemachten Pigmente zu einer Menge Wasser, welche etwa das 6—8fache der zum Titriren bestimmten Barytlösung beträgt, so viel zugesetzt, daß die Flüssigkeit deutlich blau gefärbt erscheint. Diese Verdünnung ist nothwendig, weil das Pigment mit concentrirteren Barytlösungen die Abscheidung einer festen, blauen Verbindung des Farbstoffes mit Baryt hervorruft, welche sich in gehörig verdünnten Lösungen nicht bildet, die zudem noch den Vortheil darbieten, daß sich während des Titrirens kein oder nur sehr wenig oxalsaurer Baryt abscheidet, wodurch die Beurtheilung der Färbung der Flüssigkeit ungemein erleichtert wird.

Beim Titriren hört man mit dem Zusatze der Säure auf, sobald die Flüssigkeit eine weinrothe Farbe angenommen hat, welche nach kurzem Umrühren nicht mehr in Blau zurückkehrt.

Um die Richtigkeit dieses Verfahrens zu prüfen, habe ich je 20 CC. Barytwasser auf ihrem Barytgehalt mittelst Oxalsäure geprüft.

Es wurden bis zum Auftreten der weinrothen Färbung in drei Versuchen gebraucht 23·9—24·0 und 23·9 CC. Oxalsäure-Lösung, im Mittel also 23·9 CC. Hierauf wurden je 50 CC. desselben Barytwassers zu drei Bestimmungen des Baryts mittelst Schwefelsäure verwendet, welche I. 0·3126 Grm., II. 0·3115 Grm. und III. 0.3123 Grm. schwefelsauren Baryt lieferten. Aus den mittelst Titriren erhaltenen Resultaten ergibt sich, daß 50 CC. des fraglichen Barytwassers hätten 0·3161 Grm. schwefelsauren Baryt liefern sollen. Die mittlere Differenz zwischen dem Versuche und der berechneten Menge beträgt demnach 0·004 Grm. schwefelsauren Baryt, entsprechend 0·0007 Grm. Kohlensäure auf 50 CC. Barytwasser. Dieser Verlust entspricht der allerdings sehr geringen Löslichkeit des schwefelsauren Baryts in verdünnter Salzsäure, die bei seiner Fällung in Anwendung kam und läßt die mit Oxalsäure in der angegebenen Weise erlangten Resultate als sehr genau erscheinen.

Krystallographische Untersuchungen.

Von L. Ditscheiner.

(Mit 2 Tafeln.)

(Vorgelegt in der Sitzung am 8. Juli 1869.)

Die im Folgenden beschriebenen Cyanverbindungen sind mir von meinem geehrten Freunde, Herrn Dr. Ph. Weselsky, zur krystallographischen Untersuchung übergeben worden. Es sind meist ausgezeichnet schön krystallisirte Verbindungen, welche von Weselsky nach einer in den Sitzungsberichten der Wiener Akademie Bd. 60, Abth. 2, in der Abhandlung „Über einige Doppelcyanverbindungen" beschriebenen Methode dargestellt und deren chemische Zusammensetzung und allgemeines physikalisches Verhalten ebendaselbst enthalten sind, so daß ich bezüglich Farbe, Verhalten an der Luft u. s. w. auf diese Abhandlung verweisen kann.

Die krystallographischen Messungen sind mit einem aus der Werkstätte des k. k. polytechnischen Institutes (G. Starke) hervorgegangenen, dem physikalischen Cabinete der Wiener Handels-Akademie gehörigen großen Goniometer ausgeführt worden. Die beiden diametral gestellten Nonien dieses Instrumentes gestatten eine Ablesung bis auf 10 Secunden. Trotz dieser verhältnißmäßig genauen Ablesung und der Vollkommenheit der gemessenen Krystalle sind die im Folgenden gegebenen Messungen, wie dies wohl auch bei derlei künstlichen Krystallen nicht anders gefordert werden kann, höchstens bis auf 2—10 Bogenminuten genau anzusehen. Alle diese Beobachtungen sind Mittel im Allgemeinen von 6—10 Beobachtungen, und nur dort, wo die Winkelmessung größere Unsicherheit ergab, wurde die Anzahl der Beobachtungen je nach Bedürfniß vermehrt.

Die optische Untersuchung konnte ich leider nicht bei allen Substanzen ausführen, so wünschenswerth mir dieses auch gewesen wäre. Die wesentliche Ursache davon liegt aber darin, daß ich im Augenblicke noch nicht im Besitze aller derjenigen Apparate bin,

um derlei Bestimmungen ausführen zu können. Ich werde jedoch in kürzester Zeit diese Lücke ausfüllen, da ich sie nur gelassen habe, weil Herr Dr. Weselsky den begreiflichen Wunsch ausgedrückt hat, die zur Individualisirung seiner Verbindungen so nothwendigen krystallographischen Constanten sobald als möglich festgestellt zu haben.

Die Untersuchung der rhomboedrisch krystallisirenden Substanzen bezüglich ihres optischen Charakters habe ich mit Hilfe des Spectralapparates nach der in den Sitzungsberichten (Bd. 57. Abth. II) angegebenen Methode bestimmt, welche ich, zum Theile wenigstens, bei der neueren Untersuchung modificirte. Statt der Quarzplatte wendete ich durch Theilung nach der natürlichen Spaltungsfläche erhaltene Gypsplatten an, die in beliebiger, zur Dicke der zu untersuchenden Krystallplatte passender Dicke leicht erhalten werden können. Um das Drehen der Krystallplatte um 90° zu vermeiden, wie es nothwendig ist um die verschieden großen Streifendistanzen bei der einen und der anderen Stellung der Krystallplatte zu unterscheiden und auch um die Beurtheilung eben dieser verschiedenen Streifendistanzen zu erleichtern, wendete ich Doppelplatten aus Gyps an, die einfach dadurch erhalten werden, daß eine solche Gypsplatte durch einen Schnitt parallel zu einer ihrer optischen Elasticitätsaxen in zwei getheilt und diese an der Schnittfläche der einen wieder so vereinigt wurden, daß die gleichen optischen Elasticitätsaxen in beiden Platten, von denen die eine nur die Fortsetzung der anderen bildet, auf einander senkrecht stehen. Wenn man diese Platten vor der Spalte des Spectralapparates so aufstellt, daß die eine obere Hälfte derselben von der einen, die andere untere aber von der zweiten senkrecht zur ersten orientirten Gypsplatte bedeckt ist, wenn ferner Analyseur und Polariseur in paralleler oder in gekreuzter Stellung sich befinden, so sieht man im Gesichtsfelde des Fernrohres zwei übereinander liegende, vollkommen gleiche Spectra mit genau denselben Interferenzstreifen. Bringt man aber vor oder hinter dieser Doppelplatte die zu untersuchende Krystallplatte ebenfalls so an, daß ein Theil der durch sie gehenden Strahlen durch die obere Gypsplatte, eine andere aber durch die zweite untere Gypsplatte gehen muß, so wird man, sobald die optischen Elasticitätsaxen der Krystallplatte parallel denjenigen der Gypsplatten sind, sowohl in dem oberen als auch in dem unteren Spectrum vollkommen scharfe Interferenzstreifen auf-

treten sehen. Die Entfernung dieser Interferenzstreifen ist in einem und demselben Spectrum nahezu vollkommen gleich, aber von Spectrum zu Spectrum verschieden. Ob im oberen Spectrum oder ob im unteren die Streifendistanz größer oder kleiner ist, hängt wesentlich von der Aufstellung der Doppelplatte und von der Lage der Krystallplatte ab. Da die erstere entweder bekannt ist, oder doch leicht durch eine parallel zur optischen Axe geschnittene Quarzplatte gefunden und richtig gestellt werden kann, wie ich dies schon a. a. O. gezeigt habe, so ist es ersichtlich leicht und unmittelbar möglich, sich über den optischen Charakter der parallel zur optischen Axe geschnittenen und zu untersuchenden Krystallplatte ein Urtheil zu bilden.

1. Baryum-Zink-Cyanür.

$BaCy_2 . ZnCy_2, 2H_2O$.

Fig. 1.

Diese an der Luft leicht sich trübenden, übrigens von gut ebenen Flächen begrenzten wasserhellen Krystalle gehören dem prismatischen Systeme an.

$$a:b:c = 1:0·60681:0·60562.$$

Beobachtete Flächen: 101, 110, 210, 010.

		Beobachtet		Berechnet	
$101:\bar{1}01$	=	62°	24′*	—	
$110:1\bar{1}0$	=	117	31 *	—	
$110:\bar{1}10$	=	62	32	62°	29′
$101:10\bar{1}$	=	117	42	117	36
$210:2\bar{1}0$	=	79	0	79	20
210:010	=	39	36	39	40
110:210	=	19	18	19	5
110:101	=	74	26	74	25
210:101	=	—		66	30
101:010	=	58	53	58	48

2. Baryum-Nickel-Cyanür.

$BaCy_2 . NiCy_2, 3H_2O$.

Fig. 2.

Schön orangerothe, an der Luft beständige Krystalle. Schief prismatisch

$a:b:c = 0·88596 : 1 : 0·49455$, $ac = 72° 12'$.

Beobachtete Flächen: 110, 010, $\bar{1}11$, $\bar{1}12$.

	Beobachtet	Berechnet
$110 : \bar{1}10$ =	99° 42'*	—
$110 : 010$ =	49 52	49° 51'
$\bar{1}11 : \bar{1}\bar{1}1$ =	51 5 *	—
$\bar{1}11 : \bar{1}10$ =	62 57 *	—
$\bar{1}12 : \bar{1}\bar{1}2$ =	27 36	27 46
$\bar{1}11 : \bar{1}12$ =	19 17	19 23
$\bar{1}12 : \bar{1}10$ =	82 15	82 18
$\bar{1}12 : \bar{1}\bar{1}1$ =	42 43	42 42
$\bar{1}11 : 110$ =	84 18	84 11
$\bar{1}12 : 110$ =	79 59	79 54
$\bar{1}11 : 010$ =	64 25	64 27

Diese Substanz ist bereits von Handl (Sitzber. Bd. 32. S. 84) gemessen worden. Der Habitus der dort beschriebenen Krystalle ist jedoch ein anderer. Die beobachteten Flächen waren nämlich 100, 110, 011.

3. Baryum-Kupfer-Cyanür.

$BaCy_2, Cu_2Cy_2, H_2O$.

Fig. 3.

Wasserhelle, verwitternde, große Krystalle.
Schiefprismatisch.

$a:b:c = 2·8054 : 1 : 1·0240$, $ac = 79° 54'$.

Beobachtete Flächen: 111, $\bar{1}11$, 001, 101, 110, 310, 100.

	Beobachtet	Berechnet
$111 : 101$ =	51° 5'	—
$100 : 001$ =	100 6	—
$\bar{1}00 : 001$ =	79 56	79° 54'
$001 : 101$ =	26 18	26 12
$100 : 101$ =	74 0	—
$111 : 1\bar{1}1$ =	—	102 10
$100 : 111$ =	80 3	79 58
$\bar{1}00 : 111$ =	—	100 29

111 : $\bar{1}$11	=	—		31	32
100 : 110	=	—		70	7
001 : $\bar{1}$11	=	51	20	51	16
$\bar{1}$00 : $\bar{1}$11	=	68	48	68	30
100 : $\bar{1}$11	=	111	36	111	30
001 : 111	=	—		55	41
100 : 310	=	43	0	42	40
$\bar{1}$11 : $\bar{1}\bar{1}$1	=	—		94	36
001 : $\bar{1}$10	=	—		86	35
$\bar{1}$11 : $\bar{1}$10	=	35	28	35	19

4. Natrium-Cobalt-Cyanid.

$Na_6Co_2Cy_{12}, 4H_2O$.

Fig. 9.

Schiefprismatisch.

$a : b : c = 1 \cdot 7663 : 1 : 0 \cdot 4349$, $ac = 78°\ 33'$.

Beobachtete Flächen: 101, $\bar{1}$01, 110, 011, $\bar{5}$32.

		Beobachtet		Berechnet	
110 : $\bar{1}$10	=	60°	2′*	—	
101 : $\bar{1}$01	=	51	53*	—	
101 : 10$\bar{1}$	=	128	5	128°	7′
101 : $\bar{1}$10	=	106	45	106	45
101 : 011	=	45	41	45	49
011 : $\bar{1}$01	=	47	50	47	49
101 : 110	=	73	15*	—	
110 : $\bar{1}$01	=	98	20	98	16
110 : 011	=	50	30	50	27
$\bar{5}$32 : $\bar{1}$01	=	9	33	9	53
$\bar{1}$01 : $\bar{1}$00	=	73	18	73	17
$\bar{1}$01 : $\bar{1}$10	=	—		81	44
$\bar{1}$10 : 100	=	—		59	59
100 : 101	=	54	42	54	50

5. Baryum-Cobalt-Cyanid.

$Ba_3Co_2Cy_{12}, 20H_2O.$

Fig. 4.

Weingelbe, leicht verwitternde Krystalle.

Prismatisch.

$$b:a:c = 1:0\cdot88993:x.$$

Beobachtete Flächen: 001, 110, 010.

	Beobachtet		Berechnet	
$110:1\bar{1}0 =$	83	32*	—	
$110:\bar{1}10 =$	96	40	96	38
$110:010 =$	48	17	48	19

6. Strontium-Cobalt-Cyanid.

$Sr_3Co_2Cy_{12}, 20H_2O.$

Vollkommen isomorph mit dem Baryum-Cobalt-Cyanid.

	Beobachtet	
$110:1\bar{1}0 =$	83°	26′
$110:\bar{1}10 =$	96	44
$110:010 =$	48	15

7. Phenylammonium-Cobalt-Cyanid.

$(C_6H_8N)_6Co_2Cy_{12}.$

Fig. 5.

Ausgezeichnet schöne und große, luftbeständige Krystalle.

Rhomboedrisch.

Beobachtete Flächen: 100, 110, $\bar{1}11$, $01\bar{1}$, 130.

Theilbarkeit: 100 sehr vollkommen.

	Beobachtet	Berechnet
001 : 100 =	97° 50′*	—
100 : 10$\bar{1}$ =	41 10	41° 5
100 : 101 =	48 57	48 55
110 : 101 =	69 58	69 58
101 : 1$\bar{1}$1 =	32 46	32 43
1$\bar{1}$1 : 1$\bar{1}$0 =	33 14	33 3
001 : 1$\bar{1}$1 =	56 52	56 57
101 : 1$\bar{1}$0 =	—	55 0
101 : 301 =	29 48	29 51
10$\bar{1}$: 301 =	—	60 9
100 : 301 =	19 3	19 4
301 : 103 =	59 40	59 42
301 : 013 =	—	45 55

Optisch positiv.

8. Toluylammonium-Cobalt-Cyanid.

$(C_7H_{10}N)_6Co_2Cy_{12}, 4H_2O$.

Fig. 6.

Schiefprismatisch.

$a:b:c = 1\cdot79802:1:0\cdot68628$, $ac = 80° 56'$.

Beobachtete Flächen: 001, 111, $\bar{1}$11, 110, 100.

	Beobachtet	Berechnet
001 : $\bar{1}$10 =	85° 40′*	—
001 : $\bar{1}$11 =	36 40	36° 40′
$\bar{1}$10 : $\bar{1}$11 =	49 0*	—
$\bar{1}$11 : $\bar{1}\bar{1}$1 =	63 22*	—
$\bar{1}$10 : $\bar{1}\bar{1}$0 =	122 20	122 40
$\bar{1}$10 : 110 =	—	57 20
$\bar{1}$10 : 001 =	—	80 56
001 : 100 =	—	99 0
$\bar{1}$00 : $\bar{1}$11 =	65 40	65 59
111 : 100 =	79 32	79 29
001 : 110 =	94 20	94 20
001 : 111 =	40 13	40 4
111 : $\bar{1}$11 =	34 40	34 50
111 : 110 =	54 7	54 16
111 : 1$\bar{1}$1 =	—	69 0
111 : $\bar{1}\bar{1}$1 =	76 53	76 44

9. Natrium-Ammonium-Cobalt-Cyanid.

$(Am_4Na_2)Co_2Cy_{12}$.

Fig. 7.

Prismatisch.

$a:b:c = 1:0\cdot7440:0\cdot7235.$

Beobachtete Flächen: 011, 101, 110, 100.

Theilbarkeit: 011, nicht sehr vollkommen.

		Beobachtet		Berechnet	
011 : 0$\bar{1}$1	=	91°	30′*	—	
011 : 01$\bar{1}$	=	88	15	88°	30′
100 : 101	=	54	10	54	7
011 : 101	=	55	36 *	—	
101 : $\bar{1}$00	=	126	6	125	53
110 : 100	=	53	21	53	40
110 : 011	=	54	53	54	43
101 : 110	=	—		69	31

10. Calcium-Ammonium-Cobalt-Cyanid.

$(Ca_2Am_2)Co_2Cy_{12}$, $20H_2O$.

Fig. 8.

Prismatisch.

$a:b:c = 1:0\cdot5762:0\cdot5304.$

Beobachtete Flächen: 111, 221, 201, 401, 001, 100, 110.

		Beobachtet		Berechnet	
111 : $\bar{1}$11	=	42°	40′*	—	
111 : 001	=	46	44 *	—	
111 : 1$\bar{1}$1	=	—		78°	14′
111 : 11$\bar{1}$	=	86	42	86	32
111 : $\bar{1}\bar{1}$1	=	—		93	28
221 : 001	=	64	38	64	48
221 : $\bar{2}$21	=	—		53	56
221 : 111	=	18	2	18	4
221 : 22$\bar{1}$	=	—		50	24
201 : 001	=	47	8	46	56

401 : 001	=	64	55	64	57
201 : 401	=	18	8	18	3
201 : $\bar{2}01$	=	—		93	52
201 : $20\bar{1}$	=	—		86	8
111 : 201	=	42	55	42	44
201 : 100	=	42	58	43	4
110 : $\bar{1}10$	=	—		59	54
110 : 100	=	—		60	3
111 : 110	=	43	6	43	16

11. Strontium-Ammonium-Cobalt-Cyanid.

$(Sr_2Am_2)Co_2Cy_{12}$, $20H_2O$.

Fig. 8.

Prismatisch.

Isomorph mit dem Vorigen.

$a : b : c = 1 : 0·56924 : 0·5280.$

Beobachtete Flächen: 111, 221, 201, 401, 001.

		Beobachtet		Berechnet	
111 : $\bar{1}11$	=	42°	20′*	—	
111 : 001	=	46	52 *	—	
111 : $1\bar{1}1$	=	—		78°	46′
111 : $11\bar{1}$	=	86	5	86	16
111 : $\bar{1}\bar{1}1$	=	93	38	93	44
221 : 001	=	64	52	64	54
221 : $\bar{2}21$	=	53	24	53	14
221 : 111	=	18	0	18	2
221 : $22\bar{1}$	=	50	20	50	12
201 : 001	=	46	40	46	31
401 : 001	=	64	45	64	38
401 : 201	=	18	5	18	7
401 : 221	=	53	58	54	5
201 : $\bar{2}01$	=	—		93	2
201 : $20\bar{1}$	=	—		86	58
111 : 201	=	42	58	43	1

12. Calcium-Kalium-Cobalt-Cyanid.

$(Ca_2K_2)Co_2Cy_{12}$, $18H_2O$

Fig. 10.

Prismatisch.

$a : b : c = 1 : 0\cdot9298 : 0\cdot5314.$

Beobachtete Flächen: 111, 011, 010, 110, 100.

		Beobachtet	Berechnet
011 : 0$\bar{1}$1	=	59° 29′*	—
110 : $\bar{1}$10	=	85 50 *	—
010 : 110	=	42 58	42° 55′
011 : 111	=	24 40	24 46
111 : $\bar{1}$11	=	—	49 32
010 : 011	=	60 20	60 15
011 : 110	=	68 48	68 42
110 : 111	=	52 6	52 2
111 : 11$\bar{1}$	=	—	104 4
111 : 1$\bar{1}$1	=	—	53 34

Die Flächen 100 und $\bar{1}$00 sind sehr stark gekrümmt.

13. Strontium-Kalium-Cobalt-Cyanid.

$(Sr_2K_2)Co_2Cy_{12}$, $18H_2O$.

Fig. 10.

Prismatisch. — Isomorph mit dem Vorigen.

$a : b : c = 1 : 0\cdot9185 : 0\cdot5190.$

Beobachtete Flächen: 111, 011, 010, 110, 100.

		Beobachtet	Berechnet
011 : 0$\bar{1}$1	=	58° 56′*	—
010 : 110	=	42 34 *	—
$\bar{1}$10 : 110	=	85 12	85° 5′
011 : 111	=	24 40	24 19
111 : $\bar{1}$11	=	48 55	48 38
010 : 011	=	—	60 32
011 : 110	=	68 42	68 46
110 : 111	=	52 24	52 30
111 : 11$\bar{1}$	=	—	105 0
111 : 1$\bar{1}$1	=	—	53 16

Die Flächen 100 und $\bar{1}00$ sind auch hier sehr stark gekrümmt, so daß Messungen an ihnen nicht vorgenommen werden konnten.

14. Baryum-Ammonium-Cobalt-Cyanid.

$(Ba_2Am_2)Co_2Cy_{12}, 22H_2O$.

Fig. 11.

Rhomboedrisch.

Beobachtete Flächen: 111, $22\bar{1}$, 100, $11\bar{2}$.

		Beobachtet		Berechnet	
$11\bar{2}:22\bar{1}$	=	42°	35′*	—	
$100:22\bar{1}$	=	43	10	43°	8′

Die Flächen 111 und $\bar{1}\bar{1}\bar{1}$ sind so stark gekrümmt, daß Messungen an ihnen nicht gemacht werden konnten.

Optisch negativ.

15. Baryum-Kalium-Cobalt-Cyanid.

$(Ba_2Ka_2)Co_2Cy_{12}, 22H_2O$.

Fig. 11.

Rhomboedrisch.

Vollkommen isomorph mit dem Vorigen.

Beobachtete Flächen: 111, 100, $22\bar{1}$, $11\bar{1}$, $\bar{1}5\bar{1}$, $11\bar{2}$.

		Beobachtet		Berechnet	
$11\bar{2}:11\bar{1}$	=	24°	41′	—	
$111:11\bar{1}$	=	65	10	65°	19′
$11\bar{1}:5\bar{1}\bar{1}$	=	54	1	54	2
$11\bar{2}:22\bar{1}$	=	42	34	42	38
$221:100$	=	—		43	10
$\bar{1}2\bar{1}:11\bar{1}$	=	63	0	62	59

Optisch negativ.

16. Baryum-Lithium-Cobalt-Cyanid.

$(Ba_2Li_2)Co_2Cy_{12}$, $30H_2O$.

Rhomboedrisch.

Beobachtete Flächen: 111, 10$\bar{1}$, 210.

		Beobachtet	Berechnet
10$\bar{1}$: 210	=	25° 4*	—
210 : 120	=	—	53° 25
111 : 210	=	—	64 56

Die Flächen 111 und $\bar{1}\bar{1}\bar{1}$ sind sehr stark gekrümmt, so daß Messungen an ihnen nicht ausgeführt werden konnten.

Optisch positiv.

17. Toluyl-Phenylammonium-Cobalt-Cyanid.

$(C_7H_{10}N)_4(C_6H_8N)_2Co_2Cy_{12}$, $3H_2O$.

Fig. 12.

Zweifach-schiefprismatisch.

Beobachtete Flächen: 111, $\bar{1}$11, $\bar{1}\bar{1}$1, $\bar{1}$01, 110, $\bar{1}$10, $\bar{1}$00, 010.

		Beobachtet
010 : 110	=	49° 10′
010 : 100	=	88 55
010 : $\bar{1}$10	=	51 45
010 : $\bar{1}$00	=	91 5
010 : 111	=	48 35
010 : $\bar{1}$11	=	52 48
$\bar{1}$10 : $\bar{1}$11	=	45 52
110 : 111	=	56 36
111 : $\bar{1}$11	=	31 22
$\bar{1}$11 : $\bar{1}$01	=	26 10
010 : $\bar{1}$01	=	85 8
$\bar{1}\bar{1}$1 : $\bar{1}$01	=	32 38

18. Baryum-Cobalt-Cyanid-Barythydrat.

$Ba_2Co_2Cy_{12}, BaH_2O_2, 17H_2O$.

Fig. 13.

Rhomboedrisch.

Beobachtete Flächen: 100, 110, 11$\bar{2}$.

An der Luft sich leicht trübend.

		Beobachtet	Berechnet
100 : 001	=	90° 56′	90° 58′
100 : 2$\bar{1}\bar{1}$	=	34 35 *	—
100 : 110	=	45 31	45 29
101 : 2$\bar{1}\bar{1}$	=	65 37	65 41
101 : 110	=	—	61 6
101 : 121	=	53 55	54 3
110 : 112	=	53 56	54 3

Zwillingsbildung. Verwachsung zweier um die krystallographische Axe um 60° gegen einander gedrehter Individuen.

Optisch positiv.

19. Baryum-Cobalt-Cyanid-Chlorbaryum.

$Ba_2Co_2Cy_{12}, BaCl_2, 16H_2O$.

Fig. 14.

Rhomboedrisch.

Beobachtete Flächen: 111, 100.

		Beobachtet	Berechnet
100 : 0$\bar{1}$0	=	91° 8′*	—
100 : 010	=	—	88° 52′
111 . 100	=	53 50	53 55

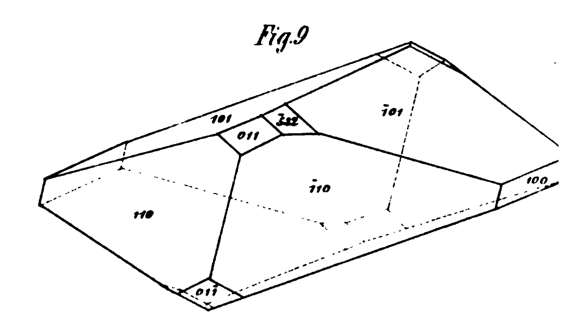
Fig. 5.

Fig. 6

Fig. 8.

A d k k. Hof- u. Staats-Staatsdruckerei

Fig. 9


101
011
$\bar{3}32$
$\bar{1}01$
$\bar{1}10$
110
100
$01\bar{1}$

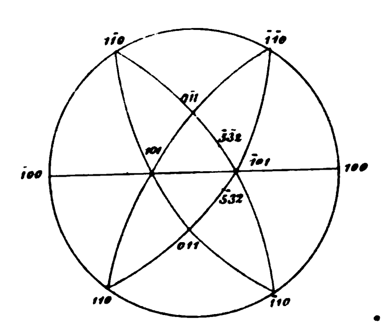
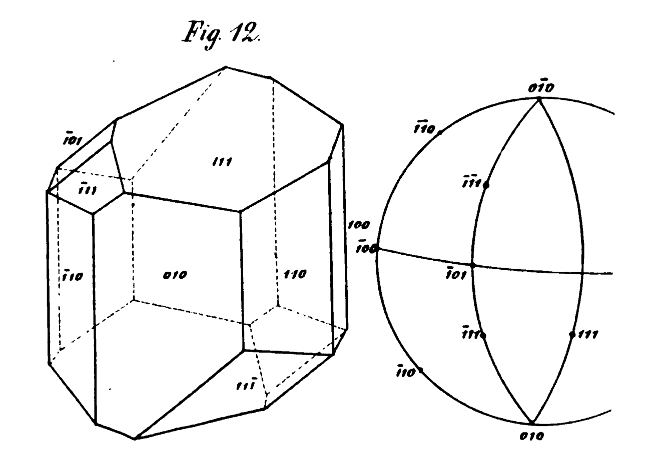

$1\bar{1}0$
$\bar{1}\bar{1}0$
$0\bar{1}1$
$\bar{3}\bar{3}2$
101
$\bar{1}01$
$\bar{1}00$
100
$\bar{5}32$
011
110
$\bar{1}10$

Fig. 12.


$\bar{1}01$
$\bar{1}11$
111
$\bar{1}10$
010
110
100
$\bar{1}00$
$11\bar{1}$
$0\bar{1}0$
$\bar{1}\bar{1}0$
$\bar{1}\bar{1}1$
$\bar{1}01$
$\bar{1}11$
111
$\bar{1}10$
010

Über einige vielfache Integrale.

Von dem w. M. Dr. Anton Winckler.

(Vorgelegt in der Sitzung am 17. Juni 1869.)

Unter den zahlreichen Formeln für bestimmte einfache Integrale lassen sich bekanntlich viele als besondere und zwar einfachste Fälle gewisser, zwischen mehrfachen Integralen bestehender Relationen betrachten und aus diesen unmittelbar ableiten. Nicht selten aber kann man, was ebenfalls bekannt und in mancher Hinsicht wichtiger ist, auch umgekehrt, von jenen Formeln ausgehend, zu solchen allgemeinen Relationen gelangen, und mit einigen neuen Fällen dieser Art, welche sich hauptsächlich auf Exponentialfunctionen beziehen, wird sich das Folgende beschäftigen.

Dieselben scheinen ihrer größern Allgemeinheit wegen und auch darum von einigem Interesse zu sein, weil aus ihnen eine Anzahl bekannter Resultate als besondere Fälle abgeleitet werden können, die bisher auf verschiedenen, unter sich scheinbar nicht im Zusammenhange stehenden Wegen gefunden worden sind.

Der Gesichtspunkt, von welchem hierbei ausgegangen wird, besteht sehr einfach darin, daß die in den Exponenten vorkommenden, die Veränderlichen der Integration enthaltenden Summen in verschiedener Weise angeordnet werden können und hierdurch auch verschiedene Anordnungen der successive auszuführenden Integrationen gestatten, wie des Näheren sich sogleich ergeben wird.

1.

Es seien $x_1, x_2, x_3, \ldots x_m$, ferner $y_1, y_2, y_3, \ldots y_n$ von einander unabhängige veränderliche Größen; $a_1, a_2, a_3, \ldots a_m$, dann $b_1, b_2, b_3, \ldots b_n$, und $c_{\mu,\nu}$ für alle ganzzahligen Werthe von μ und ν positive Constanten und es werde der Kürze wegen:

$$X = \cos a_1 x_1 \cos a_2 x_2 \ldots \cos a_m x_m$$

$$Y = \cos b_1 y_1 \cos b_2 y_2 \ldots \cos b_n y_n$$

$$u = \sum_{\nu=0}^{\nu=n} \sum_{\mu=0}^{\mu=m} c_{\mu,\nu}\, x_\mu y_\nu, \text{ worin } c_{0,0} = 0 \text{ sein soll,}$$

gesetzt. Der Ausdruck:

$$XYe^{-u}$$

sei nach $x_1, x_2, \ldots x_m, y_1, y_2, \ldots y_n$ zwischen den Grenzen 0 und ∞ zu integriren.

Denkt man sich zunächst die Summe u nach den y geordnet, also:

$$u = \sum_{\nu=0}^{\nu=n} y_\nu \sum_{\mu=0}^{\mu=m} c_{\mu,\nu}\, x_\mu$$

geschrieben und berücksichtigt man die Formel:

$$\int_0^\infty e^{-ky} \cos ly\, dy = \frac{k}{l^2 + k^2}$$

so lassen sich die n Integrationen nach den y unmittelbar ausführen, und ebenso können die m Integrationen bezüglich der x vollzogen werden, wenn man die Summe u nach den x ordnet, also

$$u = \sum_{\mu=0}^{\mu=m} x_\mu \sum_{\nu=0}^{\nu=n} c_{\mu,\nu}\, y_\nu$$

schreibt. Es ergibt sich daher die Gleichung:

$$\overline{\underline{\iint \ldots \int_0^\infty}} X e^{-y_0 \sum_1^m c_{\mu,0} x_\mu} \cdot \prod_{\nu=1}^{\nu=n} \left(\frac{p_\nu}{b_\nu^2 + p_\nu^2} \right) dx_1\, dx_2 \ldots dx_m =$$

$$\overline{\underline{\iint \ldots \int_0^\infty}} Y e^{-x_0 \sum_1^n c_{0,\nu} y_\nu} \cdot \prod_{\mu=1}^{\mu=m} \left(\frac{q_\mu}{a_\mu^2 + q_\mu^2} \right) dy_1\, dy_2 \ldots dy_n$$

wobei der bequemern Schreibweise wegen:

$$p_\nu = \sum_{\mu=0}^{\mu=m} c_{\mu,\nu} x_\mu, \quad q_\mu = \sum_{\nu=0}^{\nu=n} c_{\mu,\nu} y_\nu$$

gesetzt wurde, und unter x_0, y_0 beliebige positive Constanten zu verstehen sind.

Für den besondern Fall $n = 1$ und $b_1 = 0$, $x_0 = y_0 = 1$ ergibt sich hieraus:

$$\int\int .. \int_0^\infty \frac{\cos a_1 x_1 \cos a_2 x_2 .. \cos a_m x_m}{c_{0,1} + c_{1,1} x_1 + .. + c_{m,1} x_m} e^{-(c_{1,0} x_1 + c_{2,0} x_2 + .. + c_{m,0} x_m} dx_1 dx_2 .. dx_m$$

$$= \int_0^\infty \frac{c_{1,0} + c_{1,1} y}{a_1^2 + (c_{1,0} + c_{1,1} y)^2} \cdot \frac{c_{2,0} + c_{2,1} y}{a_2^2 + (c_{2,0} + c_{2,1} y)^2} \cdot\cdot \frac{c_{m,0} + c_{m,1} y}{a_m^2 + (c_{m,0} + c_{m,1} y)^2} e^{-c_{0,1} y} dy$$

wobei rechter Hand y statt y_1 geschrieben wurde.

2.

Behalten X und Y ihre vorige Bedeutung, setzt man dagegen:

$$u = \sum_{\nu=0}^{\nu=n} \sum_{\mu=0}^{\mu=m} c_{\mu,\nu} x_\mu y_\nu^2, \quad c_{0,0} = 0$$

und unterzieht den Ausdruck:

$$XYe^{-u}$$

der Integration nach $x_1, x_2, \ldots x_m, y_1, y_2, \ldots y_n$ zwischen den Grenzen 0 und ∞, so lassen sich, wenn man zunächst u nach den y ordnet, also

$$u = \sum_{\nu=0}^{\nu=n} y_\nu^2 \sum_{\mu=0}^{\mu=m} c_{\mu,\nu} x_\mu$$

schreibt, die n Integrationen nach den y insgesammt ausführen, da bekanntlich:

$$\int_0^{\infty} e^{-ky^2} \cos lydy = \tfrac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{k}} \cdot e^{-\frac{l^2}{4k}}$$

ist. Ordnet man dagegen u nach den x indem man schreibt:

$$u = \sum_{\mu=0}^{\mu=m} x_\mu \sum_{\nu=0}^{\nu=n} c_{\mu,\nu}\, y_\nu^2$$

so können wie im vorigen Art. die m Integrationen nach den x effectuirt werden.

Wird zur Abkürzung:

$$p_\nu = \sum_{\mu=0}^{\mu=m} c_{\mu,\nu} x_\mu, \quad q_\mu = \sum_{\nu=0}^{\nu=n} c_{\mu,\nu}\, y_\nu^2$$

und zugleich:

$$s = \frac{b_1^2}{p_1} + \frac{b_2^2}{p_2} + \dots + \frac{b_n^2}{p_n}$$

gesetzt, so erhält man das folgende Resultat:

$$\iint\cdot\cdot\int_0^{\infty} \frac{X e^{-\frac{s}{4} - y_0^2 \sum_1^m c_{\mu,0} x_\mu}}{\sqrt{p_1 p_2 p_3 \cdots p_n}} dx_1\, dx_2 \dots dx_m =$$

$$\left(\frac{2}{\sqrt{\pi}}\right)^n \iint\cdot\cdot\int_0^{\infty} Y e^{-x_0 \sum_1^n c_{0,\nu} y_\nu^2} \prod_{\mu=1}^{\mu=m} \left(\frac{q_\mu}{a_\mu^2 + q_\mu^2}\right) dy_1\, dy_2 \dots dy_n$$

Für den besondern Fall $n = 1$ und $b_1 = 0$, $x_0 = y_0 = 1$ ergibt sich hieraus:

$$\iint\cdot\cdot\int_0^{\infty} \frac{\cos a_1 x_1 \cos a_2 x_2 \dots \cos a_m x_m}{\sqrt{c_{0,1} + c_{1,1} x_1 + \dots + c_{m,1} x_m}} \cdot e^{-(c_{1,0} x_1 + c_{2,0} x_2 + \dots + c_{m,0} x_m)} . dx_1\, dx_2 \cdots dx_m$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \frac{c_{1,0} + c_{1,1} y}{a_1^2 + (c_{1,0} + c_{1,1} y)^2} \cdot \frac{c_{2,0} + c_{2,1} y}{a_2^2 + (c_{2,0} + c_{2,1} y)^2} \cdots \frac{c_{m,0} + c_{m,1} y}{a_m^2 + (c_{m,0} + c_{m,1} y)^2} . e^{-c_{0,1} y} . \frac{dy}{\sqrt{y}}$$

wobei rechter Hand y statt y_1^2 geschrieben wurde.

Wie man sieht, unterscheidet sich diese Gleichung von der am Schlusse des vorigen Art. erhaltenen im Wesentlichen darin, daß in der erstern links die Quadratwurzel der linearen Function $c_{0,1}+c_{1,1}x_1+\ldots+c_{m,1}x_m$ statt der ersten Potenz, rechts aber noch $\sqrt{y}$ im Nenner vorkommt.

Es ist leicht, beide Gleichungen mit bekannten Resultaten in Übereinstimmung zu bringen, wenn man etwa $m=1$, oder $m=1$ und $c_{1,1}=0$ setzt.

3.

Es seien wieder $x_0, x_1, x_2, \ldots x_m$, dann $y_0, y_1, y_2, \ldots y_n$ von einander unabhängige veränderliche Größen; $\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_m$, $\beta_1, \beta_2, \ldots \beta_n$ seien positive Constanten, ferner seien alle Werthe positiv, welche allgemein mit $c_{\mu,\nu}$ bezeichnet sind, unter μ die Zahlen 1, 2, ... m und unter ν die Zahlen 1, 2, ... n verstanden. Der Abkürzung wegen werde:

$$X = x_1^{\alpha_1-1}x_2^{\alpha_2-1}\ldots x_m^{\alpha_m-1}$$

$$Y = y_1^{\beta_1-1}y_2^{\beta_2-1}\ldots y_n^{\beta_n-1}$$

sodann:

$$u = \sum_{\nu=0}^{\nu=n}\sum_{\mu=0}^{\mu=m} c_{\mu,\nu}x_\mu y_\nu$$

gesetzt. Der Ausdruck:

$$XYe^{-u}$$

sei nach $x_1, x_2, \ldots x_m, y_1, y_2, \ldots y_n$ zwischen die Grenzen 0 und ∞ zu integriren, so daß also zunächst x_0 und y_0 als constant betrachtet werden.

Die Integration läßt sich auf zwei verschiedene Arten anordnen, so nämlich, daß in der einen die Integration nach allen x und in der andern nach allen y unmittelbar vollzogen werden kann. Denkt man sich zu dem Ende die Doppelsumme u nach den y geordnet, also

$$u = \sum_{\nu=0}^{\nu=n} y_\nu \sum_{\mu=0}^{\mu=m} c_{\mu,\nu}x_\mu$$

geschrieben und berücksichtigt, daß:

$$\int_0^\infty y^{\beta-1} e^{-ky}\, dy = \frac{\Gamma(\beta)}{k^\beta}$$

so gelangt man, wie leicht einzusehen ist, zu dem folgenden Ausdruck:

$$\Gamma(\beta_1)\Gamma(\beta_2)\,..\,\Gamma(\beta_n)\overline{\underline{\iint\ldots\int}}_0^\infty \frac{X.e^{-y_0\sum\limits_0^m c_{\mu,0}x_\mu}}{\prod\limits_{\nu=1}^{\nu=n}(\sum\limits_{\mu=0}^{\mu=m} c_{\mu,\nu}x_\mu)^{\beta_\nu}}\, dx_1\, dx_2 \ldots dx_m$$

Ordnet man dagegen die Doppelsumme u nach den x, schreibt also:

$$u = \sum_{\mu=0}^{\mu=m} x_\mu \sum_{\nu=0}^{\nu=n} c_{\mu,\nu}\, y_\nu$$

und macht nunmehr die Integration nach den x zur ersten, so ergibt sich für dasselbe $m+n$fache Integral der Ausdruck:

$$\Gamma(\alpha_1)\Gamma(\alpha_2)\,..\,\Gamma(\alpha_m)\overline{\underline{\iint\ldots\int}}_0^\infty \frac{Y.e^{-x_0\sum\limits_0^n c_{0,\nu}y_\nu}}{\prod\limits_{\mu=1}^{\mu=m}(\sum\limits_{\nu=0}^{\nu=n} c_{\mu,\nu}\, y_\nu)^{\alpha_\mu}}\, dy_1\, dy_2 \ldots dy_n$$

worin nun, wie bemerkt, x_0, y_0 beliebige constante, jedoch positive Werthe bezeichnen.

Diese beiden Ausdrücke stellen dieselbe Größe dar; man hat daher die Gleichung:

$$\Gamma(\beta_1)\Gamma(\beta_2)\,..\,\Gamma(\beta_n)\overline{\underline{\iint\ldots\int}}_0^\infty \frac{X.e^{-y_0\sum\limits_0^m c_{\mu,0}x_\mu}}{\prod\limits_{\nu=1}^{\nu=n}(\sum\limits_{\mu=0}^{\mu=m} c_{\mu,\nu}x_\mu)^{\beta_\nu}}\, dx_1\, dx_2 \ldots dx_m$$

$$\ldots (\mathrm{I})$$

$$=\Gamma(\alpha_1)\Gamma(\alpha_2)\,..\,\Gamma(\alpha_m)\overline{\underline{\iint\ldots\int}}_0^\infty \frac{Y.e^{-x_0\sum\limits_0^n c_{0,\nu}y_\nu}}{\prod\limits_{\mu=1}^{\mu=m}(\sum\limits_{\nu=0}^{\nu=n} c_{\mu,\nu}\, y_\nu)^{\alpha_\mu}}\, dy_1\, dy_2 \ldots dy_n$$

aus welcher sich nun zwei verschiedene Resultate ziehen lassen.

Es sei $x_0 = 1$, $y_0 = 1$ und der Abkürzung wegen werde:

$$A = \Gamma(\alpha_1)\Gamma(\alpha_2)\ldots\Gamma(\alpha_m)$$

$$B = \Gamma(\beta_1)\Gamma(\beta_2)\ldots\Gamma(\beta_n)$$

gesetzt; schreibt man außerdem die Summenausdrücke in entwickelter Form, so ergibt sich:

$$B.\int\!\!\int\!\ldots\!\int_0^\infty \frac{x_1^{\alpha_1-1}x_2^{\alpha_2-1}\ldots x_m^{\alpha_m-1}.e^{-(c_{1,0}x_1+c_{2,0}x_2+\ldots+c_{m,0}x_m)}}{\prod\limits_{\nu=1}^{\nu=n}\{c_{0,\nu}+c_{1,\nu}x_1+c_{2,\nu}x_2+\ldots+c_{m,\nu}x_m\}^{\beta_\nu}}\,dx_1dx_2\ldots dx_m$$

$$\ldots(1)$$

$$=A.\int\!\!\int\!\ldots\!\int_0^\infty \frac{y_1^{\beta_1-1}y_2^{\beta_2-1}\ldots y_n^{\beta_n-1}.e^{-(c_{0,1}y_1+c_{0,2}y_2+\ldots+c_{0,n}y_n)}}{\prod\limits_{\mu=1}^{\mu=m}\{c_{\mu,0}+c_{\mu,1}y_1+c_{\mu,2}y_2+\ldots+c_{\mu,n}y_n\}^{\alpha_\mu}}\,dy_1\,dy_2\ldots dy_n$$

Das zweite Resultat ergibt sich auf folgende Art.

In der Gleichung (I) denke man sich x_0x_1, x_0x_2, $\ldots x_0x_m$ resp. für x_1, x_2, $\ldots x_m$ und wieder $y_0 = 1$ gesetzt, ferner jene Gleichung beiderseits mit:

$$x_0^{\beta_1+\beta_2+\ldots+\beta_n+\lambda-1}\,dx_0$$

multiplicirt und hierauf nach x_0 zwischen den Grenzen 0 und ∞ integrirt; es ergibt sich dann, wenn der Abkürzung wegen

$$a = \alpha_1+\alpha_2+\ldots+\alpha_m+\lambda$$

$$b = \beta_1+\beta_2+\ldots+\beta_n+\lambda$$

gesetzt und $a > 0$, $b > 0$ angenommen wird, die Gleichung

$$\frac{B}{\Gamma(b)}\int\!\!\int\!\ldots\!\int_0^\infty \frac{x_1^{\alpha_1-1}x_2^{\alpha_2-1}\ldots x_m^{\alpha_m-1}.dx_1\,dx_2\ldots dx_m}{[c_{0,0}+c_{1,0}x_1+\ldots+c_{m,0}x_m]^a\prod\limits_{\nu=1}^{\nu=n}(c_{0,\nu}+c_{1,\nu}x_1+\ldots+c_{m,\nu}x_m)^{\beta_\nu}} =$$

$$\ldots(2)$$

$$\frac{A}{\Gamma(a)}\int\!\!\int\!\ldots\!\int_0^\infty \frac{y_1^{\beta_1-1}y_2^{\beta_2-1}\ldots y_n^{\beta_n-1}.dy_1\,dy_2\ldots dy_n}{[c_{0,0}+c_{0,1}y_1+\ldots+c_{0,n}y_n]^b\prod\limits_{\mu=1}^{\mu=m}(c_{\mu,0}+c_{\mu,1}y_1+\ldots+c_{\mu,n}y_n)^{\alpha_\mu}}$$

Die Fälle der Gleichungen (1) und (2), welche der Annahme $m = n = 1$ entsprechen, sind bekannt.

Aus (1) erhält man nämlich für diese Annahme:

$$\Gamma(\beta)\int_0^\infty \frac{x^{\alpha-1}e^{-c_{1,0}x}}{(c_{0,1}+c_{1,1}x)^\beta}dx = \Gamma(\alpha)\int_0^\infty \frac{y^{\beta-1}e^{-c_{0,1}y}}{(c_{1,0}+c_{1,1}y)^\alpha}dy$$

wobei α, β für α_1, β_1 und x, y für x_1, y_1 gesetzt worden sind.

Diese Gleichung wurde von Cauchy gefunden. (Journal de l'école polytechn. T. XVII p. 154.)

Aus (2) ergibt sich für dieselbe Annahme:

$$\frac{\Gamma(\beta)}{\Gamma(\beta+\lambda)}\int_0^\infty \frac{x^{\alpha-1}dx}{(c_{0,0}+c_{1,0}x)^{\alpha+\lambda}(c_{0,1}+c_{1,1}x)^\beta}$$

$$= \frac{\Gamma(\alpha)}{\Gamma(\alpha+\lambda)}\int_0^\infty \frac{y^{\beta-1}dy}{(c_{0,0}+c_{0,1}y)^{\beta+\lambda}(c_{1,0}+c_{1,1}y)^\alpha}$$

wobei abermals die Indices bei α, β, x, y weggelassen worden sind.

Diese Gleichung hat Abel in etwas verschiedener Form auf anderem Wege (Oeuvres compl. T. I, p. 96) hergeleitet.

Für $c_{0,0} = c_{0,1} = c_{1,0} = c_{1,1} = 1$, $\beta = 1$, $\lambda = \gamma - 1$ erhält man daraus auch die bekannte Relation zwischen den Euler'schen Integralen erster und zweiter Gattung.

Für $n = 1$, also $B = \Gamma(\beta_1)$ und wenn $\beta_1 = \beta$, $y_1 = y$ gesetzt wird, erhält man aus (1) die Gleichung:

$$\underbrace{\int\int\cdot\cdot\int_0^\infty}\frac{x_1^{\alpha_1-1}x_2^{\alpha_2-1}\cdot\cdot x_m^{\alpha_m-1}e^{-(c_{1,0}x_1+c_{2,0}x_2+\cdot\cdot+c_{m,0}x_m)}}{(c_{0,1}+c_{1,1}x_1+c_{2,1}x_2+\cdot\cdot+c_{m,1}x_m)^\beta}dx_1\,dx_2\cdot\cdot dx_m =$$

$$\frac{\Gamma(\alpha_1)\Gamma(\alpha_2)\cdot\cdot\Gamma(\alpha_m)}{\Gamma(\beta)}\int_0^\infty \frac{y^{\beta-1}e^{-c_{0,1}y}dy}{(c_{1,0}+c_{1,1}y)^{\alpha_1}(c_{2,0}+c_{2,1}y)^{\alpha_2}\cdot\cdot(c_{m,0}+c_{m,1}y)^{\alpha_m}}$$

welche, soviel mir bekannt ist, ebenfalls von Cauchy herrührt.

Für dieselben Annahmen ergibt sich aus (2) die Gleichung:

$$\int\int\cdot\cdot\int_0^\infty \frac{x_1^{\alpha_1-1}x_2^{\alpha_2-1}\ldots x_m^{\alpha_m-1}.dx_1\,dx_2\ldots dx_m}{(c_{0,0}+c_{1,0}x_1+\ldots+c_{m,0}x_m)^a(c_{0,1}+c_{1,1}x_1+\ldots+c_{m,1}x_m)^\beta} =$$

$$\frac{\Gamma(\beta+\lambda)}{\Gamma(\beta)}\cdot\frac{A}{\Gamma(a)}\cdot\int_0^\infty\frac{y^{\beta-1}dy}{(c_{0,0}+c_{0,1}y)^{\beta+\lambda}(c_{1,0}+c_{1,1}y)^{\alpha_1}\ldots(c_{m,0}+c_{m,1}y)^{\alpha_m}}$$

Wird $c_{0,0}=c_{0,1}$, $c_{1,0}=c_{1,1}$, $c_{2,0}=c_{2,1},\ldots c_{m,0}=c_{m,1}$ gesetzt, so geht diese Gleichung über in:

$$\int\int\cdot\cdot\int_0^\infty \frac{x_1^{\alpha_1-1}x_2^{\alpha_2-1}\ldots x_m^{\alpha_m-1}dx_1\,dx_2\ldots dx_m}{(c_{0,0}+c_{1,0}x_1+c_{2,0}x_2+\ldots+c_{m,0}x_m)^{\beta+a}} =$$

$$\frac{1}{c_{0,0}^{\beta+\lambda}\,c_{1,0}^{\alpha_1}\,c_{2,0}^{\alpha_2}\ldots c_{m,0}^{\alpha_m}}\cdot\frac{\Gamma(\beta+\lambda)}{\Gamma(\beta+a)}\cdot\Gamma(\alpha_1)\Gamma(\alpha_2)\ldots\Gamma(\alpha_m)$$

und dieses Resultat stimmt ebenfalls mit einem bekannten überein, wenn $\beta+a=\gamma$ also $\beta+\lambda=\gamma-(\alpha_1+\alpha_2+\ldots+\alpha_m)$ und $c_{0,0}=1$ gesetzt wird. (Moigno, Calc. intégral. p. 260.)

Wie man sieht, sind die meisten der hierher gehörigen Relationen, welche einzeln auf verschiedenen Wegen gefunden wurden, in den hier entwickelten Formeln als besondere Fälle enthalten.

Untersuchung des Sandelholzes.

(Aus dem Laboratorium des Prof. Hlasiwetz.)

Von H. Weidel.

Über die färbenden Bestandtheile des rothen Sandelholzes liegen eine Anzahl älterer Untersuchungen vor [1]), die einer Revision um so bedürftiger erschienen, als die Chemie der Farbstoffe durch die erfolgreichen Arbeiten der letzten Jahre zu erhöhtem wissenschaftlichen Interesse und größter practischer Bedeutung gelangt ist.

Ich hatte mir die Aufgabe gestellt, besonders das rothe krystallisirte Santalin, welches L. Meier zuerst beschrieben, das Weyermann und Häffely analysirt haben, näher zu studiren, allein die Veränderung meines Wohnortes unterbrach diese Arbeit vor ihrer Vollendung, und da ich sie in der nächsten Zeit nicht wieder aufnehmen kann, so möge es entschuldigt sein, wenn ich für dieses Mal nur meine vorläufigen fragmentarischen Resultate mittheile.

L. Meier [2]) zog das Holz mit Äther aus und reinigte den krystallinischen Verdunstungsrückstand des Auszuges zuerst durch Auskochen mit Wasser, dann durch Auflösen des in Wasser unlöslichen Theiles in Alkohol, Fällen dieser rothen Lösung mit essigsaurem Bleioxyd und Zersetzen des Bleisalzes unter Alkohol mit Schwefelwasserstoff oder Schwefelsäure.

Dasselbe Verfahren haben Weyermann und Häffely [3]) benützt.

Ich bin, zunächst um den großen Aufwand von Äther zu umgehen, der zum Extrahiren von beiläufig zwanzig Pfund Holz, die ich

---

[1]) Ein übersichtliches Referat über dieselben enthält das Handwörterbuch der Chemie Bd. VII, pag. 228.

[2]) Arch. d. Pharm. (2.) Ad. LV. X. 285. ff. u. Bd. LVI. S. 49 ff.

[3]) Annal. d. Chemie u. Pharm. Bd. LXXIV. S. 226 ff.

in Arbeit nahm, nöthig schien, von dieser Vorschrift abgewichen und habe das gemahlene Holz mit siedendem Wasser, dem etwas Ätzkali zugesetzt war, behandelt, die tiefrothe Flüßigkeit abgeseiht und mit Salzsäure neutralisirt. (Die Holzrückstände wurden ausgepreßt.)

Der durch die Neutralisation entstandene Niederschlag, welcher voluminös und von ziegelrother Farbe war, wurde durch Decantation gewaschen und nach dem Abtropfen auf einem Seihetuche in der Presse ausgepreßt, hierauf getrocknet, zerrieben in mehrere gläserne Extractionsapparate vertheilt und darin mit kaltem käuflichen Äther ausgezogen.

Der Äther färbte sich dunkelfeuerroth. Die Auszüge wurden aus Kolben im Wasserbade abdestillirt, die Rückstände mit Alkohol verdünnt und in offenen Schalen der freiwilligen Verdunstung überlassen.

Auf diese Weise erhielt ich zunächst einen Körper, der allen früheren Untersuchern entgangen war.

In der Regel nach einem bis zwei Tagen fanden sich am Boden der Schale krystallinische Ausscheidungen eines, nach dem Abspülen mit verdünntem Weingeist, farblosen Körpers.

Man bringt diese Krystalle auf Leinwand und wäscht sie zunächst mit kaltem Weingeist.

Die immer dicker und dunkler werdenden Mutterlaugen geben bei weiterem Stehen neue Mengen, allein es wurde nie beobachtet, daß aus diesen ersten ätherischen Auszügen auch das rothe Santalin Meier's krystallisirt wäre. Zur weiteren Reinigung dieses ungefärbten Körpers genügte ein wiederholtes Umkrystallisiren aus heißem Alkohol.

Er löst sich selbst beim Sieden nur allmählig auf und fällt aus der gelblichen Flüssigkeit fast sogleich wieder in viereckigen, hübsch irisirenden Blättchen heraus.

Hat man die siedende alkoholische Lösung mit siedendem Wasser so weit verdünnt, als es ohne eine bleibende Trübung zu erzeugen angeht, und läßt dann ganz ruhig erkalten, so erreichen diese Blätter und Tafeln eine ziemlich beträchtliche Größe und erinnern in ihrem Aussehen an Benzoesäure.

Sie haben einen großen Glanz, den sie auch nach dem Trocknen beibehalten, sind geruch- und geschmacklos, lösen sich weder in heißem noch kaltem Wasser, auch wenig in kaltem Alkohol, und es

ist die Substanz, einmal krystallisirt, auch in Äther schwer löslich; Schwefelkohlenstoff, Chloroform, sowie Benzol sind keine Lösungsmittel für dieselbe.

Sie ist nicht identisch mit einem schon bekannten Körper und ich will sie, so lange ihre rationelle Zusammensetzung noch nicht sicher erforscht ist, unter dem Namen „Santal“ weiter beschreiben.

Das Santal ist eine Verbindung, deren chemischer Charakter nicht scharf ausgesprochen ist, und es ist mir nicht gelungen, dasselbe in andere Verbindungen überzuführen, die zur sicheren Feststellung seines Moleculargewichtes hätten benützt werden können. Nur verdünnte Lösungen ätzender Alkalien lösen es leicht auf; diese Lösungen sind zunächst lichtgelb, verändern sich jedoch in Berührung mit Luft sehr rasch und werden roth. Am besten beobachtet sich diese Erscheinung auf einem Uhrglas, wo man dann rothe Ränder, Furchen und Streifen sich bilden sieht, die ein immer schöneres Kirschroth annehmen, bis zuletzt die ganze Flüssigkeit so gefärbt erscheint. Die Farbe ist übrigens nicht beständig und geht bei längerem Stehen in Grün und zuletzt in eine bräunliche Mißfarbe über. Ätzammoniak löst das Santal nur in kleinen Mengen auf, Kalk, Barytwasser und Sodalösung fast gar nicht. Versetzt man eine mit ausgekochtem Wasser und einer Spur reiner Ätzlauge bereitete Lösung mit Chlorcalcium oder Chlorbaryum, so erhält man anfänglich fast ungefärbte Niederschläge, die sich aber trotz aller Vorsicht so überaus schnell färben und verändern, daß es unmöglich erscheint sie rein darzustellen; indeß zeigen sie doch, daß das Santal die Natur einer schwachen Säure hat, etwa wie die Pyrogallussäure.

Eine alkoholische Lösung des Santals reagirt neutral und färbt sich auf den Zusatz von Eisenchlorid dunkelroth. Concentrirte Schwefelsäure löst es mit citronengelber Farbe auf; ein Braunsteinzusatz macht dasselbe braun. Salpetersäure gibt schnell eine olivenfarbige Lösung, aus der Wasser schmutzig gelbe Flocken fällt.

Das Santal verliert beim Trocknen (100—110°) Wasser, wird glanzlos und erhält einen Stich in's Schwefelgelbe.

Die Analysen der getrockneten Substanz gaben:

I. 0·2885 Grm. Substanz gaben 0·682 Grm. CO_2 und 0·1135 Grm. H_2O.

II. 0·2955 Grm. Substanz gaben 0·6993 Grm. CO_2 und 0·1140 Grm. H_2O.

III. 0·3605 Grm. Substanz gaben 0·8460 Grm. CO_2 und 0·1310 Grm. H_2O.

Die zur Analyse Nr. III verwendete Substanz stammte von einer anderen Bereitung.

In 100 Theilen:

	I	II	III
C	64·47	64·49	63·99
H	4·36	4·29	4·00

Diesen Zahlen entspricht am Besten die Formel $C_8H_6O_3$, welche verlangt:

	Berechnet	Mittel der Versuche
C	64·0	64·31
H	4·0	4·21

Der durch Trocknen gefundene Wassergehalt betrug im Mittel von drei Versuchen 5·2%, die Formel $C_8H_6O_3 + {}^1/_2 H_2O$ verlangt 5·3%.

Das Santal läßt sich bromiren und das Product bildet kleine, in Alkohol schwer lösliche, krümmliche, körnige Krystalle.

Der Versuch konnte nur mit geringen Mengen Substanz ausgeführt werden, und die Brombestimmungen sind wohl nur aus diesem Grunde nicht scharf ausgefallen.

Sie machen aber doch eine Vertretung von zwei Atomen Wasserstoff durch Brom wahrscheinlich.

Die wichtigste Reaction, die sich zur Beurtheilung der Natur des Santals anführen läßt, ist die Oxydation desselben durch schmelzendes Ätzkali.

Erhitzt man mit diesem so lange, bis eine Probe der Schmelze in Wasser gelöst nicht mehr die rothe Farbenreaction gibt, übersättigt dann das Ganze mit verdünnter Schwefelsäure, filtrirt von einigen braunen ausgeschiedenen Flocken ab, und schüttelt die Flüssigkeit mit Äther aus, so hinterbleibt nach dem Verjagen des Äthers eine reichliche Krystallisation, die durch Behandeln mit Thierkohle farblos erhalten werden kann. Dieses gereinigte Product ist nichts anders als Protocatechusäure, deren Identität durch vergleichende Reactionen leicht festzustellen war; auch beweist sie sich noch durch die Analyse:

0·3285 Grm. Substanz gaben 0·6630 Grm. CO_2 und 0·1190 Grm. H_2O.

In 100 Theilen:

Gefunden		Berechnet	
C	55·06	C	54·55
H	4·02	H	3·89

sowie durch das bei der Trocknung gefundene Krystallwasser.

Gefunden		Berechnet	
H_2O	10·62%	H_2O	10·55%.

Die Protocatechusäure scheint neben Kohlensäure das einzige wesentliche Zersetzungsproduct zu sein, und in der That läßt sich ihre Bildung bei Annahme der Formel $C_8H_6O_3$ leicht deuten:

$$C_8H_6O_3 + 3O = C_7H_6O_4 + CO_2.$$

Fittig und Mielck[1]) haben kürzlich unter dem Namen Piperonal ein aus der Oxydation der Piperinsäure hervorgehendes Zersetzungsproduct beschrieben, welches gleichfalls die Formel $C_8H_6O_3$ hat.

Das Piperonal ist der Aldehyd der Piperonilsäure $C_8H_6N_4$ und es ist kaum zu zweifeln, daß diese beiden Verbindungen mit schmelzendem Kali oxydirt gleichfalls Protocatechusäure liefern werden, da, wie man durch Strecker weiß, die Protocatechusäure aus der Piperinsäure bei dieser Behandlungsweise das Hauptproduct der Zersetzung ist.

Offenbar wären sonach Piperonal und Santal einander sehr nahe stehende Verbindungen.

Für das Piperonal vermuthen Fittig und Mielck eine chinonähnliche Constitution.

$$C_6H_3 \begin{cases} \overset{\shortparallel}{O_2} \\ CH_2CHO \end{cases} \text{ oder } C_6H_2 \begin{cases} \overset{\shortparallel}{O_2} \\ CH_3 \\ CHO \end{cases}$$

Angenommen, Piperonal und Santal wären isomer, so hätte sich vermuthen lassen, daß das letztere nach der Formel

$$C_6H_4 \begin{cases} COH \\ COHO \end{cases}$$

1) Zeitschrift für Chemie 1869. 326.

zusammengesetzt wäre, einen der Aldehyde der Phtalsäure

$$C_6H_4 \begin{cases} COHO \\ COHO \end{cases}$$

darstellt, und bei dieser tiefer eingreifenden Zersetzung in Protocatechusäure

$$C_6H_3 \begin{cases} COHO \\ HO \\ HO \end{cases}$$

übergeht.

Allein es ist mir eben so wenig gelungen, das Santal zu Phtalsäure zu oxydiren als die Phtalsäure in Protocatechusäure umzuwandeln, Versuche, denen ich allerdings wegen der beschränkten Menge Material keine große Ausdehnung geben konnte. Es bleibt daher einer späteren Untersuchung vorbehalten die Formel $C_8H_6O_3$ für das Santal näher aufzuhellen oder nachzuweisen, ob sie nicht vielleicht ein Vielfaches derselben ist.

Die Ausbeute an Santal, die ich erhielt, war nie groß, das angewandte Verfahren lieferte etwa anderthalb Gramme vom Pfunde Holz.

Setzt man das Ausziehen des rothen rohen Sandelharzes aus dem Sandelholze mit Äther sehr lange fort, so beobachtet man, daß während die ersten Ätherauszüge Santal auskrystallisiren lassen, aus den späteren, die ihrer Farbe nach kaum verschieden sind, sich ein zinnoberrothes Pulver absetzt, welches mit Weingeist abgespült, schon mit freiem Auge oft eine krystallinische Structur zeigt.

Die Ausbeute an diesem Körper, der mit kaltem Weingeist möglichst gereinigt, unter dem Mikroskop keine Beimengung von Santal wahrnehmen läßt, ist leider noch kleiner als die von Santal selber; und die verfügbare Menge reichte eben nur zu wenigen Versuchen hin.

Er ist von prächtig feuriger Farbe und zeigt einen grünen metallischen Reflex.

Er löst sich selbst in heißem Weingeist nur schwer; die Lösungen sind feuerroth und Wasser fällt daraus die Substanz in rothen amorphen Flocken; beim freiwilligen Verdunsten trocknen die Lösungen carthaminartig ein.

Äther löst den Körper sehr wenig, Wasser, selbst siedendes, gar nicht, Alkalien und Ammoniak mit purpurrother Farbe. Die letztere Lösung wird von Chlorbaryum und Chlorcalcium violettroth gefällt; Schwefelsäure gibt eine gelbrothe Lösung, aus welcher Wasser fast vollständig die Substanz in dunkelrothen Flocken wieder fällt; gegen Essigsäure verhält sie sich ähnlich.

Es scheint nicht, daß dieser zinnoberrothe Körper ganz identisch mit dem rothen Santalin oder der Santalsäure Meier's ist.

Es ist von dieser Verbindung gesagt, sie sei im Weingeist leicht löslich und zwar mit blutrother Farbe. Auch thut weder Meier noch Weyermann und Häffely des schönen metallischen Reflexes Erwähnung, der ihr und noch mehr ihren eingetrockneten Lösungen eigen ist. Allein sie steht doch wahrscheinlich in einer sehr einfachen Beziehung zu dem Santalin, wie sich aus den Analysen berechnen läßt.

Die von mir gewonnene Substanz enthält kein durch Trocknen bei 100—110° austreibbares Wasser.

Ihre Analysen gaben: (Zu jeder derselben diente Substanz von neuer Bereitung.)

I. 0·2905 Grm. Substanz gaben 0·7332 Grm. CO_2 und 0·1295 Grm. H_2O.

II. 0·2780 Grm. Substanz gaben 0·6999 Grm. CO_2 und 0·1310 Grm. H_2O.

oder in 100 Theilen:

	I		II
C	68·81	C	68·64
H	4·95	H	5·10

Nach Weyermann und Häffely enthält das Santalin:

C	65·8	65·9
H	5·2	5·2

Sie berechnen darauf die Formel $C_{15}H_{14}O_5$; diese Formel verlangt

C 65·7 und H 5·1.

Die von mir gefundenen Zahlen lassen sich mit einer Formel von diesem Kohlenstoffgehalt nicht vereinigen. Indessen bleibt eine jede andere so lange empirisch und willkürlich, als nicht charakteri-

stische Zersetzungen für den Körper aufgefunden sind. Es sei darum nur mit allem Vorbehalt bemerkt, daß unter der Annahme der Formel $C_{14}H_{12}O_4$ sich folgender Zusammenhang ergäbe:

Berechnet		Gefunden		
$\left.\begin{matrix}C_{14}H_{12}O_4\\C_{14}H_{12}O_4\end{matrix}\right\} H_2O$		Weyermann & Häffely		
C	66·4	C	65·8	65·9
H	5·1	H	5·2	5·2
$C_{14}H_{12}O_4$		Weidel		
C	68·6	C	68·81	68·64
H	4·9	H	4·95	5·10
$C_{14}H_{11}BaO_4$		Weyermannn & Häffely [1]		
C	53·9	C	53·7	53·2
H	3·5	H	3·5	4·6
Ba	21·9	Ba	20·5	20·5
$C_{14}H_{11}PbO_4+PbHO$		Weyermann & Häffely		
C	35·98	C	37·0	35·3
H	2·57	H	2·8	2·8
Pb	44·3	Pb	41·5	41·7

Die Formel $C_{14}H_{12}O_4$ unterschiede sich von der des Alizarins $C_{14}H_8O_4$ nur durch einen höheren Wasserstoffgehalt, und in der That ist man in den Reactionen des Santalins etwas an das Alizarin erinnert.

Eine spätere Untersuchung müßte hier wieder anknüpfen, und es würde sich wohl auch eine Methode finden lassen, diesen Körper in größeren Mengen darzustellen. Es scheint, daß er in dem rothen Harze, welches bei dem von mir eingeschlagenen Verfahren die Hauptmenge der Ausbeute ausmacht, noch in bedeutender Menge enthalten ist.

---

[1] Diese Barytverbindung ist von W. und H. durch Fällung einer ammoniakalischen Santalinlösung mit Chlorbarium erhalten. Die Bleiverbindung ist der in einer alkoholischen Santalinlösung mit Bleizucker entstehende Niederschlag.

Dasselbe ist spröde, zerreiblich, zeigt grünen metallischen Glanz und ähnelt dem Aussehen nach der käuflichen Rosolsäure.

Es löst sich in Schwefelsäure, und die durch Wasser entstehende Fällung gleicht äußerlich sehr derjenigen, die man erhält, wenn man die von mir analysirte reine Substanz ebenso behandelt.

Aus früheren Untersuchungen von Bolley[1]) liegen mehrere Analysen solchen gereinigten Harzes vor, die ähnliche Gehalte von Kohlenstoff und Wasserstoff ausweisen, wie meine und Weyermann und Häffely's Analysen der krystallisirten Substanzen[2]).

Das Alizarin liefert bekanntlich mit Zinkstaub reducirt Anthracen; zerriebenes Sandelharz mit Zinkstaub in einer Retorte erhitzt, gab eine kleine Menge eines öligen Destillates, worin sich inzwischen Anthracen nicht auffinden ließ. Der größte Theil der Zersetzungsproducte bestand aus uncondensirbaren weißen Dämpfen.

Die dunkelrothe Lösung des Sandelharzes in verdünnten Alkalien entfärbt sich bis zum strohgelben, wenn man sie bei Luftabschluß mit Natriumamalgam kocht, allein die Reindarstellung des gebildeten luftempfindlichen Reductionsproductes, welches sich wieder mit der größten Leichtigkeit verharzt, bot unüberwindliche Schwierigkeiten.

Behandelt man das rothe Harz mit schmelzendem Ätzkali, in der Weise wie Hlasiwetz bei seiner Untersuchung über die Harze verfuhr, so bilden sich als Hauptproducte der Reaction Resorcin und Brenzcatechin, die in bekannter Weise von einander getrennt wurden.

Beide wurden außer durch ihre Reactionen auch noch durch die Analyse verificirt. Das Resorcin gab

0·3157 Grm. Substanz gaben 0·7512 Grm. CO_2 und 0·1600 Grm. H_2O.

oder in 100 Theilen

			$C_6H_6O_2$
C	64·86	C	65·45
H	5·63	H	5·45

[1]) Annal. d. Chem. u. Pharm. Bd. LXII. 162.

[2])

	Weingeistiges Extract			mit Ätzkali ber. Extract	
	der hellen Sorte	der dunkeln			
C	67·16	65·28	66·18	64·26	64·65
H	6·02	5·55	5·43	5·27	4·88

Für das Brenzcatechin ergab die Analyse:

0·2970 Grm. Substanz gaben 0·7102 Grm. CO_2 und 0·1521 Grm. H_2O.

In 100 Theilen:

C	65·25
H	5·72.

Offenbar ist das Brenzcatechin hier ein secundäres, aus der Protocatechusäure entstehendes Product, und verdankt seine Entstehung einem Gehalte des Harzes an Santal. Daß das Santal selbst zu der Santalsäure oder dem Santalin in einer genetischen Beziehung steht, wird durch die Leichtigkeit mit der es sich in alkalischer Lösung zu einem rothen Körper oxydirt, sehr wahrscheinlich.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

LX. BAND.

ZWEITE ABTHEILUNG.

8.

Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Physiologie, Meteorologie, physischen Geographie und Astronomie.

XX. SITZUNG VOM 7. OCTOBER 1869.

Der Präsident heißt die Classe bei ihrem Wiederzusammentritte willkommen und begrüßt das neu eingetretene Mitglied Herrn Prof. Dr. Ewald Hering.

Derselbe gedenkt ferner des am 28. Juli l. J. zu Prag erfolgten Ablebens des wirklichen Mitgliedes, Herrn Professors Johann Ev. Purkyně.

Sämmtliche Anwesende geben ihr Beileid durch Erheben von den Sitzen kund.

Die Herren Doctoren Th. Oppolzer in Wien, J. R. v. Mayer in Heilbronn und Prof. Aug. Kekulé in Bonn danken, mit Schreiben vom 8. und 11. August und 8. September l. J., für ihre Wahl zu correspondirenden Mitgliedern der Classe.

Die Directionen der gr.-or. Oberrealschule zu Czernowitz und des Realgymnasiums zu Chrudim danken für die Betheilung dieser Lehranstalten mit akademischen Schriften.

Die „Bataafsch Genootschap der proefondervindelijke Wijsbegeerte“ zu Rotterdam übersendet die Gedenk-Medaille der 100-jährigen Geburtsfeier ihres Gründers Stephan Hoogendijk.

Herr Director v. Littrow übermittelt eine ihm von der astronomischen Gesellschaft für die kais. Akademie übergebene, durch die k. preußische Expedition in Aden aufgenommene Glasphotographie der totalen Sonnenfinsterniß des Jahres 1868.

Der Secretär legt folgende eingesendete Abhandlungen vor:

„Bemerkungen über den Sprühregenbogen“, von Herrn Hofrath W. Ritter v. Haidinger.

„Kritische Durchsicht der Ordnung der Flatterthiere oder Handflügler *(Chiroptera)*. Familie der Flughunde *(Cynopteri)*“. I. Abtheilung, von Herrn Dr. L. J. Fitzinger in Pest.

„Über Substitutions-Derivate der Cuminsäure und über Oxycuminsäure“, von Herrn Dr. Ed. Czumpelik in Prag.

„Analyse eines Bitterwassers von „„Wteln““ in Böhmen“ und „Mittheilungen aus dem k. k. chemischen Laboratorium zu Prag: Beiträge zur Kenntniß der Verbindungen gepaarter Cyanmetalle mit Ammoniak“, beide von Herrn Dr. F. W. Gintl in Prag.

Vorstehende drei Abhandlungen wurden durch Herrn Prof. Dr. F. Rochleder eingesendet.

„Untersuchungen über das Verhalten der Temperatur im Magen und im Rectum während der Verdauung“, von den Herren Prof Dr. M. Ritter v. Vintschgau und *med. st.* M. Dietl.

„Principien einer physischen Mechanik“, von Herrn Dr. Recht in München. Der Herr Einsender ersucht um Beurtheilung dieser Abhandlung.

Herr Dr. A. Boué legt eine Abhandlung „über türkische Eisenbahnen und die Geologie der Central-Türkei“ vor.

Das c. M. Mitglied Herr Dr. Th. Oppolzer überreicht eine Abhandlung: „Definitive Bahnbestimmung des Planeten (64) „Angelina“.

Herr F. Unferdinger übergibt folgende Abhandlungen:

1. „Über das Dirichlet'sche Paradoxon bei unendlichen Reihen“.

2. „Die allgemeinen Differentialquotienten der Functionen

$$e^{ax}\cos(\alpha+\beta x), \qquad e^{ax}\sin(\alpha+\beta x),$$
$$x^{a}\cos\{b\lg(\alpha+\beta x)\}, \qquad x^{a}\sin\{b\lg(\alpha+\beta x)\} \text{ etc.“}$$

3. „Kubatur der Segmente und Schichtenräume in Flächen der zweiten Ordnung.

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Akademie der Wissenschaften, Königl. Preuß., zu Berlin: Monatsbericht. April, Mai, Juni 1869. Berlin; 8°.

Alpen-Verein, österr.: Jahrbuch. 5. Band. Wien, 1869; 8°.

Annalen der Chemie und Pharmacie von Wöhler, Liebig & Kopp. N. R. Band LXXV, Heft 1—3. Leipzig & Heidelberg, 1869; 8°.

Annales des mines. VIe Série. Tome XV; 2e—3e Livraisons de 1869. Paris; 8°.

Apotheker-Verein, allgem. österr.: Zeitschrift. 7. Jahrg., Nr. 14—19.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1764—1773. Altona, 1869; 4°.

Bericht, Erster, der ständigen Commission für die Adria an die kais. Akademie der Wissenschaften. Wien, 1869; 8°.

Bibliothèque Universelle et Revue Suisse: Archives des Sciences physiques et naturelles. N. P. Tome XXXV, Nrs. 138—140. Genève, Lausanne, Neuchatel, 1869; 8°.

Carl, Ph., Repertorium für Experimental-Physik etc. V. Band, 3—5. Heft. München, 1869; 8°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXIX, Nr. 1—12. Paris, 1869; 4°.

Cosmos. XVIII° Année. 3° Serie. Tome V, 3°—14° Livraisons. Paris, 1869; 8°.

Gesellschaft, k. k. geographische, in Wien: Mittheilungen. X. Jahrgang, 1866 und 1867. Wien, 1868; 4°; XII. Band. (N. F. 2. Band.) 1869. Wien; 8°.

— der Wissenschaften, Oberlausitzische: Neues Lausitzisches Magazin. XLV. Band. 2. Heft. Görlitz, 1869; 8°.

— österr., für Meteorologie: Zeitschrift. IV. Band. Nr. 14—19. Wien, 1869; 8°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Verhandlungen und Mittheilungen. XXX. Jahrg. Nr. 25—30. Wien, 1869; 8°.

Hamburg, Stadtbibliothek: Gelegenheitsschriften aus den Jahren 1868/69. 4°.

Jahrbuch, Neues, für Pharmacie und verwandte Fächer. Band XXXI. Heft 5 & 6; Band XXXII, Heft 1 & 2. Speyer, 1869; 8°.

Jahrbücher der k. k. Central-Anstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus. N. F. IV. Band. Jahrgang 1867. Wien, 1869; 4°.

Jahresberichte: Siehe Programme.

Jelinek, Carl, Die Temperaturverhältnisse der Jahre 1848—1863 an den Stationen des österr. Beobachtungsnetzes durch fünftägige Mittel dargestellt. (Auf Kosten der kaiserl. Akademie der Wissenschaften herausgegeben.) Wien, 1869; 4°.

Jena, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus dem Halbjahre 1869. 4° & 8°.

Landbote, Der steierische. 2. Jahrg., Nr. 15—20. Graz, 1869; 4°.

Lotos. XIX. Jahrgang. Juli—August 1869. Prag; 8°.

Mittheilungen des k. k. Artillerie-Comité. Jahrgang 1869, 5. Heft. Wien; 8°.

Mittheilungen des k. k. Génie-Comité: Jahrg. 1869, 6., 7. & 8. Heft. Wien; 8°.

— aus J. Perthes' geographischer Anstalt. Jahrg. 1869. VI.—VIII. Heft. Gotha; 4°.

Moniteur scientifique. 302°—307° Livraisons. Tome XI°, Année 1869. Paris; 4°.

Osservatorio del R. Collegio Carlo Alberto in Moncalieri: Bullettino meteorologico. Vol. IV, Nr. 5—7. Torino, 1869; 4°.

Reichsanstalt, k. k. geologische: Jahrbuch. Jahrgang 1869. XIX. Band. Nr. 2. Wien; 4°. —Verhandlungen. Jahrgang 1869, Nr. 10—11. Wien; 4°.

Revue des cours scientifiques et littéraires de la France et de l'étranger. VI° Année. Nr. 33—44. Paris & Bruxelles, 1869; 4°.

Programme und Jahresberichte der Gymnasien zu Brixen, Capodistria, Eger, Essek, Graz, Iglau, Kronstadt, Böhmisch-Leipa, Marburg, Meran, Presburg, Schäßburg, Trient, Warasdin, des akademischen Gymnasiums, des Gymnasiums zu den Schotten und der Theresianischen Akademie in Wien, der Gymnasien zu Zara und Zengg; dann der Oberrealschule zu Rakovać und der inneren Stadt Wien und der n.-ö. Landes-Unterreal- und Gewerbeschule in Waidhofen a. d. Ybs. 4° & 8°.

Vierteljahresschrift, österr., für wissenschaftliche Veterinärkunde. XXXI. Band, 2. Heft. Wien, 1869; 8°.

Wiener Landwirthschaftliche Zeitung. XIX. Jahrgang, Nr. 29—40. Wien, 1869; 4°.

— Medizin. Wochenschrift. XIX. Jahrgang, Nr. 57—80. Wien, 1869; 4°.

Zeitschrift für Chemie von Beilstein, Fittig & Hübner. XII. Jahrgang. N. F. V. Band, 12.—18 Heft. Leipzig, 1869; 8°.

— des österr. Ingenieur- und Architekten-Vereins. XXI. Jahrgang, 6. & 7. Heft. Wien, 1869; 4°.

Chemische Analyse der Mineralquellen von Dorna Watra und Pojana negri in der Bukowina.

Von Dr. Pharmaciae **Josef Barber.**

(Ausgeführt im chemischen Laboratorium des Herrn Prof. Dr. J. Redtenbacher.)

(Vorgelegt in der Sitzung am 17. Juni 1869.)

Im südlichen Theile der Bukowina, der an Siebenbürgen grenzt, befindet sich die Kameralherrschaft Kimpolung; zu dieser gehört auch der zwischen dem 47° und 48° nördlicher Breite und den 44° und 45° östlicher Länge befindliche Ort Dorna Watra, der in einem anmuthigen Thalkessel liegt, dessen östliche und westliche Seite von einer Reihe waldiger Gebirgsketten umgrenzt ist.

Die im Thale selbst und den angrenzenden Gebirgen, welche die Karpathen der Bukowina bildend, sich gegen Südosten hin den siebenbürgischen Karpathen anschließen, vorkommenden Gesteine bestehen aus Gneiß und Glimmerschiefer; die Streichungslinie ist eine südwestliche.

Mitten durch diesen Ort läuft der Fluß Dorna, dessen stellenweise eigenthümliches Aussehen, das sich durch ziemlich bedeutende Ablagerung eines rostbraunen Niederschlages charakterisirt, allsogleich verräth, daß das Vorkommen stark eisenhältiger Quellen nicht selten ist.

Am rechten Ufer dieses Flüßchens befindet sich nun die Badeanstalt, die mehrere Quellen besitzt, deren Fassung jedoch sich in einem äußerst primitiven Zustande befindet; blos zwei Ausläufer einer Quelle, deren Ursprung einige Klafter tief unter einem daselbst erbauten hölzernen Pavillon liegt, werden der Ausgiebigkeit wegen zum Baden und Trinken verwendet.

Gegenstand der chemischen Analyse war diese Quelle, deren Wasser in ein ziemlich großes hölzernes Bassin geleitet wird, über

welches ein auf hölzernen Säulen ruhendes Dach den Ausfluß der Quelle vor dem Einflusse der äußeren Witterungsverhältnisse ziemlich genügend schützt, von da aus wird das angesammelte Wasser nach Bedarf zur Wärmekammer und den Wannenbädern durch Röhren geleitet.

Die Temperatur des Wassers wurde am 20. October 1868 mit einem genauen Thermometer gemessen, und constant 10° C. gefunden; das Wasser ist frisch geschöpft ganz klar, anhaltend perlend und von angenehmen Geschmack. Die Reaction auf Lackmus ist deutlich sauer; bei längerem Stehen an der Luft scheiden sich Flocken von Eisenoxyd aus. Der beim Abdampfen erhaltene Rückstand ist bräunlich. Die qualitative Analyse ergab an gelösten Bestandtheilen: Kohlensäure, Kieselsäure, Chlor, Eisenoxydul, Kalk, Magnesia, Kali und Natron.

Ammoniak wurde in 3 Litres nach der Boussingault'schen Methode gesucht; das Resultat war ein negatives.

Zur quantitativen Bestimmung der einzelnen Bestandtheile wurde folgende Methode angewendet.

Die Kohlensäure wurde an der Quelle bestimmt, indem gemessene Wassermengen in Flaschen gebracht wurden, welche ammoniakalische Chlorbaryumlösung enthielten; der erhaltene Niederschlag von kohlensauren Baryt wurde im Laboratorium gut ausgewaschen und im Kohlensäureapparat mit Chlorwasserstoffsäure zerlegt. Das Chlor wurde aus einer durch Eindampfen concentrirten Menge des Wassers als Chlorsilber gefällt, mit den nöthigen Kautelen gesammelt und gewogen.

Aus größeren Wassermengen wurde die Kieselerde, das Eisen, der Kalk, das Kali und das Natron bestimmt; das betreffende Wasserquantum wurde nach dem Ansäuern mit Salzsäure in einer Platinschale zur Trockene gebracht, die Salzmasse mit verdünnter Salzsäure befeuchtet, in Wasser gelöst, die abgeschiedene Kieselsäure abfiltrirt, getrocknet und gewogen, dann aber auf ihre Reinheit untersucht. Aus dem Filtrate wurde das Eisen durch Ammoniak abgeschieden, behufs Ausscheidung des etwa mit herausgefallenen Kalks oder Magnesia abermals in Salzsäure gelöst und wieder gefällt, getrocknet, gewogen, hierauf in Salzsäure gelöst, reducirt und mit Chamäleonlösung von bekannter Concentration austitrirt.

In dem von Eisen resultirendem Filtrate wurde der Kalk durch zweimaliges Fällen mit oxalsaurem Ammon ausgeschieden, gesammelt, in kohlensaueren Kalk überführt und als solcher gewogen.

Die Trennung der Alkalien von der Magnesia wurde einestheils in der Weise vorgenommen, daß die vom Kalke abfiltrirte Flüssigkeit zur Trockene gebracht wurde, die Ammonsalze durch Glühen in einer Platinschale entfernt, der Rückstand gelöst und mit Barytwasser versetzt; der Niederschlag wurde in verdünnter Schwefelsäure digerirt, abfiltrirt, und die gelöste Magnesia als phosphorsaures Ammonsalz gefällt. Die Alkalien wurden nach Entfernung des überschüssigen Baryts in Chloride verwandelt, als solche gewogen, und mit Platinchlorid unter Beobachtung der nöthigen Vorsichtsmaßregeln getrennt.

Anderseits wurde die Scheidung der Alkalien von der Magnesia dadurch bezweckt, daß der nach dem Ausglühen resultirende Rückstand in Wasser gelöst und mit Quecksilberoxyd, das sorgfältig ausgewaschen wurde, versetzt, und unter Ersatz des verdampfenden Wassers im Wasserbade digerirt, dann zur Trockene gebracht, und zuletzt geglüht wurde, wobei sich das gebildete Quecksilberchlorid und überschüssige Quecksilberoxyd verflüchtigte. Der Rückstand wurde in wenig Wasser gelöst, von der ungelöst bleibenden Magnesia abfiltrirt, und im Filtrate die Alkalien auf bekannte Weise bestimmt und getrennt.

Zur Controle der Analysen wurden gewogene Wassermengen eingedampft, die Summe der fixen Bestandtheile ermittelt, indem der Rückstand bei 180° C. getrocknet und gewogen wurde, und hierauf mittelst Schwefelsäure in schwefelsaure Verbindungen verwandelt; durch Vergleichung der direct gefundenen Mengen des Abdampfrückstandes als solchen und nach der Verwandlung in schwefelsaure Verbindungen mit der aus den Einzelnbestimmungen berechneten Summe der festen Bestandtheile und der bei Überführung in schwefelsaure Salze erforderlichen Schwefelsäure ist für die Richtigkeit der Analysen die beste Controle geliefert.

Die im Wasser gelösten gasförmigen Bestandtheile wurden durch Auskochen in einem entsprechenden Apparate gewonnen und nach gasometrischen Methoden analysirt.

Das specifische Gewicht des Wassers wurde mittelst eines Piknometers bestimmt.

Aus der folgenden Zusammenstellung werden die Resultate der einzelnen Operationen ersichtlich:

Kohlensäure.

Wassermenge in Grammen	Kohlensäure	In 10,000 Theilen	Mittel
250·58	0·408	16·282	16·242
250·58	0·406	16·202	

Kieselsäure.

Wassermenge in Grammen	Kieselsäure	In 10,000 Theilen	Mittel
1986·2	0·087	0·438	0·429
1995·2	0·083	0·419	

Chlor.

Wassermenge in Grammen	Gibt Chlorsilber	Entspricht Chlor	In 10,000 Theilen	Mittel
937·6	0·0345	0·0085	0·090	0·090
1000·6	0·0368	0·0091	0·0909	

Kalk.

Wassermenge in Grammen	Gibt kohlens. Kalk	Entspricht Kalk	In 10,000 Theilen	Mittel
1986·2	0·038	0·048	0·242	0·246
1995·2	0·040	6·050	0·250	

Eisen.

Wassermenge in Grammen	Enthält Eisen	Entspricht Eisenoxydul	In 10,000 Theilen	Mittel
1986·2	0·0624	0·080	0·404	0·407
1995·2	0·0637	0·082	0·410	

Magnesia.

Wassermenge in Grammen	Pyrophosphors. Magnesia	Entspricht Magnesia	In 10,000 Theilen	Mittel
1986·2	0·082	0·029	0·149	0·151
1995·2	0·086	0·031	0·153	

Kali.

Wassermenge in Grammen	Kaliumplatin-chlorid	Entspricht Kali	In 10,000 Theilen	Mittel
1986·2	0·203	0·039	0·197	0·196
1995·2	0·216	0·040	0·195	

Natron.

Wassermenge in Grammen	Chlornatrium	Entspricht Natron	In 10,000 Theilen	Mittel
1986·2	0·069	0·036	0·184	0·180
1995·2	0·066	0·035	0·176	

Summe der fixen Bestandtheile.

Wassermenge in Grammen	Rückstand	In 10,000 Theilen	Mittel
141·8	0·0319	2·249	2·245
152·3	0·0342	2·241	

Summe der fixen Bestandtheile als Sulfate.

Wassermenge in Grammen	Summe der Sulfate	In 10,000 Theilen	Mittel
141·8	0·039	2·750	2·691
152·3	0·040	2·632	

Specifisches Gewicht.

Gewicht des Piknometers	Piknometer + destill. Wasser	Piknometer + Mineralwasser	Specifisches Gewicht	Mittel
22·9125	77·5165	77·550	1·000613	1·000604
22·9125	77·5165	77·549	1·000695	

Es ergeben demnach die Mittelwerthe von den einzelnen Bestimmungen folgende Zusammenstellung für 10,000 Theile des Wassers:

Kieselsäure	0·429
Chlor	0·090
Eisenoxydul	0·407
Kalk	0·246
Magnesia	0·151
Kali	0·196
Natron	0·180
Kohlensäure gebunden	0·772
Kohlensäure halbgebunden	0·772

Kohlensäure frei	14·688
Summe der fixen Bestandtheile berechnet	2·247
Specifisches Gewicht	1·0006
Summe der Sulfate gefunden	2·691
„ „ „ berechnet	2·642

Werden die Bestandtheile nach ihren Verwandtschaften zu Salzen gruppirt, so erhält man folgendes Schema für die in diesem Wasser gelösten Salze.

A. In 10,000 Theile sind enthalten:

Bestandtheile	Grane
Chlorkalium	0·189
Kohlensaures Kali	0·113
Kohlensaures Natron	0·308
Kohlensaurer Kalk	0·439
Kohlensaure Magnesia	0·317
Kohlensaures Eisenoxydul	0.656
Kieselsäure	0·429
Halbgebundene Kohlensäure	0·772
Freie Kohlensäure	14·688

Oder bei normalen Luftdruck und Quellentemperatur:

Summe der fixen Bestandtheile gefunden	2·245
Summe der fixen Bestandtheile berechnet	2·247
Summe der Sulfate gefunden	2·691
Summe der Sulfate berechnet	2·642

B. In einem Wiener Pfunde = 7680 Grane sind enthalten:

Bestandtheile	Grane
Chlorkalium	0·152
Kohlensaures Kali	0·087
Kohlensaures Natron	0·236
Kohlensaurer Kalk	0·337
Kohlensaure Magnesia	0·243
Kohlensaures Eisenoxydul	0·504
Kieselsäure	0·152
Halbgebundene Kohlensäure	0·592
Freie Kohlensäure	11·280

Oder bei normalen Luftdruck und Quellentemperatur:

Summe der fixen Bestandtheile gefunden	1·724
Summe der fixen Bestandtheile berechnet	1·725
Summe der Sulfate gefunden	2·066
Summe der Sulfate berechnet	2·030

Analyse der aus dem Wasser durch Auskochen gewonnenen Gase.

Das in dem Wasser gelöste Gas, durch Auskochen gewonnen, wurde durch Kali bis auf einen verschwindend kleinen Rückstand absorbirt, so daß man annehmen kann, es bestehe aus reiner Kohlensäure.

Die quantitativen Resultate sind folgende:

Menge des ausgekochten Wassers	300·2 Grm.
Gewonnenes Gas, berechnet für 760 Mm. Druck und Quellentemperatur	242·46 CC.
Entspricht für 10,000 Theile	8076·6 „

Chemische Analyse der Quelle in Pojana negri.

Etwa eine Meile südlich von Dorna Watra liegt die Ortschaft Dorna Kandreni: wenn man nun von der Fahrstraße in östlicher Richtung den dort befindlichen Waldweg verfolgt, so gelangt man nach Zurücklegung von 1/2 Meile in einen langgedehnten Gebirgskessel, dessen beide Längsseiten von zwei mitunter hohen Gebirgsketten begrenzt sind, welche bereits der Trachytformation angehören; in diesem herrlich gelegenen Thale, das theilweise dicht mit Nadelhölzern bewachsen ist, findet man den aus einigen Wohnhäusern bestehenden kleinen Ort Pojana negri.

Auf einer kaum zwei Joch großen Waldwiese, von wo aus man einen herrlichen Anblick auf die umliegenden Gebirge genießt, befindet sich eine Quelle, deren hölzerne Fassung eine Bodenfläche von 4 Quadratfuß und eine Tiefe von 3 Quadratfuß hat. Über dieser steht ein hölzernes pavillonartiges Gebäude, wodurch die Quelle hinreichend geschützt ist.

Der Gebrauch dieses nur zum Trinken verwendeten Wassers datirt schon vom Anfange dieses Jahrhunderts, und findet besonders seit dem Jahre 1848 ein bedeutender Transport in wohlverkorkten Flaschen nach dem benachbarten Siebenbürgen und der angrenzenden Moldau statt.

Die Temperatur der Quelle wurde am 21. October 1868 mittelst Thermometer bestimmt und 9·8° C. gefunden.

Vom Boden des Quellenbassins steigen beständig Gasblasen in reichlicher Menge auf; es wurden einige Glasröhren mit diesen Gasen gefüllt, und im Laboratorinm nach den gasometrischen Methoden von Bunsen untersucht; es ergab sich, daß dieselben blos aus Kohlensäure bestehen.

Das Wasser dieser Quelle ist frisch geschöpft, vollkommen klar, anhaltend perlend, geruchlos, von angenehm prickelndem Geschmacke und bleibt in gut verkorkten Flaschen lange Zeit ziemlich klar und unverändert; an der Luft längere Zeit stehen gelassen, scheiden sich bräunliche Flocken aus, beim Kochen bildet sich ein reichlicher Niederschlag. Die Reaction ist deutlich sauer, nach dem Auskochen jedoch schwach alkalisch.

Der Abdampfrückstand ist weiß mit einem Stich in's Bräunliche.

Die qualitative Analyse zeigte in quantitativ bestimmbarer Menge folgende Bestandtheile: Kohlensäure, Kieselsäure, Schwefelsäure, Chlor, Eisenoxydul, Kalk, Magnesia, Kali und Natron.

Strontium und Lithion konnte man mit Hilfe des Spectralapparates deutlich wahrnehmen.

Ammoniak wurde keines vorgefunden.

Die quantitativen Bestimmungen wurden nach gewichtsanalytischen Methoden vorgenommen.

Die Bestimmung der Kohlensäure geschah mit frisch geschöpftem Wasser an der Quelle; es wurden zu diesem Behufe gemessene Mengen des Quellwassers in gut verschließbare Flaschen gebracht, welche ammoniakalische Chlorbaryumlösung enthielten; die dadurch erhaltenen Niederschläge wurden im Laboratorium bei möglichst geringen Luftzutritt ausgewaschen, und im Kohlensäureapparate mittelst Chlorwasserstoffsäure zerlegt, die Kohlensäure ausgetrieben und bestimmt.

Schwefelsäure wurde in einer eingeengten Menge angesäuerten Wassers mit Chlorbaryum gefällt, der schwefelsaure Baryt sorgfältig gewaschen, getrocknet, geglüht und nach dem Wägen auf seine Reinheit untersucht.

Zur Bestimmung des Chlor wurde ebenfalls eine concentrirte Wassermenge verwendet; das erhaltene Chlorsilber geglüht, gewogen und das Chlor daraus berechnet.

Die übrigen Bestandtheile, als Kieselsäure, Eisenoxydul, Kalk, Magnesia, Kali und Natron, wurden aus größeren Mengen auf die in der vorhergehenden Analyse beschriebenen Methoden bestimmt.

Ebenso wurden zur Controle gewogene Wassermengen in einem Platintiegel vorsichtig zur Trockene gebracht, bei 180° C. getrocknet und gewogen; hierauf in Salzsäure gelöst und mit Schwefelsäure in schwefelsaure Salze überführt.

Die im Wasser gelösten Gase wurden in geeigneter Weise gewonnen und nach gasometrischen Methoden bestimmt.

Das specifische Gewicht wurde mittelst Piknometer ermittelt.

In folgenden Tabellen sind die Resultate der einzelnen Bestimmungen angeführt:

Kohlensäure.

Wassermenge in Grammen	Kohlensäure	In 10,000 Theilen	Mittel
250·58	0·770	30·728	30·947
250·58	0·781	30·167	

Kieselsäure.

Wassermenge in Grammen	Kieselsäure	In 10,000 Theilen	Mittel
2966·8	0·247	0·832	0·830
2921·2	0·242	0·829	

Schwefelsäure.

Wassermenge in Grammen	schwefelsaurer Baryt	Entspricht Schwefelsäure	In 10,000 Theilen	Mittel
1000·2	0·007	0·0024	0·0239	0·0235
1000·2	0·0068	0·0023	0·0231	

Chlor.

Wassermenge in Grammen	Chlorsilber	Entspricht Chlor	In 10,000 Theilen	Mittel
1000·2	0·156	0·0385	0·384	0·386
1000·2	0·158	0·0389	0·388	

Kalk.

Wassermenge in Grammen	Kohlensaurer Kalk	Entspricht Kalk	In 10,000 Theilen	Mittel
2966·8	2·458	1·376	4·631	4·621
1922·1	1·581	0·885	4·604	

Eisen.

Wassermenge in Grammen	Enthält Eisen	Entspricht Oxydul	In 10,000 Theilen	Mittel
2966·8	0·044	0·0564	0·191	0·192
2921·2	0·043	0·0567	0·193	

Magnesia.

Wassermenge in Grammen	Pyrophosphors. Magnesia	Entspricht Magnesia	In 10,000 Theilen	Mittel
1922·1	0·465	0·167	0·868	0·869
2921·2	0·706	0·254	0·869	

Kali.

Wassermenge in Grammen	Kaliumplatin-chlorid	Entspricht Kali	In 10,000 Theilen	Mittel
1002·3	0·217	0·066	0·418	0·415
725·7	0·1574	0·048	0·412	

Natron.

Wassermenge in Grammen	Chlornatrium	Natron	In 10,000 Theilen	Mittel
1000·2	0·477	0·253	2·524	2·530
725·7	0·3464	0·184	2·535	

Summe der fixen Bestandtheile.

Wassermenge in Grammen	Rückstand	In 10,000 Theilen	Mittel
200·46	0·322	16·071	16·118
885·54	1·432	16·165	

Summe der fixen Bestandtheile als Sulfate.

Wassermenge in Grammen	Summe der Sulfate	In 10,000 Theilen	Mittel
885·54	1·868	21·094	21·085
200·46	0·428	21·076	

Specifisches Gewicht.

Gewicht des Piknometers	Piknometer + dest. Wasser	Piknometer + Mineralwasser	Specifisches Gewicht	Mittel
22·933	77·543	77·670	1·00232	1·00231
22·933	77·548	77·673	1·00230	

Mittelwerthe der Bestimmungen der einzelnen Bestandtheile für 10,000 Theile.

Kieselsäure	0·830
Chlor	0·386
Schwefelsäure	0·023
Eisenoxydul	0·192
Kalk	4·621

Magnesia	0·869
Kali	0·415
Natron	2·530
Kohlensäure, gebunden	6·443
Kohlensäure, halbgebunden	6·443
Kohlensäure, frei	18·061
Summe der fix. Bestandtheile berechnet	16·128
Specifisches Gewicht	1·00231

Werden die Säuren mit den Basen nach ihren näheren Verwandtschaften verbunden gedacht, so ergibt sich für dieses Quellwasser folgende Zusammensetzung.

Bestandtheile	In 10,000 Theilen	1 Wiener Pfund (= 7680 Gran) enthält in Gran.
Schwefelsaures Kali	0·050	0·038
Chlorkalium	0·612	0·470
Chlornatrium	0·157	0·120
Kohlensaures Natron	4·194	3·220
Kohlensaures Lithion	Spuren	Spuren
Kohlensaurer Kalk	8·252	6·339
Strontium	Spuren	Spuren
Kohlensaure Magnesia	1·820	1·397
Kohlensaures Eisenoxydul	0·312	0·239
Kieselsäure	0·830	0·637
Halbgebundene Kohlensäure	6·443	5·048
Freie Kohlensäure	18·061	13·871

Oder bei normalen Luftdruck und Quellentemperatur:

Summe der fixen Bestandtheile gefunden	16·118	12·378
„ „ „ „ berechnet	16·128	12·386
„ „ Sulfate berechnet	21·093	16·199
„ „ „ gefunden	21·085	16·194

Analyse der aus dem Wasser durch Auskochen erhaltenen Gase.

Auch hier wurden die durch Auskochen erhaltenen Gase von Kali völlig absorbirt; die quantitativen Resultate sind folgende:

Menge des ausgekochten Wassers	247·5 Grm.
Gewonnenes Gas, berechnet für 760 Mm. Druck und Quellentemperatur	251·88 CC.
Entspricht für 10.000 Theile	10176·97 CC.

Nach den Resultaten der vorstehenden Analysen sind die beiden Mineralwässer als alkalisch erdige Säuerlinge zu betrachten; bemerkenswerth ist der große Kohlensäuregehalt beider, und bei der Quelle von Dorna Watra die geringe Menge fixer Bestandtheile und die verhältnißmäßig große Menge des kohlensauren Eisenoxyduls.

Chemische Analyse der Jodquelle zu Roy, nächst Freistadt in Schlesien.

Von Dr. Pharmaciae **Josef Barber.** [1])

(Ausgeführt im chem. Laboratorium des Hrn. Prof. Dr. Jos. Redtenbacher.)

(Vorgelegt in der Sitzung am 8. Juli 1869.)

Vor einigen Jahren wurde auf den Besitzungen des Herrn Baron von Böss, in der Nähe von Roy, nächst Freistadt in Schlesien, als man auf Kohlen schürfte, in einer Tiefe von etwa 80 Klafter eine Salzsoole entdeckt; das h. k. k. Finanzministerium übertrug dem Herrn Prof. Dr. J. Redtenbacher die vorläufige Untersuchung derselben, und gestattete, auf dessen Gutachten hin, die Benützung der Soole zu Heilzwecken.

Das Bohrloch, welches etwa 120—130 Klafter tief ist, wurde auf eine Tiefe von 80 Klafter mit eisernen Röhren ausgesetzt, und das zu Tage tretende Wasser wird in einem mit hydraulischem Mörtel ausgefütterten Bassin angesammelt. Das Bassin selbst ist bedacht, um das Wasser vor Einwirkung äußerer Einflüsse zu schützen.

Die Ergiebigkeit der Quelle ist constant nahezu 200 Eimer per Tag.

Über die geologischen Verhältnisse verdanke ich der Güte des Herrn Dr. Fuchs, Custos am k. k. Hof-Mineraliencabinet, folgende Mittheilungen.

Der Boden der Umgebung von Freistadt wird der Hauptsache nach von jenem blauen tertiären Thone gebildet, welcher in so mächtiger Entwicklung die ganze Niederung Schlesiens ausfüllt, und sich gegen Osten bis weit nach Galizien hinein, gegen Westen und Süden aber durch Mähren bis nach Niederösterreich fortsetzt, und welche in neuerer Zeit von Professor Suess unter dem Namen „Schlier" von den übrigen Gliedern der neogenen Tertiärformation abgetrennt wurde.

---

[1]) Herr Dr. Bayer hat sich mit der Analyse derselben Mineralquelle beschäftiget, die gewonnenen Resultate aber der k. Akademie noch nicht vorgelegt.

Redtenbacher.



In der Umgebung von Ostrau und Orlau liegt dieser Thon (Schlier) allenthalben auf der Steinkohlenformation, und muß in den meisten Bohrlöchern durchsunken werden. Nach Hohenegger („Geognostische Verhältnisse der Nord-Karpathen") wurden in einem Schachte bei Orlau, am sogenannten „Lichtschok", in einer Teufe von 33 Klaftern Conchylien gefunden, welche näherungsweise der Fauna des Badner Tegels entsprechen. In Galizien liegen in diesem Thon die Steinsalzlager von Bochnia und Wieliczka, sowie zahlreiche Gypslager. In der Nähe von Troppau werden neuerer Zeit Gypsbrüche eröffnet, in welchen genau dieselben Conchylien gefunden wurden, welche das Steinsalzlager von Wieliczka charakterisiren.

Prof. Suess machte bereits darauf aufmerksam, daß die zahlreichen Bitterquellen Nieder-Österreichs und Mährens sämmtlich im Gebiete dieses Schliers auftreten, und es ist gewiß von Interesse, in der Nähe von Orlau und Salza ebenfalls im Gebiete dieser Thonablagerung Salzquellen auftreten zu sehen, und man kann Hohenegger nur beistimmen, wenn er l. c. sagt: „daß diese Salzquellen aus dem neogenen Tegel zu kommen scheinen, und als schwache Repräsentanten der colossalen Salzablagerungen von Wieliczka gedeutet werden müssen".

Das zur Analyse verwendete Wasser dieser Soole wurde an der Quelle in Flaschen gefüllt, diese luftdicht verschlossen, so daß directe Bestimmungen an der Quelle selbst, zumal bei dem geringen Gehalte an Kohlensäure, überflüssig erschienen.

Frisch geschöpft ist das Wasser klar, von schwach sauerer Reaction und intensiv salzigem Geschmacke; bei längerem Stehen an der Luft trübt es sich, und allmählig scheiden sich bräunliche Flocken von Eisenoxydhydrat aus.

Der durch Abdampfen erhaltene Rückstand ist nahezu farblos, beim Glühen wird er vorübergehend geschwärzt, in Folge seines Gehaltes an organischer Substanz.

Das specifische Gewicht wurde mittelst des Piknometers ermittelt, und im Mittel von drei Versuchen = 1·01824 gefunden.

Die qualitative Untersuchung des Wassers ergab als gelöste Bestandtheile: Kieselerde, Kohlensäure, Chlor, Brom, Jod, Eisen, Kalk, Magnesia, Kali, Natron.

Zur quantitativen Bestimmung der Kieselsäure, Kohlensäure, des Eisens, Kalkes, der Magnesia, des Kali und Natrons wurden die all-

gemein gebräuchlichen analytischen Methoden angewendet. Die Trennung der Magnesia von den Alkalien wurde einmal mit Quecksilberoxyd, das andere Mal mit Barythydrat ausgeführt. Chlor, Brom, Jod wurden zuerst gemeinschaftlich aus dem mit Salpetersäure schwach angesäuertem Wasser durch Silberlösung gefällt, der Niederschlag nach dem Trocknen und Schmelzen gewogen; nachdem durch separate Operationen Jod und Brom bestimmt waren, wurden die entsprechenden Mengen ihrer Silberverbindung gerechnet, und dadurch indirecte das Chlor gefunden.

Zur Ermittlung von Brom und Jod wurde folgender Weg eingeschlagen: Eine größere Wassermenge wurde mit reinem kohlensauren Natron bis zur alkalischen Reaction versetzt, im Wasserbade nahezu zur Trockene eingedampft, der Rückstand mit Wasser zu einem feinen gleichförmigen Brei abgerieben, dieser auf ein Filter gebracht, und durch Auswaschen unter Anwendung der von Bunsen angegebenen Filtrirpumpe [1]) Brom und Jod vollständig ausgezogen. Aus der so erhaltenen Lösung wurde nach Ansäuern mit Chlorwasserstoffsäure durch reines Palladiumchlorür das Jod als Jodpalladium gefällt, der Niederschlag ausgewaschen, bis zum constanten Gewichte wiederholt geglüht und gewogen, aus der Menge des erhaltenen Palladiums die entsprechende Quantität Jod berechnet.

Die vom Jodpalladium abfiltrirte Flüssigkeit wurde mit Schwefelwasserstoff unter Erwärmen gesättigt, um das überschüssig zugesetzte Chlorpalladium zu entfernen. Die nach dem Abfiltriren des Schwefelpalladiums resultirende farblose Flüssigkeit, aus der durch fortgesetztes Erwärmen aller Schwefelwasserstoff entfernt war, wurde mit kohlensaurem Natron genau neutralisirt und durch Abdampfen concentrirt. In dieser Flüssigkeit wurde das Brom bestimmt unter Anwendung von verdünntem Chlorwasser, dessen Titre vor und nach jeder Bestimmung mit großer Sorgfalt festgestellt wurde. Dieser Titrebestimmung wurde ein aus reinem über trockenen Ätzbaryt sublimirten Jod bereitete Jodlösung zu Grunde gelegt, indem man durch sie den Gehalt einer Lösung von unterschwefligsaurem Natrium ermittelte, und mit dieser Lösung jene Jodquantität bestimmte, welche eine abgemessene Menge des zur Analyse zu verwendenden Chlorwassers aus reinem Jodkalium abschied.

---

1) Annalen der Chemie und Pharmacie. Band CXLVIII, pag. 269.

Nachdem der Titre des Chlorwassers bestimmt war, wurde zu der in einer Porzellanschale zum Sieden erhitzten farblosen Lösung der Bromsalze in kleinen Portionen Chlorwasser aus der Burette zufließen gelassen, vor jedem neuen Zusatze durch anhaltendes Kochen das freigewordene Brom entfernt und die Flüssigkeit farblos hergestellt. Damit wurde so lange fortgefahren, bis ein neuerdings zugesetzter Tropfen des Chlorwassers keine Farbenveränderung mehr hervorbrachte. Nach Beendigung dieser Operation, welche so schleunig als möglich ausgeführt wurde, ging man abermals an die Titrestellung des Chlorwassers.

Unter Zugrundelegung der Atomgewichte des Chlor und Broms wurde dann aus der Quantität des verbrauchten Chlorwassers die diesem entsprechenden Brommenge berechnet.

Die im Wasser gelöste organische Substanz wurde derart bestimmt, daß eine gewogene Menge Wasser mit reinem kohlensauren Natron eingedampft, in wenig Wasser gelöst, im Platintiegel vorsichtig zur Trockene gebracht, bei 140° C. getrocknet, gewogen, hierauf geglüht und wieder gewogen wurde; die Differenz ergab die Menge der organischen Substanz.

Zur Controle der Analysen wurden gewogene Wassermengen eingedampft, der zuvor eine genau gewogene Menge reines kohlensaures Natron hinzugefügt war; nach dem Wägen wurde die Menge des fixen Rückstandes ermittelt, der Rückstand hierauf durch Zusatz von Schwefelsäure in schwefelsaure Verbindungen verwandelt; durch Vergleichung der direct gefundenen Mengen des Abdampfrückstandes als solchen, und nach der Verwandlung in schwefelsaure Verbindungen mit der aus den einzelnen Bestimmungen berechneten Summe der festen Bestandtheile, und der bei Überführung in schwefelsaure Salze erforderlichen Schwefelsäure ist für die Richtigkeit der Analysen die beste Controle gegeben.

Die in dem Wasser gelösten Gase wurden durch Kochen ausgetrieben und nach den gasometrischen Methoden von Bunsen untersucht, dabei wurden als Bestandtheile dieser Gase gefunden: Kohlensäure, Grubengas und Stickstoff. Die quantitativen Daten sind am Schlusse dieser Abhandlung zusammengestellt.

In nächststehenden Tabellen sind die Resultate der einzelnen Bestimmungen angeführt:

Kohlensäure.

Wassermenge in Grammen	Durch Salzsäure entwickelte Kohlens.	Für 10,000 Theile	Mittel
330·6	0·055	1·669	1·745
312·8	0·057	1·820	

Kieselsäure.

Wassermenge in Grammen	Enthält Kieselsäure	Für 10,000 Theile	Mittel
315·6	0·018	0·570	0·554
631·3	0·034	0·539	

Chlor, Brom und Jod.

Wassermenge in Grammen	Geben AgCl + AgBr + AgJ	Für 10,000 Theile	Mittel
100	6·244	624·4	624·5
100	6·246	624·6	

Jod.

Wassermenge in Grammen	Palladium	Entspricht Jod	Für 10,000 Theile	Mittel
3054·7	0·0376	0·08969	0·2936	0·2913
3054·7	0·038	0·09064	0·2967	
6109·4	0·0726	0·17325	0·2836	

Brom.

Wassermenge in Grammen	Verbrauchtes Chlorwasser in CC.	1 CC. Chlorwasser entspricht Brom	Gefundene Menge Brom	Für 10,000 Theile	Mittel
3054·7	128·3	0·0021407	0·2746	0·8990	0·8831
1832·4	131·2	0·001211	0·1589	0·8672	

Chlor.

AgCl + AgBr + AgJ in 10,000 Theilen	AgBr + AgJ in 10,000 Theilen	somit AgCl in 10,000 Theilen	Entsprechend Cl. in 10,000 Theilen
624·5	2·6139	621·886	153·755

Eisen.

Wassermenge in Grammen	Enthält Eisen	In 10,000 Theilen	Mittel
315·6	0·0077	0·2439	0·244
157·8	0·0042	0·244	

Calcium.

Wassermenge in Grammen	Enthält Kalk	Entspricht Calcium	In 10,000 Theilen	Mittel
157·8	0·170	0·1214	7·696	7·706
315·6	0·341	0·2435	7·716	

Magnium.

Wassermenge in Grammen	Pyrophosphorsaures Magnesia	Entspricht Magnesia	Entspricht Magnium	In 10,000 Theil.	Mittel
315·6	0·386	0·139	0·0834	2·643	2·639
631·3	0·769	0·277	0·1662	2·635	

Kalium.

Wassermenge in Grammen	KCl + NaCl	Kaliumplatinchlorid	Entspricht Kalium	In 10,000 Theil.	Mittel
141·5	3·1256	0·0951	0·0151	1·073	1·079
58·3	1·295	0·0394	0·0076	1·086	

Natrium.

Wassermenge in Grammen	Chlornatrium	Entspricht Natrium	In 10,000 Theilen	Mittel
141·5	3·0966	1·218	86·077	86·372
58·3	1·1283	0·440	86·667	

Organische Substanz.

Wassermenge in Grammen	Verlust des getrockneten Rückstandes beim Glühen	In 10,000 Theilen
509·1	0·022	0·432

Summe der fixen Bestandtheile.

Wassermenge in Grammen	Rückstand bei 140° C.	In 10,000 Theilen	Mittel
25·0	0·628	251·2	251·6
50·0	1·259	252·0	

Summe der fixen Bestandtheile als Sulfate

Wassermenge in Grammen	Summe der Sulfate	In 10,000 Theilen	Mittel
25·0	0·7605	304·2	304·1
50·0	1·520	304·0	

Specifisches Gewicht.

Gewicht des Pikrometers	Pikrometer + dest. Wasser	Pikrometer + Mineralwasser	Specifisches Gewicht	Mittel
6·7385	31·2075	31·6475	1·0179	1·01824
6·7385	31·2100	31·6650	1·0185	
6·7384	31·2100	31·6540	1·0181	

Es ergaben demnach die Mittelwerthe der einzelnen Bestimmungen folgende Zusammensetzung für 10.000 Theile des Wassers:

Kieselsäure	0·554
Chlor	153·755
Brom	0·8831
Jod	0·2913
Kohlensäure	1·745
Eisen	0·244
Calcium	7·706
Magnium	2·639
Kalium	1·079
Natrium	86·372
Organische Substanz	0·432
Summe der fixen Bestandtheile berechnet	253·712
Summe der fixen Bestandtheile gefunden	251·600
Summe der fixen Bestandtheile als Sulfate, berechnet	304·940
Summe der fixen Bestandtheile als Sulfate, gefunden	304·100

Werden die einzelnen Bestandtheile nach ihren näheren Beziehungen zu Salzen gruppirt, so erhält man folgendes Schema:

Bestandtheile.	In 10,000 Theilen.	In einem W. Pfd. (=7680 Gran).
Chlornatrium	219·680	168·714
Chlorkalium	2·062	1·583
Chlorcalcium	21·384	16·423
Chlormagnesium	7·740	5·944
Brommagnesium	1·016	0·780
Jodmagnesium	0·319	0·245
Kohlensaures Magnesium	1·832	1·407
Kohlensaures Eisen	0·505	0·388
Freie Kohlensäure	0·594	0·456
Kieselsäure	0·554	0·425
Organische Substanz	0·432	0·331
Summe der fixen Bestandtheile	251·6	193·229

Analyse der im Wasser gelösten Gase.

Absorptions-Analyse

Ursprüngliches Gas	28·00 CC. [1]
Nach Absorption mit Kali	16·41 „
Nach Absorption mit pyrogallussaurem Kali	unverändert.

Verbrennungs-Analyse.

Gas, von Kohlensäure befreit	18·47 CC.
Nach Zugabe von Sauerstoff	57·95 „
Nach der Verpuffung mit Knallgas	28·89 „
Nach Absorption der Kohlensäure	14·13 „

Aus diesen Daten ergibt sich die Zusammensetzung des in diesem Wasser gelösten Gasgemenges folgendermaßen:

Kohlensäure	41·39
Grubengas	45·34
Stickstoff	13·27
	100·00

Um den Werth des vorliegenden Wassers beurtheilen zu können, folgt hier die Zusammenstellung der Bestandtheile der Jodquelle in Hall und jener der Royer Jodquelle, woraus ersichtlich, daß die Royer Quelle der zu Hall in Oberösterreich ähnlich ist.

In 10,000 Theilen enthält die

Jodquelle zu Roy		Jodquelle in Hall	
Chlornatrium	219·680	Chlornatrium	121·700
Chlorkalium	2·062	Chlorkalium	0·397
Chlorcalcium	21·384	Chlorcalcium	4·009
Chlormagnesium	7·740	Chlormagnesium	2·426
Brommagnesium	1·016	Chlorammonium	0·733
Jodmagnesium	0·319	Brommagnesium	0·584
Kohlens. Magnesium . .	1·832	Jodmagnesium	0·426
Kohlensaures Eisen . .	0·505		
Freie Kohlensäure . . .	0·594	Kohlensaures Eisen . . .	0·044
Kieselsäure	0·554	Thonerde	0·147
Organische Substanz . .	0·432	Kieselerde	0·249
		Freie Kohlensäure . . .	4·366
Summe der fixen Bestandtheile	251·6	Fixe Bestandtheile . . .	130·715

[1]) Alle angeführten Volumina sind auf 0° und 1 Meter Quecksilberdruck berechnet.

Vergleichung mit den übrigen wichtigeren Jodquellen.

	Jod	Brom	
Roy	0·2913	0·8831	Barber
Hall	0·390	0·508	Kauer
Iwonicz	0·186	0·293	Tonosiewitz
Adelheitsquelle	0·242	0·372	Pettenkofer
Luhatschowitz Luisenquelle	0·202	0·091	Ferstl

Bemerkungen über den Sprühregenbogen.

Von dem w. M. W. Ritter v. **Haidinger.**

(Mit 8 Holzschnitten.)

I. Vorwort. J. Tyndall's Versuch. Der Regenbogen als Maass des Nebelbogens. Gewiß eine der anregendsten Schaustellungen von Farben in der Natur ist der Regenbogen. Man möchte ihn erfassen und für immer bewahren, und kaum erblickt, entschwindet er wieder, ohne daß es gelingt, alle Eigenthümlichkeiten in der Ausführlichkeit zu bewahren, welche gar manchmal sich darbieten.

Eine neuere, höchst anziehende Mittheilung von Herrn Prof. John Tyndall in den Sitzungsberichten der königlichen Gesellschaft zu London, über die blaue Farbe des Himmels, die Polarisation des Himmelslichtes und überhaupt über die Polarisirung des Lichtes durch neblige Stoffe [1]), veranlaßten mich, den Bericht über eine meiner eigenen früheren Beobachtungen zu vergleichen.

Ich hatte damals, die neue Erscheinung der Polarisationsbüschel verfolgend, im Sophien-Dampfbade im Wasserdampfe, in der Richtung von der Sonne weg, den Strahl, der seitlich ein Auge streifte, als Axe betrachtet, um diese Axe herum einen helleren Nebelbogen bemerkt, kreisförmig und etwa unter den Stellen- und Winkelverhältnissen, wie bei der Erscheinung der Regenbogen. Das Licht des bläulichweißen Nebelbogens war längs — durch die Sonne gehend — radial polarisirt, der schwach röthlichgraue Raum zu beiden Seiten, innerhalb und außerhalb desselben, war quer

[1]) On the Blue Colour of the Sky, the Polarization of Skylight, and on the Polarization of Light by Cloudy matter generally. By John Tyndall, L. L. D., F. R. S. — Proceedings of the Royal Society. Vol. XVII. Nr. 80. P. 223—233. 14. Jan. 1869.

oder tangential polarisirt[1]). Ich versuchte nun, um doch einige Anleitung zur Beurtheilung der Winkeldistanzen zu gewinnen, einen Regenbogen durch gewaltsames Ausblasen einer kleinen Menge Wassers aus dem Munde in der Beschaffenheit des feinsten Sprühregens hervorzubringen, einen Sprühregenbogen. Der Versuch gelang vollständig, und ergab eine ganz annehmbare Vergleichung. Der innere Regenbogen war etwa in der Mitte des etwa 12 Grad breiten Nebelbogens sichtbar, der äußere Regenbogen, „nur in schwachen Spuren wahrzunehmen", lag etwas außerhalb des Nebelbogens.

2. Der Sprühregenbogen. Man wiederholt so gerne früher beschriebene Beobachtungen. Die klare kraftvolle Sonne am Schlusse der ersten Hälfte des Monates Juni war gar zu einladend. Ich blies in günstiger Stellung um 1 Uhr Nachmittags meinen Sprühregen, und erblickte zwei scheinbar concentrische Fragmente von ganz gleicher Intensität. Ich wurde nachdenklich darüber, was etwa den Unterschied begründet haben dürfte, zwischen dieser ganz gleichen Intensität, und dem Unterschiede der im Dampfbade sichtbar war.

Ein Versuch am 6. Juli, als die Sonne Abends rothdunkel durch den dunstigen Himmel schien, gab in früherer Tageszeit nur einen Bogen, später gegen Abend erschien auch dieser nicht mehr.

Die Erklärung schien gefunden. Der Gehalt an fein zertheiltem Stoff, wohl auch an Wasserdampf schien die Lösung zu bieten.

Aber es lagen noch viele Fragen vor, die zuerst gelöst sein wollten und um derentwillen ich nun in den späteren Tagen des Monats Juli viele Versuche anstellte.

3. Für jedes Auge ein Regenbogen. Am 10. Juli gelang es mir, mit der Stellung des Kopfes bei A unzweideutig, wieder zwei unter nahe stattfindenden Parallelismus nebeneinanderstehende Farbenbogenbruchstücke zu sehen, gleich lebhaft, aber es waren deutlich zwei innere Regenbogen, mit voll-

Fig. 1.

l r

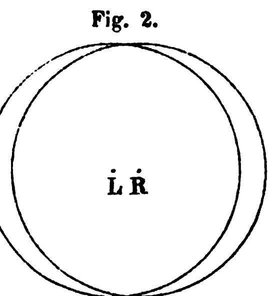
A

[1]) Beobachtung der Lichtpolarisationsbüschel im geradlinig polarisirten Lichte; von Wilhelm Haidinger. Poggendorff's Annalen 1846. Bd. LXVIII. S. 73—87. Besonders Seite 77—79.

ständig übereinstimmender Farbenfolge, der Krümmung entsprechend von Außen gegen Innen, vom Roth beginnend, durch Grün und Blau zum Violet. Wurde für den rechten Schenkel des Bogens das rechte Auge bedeckt, verschwand der rechts stehende, wurde das linke Auge bedeckt, verschwand der linksstehende Bogen.

Bei einer Beobachtung eines in der Zenithlinie liegenden Bogenfragmentes fand keine Verdoppelung statt.

Fig. 2.



Die Erscheinung, rund um den Einfall der Sonne verfolgt, zeigt die Fig. 2. Das sind zwei Regenbogen, für jedes Auge sein eigener, nach den Mittelpunkten R und L.

Das war nun unzweifelhaft für den inneren Bogen dargethan. Aber ich durfte nicht verfehlen, doch auch zu untersuchen, ob denn der äußere Regenbogen mit hinlänglicher Deutlichkeit in diesem Sprühregen wahrzunehmen sei. Es gelang mir dies unzweifelhaft. Des äußeren Bogens Farbenfolge war von Innen nach Außen von Roth durch Grün und Blau zu Violet, entgegengesetzt der Farbenfolge des inneren Bogens, der gleichzeitig und viel kräftiger noch sichtbar war als der erste. Täuschung war nicht möglich. Auch für Ein Auge blieb die Erscheinung gleich, wenn das andere Auge bedeckt wurde.

So sah ich meine frühere Angabe in dem Berichte in Poggendorff's Annalen aus dem Jahre 1846 vollständig bestätigt. Ich kann hier hinzufügen, daß die Lage meiner Augen bei der damaligen Beobachtung vollkommen die Möglichkeit ausschloß, durch die Erscheinung von zwei inneren Bogen, für jedes Auge einen, getäuscht zu werden.

4. Früheres. Moigno. Bravais. Aber während dieser Beobachtungen, bei welchen sich mehrere Zeugen einfanden, und der an Freunde mündlich erstatteten Berichten stellte sich so Manches für neue Besprechung wünschenswerthe heraus, daß ich glaubte, die Reihe der Erscheinungen für sich im Zusammenhange betrachten zu sollen. Vor Allem mußte ich Moigno's *Repertoire d'Optique moderne* vergleichen, und darin diese Hauptabhandlung von Bravais [1]).

[1]) Arc-en-ciel. Tome IV, p. 1603—1621.

Sie ist aus dem *Annuaire Météorologique de la France pour 1849* entlehnt, wo ich das Original ebenfalls zu Rathe ziehen konnte, in dem Exemplare, das noch das Autograph unseres verewigten hochverdienten Collegen Kreil trägt, und welches mir freundlichst von dem gegenwärtigen Director der k. k. Central-Anstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus, unserem hochverehrten Herrn Collegen Dr. C. Jelinek, anvertraut wurde [1]).

Herr Bravais eröffnet seinen Bericht mit der Bemerkung, der Regenbogen sei ein so sehr bekanntes Phänomen, daß man auf den ersten Anblick kaum glauben sollte, es sei der Mühe werth, dasselbe zu beschreiben [2]) u. s. w., um am Schlusse eines Abschnittes seiner Schrift als Ergebniß zu erklären, der Zweck derselben sei erreicht, wenn er gezeigt habe, „daß selbst in einer der am genauesten und am besten bekannten Erscheinungen ein aufmerksamer Beobachter heute noch eine reiche Ernte an wichtigen noch aufzusammelnden Thatsachen findet“ [3]).

Ich stehe nicht an, diese Bemerkung hier nochmals in Erinnerung zu bringen, wie ich mich auf sie in einer früheren Veranlassung bezog, als ich in unserer Sitzung am 13. März 1862 einen Bericht über den so höchst merkwürdigen Regenbogen vom 28. Juli 1861 vorzulegen die Ehre hatte, dem auch unser hochgeehrte College Herr Director v. Littrow eine Mittheilung widmete [4]).

Ich beginne nun mit den Beobachtungen der Erscheinung in dem durch den Mund gebildeten Sprühregen. Die glänzende Farbenreihe, als ein höchst anziehender physikalischer Versuch, ist so ungemein leicht hervorzubringen, daß ich mich höchlich verwundert darüber erklären muß, daß eine Anzahl von Personen aus den ver-

---

[1]) Notice sur l'arc-en-ciel, suivie d'instructions sur l'observation de ce phénomène. Par M. A. Bravais, lieutenant de vaisseau, professeur à l'École Polytechnique, p. 311—334.

[2]) L'arc-en-ciel est un phénomène tellement connu, qu'il semble au premier abord à peine nécessaire de le décrire, etc.

[3]) Le but de cette notice aura été atteint, si j'ai montré que, dans l'un des phénomènes naturels les plus étudiés et les mieux connus, un observateur attentif peut, encore aujourd'hui, trouver une ample moisson de faits importants à recueillir. p. 331.

[4]) Über einen merkwürdigen Regenbogen. Von K. v. Littrow. Sitzb. d m.-n. Cl. d. k. A. d. W. Bd. XLV. II. Abth. S. 155—156. — Über das Regenbogen-Phänomen am 28. Juli 1861. Sitzb. d. m.-n. Cl. d. k. A. d. W. Bd. XLV. II. Abth. S. 421—426.

schiedensten gesellschaftlichen Schichten ihn zu allererst erblickten, als ich denselben vor ihren Augen anstellte, oder darüber Bericht erstattete.

Des Versuches gedenkt bereits Mariotte in seinem „*Traité de l'arc-en-ciel*" [1]). „Man kann beliebig einen Regenbogen darstellen, sagt Bravais, indem man einen Schluck Wasser in die Luft hinauswirft, welcher sich in kleine Tröpfchen zertheilt, während er durch die Lippenspalte des Versuchanstellers hindurchgeht" [2]).

Dann aber heißt es, „man kann auf diese Weise nur selten den äußeren Regenbogen erhalten, wenn man nicht den Versuch in einem Zimmer anstellt, in dem die der Sonne gegenüberstehende Wand schwarz bespannt ist" [3]). Ich habe den Versuch auf diese Weise nicht angestellt, und es scheint mir allerdings, daß diese Vorbereitung, wenn selbe auch erfolgreich sein muß, doch übertrieben ist.

5. Günstige Stellung zum Versuche. Der Grund, auf welchem sich das Regenbogenbild projicirt, muß allerdings nicht von der Sonne beschienen werden, wenn er selbst hell ist, aber Baumschatten auf Gartenwegen, oder das Grün des Rasens wirkt hinlänglich um die Bilder des inneren und selbst des äußeren Regenbogens erscheinen zu lassen. Die Dauer der Erscheinung beträgt jedesmal kaum eine Secunde, bei günstigen Lagen vielleicht zwei Secunden, bei den am tiefsten nach und nach sich senkenden Tröpfchen blieb wohl einiger Eindruck an Farben bis zu drei Secunden. Aber dagegen läßt sie sich beliebig oft wiederholen, und man richtet dann seine Aufmerksamkeit vorzugsweise auf den in Frage stehenden Punkt.

Es ist wahr, einige vortheilhafte Verhältnisse müssen sich für den Versuch zusammenfinden. Namentlich hochstehende Sonne ist günstig, dazu starker Schlagschatten eines südlich vorliegenden Ge-

---

1) Mariotte, gest. 1684, von Poggendorff mehr summarisch citirt, in dem Werke: Histoire et Mem. de l'Acad. de Paris depuis 1666 jusqu'à 1699. T. I. Paris 1783, gelang es mir nicht zu vergleichen.

2) On peut reproduire à volonté l'arc-en-ciel en projetant en l'air une gorgée d'eau laquelle se divise en gouttelettes, en passant à travers la commissure des lèvres de l'opérateur. p. 1607.

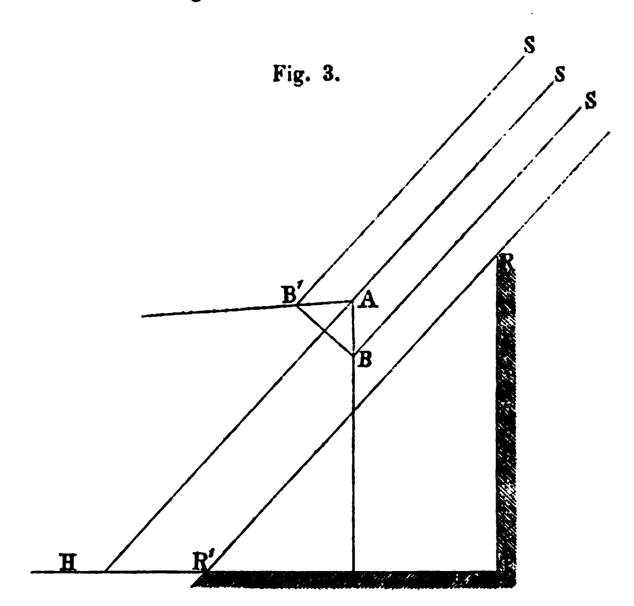
3) Mais on arrive rarement par cette voie à obtenir l'arc de second ordre, à moins d'opérer dans une chambre dont la paroi opposée au soleil soit tendue de noir.

bäudes, oder ein Garten mit größeren schattengebenden Bäumen, zwischen welchen doch auch größere Räume für den Eintritt der Sonnenbeleuchtung übrig bleiben, dazwischen auch zertheilte Rasenplätze.

Man wird leicht die günstigste Stellung auswählen, so daß der Sprühregen von der Sonne beschienen wird, das Regenbogenbild aber auf die Schatten oder den Rasen projicirt ist.

Steht die Sonne über 48° hoch, so gelingt es mit einiger Sorgfalt den ganzen Kreis des Regenbogens, rund um die Sonnenlinie herum, im Zusammenhange zu beobachten, welchen der Kegel von 84° bestimmt. Das Auge in A wird sodann bei diesem Grenzwerthe

Fig. 3.



schon bei B gerade senkrecht unter sich den Regenbogen wahrnehmen, prachtvoll projicirt auf dem Boden HT, welcher durch den Schlagschatten der Wand oder der Mauer RT von T bis R′ gedeckt ist.

Man sieht hier allerdings einen dem Auge sehr genäherten Regenbogen, da die Hauptmasse des Sprühregens vom Munde, und also auch von dem etwa 2 Zoll entfernten Auge nur etwa zwei Fuß entfernt ist. Das ist für denjenigen, welcher den Versuch anstellt, selbst. Dies hinderte nicht, daß bei einigen Versuchen andere

günstig gestellte Personen, bis auf sechs Klaftern Entfernung, den Sprühregenbogen in vollständiger Deutlichkeit sahen.

Für die Bildung des Sprühregens fand ich eine Menge Wassers am günstigsten, die nicht mehr beträgt, als ein Thee- oder Kaffeelöffel enthält.

Am dichtesten, daher am günstigsten für die Beobachtung der farbigen Bogen ist der Sprühregen etwa zwei Fuß vom Munde entfernt, nach allen Seiten gleich ausgedehnt. Einzelnes von den größten Tröpfchen wird wohl weiter, bis zu neun Fuß Entfernung geschleudert. Letzteres ist der Fall, wenn der Sprühregen gerade horizontal weggeblasen wird. Auf einem hellgrauen Wiener Sandstein-Pflaster erscheinen die herab gefallenen Tröpfchen dunkel, und zwar geben die feinsten derselben eine Ellipse von etwa sechs Fuß Länge und vier Fuß Breite. Einzelne größere sind wohl darunter, von sechs Fuß bis zu neun Fuß Entfernung dann nur die größeren. Unter etwa 45 Grad Neigung niedergeblasen, verbreiten sich die Tröpfchen über einen Raum von drei Fuß Länge und drei Fuß Breite. Der Regen sinkt langsam. Während die Fallzeit schwerer Körper an der Erdoberfläche, den Widerstand der Luft nicht in Betrachtung gezogen, $15\frac{1}{2}$ Fuß in der ersten Secunde beträgt, ist hier der Raum von fünf Fuß kaum vollständig in drei Secunden zurückgelegt.

Indem man den Regenbogen nach dem ganzen Umkreise in der Mitte stehend verfolgt, bietet sich von selbst die Verdoppelung dar, wie sie oben Fig. 2 dargestellt ist, augenscheinlich für jedes Auge sein eigener Regenbogen. Da man nun hier keinen eigentlichen Gegenstand vor sich hat, welchen man in deutlichste Seheweite zu bringen sich bestrebte, so bleiben auch die Sehe-Axen der beiden Augen bald mehr, bald weniger parallel. Würde etwa die deutlichste Seheweite von acht Zoll angenommen, so würden sich die Sehe-Axen der zwei Zoll von einander abstehenden Augen unter einem Winkel von $1^{\circ}\ 26'$ schneiden, und entsprechend die Regenbogenschenkel unter demselben Winkel doppelt sich darstellen.

6. Bravais, Regenbogen für jedes Auge besonders. Von einer ähnlichen Erscheinung, aber einzeln wahrgenommen, gibt Bravais Nachricht. Er sah auf einem Dampfschiffe einen Regenbogen, in dem Wasserstaube, von dem Rade erhoben und vom Winde durch das Fenster des Passagiersalons gejagt, auf wenige Decimeter Entfer-

nung, einen äußern und innern Regenbogen deutlich mit einem Auge, und noch einen innern deutlich mit dem andern Auge. „Es ist klar, daß diese Zweitheilung in einen Regenbogen des rechten Auges und des linken Auges nur bei äußerst kleiner Entfernung der Tropfen stattfinden kann: diese Thatsache, scheint mir, ist es werth, von den Physikern und Physiologen beachtet zu werden" [1]). Ich glaube, die im Vorhergehenden nachgewiesene vollständige Orientirung wird dem Gegenstande einige Klarheit verleihen. Begreiflich kann man bei der Verfolgung der Erscheinungen über den ganzen Kreis durch die beliebige Stellung der Augen den Bogen einfach sehen. Nach der Lage des Kopfes ist er stets oben und unten über die Stirne oder das Kinn weg einfach, rechts und links in zwei Bogen für das rechte und das linke Auge aufgelöst.

Die Erscheinung läßt sich selbst auf die natürlichen in großer Entfernung beobachteten Regenbogen übertragen, wenn man einen nahe liegenden Gegenstand, zum Beispiel einen emporgehaltenen Finger in der auch sonst bekannten Weise fest betrachtet. Der Regenbogen erscheint dann doppelt, einer für das rechte, einer für das linke Auge.

7. Domherr Stephan von Chartres. Auf eine Täuschung dieser Art dürfte wohl die selbst durch eine Zeichnung wiedergegebene Darstellung beruhen, welche Herr Bravais in seiner Abhandlung als nicht durch einen Wiederschein der Sonne von einer horizontalen Wasserfläche aus dem Journal des Savans für das Jahr 1666 citirt. „Ein einziger Fall entzieht sich der vorerwähnten Erklärung, das ist die von dem Domherrn Stephan in Chartres am 10. August 1665 gemachte Beobachtung, während die Sonnenhöhe 6° betrug. Der außerordentliche Bogen hatte seinen Mittelpunkt außerhalb der durch die Sonne gehenden Verticallinie, und schien ein Theil eines größten Theiles zu sein. Er schnitt den ordentlichen Bogen schief gegen den Culminationspunkt des letzten zu. Ich kann mir keine hinreichende Auskunft über eine so sonderbare Lage geben [2])".

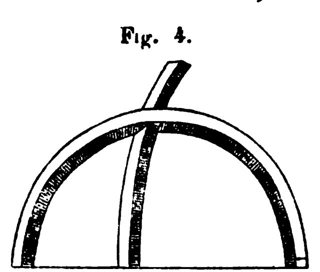
---

[1]) Il est clair, que ce dédoublement de l'arc-en-ciel en arc de l'oeil droit et arc de l'oeil gauche ne peut se faire que si la distance des gouttes à l'oeil est extrêmement petite: ce fait me paraît digne de fixer l'attention des physiciens et des physiologistes. Bravais. p. 318. Moiyns p. 1607.

[2]) „Un seul cas échappe à l'explication précédente: c'est celui de l'observation faite par le Chanoine Étienne à Chartres, le 10 août 1665, par une hauteur du soleil

Mit der neu gewonnenen Anregung war es mir nun wichtig, auch die von **Bravais** angeführte Originalbeobachtung oder vielmehr die Notiz über dieselbe zu vergleichen. Die Ansicht des Werkes [1]) verdanke ich der freundlichen Gefälligkeit der Direction der k. k. Universitäts-Bibliothek. Der Bericht enthält die hier Fig. 4 beistehende Skizze auf Seite 333. Ich glaube, es wäre zu gewagt, unmittelbar dieselbe als etwas der Wirklichkeit Entsprechendes zu nehmen. Den Eindruck, den die Erscheinung machte, bezweifle ich nicht, aber eine etwas eingehendere Untersuchung verträgt die Skizze nicht. Die Höhe der Sonne wird $= 6^\circ$ gegeben. Der Hauptregenbogen ist so gezeichnet, daß die Höhe nebst dem halben Kreisdurchmesser $^1/_9$ dieser Hälfte beträgt. Nun würde bei horizontalem Sonnenstande die Höhe 42° betragen. Sie wird in dem Werke $= 45^\circ$ angegeben. Sie ist hier also etwa 47° gezeichnet. Aber die Sonne wird 6° hoch angegeben, so wäre nach den Angaben der Culminationspunkt in verticaler Richtung hier 51° oder 53° anstatt 42°. Die Zeichnung gibt demnach nur ein allgemeines Bild. Aber für das den Hauptregenbogen durschneidende Stück wäre graphisch gemessen der Halbmesser $^{11}/_8$ des Halbmessers des Hauptregenbogen, was einer Winkelgröße, statt 42°, von $73^\circ\ 9'$ entspräche, und dabei die Sonnenlinien in weiter Excentricität. Auch dies spricht nur für einen vorübergehenden Eindruck, wobei die Richtung der Sehe-Axen beider Augen durch einen ganz nahen Gegenstand beeinflußt sein konnte. Dagegen scheint die Farbenfolge, durch gleiche Art der Behandlung, weiß für die convexe, äußere, gestrichelt für die concave, innere Partie, einfach einen gewöhnlichen inneren oder Hauptregenbogen

Fig. 4.



égale à 6°. L'arc extraordinaire avait son centre en dehors du vertical ud soleil, et paraissait être une portion de grand cercle; il coupait obliquement l'arc ordinaire vers le point de culmination de ce dernier arc (Journal des Savans pour l'année 1666). Je ne puis me rendre aucun compte satisfaisant d'une disposition aussi singulière. Bravais Annuaire. p. 320.

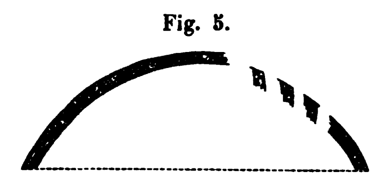
[1]) „Le Journal des Savans", und zwar einer lateinischen Übersetzung „Friderici Nitschj, J. U. L. et Prof. Gies. Tom I, II, III & IV. Editio Secunda etc. Lipsiae et Francofurti 1671".



anzuzeigen. Ein gesonderter Eindruck auf die zwei Augen dürfte wohl als Erklärung vorgeschlagen werden.

8. **Marsh von Philadelphia.** Von einer neueren, ungewöhnlichen Erscheinung berichtet Herr Marsh[1]) in Philadelphia und gibt von dem Bogen, welchen er selbst am 14. August 1860 in Germantown gesehen, die beistehende Skizze Fig. 5. Die Farbenfolge wird in den abgetrennten Stücken als gleich der des Hauptregenbogens angegeben, aber es wird nicht gesagt, ob auch in derselben Lage oder für jedes der schief gestellten Stücke einzeln. „Sollten nicht diese Zweige den fehlenden Theil des Regenbogens darstellen, welche durch irgend eine ungewöhnliche Lichtbrechung in der Luft zwischen uns und dem fallenden Regen aus der Normallage herabgedrückt sein" [2]). Aber eine Construction über eine solche mögliche Lichtbrechung ist nicht gegeben, und so möchte ich doch bei vorliegenden künftigen Beobachtungen, die vielleicht nur theilweise durch den Einfluß nahe liegender Gegenstände hervorgebrachte Ungewöhnlichkeit die Berücksichtigung der Möglichkeit empfehlen, daß jedes Auge für sich in der Bildung seines Regenbogens wirksam gewesen ist.

Fig. 5.



Am größten dürfte sich der Einfluß naheliegender Gegenstände in der Bestimmung der Richtungen der Sehe-Axen darbieten, wenn der Regenbogen überhaupt nicht sehr entfernt ist. Die von Bravais im Wasserstaube beobachteten Regenbogenbruchstücke waren nur wenige Decimeter vom Auge entfernt, die wirksame Wassertröpfchen enthaltende Luftschichte hatte nur zwei bis drei Decimeter Dicke. Ganz ähnlich ist die Lage des durch den Mund hervorgebrachten Sprühregens. Die größte und mit Erfolg wirkende Masse hat kaum, wie oben erwähnt, den Durchmesser von zwei Fuß. Mariotte's ursprüngliche Angabe, von Bravais und von Moigno erwähnt, war es mir nicht gelungen in den Schriften der Pariser Akademie aufzufinden.

---

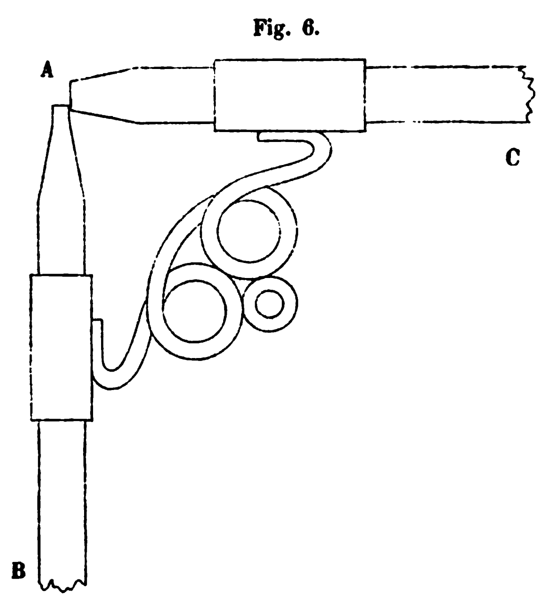
[1]) Proceedings of the American Philosophical Society. Held ad Philadelphia for promoting useful Knowledge. Vol. X. 1868. Nr. 79. Pag. 363. Sitzung am 3. Jän. 1868.

[2]) Obs. May not these branches represent the missing part of the bow down from their normal position by some unusual refraction in air between us and the falling rain?



9. Sprühregen-Apparat. Die Kenntnisse eines sehr sinnreichen kleinen Apparates zur Hervorbringung eines diminutiven Sprühregens verdanke ich eben so wie diesen Apparat selbst als freundliches Geschenk meinem hochverehrten Freunde, dem verdienstvollen Architekten Gustav Zincken (Währing, Martins-Straße 81 [neu]). Er war unter andern dem niederösterreichischen Gewerbeverein vorgelegt worden, und war die Zusammenstellung zu dem Zwecke benützt, um den feinsten Sprühregen aromatischer Flüssigkeiten zur Verdampfung einzuleiten. Darstellung in natürlicher Größe Fig. 6.

Fig. 6.



Die mit einer feinen Öffnung bei A versehene, fünf Zoll lange Glasröhre taucht jenseits B in die Flüssigkeit ein. Durch die drei Zoll lange Röhre AC, mit etwas größerer Öffnung bei A, bläst man mit dem Munde von C gegen A hin. Durch den nun mit einiger Stätigkeit, etwa wie bei einem Löthrohre unterhaltenen Luftstrom wird nicht nur bei A die Flüssigkeit aus der verticalen Röhre AB ausgepumpt, sondern sie wird auch sogleich in der Richtung von C nach A in den feinsten Sprühregen zertheilt. Bei flüchtigen Flüssigkeiten wird rasche Verdampfung erzielt, auch bei Wasser wird lebhafte Verdampfung hervorgebracht, welche sich durch das Gefühl von Kälte auf der entgegengehaltenen Handfläche verräth, aber es bleibt ein

Sprühregen zurück, welcher vollständig hinreicht, um bei geeigneter Sonnenbeleuchtung Regenbogen-Bruchstücke zu zeigen. Diese sind vom Auge nur etwa vier Zoll entfernt. Bei einiger Aufmerksamkeit wird man nicht fehlen, auch hier für jedes Auge seinen eigenen Regenbogen wahrzunehmen.

Das Hervorbringen des Sprühregens unmittelbar mit dem Munde hat gegenüber diesem Apparate den Nachtheil, daß man gewissermaßen nun den Verlauf einer Art von Explosion erwarten kann, während hier doch durch einige, wenn auch kurze Zeit, ein stätiger Sprühregen unterhalten werden kann. Gelänge es durch Verbindung mit einem gebläseartigen Apparate den Luftstrom zu verstärken, wie dies Herr Architekt Zincken zu dem Zwecke vorschlägt, während das Niveau des Wassers in dem Gefäße erhalten bliebe, welches den Zufluß enthält, so ließen sich die Ergebnisse der Erscheinung auch in namhafter Weise steigern. Eben so wie von dem Munde des Beobachters würde dadurch die Bedingung der Erzeugung überhaupt unabhängig von seiner Stellung, unabhängig auch am Ende von der Art der Flüssigkeiten, welche in der Gestalt von Sprühregen der Erscheinung zu Grunde gelegt werden könnnen.

Ich muß mich hier auf die Anwendung des Apparats für den eben bezeichneten Zweck beschränken. Er findet übrigens in mannigfachen Combinationen als Inhalations-Apparat in der Heilkunde, auch als Injector bei Dampfmaschinen in der Mechanik mehrfältige Anwendung.

10. Tafelöl-Sprühregenbogen. Bei den verschiedenen Flüssigkeiten kommt wohl Alles auf die Klarheit der Durchsichtigkeit in den feinsten Theilchen an, aber auch auf die Lichtbrechungsverhältnisse. Bei solchen, welche nahe den gleichen Brechungsexponenten wie das Wasser besitzen, wird die Erscheinung nicht verändert, was auch durch einige Versuche bestätigt wurde. Aber ich fand mich doch versucht, Flüssigkeiten mit abweichenden Brechungsverhältnissen in Betracht zu ziehen. Das Verhältniss des Wassers = 1·336, gibt nach den Formeln, wie sie in den physikalischen Lehrbüchern sich entwickelt finden [1]) den Halbmesser des Bogens für rothes Licht = 21° 40′. Sie sind $\sin\alpha = \sqrt{\frac{4-n^2}{3}}$, $\sin\beta = \frac{\sin\alpha}{n}$, $\omega = 2\beta-\alpha$,

[1]) Unter andern: Anfangsgründe der Physik. Von Andreas Ritter v. Ettingshausen. u. s. w. Vierte Auflage. Mit 150 Holzschnitten. Wien. Carl Gerold's Sohn 1860.

Halbmesser $= 2\omega$. Für Olivenöl, $n = 1{\cdot}470$ genommen, wird in dieser Weise $2\omega = 25^\circ\ 34'$.

Die Halbmesser der Bogen sind also für Wasser und Öl in dem Verhältnisse von $41^\circ\ 40'$ zu $25^\circ\ 34'$ oder um $15^\circ\ 8'$ verschieden. Ein Versuch mit Tafelöl sowohl als mit Mandelöl (Exp. $= 1{\cdot}469$) bestätigte auch diesen großen Unterschied. Ein anderer Versuch, gleichzeitig mit Wasser und Öl unternommen, gab zwar den Bogen für Wasser gut, aber keine deutliche Spur an dem Orte, wo der Bogen für Öl hätte erscheinen sollen.

II. Meteorischer Regenbogen. Einiges von dem, was man aus dem künstlich hervorgebrachten Regenbogen schließen kann, läßt sich füglich auch auf die natürlichen ausdehnen. Sie geben wohl die Anleitung anzunehmen, daß so wie hier Verdunstung den Sprühregen begleitet, welche natürlich nur in einer umgebenden Luftschichte möglich ist, aus welcher kein Niederschlag auf die feinen Tröpfchen stattfindet, eben so auch die gleichen gegenseitigen Verhältnisse stattfinden müssen, wenn sich ein Regenbogen bilden soll. Also jedenfalls am Schlusse einer Regenentladung, wie dies ja bekanntlich unter günstigen Umständen stattfindet.

Gewiß darf ich hier des schönen Regenbogen-Phänomens vom 28. Juli 1861 gedenken, über welches ich der hochverehrten Classe am 13. März 1862 einen Bericht vorzulegen die Ehre hatte [1]). „Ferne von einem wirklichen Gußregen war die Wolkenschicht zerrissen und von einem heftigen Sturmwinde gepeitscht und hatte gar nicht das Ansehen von wirklichem Regen. Die einzelnen, man möchte sagen Wasserstaubtheilchen waren daher wohl von höchster Feinheit."

Gleiche Zustände dürfen wohl mit Dornbach, Schönbrunn und dem meteorologischen Observatorium in der Mitte über eine Fläche von drei Meilen Breite und zwei Meilen Länge bei einer Höhe der wirksamen Regenbogen-Schicht vielleicht von mehr als 1500 Fuß angenommen werden, die feinsten Wasserkügelchen in fortwährender Bewegung und Auflösung in der umgebenden Luftschicht.

Vielfache Beobachtungen haben gezeigt, daß für gleichzeitige Messungen in größerer und geringerer Höhe, und zwar bei durch-

---

1) Über das Regenbogen-Phänomen am 28. Juli 1861. Von W. Haidinger. Sitzung am 13. März 1862 — Sitzungsberichte, Bd. XLV. S. 421—426.



schnittlicher Prüfung in einem Tage oder in mehreren Tagen einmal, die Regenmasse in letzterer größer ist als in ersterer [1]). Die tiefsten Luftschichten sind am meisten mit Feuchtigkeit gesättigt.

Aber gewiß nicht mit Unrecht bemerkt Schmid (S. 695): „Lägen stündliche Ablesungen vor, so würde voraussichtlich häufig der obere Regenmesser mehr Regen anzeigen als der untere, nämlich stets dann, wenn die Ablesung mit dem Anfang eines Regens zusammenfällt oder wenn eine hochziehende Wolke nur wenig Regen fallen läßt."

Ähnlich wie am Anfange, wo durch Verdampfung die noch klare Luft erst mit Feuchtigkeit gesättigt werden muß, dürfte sich wohl auch am Ende einer Regenentladung ein ähnliches Verhältniß einstellen, indem dann ein der Verdampfung der einzelnen Tropfen günstigerer Zustand eingetreten ist. Namentlich muß aber Verdampfung günstiger auf die genaue Kugelgestalt der Tropfen einwirken als beständiger Niederschlag auf dieselben, und eine solche Gestalt dürfte wohl jedenfalls günstig auf die Erzeugung der Farben einwirken.

Merkwürdig war der Regenbogen am 28. Juli 1861 noch durch die große und ungewöhnlich in die Augen fallende Menge überzähliger Säume, fünf charakteristische Abwechselungen, fünf Streifen von jeder Farbe, Grün und Violet. Dabei der Regenbogen selbst, in der Erinnerung, schmäler als gewöhnlich. Ich stellte frageweise die Ansicht auf, ob nicht vielleicht „nicht das ganze Sonnenbild, sondern nur ein schmaler, von horizontalen Wolken oder Gebirgssäumen begrenzter Abschnitt als wirkende Lichtquelle zum Grunde lag." In den oben erwähnten Ettingshausen'schen „Anfangsgründen der Physik" ist „die Breite des von jedem Punkte der Sonne erzeugten Hauptregenbogens 42° 41′ (für Roth) — 40° 16′ (für Violet) = 1° 46′. Addirt man den scheinbaren Durchmesser der Sonne = 0° 32′ hinzu, so ergibt sich die Breite des von der ganzen Sonne erzeugten Hauptregenbogens = 2° 18′".

Aber ein schmaler Sonnenabschnitt konnte auch gleichzeitig eine Interferenz vorbereiten, wie ich damals ebenfalls es fragweise anzudeuten versuchte.

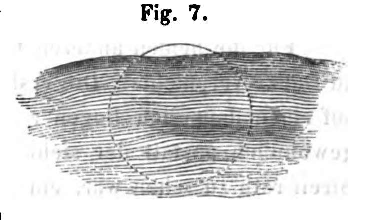
Manchen Regenbogen habe ich seitdem von Dornbach aus gesehen. Einer derselben zeigte drei Wechsel innerer grüner und

---

[1]) Vergl. E. E. Schmid. Lehrbuch der Meteorologie 1860. S. 684—695.

violetter Säume. Aber gegenüber erschien nicht die ganze Sonnenscheibe, sondern hinter einer dichten Wolkenschicht nur ein oberster Abschnitt wie Fig. 7 in dem übrigens vollkommen klaren Abendhimmel. Es war am 3. Juli 1865, Zeit etwa 6¾ Uhr, Höhe geschätzt auf 25°, Dauer nur 5 Minuten.

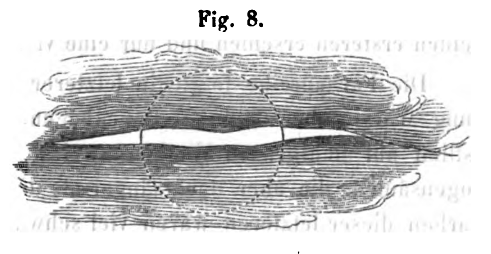
Fig. 7.



Ein äußerer Bogen war zu sehen durch den gewöhnlichen dunkeln Raum getrennt, aber ich bewahrte keine Aufzeichnung, ob etwa auch äußere Säume zu sehen gewesen wären. Im inneren Kreisabschnitt sah man convergirende hellere und dunklere Schattenstreifen.

Ein Regenbogen, am 16. August des gegenwärtigen Jahres 1869 zeigte eine einfache Folge überzähliger Säume im inneren Bogen, grün und violet. Wieder blickte die Sonne wie in Fig. 8 nur wie durch einen Spalt zwischen den vorliegenden Wolken hindurch. Zeit etwas nach 6 Uhr, Dauer auch nur etwa 5 Minuten.

Fig. 8.



Die Beleuchtung am rechten südlichen Fuß des Bogen sehr lebhaft; in dieser Richtung wirkt ja das Sonnenbild mit dem ganzen Durchmesser. Ein linker nördlicher Fuß fehlte, einer nahe vorliegenden bewaldeten Anhöhe wegen.

Zwei Regenbogen, einer etwa um 6 Uhr, der zweite um 7 Uhr erschienen am 2. August 1869, beide ohne innere Säume, überhaupt wenig lebhaft, die Sonnenscheibe, durch zwei gekreuzte Turmalinplatten zwar dem ganzen Umfange nach rund anzusehen, doch von faserigen Wolkentheilen unregelmäßig überdeckt.

12. Regenbogen in den Akademie-Sitzungsberichten. In den ersten fünfzig Bänden der Sitzungsberichte unserer mathematisch-naturwissenschaftlichen Classe finde ich in dem Register nur viermal, von 1847 bis mit 1864 als Leitwort „Regenbogen" [1]).

[1]) Über einen anomalen Regenbogen in Vöslau. III. S. 238. — Über einen merkwürdigen Regenbogen in Vöslau. X. S. 278.

Zwei Mittheilungen, über den Regenbogen des 28. Juli 1861, von Herrn Director v. Littrow und von mir sind im Vorhergehenden erwähnt, in den Sitzungsberichten für 1862, Bd. XLV. II. Abth. S. 155—156, und ebendaselbst S. 421—426.

Für die beiden anderen Mittheilungen sind wir Herrn Dr. Boué zu Danke verpflichtet. Die erste derselben im III. Bande bezieht sich auf einen doppelten Bogen am 12. Juni 1869, bei welchem außergewöhnlich anstatt der sieben Farben vorwaltend ein sehr breiter Streif roth zu sehen war, ein Streif rosenröthlich, endlich auf einen Augenblick ein schwacher Streif von dunklem Violet.

Die zweite Mittheilung vom Sommer 1852, im X. Bande ist allerdings weit ungewöhnlicherer Art und verdiente wohl eine, wenn auch nur rasch skizzenartige Zeichnung. „Nach einem Gewitter" erschienen „zwei halbe Regenbogen". Plötzlich gesellte sich zu diesen zwei gewöhnlichen Regenbogen ein dritter, der zwischen den beiden ersteren erschien und nur eine viel kürzere Säule bildete.

Die Farbenreihe folgte in letzterer, in der umgekehrten Ordnung wie in dem äußeren Regenbogen. Später aber zeigten sich östlich auf lichtgrauen Wolken zwei auch ziemlich kurze Regenbogensäulen, die aber doch länger als die erwähnte dritte war. Die Farben dieser letzteren waren viel schwächer und die Erscheinung nur von kurzer Dauer, indem die anderen drei Säulen lange fort gesehen wurden. Diese letzteren Säulen möchten wohl nichts anderes als eine Reflexion der zwei großen Regenbogensäulen gewesen sein.

So merkwürdig auch die hier erwähnte Erscheinung ist, so ist sie mir doch zu wenig umständlich angegeben, als daß man versucht wäre, eine Ansicht zur Erklärung darauf zu gründen.

Schluss. Wünsche. Die Veranlassung, mich mit dem gegenwärtigen Gegenstande im Verlaufe des Sommers zu beschäftigen, lag mir wohl sehr ferne, als ich meinen Sommeraufenthaltsort bezog, und ich war wohl wenig auf die Anregung vorbereitet, welche mir Herrn Tyndall's neue Untersuchungen unerwartet bringen würden. Aber ich fühlte mich unaufhaltsam hingezogen, einige fernere Betrachtungen anzuschließen, und hege nun nur noch den Wunsch, daß die hochverehrliche mathematisch-naturwissenschaftliche Classe dieselben mit freundlicher Nachsicht und mit wohlwollender Theilnahme betrachten wolle.

Gewiß ist der Gegenstand selbst in vieler Beziehung höchst anregend und verdient fortwährende Aufmerksamkeit, wie immer auch das Wichtigste in Bezug auf denselben längst verzeichnet ist, namentlich in den oben angeführten Schriften sowohl, als in der Literatur, welche sie gesammelt darbieten, die Arbeiten der Arago, Babinet, Kämtz, Miller und anderer.

Möchte doch Jeder, der dasjenige in seinen Studien gelernt hat, was bisher von den Forschern als gewonnen verzeichnet worden ist, zu sich selbst sagen: „Vieles ist bereits gewonnen. Aber auch ich bin nun zu unabhängigen Beobachtungen gerüstet, und ich will selbe auch getreulich ins Werk setzen“.

INHALT.

Studien über die Bedeutung des zweifachen Rückenmarkursprunges aus dem Großhirn.

Von Dr. **Theodor Meynert**,
Docent und Prosector an der Wiener Landes-Irrenanstalt.

(Mit 1 Tafel.)

(Vorgelegt in der Sitzung am 15. Juli 1869.)

Ein Querschnitt durch das Centralorgan schließt in jeder Verlaufshöhe desselben zweifellos die Projection derjenigen empfindenden und bewegenden Körperorgane in sich ein, welche mit den unterhalb der Schnittebene entspringenden Nervenwurzeln in Verbindung stehen.

Im Rückenmark stellt der Querschnitt durch den Markmantel dieses Projectionsfeld der Körperorgane dar. Dasselbe bleibt bis in die oberen Gebiete des Halsmarkes ein die graue Substanz umgreifendes morphologisch einheitliches Gebilde. Keine sichtbare Marke grenzt selbst erwiesener Massen functionell differente Parcellen der Querschnittsarea (wie deren Empfindung und Bewegung leitende) von einander ab.

Jene künstlichen Projectionsebenen, welche der Untersucher in beliebigen Höhen durch das Centralorgan legt, sind aber nur willkürliche Stationen im Verlaufe der Rückenmarkstränge nach einer natürlichen Projectionsebene. Diese findet sich am Gehirne in Form einer die Spitzen der Projectionsfasern bekleidenden grauen Substanz, „der Hirnrinde“.

Das die Nervenwurzeln vertretende Projectionssystem der Rückenmarkstränge wächst gegen die Rinde hin im Durchzuge durch graue Massen zu einer Mächtigkeit an, die der Faseranzahl nach durch den Gehalt der Rückenmarkstränge nicht gedeckt wird.

Da nun im Rückenmark sammt dem Zuzug aus den Hirnnervenwurzeln keine zulängliche Grundlage gegeben ist, um aus ihr das Gehirn zu entwickeln, so folgt schon die Terminologie heute mit

Recht der alten Anschauung Varoli's, daß das Rückenmark aus dem Gehirn entspringe, wobei hier von seinen aus dem Kleinhirn bezogenen Ursprungswurzeln abgesehen werden soll.

Die gesammten Projectionsfasern treten aus dem Gehirn der Säugethiere in Gestalt des Hirnschenkels hervor und ein Querschnitt durch diesen umfaßt in seiner künstlichen Projectionsebene gleichsam den ganzen Organismus, der nur riechunfähig und blind wäre, weil diese Sinne von oben, nicht von unten her sich mit der Hirnrinde verknüpfen.

Ich nenne den Hirnschenkel in seiner Continuität mit den Rückenmarksträngen auch noch das mittlere Glied des Projectionssystemes. Dieses (von der Hirnrinde bis in die periferen Organe reichend) findet ja bekanntlich durch graue Massen zwei Hauptunterbrechungen oder Gliederungen. Das obere Glied reicht von der Großhirnrinde bis in die Ganglien des Hirnstammes, das mittlere reicht von diesen aus bis in die Ursprungsmassen der Nervenwurzeln, das untere Glied sind die periferen Nerven selbst.

Der Hirnschenkel besteht im Querschnitte nach der von Reil eingeführten Terminologie jederseits aus dem Fuße des Hirnschenkels der sogenannten Grundfläche und seiner Haube, hinter welcher noch die Vierhügelpaare den Tunnel der Sylvischen Wasserleitung überwölben.

Fuß und Haube des Hirnschenkels sind die Projectionsmasse, beide werden von einander durch die Substantia nigra Vicq d'Azyrs geschieden. Die Haube schließt in zweierlei Formen (in der oberen Hirnschenkelhälfte als rothen Kern, in dessen unterer Hälfte als Markkern Burdach's) den Querschnitt des Bindearmes ein, der nach Vieussens' richtiger Anschauung schon im Centrum semiovale inmitten des Projectionssystemes (des grand soleil rayonnant, des Stabkranzes) verlaufend, auch noch innerhalb des Hirnschenkels von den Bündeln dieses Systems umgeben bleibt.

Die einheitliche Masse, welche das Projectionssystem im Rückenmarkquerschnitte darstellt, tritt demnach aus dem Großhirn als eine zweitheilige Masse hervor, als Haube und Fuß des Hirnschenkels.

Diese Spaltung der Verlaufsweise deckt sich zugleich mit einer Verschiedenheit des unmittelbaren Ursprunges beider Hirnschenkeltheile. Die Haube des Hirnschenkels entwickelt sich bekanntlich aus

den Massen des Sehhügels und der Vierhügel, der Fuß des Hirnschenkels aber, soweit ein Ursprung aus Ganglien in Frage kommt, aus dem Linsenkern und Streifenhügel.

Es ist höchst unwahrscheinlich, daß diesen gesammten Ganglien identische Leistungen zufallen. Dies berechtigt die Annahme, daß dem in Fuß und Haube abgetheilten Ursprungsverlauf des Hirnschenkels auch getrennte functionelle Bedeutung beider seiner Abtheilungen entspricht. Diese Functionsdifferenz kann nicht auf einem Gegensatz beruhen, wie er zwischen dem Vorderseitenstrang und dem Hinterseitenstrang des Rückenmarkes besteht, als einerseits motorische, anderseits sensorische Leitung. Denn einerseits ist es unbestritten, daß in die Haube des Hirnschenkels Antheile des Vorderseitenstranges sich verfolgen lassen, anderseits wissen wir, daß die pathologische Zerstörung der Ursprungsmassen vom Fuße des Hirnschenkels Muskellähmungen zur Folge hat. Zugleich ist es aber seit Clarke ein Gegenstand der klarsten anatomischen Anschauung geworden, daß in die Bahn des Fußes vom Hirnschenkel, in die Pyramiden, auch wesentliche Theile der Hinterstränge eingehen.

Ich habe gezeigt, daß man die Pyramidenbündel der Hinterstränge an gehärteten Oblongaten selbst mit freiem Auge wahrnehmen kann, wenn man die Hinterspalte auseinanderbiegt. Man sieht dann Bündel der zarten Stränge deren Innenfläche bedecken, welche aus der senkrechten in eine transversale Verlaufsebene umbeugen, innerhalb welcher sie (was durchsichtige Abschnitte darthun) in die sensorische Pyramidenkreuzung eintreten.

Es läßt sich die Spaltung in der Hirnschenkelmasse aber auch nicht dahin auslegen, daß man mit Serres annimmt, es vertrete ein Theil der Großhirnganglien ausschließlich die obere, ein anderer die untere Extremität, indem pathologische Zerstörungen eines einzigen dieser Knoten, des Linsenkernes, vollständige Hemiplegie setzen kann, also beide Extremitäten unter seinem gekreuzt wirkenden Einflusse stehen.

Noch weniger zulässig wäre die von Magendie angesprochene Beziehung der Leistung auf bestimmte Bewegungsrichtungen, indem jene Hemiplegien alle Richtungen der Bewegung vernichten.

Wir sind also genöthigt, die Duplicität im Hirnschenkel nach dem Gesichtspunkte zu erwägen, daß beide Theile desselben (Fuß und Haube) je für sich die gesammten Körpermassen (wir haben

zunächst nur die Skeletmusculatur und Haut im Auge) in einer zweifachen Projection vertreten. Für den Fuß des Hirnschenkels kann hierüber gar kein Zweifel bestehen. Bei dieser Gemeinsamkeit der Verbindungen von Fuß und Haube nach periferer Seite hin, wird ein Aufschluß über die gesonderte Bedeutung beider nothwendig innerhalb ihrer Verbindungen nach centraler Seite zu suchen sein. Da anderseits das physiologische Experiment zur Auffindung von Unterschieden in dieser Bedeutung sich bisher nicht ausreichend fruchtbar erwies, müssen wir außer pathologischen Erfahrungen den für die Säugethiere allgemein giltigen Connex der Theile und anderseits etwaige ausgesprochene Form- und Massenunterschiede innerhalb der Säugethierhirne in Betracht ziehen.

Ein solcher Massenunterschied zwischen den Theilen des Hirnschenkels soll uns zunächst beschäftigen.

Die beigegebene Tafel enthält zwar nur in Umrissen, was aber die Maße betrifft, mit, wo nöthig, mikrometrischer Genauigkeit Durchschnittsebenen durch die drei Etagen der Hirnschenkelregion: 1. vom erwachsenen Menschen, 2. von einem Fötus aus dem siebenten Monate, 3. von vierzehn mir zugänglich gewordenen Säugethierhirnen durchwegs verschiedener Familien.

Ich sehe von einem sich selbstverständlich auch hier aufdrängenden Bildungsgegensatze zwischen dem menschlichen und den meisten anderen Säugethierhirnen ab, der, bereits von Johannes Müller ausgesprochen, sich auf das Zurücktreten der menschlichen Vierhügelmasse bezieht.

Dagegen tritt im Querschnitt des menschlichen Hirnschenkels das augenfälligste Überwiegen des Hirnschenkelfusses über den Haubenquerschnitt hervor, ein Massenunterschied, der schwerlich von einem anderen Massenunterschiede innerhalb des menschlichen und der Säugethierhirne übertroffen, kaum von einem erreicht wird. Wenn ich gleich den Werth dieser Thatsache eben in ihrer unabweislichen Augenfälligkeit sehe, die gar keinen erst durch Maßausdrücke zu beseitigenden Zweifel zuläßt, so füge ich doch zur Benützung von ins Feinere gehenden Anschauungen eine Maßtabelle bei. Da es mir nicht möglich war, von allen aufgeführten Säugethieren genau die gleiche Schnittebene zu benützen und in der Gegend der oberen Zweihügel Seitentheile hinzutreten, welche in jener der unteren fehlen (wie die Arme eben des unteren Zwei-

hügels, in einem Falle selbst der innere Kniehöcker), so habe ich von Querdurchmessern abgesehen, und nur an zwei verschiedenen Stellen der Haube und an einer des Fußes Höhenmaße genommen.

Der Durchmesser des Fußes betrifft einfach die Stelle seiner bedeutendsten Höhe. Um die Höhe der Haube zu messen, wählte *ich* als obere Marke jene scharf ausgesprochene Kette von Bündeln, welche das Grau um die Wasserleitung nach vorn und außen umzieht.

Ich habe diese Bündel (Zeitschrift für wissenschaftl. Zoologie, XVII. Bd.) als eine sensorische Kette erwiesen, in den mittleren Gliedern von einem Acusticusstrange, in den seitlichen von Quintuswurzeln gebildet. Der mediale Höhendurchmesser reicht vom hinteren (in den Zeichnungen oberen) Rande des Acusticusstranges (8) bis zur *lamina perforata posterior* (*l*); der seitliche Höhendurchmesser der Haube reicht von einer beinahe rechtwinkeligen seitlichen Ecke der sensorischen Kette (5) bis zum hinteren (oberen) Rande des Hirnschenkelfußes. Ein strenger Vergleich der Durchmesser unter einander ist nicht möglich, weil 1. in der Region der oberen Zweihügel der mediale Haubendurchmesser durch die Entwicklung des Oculomotorius = Trochleariskernes verkürzt wird, 2. die Bündel des Fußes in derselben Region etwas breiter auseinanderrücken und entsprechend niedriger werden, als in den unteren Ebenen. Wo es thunlich war, habe ich die untersten Schnittebenen durch den Hirnschenkel benützt, weil der Fuß hier die compacteste Anordnung zeigt.

So ergaben sich nachfolgende Höhenmaße in Millimetern:

	Grösste Gesammthöhe des Hirnschenkels	Mediale Höhe der Haube	Seitl. Höhe der Haube	Höhe d. Fußes
Erwachsener Mensch …	25	8·5	10·5	10
Fötus aus dem 7. Monat .	12·5	4	5	2·5
Harlekinaffe …	12·5	5	6·5	2
Hund …	15	7	8	2·5
Katze …	11·5	4	5·5	1
Neugebornes Schaf…	13	4·5	6·5	0·6
Kalb …	25	6	14	2
Pferd …	27	8	10	3
Känguru …	14·5	5	7	2

	Grösste Gesammthöhe des Hirnschenkels	Mediale Höhe der Haube	Seitl. Höhe der Haube	Höhe d. Fußes
Kängururatte	9	4	4	0·8
Aguti	14	5	6	1
Reh	19·5	5·5	9	1·5
Schwein	20	6	9	1·5
Meerschweinchen	7	3	3·5	0·4
Fledermaus *(Pteropus)*	5·5	1·6	2·8	0·24
Maulwurf	5	2·2	2·5	0·4

Ich hebe aus diesen Maßen, weil ich nur mit den sichersten und auffallendsten Thatsachen rechnen will, nur hervor, daß einzig der Mensch durch die Höhe seines Hirnschenkelfußes den kürzeren Höhendurchmesser der Haube übertrifft, den längeren fast genau erreicht, und daß der nach dem Menschen entwickeltste Hirnschenkelfuß des Affen schon nur ein Drittheil der Haubenhöbe erreicht. Nach anderer Richtung geht aber aus den Umrissen in Fig. 2 und Fig. 6 hervor, daß der Fuß des Hirnschenkels im fötalen Gehirne eine weit ungünstigere Proportion gegenüber der Haube zeigt, als im ausgebildeten Hirne, so daß seine volle Entwicklung später als die der Haube des Hirnschenkels erfolgt. Dies geht daraus hervor, daß die Höhe des Hirnschenkelfußes bei dem fötalen Querschnitt aus dem siebenten Entwicklungsmonat nur die Hälfte derjenigen Haubenhöhe erreicht, welcher die Höhe des Fußes im erwachsenen Menschen gleichkommt. Man sieht ferner, daß an dem neugebornen Schafe sowohl Höhe als Breite des Fußes im Durchschnitte des Hirnschenkels eine relative Unansehnlichkeit zeigen, wie bei keinem der erwachsenen Säugethiere.

Ja die Unentwickeltheit des menschlichen Hirnschenkelfußes ist im Fötus und längere Zeit nach der Geburt noch weit ärger als man den Massenverhältnissen absehen kann. Betrachtet man nämlich die Hirnbasis eines neugebornen oder nur Wochen alten Kindes, so erscheint der Fuß des Hirnschenkels aus grauer Substanz, und nur ein etwa 4 Mm. breiter Streif, der nicht ganz in der Mitte der Breite, sondern mehr nach außen liegt, ist markweiß, als wären nur die mittelsten Nervenbündel vorhanden.

Dieser Markstreif verbreitert sich mit fortschreitender Entwicklung in der Weise. daß er weit früher mit seinem Außenrande an

das Mark der Haube (die Schleife) anstößt, als er mit seinem inneren Rande die *lamina perforata posterior* erreicht. Selbst an einem 4monatlichen Kinde sah ich weder den äußeren, noch den inneren Rand des Hirnschenkels an der Basalfläche markig erscheinen. Der fötale Hirnschenkel, welchem der Durchschnitt Fig. 2 entnommen ist, mußte nothwendig an der ganzen basalen Fläche grau sein. Denn wir sehen an dem unteren Rande der schwarzen Substanz einen Bogen sich anschließen, der, durch einen vorderen Contour innerhalb des Fußes begrenzt, nicht an die Oberfläche reicht. Dieser Bogen ist der bereits markige Theil des Hirnschenkelfußes. Der Randbogen des Präparates ist wie graue Substanz oder Bindegewebe roth imbibirt.

Wenn jener Markbogen weiter wächst, so dringt zuerst nur die Mitte seiner Curvatur an die Oberfläche und wird den obenerwähnten Markstreifen bilden, der successive nach dem noch grau bleibenden äußeren und inneren Rand der Basalfläche sich verbreitert. Wahrscheinlich ist die Zahl der fötalen Hirnschenkelfasern keine geringere als die bleibende. Das Unentwickelte wird wohl die Erfüllung der Fasern mit Mark sein, vermöge deren sie zunächst ein relativ sehr dünnes Bündel darstellen. Die Entwicklung der Bindesubstanz kommt dagegen weit früher der bleibenden Expansion des Querschnittes nahe, wird aber je früher, desto weniger von den unentwickelten Markdurchschnitten ausgefüllt, so daß die später verschwindend schmale ependymartige äußerste Schicht in der Entwicklungszeit die Färbung der Oberfläche bestimmt.

Der Querschnitt der Haube dagegen findet sich schon in dem abgebildeten Präparate aus dem 7. Monate in seiner ganzen Area von markhaltigen Faserdurchschnitten erfüllt. Auf das feinere dieser Entwicklungsverhältnisse soll bei einer anderen Gelegenheit eingegangen werden.

Wir finden also eine relative Selbstständigkeit der Massenentwicklung von Fuß und Haube des Hirnschenkels erstens im Nebeneinander und zwar beim Menschen gegenüber allen anderen Säugethieren zu Gunsten des Fußes vom Hirnschenkel, und zweitens im Nacheinander der fötalen Entwicklung zu Ungunsten des Fußes vom Hirnschenkel. Wir dürfen daraus schließen, daß dem Fuß und der Haube des Hinterschenkels getrennte functionelle Bedeutung zukommt, daß die

durch den Fuß des Hirnschenkels vermittelten Leistungen im menschlichen Hirnleben in ihrer höchsten Entwicklung hervortreten, und daß weiterhin die Entwicklung dieser Leistungen die Bedingungen des extrauterinalen Lebens erfordert.

Zunächst fordert der Massenunterschied zwischen Fuß und Haube des Hirnschenkels, der sich geltend macht, wenn man das menschliche Gehirn den Gehirnen der übrigen Säugethierreihe gegenüber stellt, zur Entscheidung der Frage auf, ob diesem Massenunterschiede nicht noch Massenunterschiede anderer Hirnorgane innerhalb derselben Gegenüberstellung parallel gehen.

Hier findet sich zunächst, daß es die Entwicklung der Masse der Großhirnlappen ist, welche in ihrer Mächtigkeit ein ähnliches Verhältniß des Menschen zu dem Säugethiere darbietet, wie der Fuß des Hirnschenkels. Eine andere Masse, deren Entwicklung beim Menschen und den Säugethieren dem Maße der Entwicklung des Fußes vom Hirnschenkel und der Großhirnlappen parallel geht, findet sich unter den Großhirnganglien in Gestalt des Linsenkernes. Schon Huschke hat darauf hingewiesen, daß der Linsenkern seine höchste relative Massenentwicklung im menschlichen Gehirne findet. Einen weiteren Beitrag zur Kenntniß der Thatsache, daß die Masse des Linsenkernes in einem geraden Entwicklungsverhältniß zur Masse der Großhirnlappen steht, geben die in Fig. 17 und 18 dieser Arbeit beistehenden Abbildungen von durchsichtigen, senkrechten Längsabschnitten aus den Gehirnen von *Cercocebus cinomolgus* und *Felis domestica*. Daß zwischen den Affen und Katzen ein wesentlicher Unterschied in der relativen Großhirnlappenentwicklung bestehe, ergibt sich aus der Thatsache, daß das Affengroßhirn die Oberfläche des Kleinhirns mehr als vollkommen bedeckt, während dieselbe bei der Katze fast vollständig unbedeckt hinter den Großhirnlappen zu Tage liegt.

Aus den angezogenen Abbildungen aber ergibt sich, daß die Masse des Linsenkernes *L I, II, III* dasjenige Großhirnganglion ist, welches einen enormen relativen Massenunterschied zu Gunsten des Affengehirnes aufweist. Dagegen steht die Masse des Sehhügels *Th* in dem weit kleineren Katzengehirn kaum absolut gegen den Affensehhügel zurück, und würde die Vierhügelmasse der Katze ein noch ausgesprocheneres relatives Übergewicht gegenüber des Affenvierhügels zeigen.

Die Verhältnisse des Streifenhügels *nucleus caudatus* sind weit schwieriger zu beurtheilen. Ihm wird ein proportionales Verhältniß seiner Masse zu den Großhirnlappen keineswegs abzusprechen sein, diese Proportion bezieht sich aber auf einen gerade bei der günstigsten Hemisphärenentwicklung verkümmerten Antheil der Großhirnlappen, auf deren *lobus olfactorius*, so daß eine überwiegende Entwicklung desselben z. B. beim Menschen und Affen nicht vorkommt und auch nicht zu erwarten steht. In einem belehrenden Verhältniß zur Masse der Großhirnlappen steht demnach nur das eine derjenigen Großhirnganglien, aus welchen der Fuß des Hirnschenkels seine Bündel entwickelt, nämlich der Linsenkern. Von dieser Ursprungsmasse eines Bündelantheiles des Großhirnschenkelfußes, dem Linsenkern, wissen wir nur:

1. Daß er eine in motorische Bahnen eingeschaltete graue Masse ist. Ich will behufs dessen nur anführen, daß die pathologische Zerstörung des Linsenkernes ausnahmslos gekreuzte Hemiplegie setzt. Es ist zwar in einer der umfassendsten Zusammenstellungen über hemiplegische Lähmungen von Andral behauptet worden, daß auch pathologische Zerstörung der Sehhügelmasse und zwar in 40 von 75 Fällen, Hemiplegie zur Folge habe. Dagegen ist einmal zu bemerken, daß nach eben dieser Angabe fast in der Hälfte der Fälle die Zerstörung des Sehhügels keine hemiplegischen Erscheinungen setzt; ferner aber grenzt die Sehhügelmasse unmittelbar an die Bündel der inneren Kapsel, welche die Verbindungen des Linsenkerns einerseits mit der Gehirnrinde, anderseits mit dem Hirnschenkel einschließt. Die in Andral's Angaben, da in 35 Fällen von Sehhügelzerstörung die Hemiplegie fehlte, mangelnde Gesetzmäßigkeit wird also erst unter dem Gesichtspunkt hervortreten, daß Sehhügelzerstörung nur Hemiplegie bedingt, wenn durch Übergreifen auch die innere Kapsel verletzt wurde, was eben einer Unterbrechung des mit dem Linsenkern zusammenhängenden Projectionssystems gleichkommt.

2. Die Erregungen, welche die motorische Leistung des Linsenkernes auslösen, gehen von den Großhirnlappen aus. Eine andere Erregungsquelle als die genannte, wobei eben nur an reflectorische Impulse zu denken wäre, darf man für den Linsenkern mit bester Berechtigung ausschließen. Zunächst nämlich stellt derselbe eine in das Hemisphärenmark eingebettete ringsum abgeschlossene Masse dar,

für welche, obschon deren Organisation einen befriedigenden Einblick gestattet, keine Verknüpfung mit einer Sinnesoberfläche sich nachweisen läßt, der die Aufnahme reflectorischer Impulse für den Linsenkern übertragen sein könnte. Er erscheint nach oben mit dem Stabkranz, nach unten mit dem Hirnschenkel verbunden und besitzt keine anderen Verknüpfungen. Allerdings könnte man einwenden, daß aus dem Fuße des Hirnschenkels, von dem der Linsenkern ein Ursprungsganglion ist, auch Theile der Hinterstränge des Rückenmarkes hervorgehen, so daß der Linsenkern auf diesem Wege dennoch mit Sinnesoberflächen verbunden sein könnte. Aber es wird sofort (siehe pag. 457) daran erinnert werden, daß die Hinterstrangsantheile des Hirnschenkelfußes nicht aus dem Linsenkerne entspringen, und darum liegt keine Berechtigung vor, den Linsenkern mit andern als den motorischen Bündeln der Pyramidenbahn verbunden zu glauben, Außerdem findet die Voraussetzung reflectorischer Verknüpfungen, welche die hinteren Rückenmarkwurzeln so hoch im großen Gehirne fänden, functionell gar keine Basis, indem ja die Abwicklung dieser Reflexe durch das Vorhandensein des großen Gehirns beeinträchtigt, durch dessen Beseitigung begünstigt wird. Die Bewegungsstörung aber, welche nach pathologischer Läsion des Linsenkernes klinisch beobachtet wird, betrifft nur die Unfähigkeit, die Bewegungsvorstellungen in Bewegungen umzusetzen; nur jene Leistung entfält, welche wir auch nach allen experimental-physiologischen Grundlagen als die motorische Äußerung der Großhirnlappen-Thätigkeit anzusehen haben.

Indem also nach dem Gesagten Großhirnlappen, Linsenkern und Fuß des Hirnschenkels eine Kette von Organen bilden, deren Massenentwicklung in den Säugethiergehirnen solidarisch und gleichsinnig steigt und fällt, so läßt sich annehmen, daß nach motorischer Seite hin im Fuße des Hirnschenkels diejenigen Bahnen verlaufen, welche die in das Bewußtsein fallenden Bewegungsimpulse auf die vorderen Rückenmarkwurzeln übertragen.

Anderseits zeigt sich mit Bestimmtheit, daß die äußersten Bündel des Querschnittes vom Fuße des Hirnschenkels in centripetal leitende Bahnen übergehen. Den Erweis dafür habe ich in meiner gleichzeitig mit der vorliegenden publicirten Arbeit: „Bei-

träge zur Kenntniß der centralen Projection der Sinnesoberflächen" angetreten. Dieser besteht darin, daß die äußersten Bündel des Fußes vom Hirnschenkel auch im Durchschnitt der Pyramide der Oblongata die äußersten Bündel verbleiben, und daß diese äußersten Bündel durch die Pyramidenkreuzung hindurch in den Hinterstrang des Rückenmarkes sich verfolgen lassen. Diese Bündel können aber keineswegs im Großhirn reflectorischen Zwecken dienen, denn sie gehen unmittelbar aus der Großhirnrinde hervor und überspringen alle Ganglienmassen, innerhalb welcher sie in Verbindungen mit den centrifugalleitenden Bündeln des Vorderseitenstranges treten könnten.

Wenn wir nun von den Bahnen des Hinterstranges außer der reflectorischen noch eine andere Richtung der Leistung, nämlich die Leitung von Sinneseindrücken erwarten, so könnten wir in jenem directen Verlaufe der äußersten Bündel vom Fuße des Großhirnschenkels nur eine Begünstigung dieser Leistungen erblicken.

Gehen wir einfach vom Gesetze der Schwelle aus, vermöge dessen z. B. ein sehr kleiner meßbarer Temperaturunterschied gar nicht zur Wahrnehmung kommt. Demnach ist das Zustandekommen der Wahrnehmung von dem Maße der actuellen Kraft abhängig, durch welche die Medien der Außenwelt Nervenleistung auslösen. Die Klarheit einer Sinneswahrnehmung wird desto größer sein, je weniger von dieser Kraft auf dem Leitungswege durch Nebenleistungen, etwa durch Auslösung von Reflexbewegungen, verloren geht. Aus diesem Grunde wäre der Nutzen eines möglichst directen Ursprunges solcher Bündel, welche die Erregungen hinterer Nervenwurzeln in das Bewußtsein übertragen, in der That einzusehen.

Indem nach dem oben Gesagten die äußersten Bündel vom Fuße des Großhirnschenkels direct aus der Großhirnrinde, dem Herde der Bewußtseinsvorgänge, hervorgehen, läßt sich annehmen, daß nach sensorischer Seite hin im Hirnschenkelfuße diejenigen Bahnen verlaufen, welche die Aufnahme von Sinneseindrücken in das Bewußtsein vermitteln.

Ganz anders gestalten sich die anatomischen Ursprungsverhältnisse für die in der Haube des Großhirnschenkels herabziehenden Rückenmarksantheile. Hier geht ein wesentlicher Antheil des Vorderseitenstranges der motorischen Rückenmarksbahnen aus den Massen

des Sehhügels und Vierhügels hervor. Aus denselben Massen entspringen aber zugleich Antheile einer centripetalen zu einer Sinnesoberfläche gelangenden Bahn, des *Tractus opticus*.

Die Ursprungsstellen des Letzteren im Vierhügel und Sehhügel sind nun durchaus keine gegen die Ursprungsstelle der Rückenmarkstränge abgeschlossene graue Substanz, sondern beide Ursprungsgebiete fließen zusammen.

Wo die Ursprungsmassen centripetaler und centrifugaler Bahnen eins sind, ist die functionelle Gelegenheit einer Übertragung der Erregungszustände ersterer auf die letzteren gegeben, und ein Theil dieser Ursprungsmassen, der Vierhügel, erweist sich auch unbestritten als ein reflectorischer Herd, welcher die Augenmusculatur den Erregungszuständen der Retina unterwirft. Die Oculomotoriuskerne aber liegen im Grau um den *Aquaeductus Sylvii* eingeschlossen, welches von den Vierhügelganglien immerhin abgegrenzt erscheint, während, wie bemerkt, im Sehhügel die Sehursprungsmassen mit den Rückenmarkursprungsmassen zusammenfließen [1]).

Vom anatomischen Standpunkte also muß man hier eine reflectorische Übertragung auf die Rückenmarkstränge sehr wahrscheinlich finden.

Es bestehen aber auch Anhaltspunkte dafür, daß von dieser anatomisch gegebenen Möglichkeit innerhalb der Gehirnleistungen functioneller Gebrauch gemacht wird.

Schiff hat durch ein Experiment dargethan, daß der Reiz, welchen die Durchschneidung des Sehhügels setzt, die Strecker der einen oberen Extremität und die Beuger der anderen zugleich innervirt [2]). Diese eine aus den Erregungszuständen des Sehhügels hervorgehende Bewegungsform kommt überein mit der Form einer Greifbewegung nach einem seitlich gelegenen Gegenstande. Die Beobachtung in der kindlichen Entwicklungszeit macht es wahrscheinlich, daß die Greifbewegungen der oberen Extremität nach gesehenen Objecten sich ziemlich gleichzeitig mit dem Erlernen der Augenaccomodation einstellen. Zugleich stehen die Blickbewegungen

---

[1]) Siehe Beiträge zur centralen Projection der Sinnesoberflächen Tab. Fig. 3.

[2]) Ich bemerke hiezu vorläufig, daß solche halb gekreuzte, halb directe Innervationen auch anatomisch im Bau des Sehhügels begründet erscheinen, indem die Rückenmarkbündel der Haube in ein und demselben Sehhügel einen theilweise gekreuzten, theilweise ungekreuzten Ursprung nehmen.

z. B. nach seitlich gelegenen Gegenständen (gleichzeitig directe Innervation des Abducens und gekreuzte des Oculomotorius) in einem Parallelismus zu den eben dahin zielenden Greifbewegungen, die wahrscheinlich gleichzeitige directe Innervation der Strecker und gekreuzte der Beuger der oberen Extremität bedingen.

Es ist also die Annahme nicht abzuweisen, daß die Erregungszustände der Retina sich auch noch auf andere Theile der Musculatur, als auf die des Auges geltend machen, für welchen Einfluß in den Ursprungsmassen der Haube des Hirnschenkels den reflectorischen Apparaten analoge Organe gegeben erscheinen.

Indem die Rückenmarksbündel der Haube des Hirnschenkels (so fragmentär und nur nach einer motorischen Richtung hin auch ihre Bestandtheile nach unserer heutigen Kenntniß gewürdigt werden können) aus Reflexapparaten hervorgehen, so sind die Erregungsquellen der durch sie vermittelten Bewegungen nicht in den Großhirnlappen sondern an Sinnesoberflächen zu suchen. Es ist daher begreiflich, daß der Querschnitt der Haube des Großhirnschenkels in keinem von der Massenentwicklung der Großhirnlappen abhängigen Verhältniß steht. Indem ferner im kindlichen Entwicklungsalter reflectorisch ausgelöste Bewegungen den durch Vorstellungen ausgelösten vorangehen, so erscheint es begreiflich, daß die Entwicklung der Haube des Hirnschenkels in fötalen und kindlichen Gehirnen der Entwicklung des Fußes vom Großhirnschenkel vorangeschritten ist.

Aus den Differenzen der Massenverhältnisse zwischen Fuß und Haube des Hirnschenkels gehen folgende Wahrscheinlichkeiten hervor: Der Ursprung des Rückenmarkes ist darum als Fuß und Haube ein zweifacher, weil die Verwerthung der die Empfindungsbahnen treffenden Erregungen einerseits und die Impulse, welche Bewegung hervorbringen, anderseits, von zweifacher Natur sind. Der Fuß des Hirnschenkels ist gleichzeitig mit der größten Entwicklung der Großhirnlappen im Menschen absolut und proportional am mächtigsten. Die Summe seiner Bündel scheint daher in geradem Verhältnisse zu den dem Vorstellungsleben dienenden Großhirnlappen zu stehen, also gleichsam zu dem Umfange der über der Schwelle

des Bewußtseins ablaufenden Bewegungs- und Empfindungsvorgänge. Daher erfolgt seine Entwicklung erst mit der Ausprägung des bewußten Daseins nach der Geburt.

Die Haube des Hirnschenkels setzt den Vorderseitenstrang unter die Herrschaft von Impulsen, die als solche unter der Schwelle des Bewußtseins bleiben, und wahrscheinlich ihrem Wesen nach eine Ergänzung der reflectorischen Einflüsse der hinteren Rückenmarkwurzeln durch solche der empfindenden Hirnnerven sind.

Die Anschauungen, welche über die Bedeutung von Fuß und Haube des Hirnschenkels gewonnen wurden, beziehen sich auch auf deren Fortsetzungen innerhalb der Brücke und der *medulla oblongata*.

Es sei mir schließlich erlaubt, darauf hinzuweisen, daß die aus den Thatsachen der Duplicität des Rückenmarkursprunges unter den gegebenen Verhältnissen erfließende Beurtheilung der Bedeutung dieser Duplicität zugleich ein Postulat der physiologischen Psychologie befriedigt.

Was wir unter Vorstellungen verstehen, das sind Residua der Empfindungsvorgänge, nämlich die Einwirkungszeit der Eindrücke überdauernde Empfindungsreste. Die actuellen Kräfte, von denen diese dauernden Vorgänge angeregt sind, liegen in der Außenwelt, in den außerhalb des Centralorganes liegenden Erregungsquellen. Eine kurze Überlegung zeigt, daß auch die Vorstellungen, welche als sogenannte Willensimpulse von den Großhirnlappen her, Bewegungen auslösen, nichts anderes als Empfindungsreste zu sein brauchen und nichts anderes sein können. Wir brauchen daher den Elementen der Centralnervenleistungen nur eine elementare Eigenschaft zuzusprechen, die einer als Empfindungsfähigkeit sich äußernden Reizbarkeit.

Die Vorstellung im Allgemeinen, daß unsere Körpermassen Bewegungen vollziehen, und im Besondern, daß diese in bestimmten Bewegungsformen ablaufen, muß wie alle Vorstellungen eine Genesis haben, und findet dieselbe darin, daß diese Bewegungen thatsächlich zu Stande kommen, und zwar zunächst ohne Vorstellungsimpulse, reflectorisch.

Indem die frühen, sagen wir primären Bewegungen von den als Reize wirksamen Kräften der Außenwelt angeregt werden, spaltet sich die Leistung dieser Kräfte in zwei Richtungen der Wirkung: erstens bringen sie unmittelbar die reflectorische Bewegung zu Stande,

zweitens erwecken sie mittelbar durch die Bewegung eine mannigfaltige Reihe von Sensationen: Bewegungsgefühlen, welche für jede der reflectorisch ermöglichten Bewegungsformen und Intensitäten von einander abweichen.

Aus diesen begleitenden, die Form der Bewegung charakterisirenden Empfindungen gestalten sich in den Großhirnlappen (im Bewußtsein) Erinnerungsbilder, Vorstellungen, deren Inhalt Bewegungsformen des eigenen Körpers sind. Es muß die Voraussetzung gemacht werden, daß die Theile der Großhirnlappen (der Großhirnrinde), in welche die aus Empfindungen gewonnenen Bewegungsbilder eingehen, und in welchen sie als Empfindungsreste fortdauern, mit den vorderen Nervenwurzeln durch eine centrifugalleitende Bahn in Verknüpfung gesetzt sind, deren Erregungsquelle die aus der beschriebenen Genesis hervorgegangenen Bewegungsvorstellungen selbst sind. Diese werden sich als wirkliche Bewegungsimpulse geltend machen, sobald sie unter den für alle Vorstellungen geltenden Bedingungen über die Schwelle des Bewußtseins erhoben werden, falls sich mit dieser Erhebung zugleich eine bestimmte zum Bewegungseffecte nöthige Intensität jener inneren Bewegungsvorgänge der Nervenzellen verbindet, die sich subjectiv als Vorstellungen äußern. Mit diesen Bedingungen einer im Entwicklungsgange des Gehirnlebens eingeschlossenen Genesis secundärer Bewegungen, der sogenannten Willkürbewegungen deckt sich die Duplicität des Rückenmarkursprungs im Großhirn nach der motorischen Seite seiner Leistung.

Es müssen die vorderen Rückenmarkwurzeln einmal mit reflectorischen Apparaten (die im Rückenmark von den hinteren Wurzeln, im Gehirn von seinen Sinnesoberflächen aus innervirt werden) verbunden sein, damit aus dem Geleite der Bewegungsempfindungen sich Bewegungsvorstellungen entwickeln können. Die im Großhirn mit solchen reflectorischen Massen verknüpfte Bahn liegt in der Haube des Großhirnschenkels. Es muß ferner den entwickelten Bewegungsvorstellungen eine centrifugale Bahn zugetheilt sein, die gleichfalls in die vorderen Wurzeln ausläuft, damit sie sich als Bewegungsimpulse geltend machen können. Diese den Einfluß der Vorstellungen auf die vorderen Nervenwurzeln des Rückenmarkes vermittelnde Bahn liegt im Fuße des Großhirnschenkels eingeschlossen.

Tafel-Erklärung.

Fig. 1—16. Durchsichtige mit Carmin imbibirte Abschnitte in natürlicher Größe, welche der Hirnschenkelregion des Menschen und der nachbenannten Säugethiere entnommen sind, und zwar mit Ausnahme der Figuren 5, 7, 9, 10, 11 und 13 aus der Höhe des unteren Zweihügels, bei den angeführten Figuren aber aus der Höhe des oberen Zweihügels. Gemäß der Zahlenbezeichnung sind die Figuren folgenden Gehirnen entnommen:

Fig. 1. Vom erwachsenen Menschen; 2. vom menschlichen Fötus aus dem 7. Monate; 3. von *Cercopithecus griseoviridis;* 4. vom Haushunde; 5. von der Hauskatze; 6. von einem aus dem Mutterleib geschnittenen reifen Schaffötus; 7. vom Kalbe; 8. von Halmaturus; 9. vom Aguti; 10. vom Reh; 11. vom Hausschwein; 12. vom Meerschweinchen; 13. von einer großen Fledermaus *(Pteropus);* 14. von *Hypsiprimnus murinus;* 15. vom Maulwurf; 16. vom Pferde.

Gemeinsame Bezeichnungen.

UZ. Der untere Zweihügel. — *OZ.* Der obere Zweihügel. — *A.* Die graue Umgebung des *Aquaeductus Sylvii.* — 5 + 8. Die sensorische Kette. — *T.* Die Haube des Hirnschenkels. — *B.* Der Bindearm. — *L. m.* Die oberen Bündel der Schleife. — *S.* die *substantia nigra.* — *P.* Der Fuß des Hirnschenkels. — *L.* Die hintere durchlöcherte Platte. — *S.* Der innere Kniehöcker. — 3. Das dritte Gehirnnervenpaar.

Fig. 17 und 18. Zwei durchsichtige, mit Carmin imbibirte senkrechte Längsabschnitte aus dem Gehirne von *Cercocebus cinomolgus* (17) und *Felis domestica* (18). Gemeinsame Bezeichnungen: *F.* Das Stirnende des Großhirnlappens. — *T.* Das Schläfenende, und *O* das Hinterhauptende des Großhirnlappens. — *L I. II. III.* der Linsenkern. — *nc.* der geschweifte Kern (Streifenhügel). — *Th.* Der Sehhügel. — *p.* Der Großhirnschenkel. — *c.* Die vordere Commissur. — (Vergrößerung × 2½.)

1\. UZ T Ln A 5 8 B S L P

7\. OZ A 5 8 T G L P

2\. UZ A 5 T 8 S L P

17\. O Th T g

3\. UZ A 5 T 8 S P L

4\. UZ A 5 T 8 S P L

18\. O nc LII LI c P Th

5\. OZ A 5 8 T P L

6\. UZ A 5 8 T L P

8\. UZ A 5 8 S L P

Gez. v. Verf. lith. v. Dr. C. Heitzmann.

Analyse eines Bitterwassers von „Wteln" in Böhmen.

Von Dr. **Wilh. Fried. Gintl,**

Docenten für Chemie an der k. k. Universität zu Prag

Im Laufe des Monates April d. J. habe ich gemeinschaftlich mit Herrn Prof. Dr. Rochleder die Ausführung der Analyse eines nächst „Wteln" in Böhmen vorkommenden Bitterwassers übernommen. Es fiel mir hiebei zunächst die Vornahme der eventuellen Arbeiten an der Quelle zu, und da die Arbeiten im Laboratorium, der besseren Controle wegen, in der Art getheilt wurden, daß sowohl von Herrn Prof. Dr. Rochleder als auch von mir sämmtliche Einzelnbestimmungen gesondert ausgeführt, deren Resultate verglichen und wo nöthig weiter controlirt wurden, so hatte ich Gelegenheit eine vollkommene Analyse dieses Wassers vorzunehmen. Im Folgenden theile ich nun nebst den nöthigen Daten über Ort und Art des Vorkommens dieses Wassers und dem Nothwendigen betreffs der bei den einzelnen Bestimmungen in Anwendung gebrachten Methoden, eine Zusammerstellung der erhaltenen Resultate mit.

Das untersuchte Bitterwasser entstammt mehreren in dem, der Gemeinde Wteln (Bezirk Brüx, Saazer Kreis) gehörigen Gebiete, vom Orte Wteln selbst circa 1/4 Stunde Weges entfernt, hart an der Grenze des Saidschützer Brunnenrayons gelegenen Brunnen. Dieselben, einfache Brunnenschachte, sind mit Steinen ausgekleidet und mit kleinen Bretterhäuschen überdeckt. Die Tiefe dieser Schachte beträgt im Durchschnitte 2—2 1/2 W°, in einer Tiefe von 6—9′. führen sie Wasser, dessen Höhenstand, nach den Aussagen der Bewohner jener Gegend, geringen, von der Menge der atmosphärischen Niederschläge jedoch scheinbar directe nicht abhängigen Schwankungen unterworfen ist. Dessenungeachtet scheint dieses Wasser lediglich Seihwasser zu sein, das den Untergrund jener ganzen Gegend durchdringt, und dürfte also keineswegs von irgend aufsteigenden Quellen herrühren. Zur Charakteristik der Gegend selbst mag noch

hinzugefügt werden, daß in dem Boden jener zwischen den Ausläufern des Mittelgebirges und dem Erzgebirge liegenden Mulde stellenweise Lava-Reste gefunden werden.

Die Temperatur dieses Wassers bestimmte ich am 8. April 1869 um 11 Uhr Vormittags bei einer Lufttemperatur von + 13·5° C., in einer Tiefe von 1′ unter dem Wasserspiegel zu + 6° C., in einer Tiefe von 9′ unter dem Wasserspiegel zu + 6·25° C.

Das Wasser ist völlig klar, von in größeren Massen schwach grüngelber Färbung, es zeigt keinerlei bemerkenswerthen Geruch und besitzt einen deutlichen und nachhaltigen bitter salzigen Geschmack. Die Reaction desselben ist eine äußerst schwach saure. Eine Gasentwicklung zeigt dasselbe nicht, eben so wenig setzt es bei längerem Stehen ein Sediment ab. Beim Kochen tritt keinerlei Trübung auf.

Das specifische Gewicht wurde bei + 18·1° C. im Mittel dreier mit einem größeren Piknometer ausgeführter Bestimmungen = 1·010246 gefunden.

Die qualitative Analyse erwies die Gegenwart folgender Bestandtheile und zwar:

In wägbarer Menge vorhanden: Kali, Natron, Magnesia, Kalk, Eisenoxyd, Thonerde; ferner Schwefelsäure, Chlor, Salpetersäure, Kieselsäure, Kohlensäure und organ. Substanz.

In sehr geringer, der sicheren Wägung sich entziehender Menge vorhanden: Ammoniak, Strontian, Manganoxydul und Phosphorsäure.

Der Gesammtrückstand des Wassers betrug bei 180° C. getrocknet, für 1000 CC. bei 14·25° C. gemessen, 12·985 Grm.

Die Bestimmungen der einzelnen in wägbarer Menge vorhandenen Bestandtheile ergaben die unten folgenden Resultate. Die angeführten Zahlen beziehen sich sämmtlich auf 1000 CC. Wasser von der Temperatur = 14·25° C.

Kali und Natron wurden beide in indirecter Weise in der Summe ihrer schwefelsauren Salze bestimmt. Der Kaligehalt wurde überdies noch directe als Platindoppelsalz der Wägung zugeführt.

Es wurden gefunden:

1. 0·025831 Grm. 2. 0·02693 Grm. 3. directe bestimmt 0·02887 Grm.
im Mittel = 0·027210 Grm. an Kali.

Natron, bei zwei indirecten Bestimmungen:

1. 1·349527 Grm. 2. 1·323753 Grm.

im Mittel = 1·336640 Grm. an Natron.

Magnesia, als pyrophosphorsaures Salz gewogen:

1. 2·113054 Grm. 2. 2·133947 Grm.

im Mittel = 2·123500 Grm. an Magnesia.

Kalk, als oxalsaures Salz gefällt, als kohlensaures gewogen:

1. 1·07688 Grm. 2. 1·10053 Grm.

im Mittel = 1·08870 Grm. an Kalk.

Eisenoxyd und Thonerde wurden gemeinsam als Oxydhydrate gefällt, als Oxyde gewogen. Es wurden gefunden:

1. 0·009140 Grm. 2. 0·00972 Grm.

im Mittel 0·00943 Grm an Eisenoxyd + Thonerde.

Schwefelsäure als Barytsalz gewogen:

1. 6·783000 Grm. 2. 6·735000 Grm.

im Mittel = 6·759000 Grm. an Schwefelsäure.

Salpetersäure, nach der Harcourt'schen Methode bestimmt:

1. 0·820885 Grm. 2. 0·757096 Grm.

im Mittel = 0·788990 Grm. an Salpetersäure.

Chlor, als Chlorsilber gewogen:

1. 0·189400 Grm. 2. 0·188501 Grm.

im Mittel = 0·188950 Grm. an Chlor.

Kieselsäure, als solche gewogen:

1. 0·005002 Grm. 2. 0·003619 Grm.

im Mittel = 0·004310 Grm. an Kieselsäure.

Die Kohlensäure, welche lediglich im freien Zustande vorhanden ist, wurde in dem, durch Fällen des frisch geschöpften Wassers mit Kalkhydrat, erhaltenen Niederschlage nach dem Kolbe'schen Verfahren bestimmt. Es wurden gefunden:

1. 0·167254 Grm. 2. 0·150752 Grm.

im Mittel = 0·159003 Grm. an Kohlensäure.

Die annäherungsweise Bestimmung der organischen Materien, unter denen sich mit Sicherheit die Gegenwart von sog. Quellsäure nachweisen ließ, wurde durch Glühen des bei 180° C. getrockneten fixen Rückstandes und Zurückwägen des Restes versucht.

Es wurden so folgende Zahlen erhalten:

1. 0·992130 Grm. 2. 0·958740 Grm.,

was im Mittel einem Gehalte von 0·975435 Grm. an organ. Substanz entspräche.

Läßt man für diese Zahl die aus dem Vergleiche der Menge des bei 180° C. getrockneten fixen Rückstandes gegen die Summe der mit Sicherheit ermittelten Mengen der Einzelnbestandtheile, nach Abzug einer dem Chlorquantum äquivalenten Sauerstoffmenge, sich ergebende Correctur eintreten, so würde sich für die organischen Substanzen, einschließlich der nicht bestimmbaren Mengen an Phosphorsäure, Strontian, Manganoxydul und Ammoniak, die Zahl 0·700822 Grm. ergeben.

Bei der Berechnung der gefundenen Basen und Säuren auf Salze, bei welcher nach dem Grundsatze, zunächst die stärksten Basen mit den stärksten Säuren als verbunden anzunehmen, vorgegangen wurde, ergab sich ein geringer Rest an Salpetersäure, der in den folgenden Zusammenstellungen zu dem Eisenoxyd und der Thonerde hinzugerechnet erscheint, obwohl damit nicht gesagt werden will, als würde in dem Wasser die Existenz von salpetersauren Salzen des Eisens und des Aluminiums angenommen. Die Kohlensäure wurde eben so wenig als die Kieselsäure in die Berechnung der Salze mit einbezogen, da es, wie die Untersuchung des fixen Rückstandes erwies, keinem Zweifel unterliegen konnte, daß jene erstere keinesfalls gebunden, sondern lediglich im Zustande der einfachen Absorption in dem Wasser vorhanden sei.

In 1000 CC. Wasser, bei 14·25° C. sind sonach enthalten in Grammen:

Chlornatrium = 0·311368 mit 0·122418 Natrium = 0·164998 Natron und 0·188950 Chlor.

Schwefelsaures Natron = 2·683442 mit 1·171642 Natron und 1·511800 Schwefelsäure.

Schwefelsaures Kali = 0·050367 mit 0·027210 Kali und 0·023157 Schwefelsäure.

Schwefelsaurer Kalk = 2·641500 mit 1·088700 Kalk und 1·552800 Schwefelsäure.

Schwefelsaure Magnesia = 5·506864 mit 1·835621 Magnesia und 3·671243 Schwefelsäure.

Salpetersaure Magnesia = 1·065687 mit 0·287879 Magnesia und 0·777780 Salpetersäure.

Eisenoxyd und Thonerde mit Salpetersäurerest = 0·020640 mit 0·009430 Eisenoxyd und Thonerde und 0·011210 Salpetersäure.

Kieselsäure = 0·004310.

Organ. Substanz und unwägbare Substanzen = 0·700822 (corr.) gefunden = 0·975435 an organ. Substanz.

Kohlensäure = 0·159003.

Summe abzüglich der Kohlensäure = 12·98500, der gefundenen Substanzen 13·259613.

Gesammtrückstand = 12·985 Grm.

Aus diesen Daten berechnet sich die Menge der einzelnen Bestandtheile mit Berücksichtigung des spec. Gewichtes des Wassers wie folgt.

Und zwar für 1000 Gramme Wasser:

Kohlensäure	= 0·157390 Grm.	
Chlornatrium	= 0·308210 Grm.	
Schwefelsaures Natron	= 2·656226	„
Schwefelsaures Kali	= 0·049856	„
Schwefelsaurer Kalk	= 2·614709	„
Schwefelsaure Magnesia . . .	= 5·451012	„
Salpetersaure Magnesia	= 1·054878	„
Eisenoxyd, Thonerde u. Salpetersäurerest	= 0·020430	„
Kieselsäure	= 0·004266	„
Org. Substanz und unwägbare Bestandtheile	= 0·693714	„ (corr.)
Summe	=12·853301 Grm.	
Summe der fixen Bestandtheile .	=12·853301	„

oder

in einem Med. Pfund = 7680 Granen Wasser:

Kohlensäure	= 1·2087 Grane	
Chlornatrium	= 2·3670 Grane	
Schwefelsaures Natron	= 20·3998	„
Schwefelsaures Kali	= 0·3829	„
Schwefelsaurer Kalk	= 20·0809	„
Schwefelsaure Magnesia	= 41·8638	„

Salpetersaure Magnesia	=	8 1014	Grane
Eisenoxyd, Thonerde u. Salpetersäurerest	=	0·1569	„
Kieselsäure	=	0·0327	„
Organische Substanz und unwägbare Bestandtheile	=	5·3279	„
Summe . . .	=	98·7133	Grane
Der Gesammtrückstand	=	98·7133	„

Bei der großen Nähe, in welcher die Brunnen des Saidschützer Rayons liegen, war es begreiflich in Voraus zu erwarten, daß die Bestandtheile des Wtelner Bitterwassers sowohl ihrer Qualität als auch ihrer Quantität nach von jenen des Saidschützer Bitterwassers nicht wesentlich verschieden sein dürften, eine Vermuthung, die sich allerdings bezüglich der Qualität als ziemlich richtig erwies. Dagegen findet sich eine sehr bemerkenswerthe Abweichung in den Quantitäten, die, insbesondere deutlich bei einem Vergleiche der Summen der fixen Bestandtheile beider Wässer zu Tage tritt.

Berzelius fand in dem Saidschützer Bitterwasser in einem M. Pfunde = 16 Unz. = 7680 Granen, bei einem spec. Gewichte = 1·01808.

Schwefelsaure Magnesia . . .	=	84·1666	Grane
Schwefelsaures Natron	=	46·8019	„
Salpetersaure Magnesia . . .	=	25·1715	„
Kohlensaure Magnesia	=	4·9858	„
Quellsaure Magnesia	=	1·0667	„
Schwefelsauren Kalk	=	10·0776	„
Schwefelsaures Kali	=	4·0965	„
Chlormagnesium	=	2·1696	„
Eisen und Manganoxydul . . .	=	0·0192	„
Kieselerde	=	0·0360	„
Kupferhalt. Zinnoxyd	=	0 0307	„
Jodmagnesium	=	0·0368	„
Brom, Fluor, Ammoniak . . .		Spuren	„

Somit in Summa . . = 178·6589 Grane fixer Bestandtheile, wogegen das Wtelner Bitterwasser nur 98.7133 Grane fixer Bestandtheile aufweist.

Diese bedeutende Differenz ist um so auffälliger, als wie ich nachträglich erfahre, das Wasser der Wtelner Brunnen ursprünglich gleich dem der übrigen, heute dem Saidschützer Rayon angehörigen Brunnen, als Saidschützer Wasser in Verwendung stand, und erst mit dem Zeitpunkte, wo die Gemeinde Wteln gemeinschaftlich mit anderen benachbarten Gemeinden, ihr Recht das Wasser der ihr gehörigen Brunnen zu verwerthen, und mit diesem mehrere ihrer Brunnen an die dermalige Herrschaft abtrat, wurden jene aus welchen das von mir analysirte Wasser stammt, als nicht mit in den Verkauf einbezogen, außer Verwendung gesetzt. Da die größte Verschiedenheit in den Mengen, gerade der leichtlöslichsten Bestandtheile liegt, so dürfte wohl der Schluß nicht zu gewagt erscheinen, daß mit der fortgesetzten Ausnützung der Brunnen, und mit der massenhaften Förderung des Bitterwassers auch eine fortschreitende Verarmung desselben an jenen Bestandtheilen Hand in Hand gehe, die als dem Boden jener Gegend eigenthümlich von den eindringenden Wässern aufgenommen werden, und es wird eine solche Verarmung offenbar gerade bezüglich der leicht löslichen Bestandtheile rascher fortschreiten, als das bezüglich der schwerlöslichen Verbindungen der Fall sein wird. Jedenfalls lieg die Frage nahe, ob das Saidschützer Bitterwasser von heute noch denselben Reichthum an wirksamen Bestandtheilen hat, als ihn die Analyse von Berzelius ausweist.

Zum Schlusse nehme ich Gelegenheit, dem Herrn Med. Dr. Carl Müller, Stadtphysikus zu Brüx, der mir anläßlich der Ausführung der nöthigen Arbeiten an den Brunnen die freundlichste Unterstützung zu Theil werden ließ, hiefür meinen verbindlichsten Dank zu sagen.

Mittheilungen aus dem k. k. chemischen Laboratorium zu Prag.

Von Dr. **Wilh. Friedr. Gintl,**

Docenten für Chemie an der k. k. Universität zu Prag.

Beiträge zur Kenntniss der Verbindungen gepaarter Cyanmetalle mit Ammoniak.

III.

Im Anschlusse an meine im LIX. Bande dieser Sitzungsberichte, II. Abth., April-Heft 1869, enthaltene Mittheilung über eine Verbindung des Silberferridcyanids mit Ammoniak, kann ich heute über das Resultat der Analyse einer Verbindung des Silberferrocyanids mit Ammoniak berichten. Wird zu einer mit Ammon im Überschusse versetzten Lösung von Silbernitrat Kaliumferrocyanid zugefügt, so entsteht sofort ein schwerpulveriger, weißer Niederschlag von deutlich krystallinischer Beschaffenheit. Derselbe ist in Wasser, selbst in kochendem äußerst schwer löslich und ist auch in einem größeren Überschusse von Ammon nur sehr spärlich auflöslich. Dieser Körper ist, wie man sich durch einen einfachen Versuch leicht zu überzeugen vermag, ein Ammoniak hältiges Silberferrocyanid, und läßt sich eben so leicht durch Einwirkung von Ammon auf feuchtes Silberferrocyanid erhalten, sowie er auch entsteht, wenn das von mir beschriebene Silberferridcyanid-Ammoniak mit einem größeren Überschusse von Ammoniak längere Zeit digerirt oder erwärmt wird, wobei er sich durch Reduction jenes unter gleichzeitiger Entwicklung von Stickgas bildet. Ich habe Herrn Louis Thollon veranlaßt, die Analyse dieses Körpers auszuführen. Das Materiale zur Analyse wurde in der Weise dargestellt, daß eine mäßig verdünnte Auflösung von Silbernitrat mit so viel Ammon versetzt wurde, bis die anfangs auftretende braune Trübung der Flüssigkeit eben wieder verschwand, und dann so lange von verdünnter Kalium-Ferrocyanidlösung zugefügt

wurde, als noch das Entstehen eines Niederschlages bemerkbar war. Dieser wurde abfiltrirt, mit Ammon haltigem Wasser gewaschen und nachdem er durch Pressen zwischen Fließpapier von der Hauptmasse der zurückgehaltenen Flüssigkeit befreit worden war, endlich durch Einstellen unter einen Recipienten über Ätzkalk getrocknet. So dargestellt, war die Verbindung ein völlig weißes krystallinisches Pulver, das einen wenn auch nicht starken, so doch deutlich wahrnehmbaren Geruch nach Ammon zeigte, den es erst nach langem Liegen an der Luft oder nach einiger Zeit währen dem Erhitzen verlor. Bei Temperaturerhöhungen auf 100° C. oder wenige Grade darüber hinaus behält es seine weiße Farbe unverändert bei, dagegen färbt es sich bei stärkerem Erhitzen unter beginnender Zersetzung bald braun, und verglimmt endlich, unter Entwicklung von Stickgas und geringen Mengen von Ammoniumcyanid ein lockeres Gemenge von Paracyan, Kohleneisen und Kohlensilber hinterlassend.

Die qualitative Analyse erwies die Gegenwart von Cyan, Eisen, Silber, Ammoniak und Wasser. Es konnte weder ein Gehalt an Kalium noch an Salpetersäure nachgewiesen werden. Die quantitative Analyse, welche sich bloß auf die Bestimmung des Silbergehaltes, dann des Gehaltes an Eisen und Ammoniak erstreckte, wurde in ganz ähnlicher Weise ausgeführt wie das bei der Analyse des von mir beschriebenen Ferridcyanides der Fall war, und nur die Bestimmung des Ammongehaltes wurde, da hier einer directen Bestimmung desselben nichts im Wege stand, in der Weise ausgeführt, wie ich sie bei der Analyse des Nickelferrocyanür-Ammoniaks [1]) in Anwendung gebracht habe.

Die Resultate der einzelnen Bestimmungen sind folgende:

Silberbestimmung:

1. 0·4742 Grm. Substanz (über ӨaӨ getrocknet) lieferten nach dem Zersetzen mit schmelzendem sauren schwefelsauren Kali, und Ausfällen mittelst verdünnter Chlorwasserstoffsäure, 0·37744 Grm. Silberchlorid.
2. 0·5782 Grm. derselben Substanz, in gleicher Weise analysirt, lieferten 0·459 Grm. Silberchlorid.

---

[1]) Siehe Beiträge zur Kenntniß der Verbindungen gepaarter Cyanmetalle mit Ammoniak. Dies. Sitzungsberichte Bd. LVII, II. Abth. Märzheft 1868.



3. 0·13104 Grm. Substanz, von einer zweiten Darstellung herstammend, lieferten unter sonst gleichen Bedingungen 0·10249 Grm. Silberchlorid.

Eisenbestimmung:

1. 0·3673 Grm. Substanz lieferten nach dem Zersetzen mit schmelzendem sauren schwefelsauren Kali und Entfernung des Silbers 0·04255 Grm. Eisenoxyd.
2. 0·6098 Grm. Substanz, von derselben Darstellung in gleicher Weise analysirt, lieferten 0·06265 Grm. Eisenoxyd.

Ammoniakbestimmung.

1. 0·7241 Grm. Substanz wurden in einem Retörtchen mit Kaliumhydroxyd der Destillation unterworfen und in dem, in einer Chlorwasserstoffsäure enthaltenden Vorlage, aufgefangenen Destillate das Ammon aus dem Gewichte des erhaltenen Chlorammoniums bestimmt. Es resultirten 0·0887 Grm. Chlorammonium.
2. 0·4552 Grm. lieferten, ebenso analysirt, 0·0557 Grm. Chlorammonium.

Soweit die Ergebnisse der Analysen des Herrn Louis Thollon.

Zwei Bestimmungen des Ammoniakgehaltes in einem Präparate, welches durch Behandeln von frisch gefälltem Silberferrocyanid mit Ammoniak dargestellt worden war, ergaben mir Zahlen, aus denen sich ein Gehalt von 3·78 % und ein zweites Mal von 3·94 % an Ammoniak, für die über Ätzkalk getrocknete Substanz, berechnete.

Die Ergebnisse der Analysen führen zu der Formel:

$$Cy_6FeAg_4 + 2NH_3 + 6aq.$$

	Berechnet	Gefunden 1.	2.	3.		
Cy_6 = 156	21·32	—	—	—		
Fe = 56	7·65	8·26	7·19	—		
Ag_4 = 432	59·02	59·89	59·45	58·84		
$2NH_3$ = 34	4·64	3·89	3·90	—	3·78	3·94
6aq = 54	7·37	—	—	—	—	—
Atg = 732	100·00	—	—	—		

Die Übereinstimmung der gefundenen mit den aus der Formel berechneten Werthen ist bei der verhältnißmäßig geringen Beständigkeit der Verbindung. die schon beim Liegen an der Luft einen

Theil ihres Ammongehaltes verliert, sattsam befriedigend, und es dürfte sohin der Annahme nichts im Wege stehen, daß der von Herrn Louis Thollon analysirten Verbindung die obige Formel zukomme. Aber auch bezüglich des durch Einwirkung von Ammoniak auf Silberferrocyanid entstehenden Körpers ist dies, obwohl ich lediglich den Ammoniakgehalt desselben bestimmte, kaum zweifelhaft, und das umsoweniger als die Eigenschaften dieses völlig mit jenen der anderer Art dargestellten Verbindung übereinstimmen. Ich hebe diese Thatsache besonders deßhalb hervor, weil sie im Widerspruche steht zu den Angaben, welche Wittstein über das Verhalten des Silberferrocyanids gegen Ammoniak macht. Denn da durch Einwirkung von Ammoniak auf Silberferrocyanid die in Rede stehende Verbindung entsteht, von welcher es sichergestellt ist, daß sie sowohl in Wasser als auch in überschüssigem Ammon nur sehr spärlich löslich ist, so kann offenbar beim Behandeln von dem durch Kaliumferrocyanid in Silbersalzlösungen entstehenden Niederschlage mit Ätzammoniak keine Lösung desselben erfolgen, und der Versuch, aus dem Wittstein den Schluß zog, daß das Silberferrocyanid sich in Ätzammoniak zu einer opalisirenden Flüssigkeit auflöse, muß mindestens nicht mit Silberferrocyanid angestellt worden sein.

Über die Constitution dieser Verbindung läßt sich vorläufig eben so wenig, als das bezüglich der übrigen ähnlichen Verbindungen möglich ist, eine gegründete Erklärung geben. Der Speculation Raum gebend, ließe sich diese Verdindung als ein wasserhältiges Ammonium-Silberferrocyanid ansehen, in dessen Ammonium ein Atom Wasserstoff durch Silber vertreten erscheint und die hypothetische Gruppirung der Elemente in dieser Verbindung, die dann den Namen eines Agyrammonium-Silberferrocyanides führen könnte, würde in der Formel:

$$(Cy_6Fe)Ag_2 + N_2\begin{cases}H_2\\H_2\\H_2\\Ag_2\end{cases} + 6aq. = Cy_3FeAg + N\begin{cases}H\\H\\H\\Ag\end{cases} + 3aq.$$

ihren Ausdruck finden, der sich durch die Schreibweise:

$$N_3\left\{\begin{matrix} \text{Cy Cy Cy} \\ \text{Cy Cy Cy} \\ \text{Ag Fe Ag} \end{matrix}\right\}N_3$$

$$\left.\begin{matrix} H \\ H \\ H \\ Ag \end{matrix}\right\}N \qquad N\left\{\begin{matrix} H \\ H \\ H \\ Ag \end{matrix}\right.$$

$$+ 6aq.$$

noch erweitern ließe.

Über eine Verbindung des Silberrhodanides mit Ammoniak.

Es ist eine bekannte Thatsache, daß eine Auflösung von Silberrhodanid in einem Überschusse von Kaliumrhodanid oder der entsprechenden Ammoniumverbindung auf Zusatz einer genügenden Menge Ammons bald eine nicht unerhebliche Menge prächtig irisirender Krystallblättchen absetzt, die man bisher für Silberrhodanid zu nehmen pflegte, obwohl sich dieses unter andern Umständen nie in ähnlicher Form erhalten läßt. Meine bisherigen Erfahrungen über das Verhalten des Ammoniaks zu dem Silberferro- und Ferridcyanid ließen mich vermuthen, daß diese Kryställchen nicht Silberrhodanid, sondern möglicher Weise eine Verbindung dieses mit Ammoniak sein könnten, und diese Vermuthung wurde durch die Ergebnisse einer vorläufigen Untersuchung, der ich den fraglichen Körper unterwarf, bestätiget. Herr Fried. Forster, Stipendist am hierortigen Laboratorium, hat auf meine Veranlassung die Analyse dieser Verbindung ausgeführt. Das Materiale zur Analyse wurde in der Art dargestellt, daß zu einer mit Ammon in größerem Überschusse versetzten Silbernitratlösung eine Auflösung von Kaliumrhodanid so lange zugeträufelt wurde, als noch eine Ausscheidung jener glänzenden Krystallschüppchen, die auch auf diesem Wege resultiren, bemerkbar war. Der sich rasch zu Boden setzende prächtig seidenglänzende Niederschlag wurde auf einen Filter gesammelt, mit Ammon hältigem Wasser gewaschen, hierauf rasch zwischen Fließpapier abgepreßt, und sodann ohne zu säumen in ein wohlverschließbares Gefäß gebracht. Die qualitative Analyse erwies die Gegenwart von Silber,

Ammoniak, Schwefel, Cyan und Wasser. Ein irgend zu berücksichtigender Gehalt an Kalium oder Salpetersäure wurde nicht gefunden. Die quantitative Analyse, die sich bloß auf die Bestimmung des Silber- und des Ammongehaltes erstreckte, wurde bezüglich beider Bestandtheile nach ganz ähnlichen Methoden ausgeführt, wie sie bei der Analyse des im vorgehenden besprochenen Körpers in Anwendung kamen. Er wurden folgende Resultate erhalten:

Silberbestimmung.

1. 0·6855 Grm. Substanz lieferten nach dem Zersetzen mit schmelzendem sauren schwefelsauren Kali, 0·5345 Grm. Silberchlorid.
3. 0·9815 Grm. Substanz lieferten in gleicher Weise 0·7645 Grm. Silberchlorid, und
3. 0·494 Grm. Substanz 0·385 Grm. Silberchlorid.

Es lieferten ferner bei der Ammoniakbestimmung:

1. 0·552 Grm. Substanz, mit Kaliumhydroxyd der Destillation unterworfen und in dem in Chlorwasserstoffsäure aufgefangenen Destillate das Ammoniak als Platindoppelsalz gefällt, 0·286 Grm. Platin.
2. 0·4835 Grm. Substanz, in gleicher Weise analysirt, 0·259 Grm. Platin und
3. 1·043 Grm. Substanz, 0·529 Platin.

Aus diesen Zahlen ergibt sich eine Zusammensetzung, die der Formel ЄNS, Ag + NH_3 entspricht.

		Berechnet	Gefunden 1.	2.	3.
Є	= 12	6·56	—	—	—
N	= 14	7·65	—	—	—
S	= 32	17·49	—	—	—
Ag	=108	59·01	58·69	58·63	58·67
NH_3	= 17	9·29	8·53	9·18	8·72
Atg	=183	100·00	—	—	—

Ganz ähnliche Zahlen erhielt auch ich bei der Analyse jenes Körpers, der durch Zusatz von Ammon zu einer Lösung des Silberrhodanides in Kaliumrhodanid abgeschieden werden kann, so wie ich auch in einer Verbindung, die durch Auflösen von frisch gefälltem Silberrhodanid in überschüssigem Ammon bei Siedhitze und Erkalten-

lassen der Lösung in ähnlichen Krystallblättchen erhalten worden war, einen mit dem auf obige Formel berechneten Zahlen gut übereinstimmenden Silber- und Ammoniak-Gehalt fand. Ich fand 9·35 bis 9·50 % Ammoniak und 58·52 — 58·77 % Silber; Zahlen, die in Erwägung des Umstandes, daß die Substanz nur abgepreßt und nicht getrocknet zur Analyse verwendet werden mußte, immerhin befriedigende sind.

Die Eigenschaften dieser Verbindung, der man ihrer durch die Formel:

$$\mathrm{CNSN}\begin{cases}\mathrm{H}\\\mathrm{H}\\\mathrm{H}\\\mathrm{Ag}\end{cases}$$

ausdrückbaren Vorstellung über die Constitution nach füglich den Namen eines „Argyrammoniumrhodanids" beilegen könnte, betreffend, hätte ich noch hinzuzufügen, daß dieselbe sehr unbeständiger Natur ist und schon beim Liegen an der Luft ihren Ammoniakgehalt vollständig verliert, wobei die einzelnen Krystallblättchen gleichzeitig ihren Glanz einbüßen und endlich zu einem amorphen weißen Pulver von Ammoniak freiem Silberrhodanid zerfallen. Noch rascher findet diese Veränderung durch Einwirkung von Wasser, so wie selbstverständlich auch von freien Säuren statt. Wasser entzieht der Verbindung schon in der Kälte, leichter noch beim Erwärmen alles Ammoniak und während sich ein Theil des Ammon freien Rhodansilbers abscheidet, löst sich ein anderer allerdings nur geringer Antheil desselben in dem Ammoniak hältigen Wasser auf und scheidet sich beim Erkalten der Lösung wieder als Ammoniak hältige Verbindung ab. Ammoniak löst dieselbe unverändert und namentlich beim Erwärmen in großer Menge auf. Wird eine solche ammonikalische Lösung mit Wasser verdünnt, so scheidet sich endlich ein großer Theil von ammonfreiem Silberrhodanid ab.

Über Substitutions-Derivate der Cuminsäure und über Oxycuminsäure.

Von Dr. Ed. Czumpelik.

Obgleich diese Arbeit noch nicht abgeschlossen ist, so sind die Resultate dennoch so weit gediehen, daß ich mir erlaube, um mir die Priorität zu wahren, die Ergebnisse meiner Untersuchungen über die angezogenen Körper der k. Akademie der Wissenschaften vorzulegen.

Die Veranlassung zu diesen Untersuchungen gab Herr Prof. A. Kekulé, in dessen Laboratorium ich im Sommersemester gearbeitet habe, und der mich aufforderte, mich dem Studium der Substitutions-Producte der Cuminsäure in der Art zu unterziehen, um die Halogenisirung derselben in der Seitenkette, also $C_6H_4\begin{cases}C_3H_6Cl\\COOH\end{cases}$ zu erzielen, und so dann durch Substitution des Halogens durch Hydroxyl zu einer Säure zu gelangen, die in ihren Seitenketten halb Alkohol und halb Säure, demnach von der Constitution $C_6H_4\begin{cases}C_3H_6OH\\COOH\end{cases}$ wäre. Ich habe mich dieser Arbeit unterzogen, die von mir selbstständig durchgeführt wurde.

Vor einiger Zeit hatten bereits die beiden Chemiker A. Naquet und W. Longuinine (Compt. rend. t. 62, p. 1031) Bromcuminsäure dargestellt, und zwar durch Einwirkung von Brom auf cuminsaures Silber. Nachdem das Brom absorbirt war, wurde das Product mit Äther behandelt, die ätherische Flüssigkeit verdunstet, wobei die Säure krystallisirte.

Die Analyse ergab Zahlen, die auf ein Gemenge von Cuminsäure mit Bromcuminsäure hinwiesen. Durch Behandlung mit kochendem Wasser wurde die Cuminsäure entfernt und die zurückgebliebene gebromte Säure nach dem Umkrystallisiren der Analyse unterworfen, welche zu der Formel $C_{10}H_{11}BrO_2$ führte. Das dargestellte Silber-

salz wurde durch Wasser selbst bei einer Temperatur von 150° nicht zersetzt und die Verfasser haben auf diesem Wege keine Oxycuminsäure erhalten können. Ich versuchte zuerst die Chlorirung der Cuminsäure in ihrem Alkoholreste zu bewirken. Zu dem Ende wurde Cuminsäure durch Phosphorpentachlorid in das entsprechende Säurechlorid verwandelt, und in dieses Chlorgas bei der Temperatur von 260° eingeleitet. Die Reaction erfolgt unter Abscheidung von viel Chlorwasserstoff, dieselbe ist jedoch eine tief eingreifende, da die Flüssigkeit sehr geschwärzt und verdickt wird.

Ein wiederholter Versuch bei einer Temperatur von 160° verlief besser, und es konnten durch fractionirte Destillation mehrere Portionen des gechlorten Chlorids getrennt werden. Der Versuch zeigte jedoch, daß das Chlor sowohl in den Benzolkern, als auch in die Nebenkette eingedrungen war, und es wurden diese Producte vor der Hand nicht weiter untersucht.

Glücklicher war ich in dem Erfolge, als ich Brom auf Cuminsäure direct bei einer Temperatur von 120° bis 130° einwirken ließ. Zu dem Ende wurde eine gewogene Menge von Cuminsäure in einen kleinen Kolben gebracht, dieser in ein Paraffinbad bei der bezeichneten Temperatur eingesenkt und mittelst trockener Luft die berechnete Menge Brom eingeblasen. Dieser Versuch wurde später in der Art modificirt, daß in geschmolzene Cuminsäure aus einem Tropfgefäße direct das Brom in kleinen Portionen eingeführt wurde. Der Proceß verläuft beiderseits glatt unter Ausscheidung von Bromwasserstoffsäure.

Die bromirte Säure wurde in Alkohol gelöst, durch Wasser fractionirt gefällt, bis die sich abscheidenden Flocken weiß niederfielen, hierauf filtrirt und der in der Flüssigkeit noch aufgelöste Theil durch Wasser vollkommen ausgefällt, gewaschen und aus viel kochendem Wasser umkrystallisirt.

Die Prüfung auf die Stellung des Broms in diesem gebromten Producte ergab, daß dasselbe der Hauptmasse nach in dem Propylreste der Cuminsäure, ein Theil jedoch auch in dem Kerne sich befindet, und es wurde demnach die bromürte Säure mit alkoholischer Kalilauge behandelt, wobei Bromkalium ausgeschieden wurde. Das Kalisalz wurde mit Wasser verdünnt, mit Chlorwasserstoff zersetzt, die Säure filtrirt und ausgewaschen und hierauf mit Barytwasser zusammengebracht, zum Sieden erhitzt, wobei ein schwer löslicher

Niederschlag entsteht, während ein Theil der Säure als Barytsalz in Lösung übergeht. Es wurde die Lösung filtrirt, dann Kohlensäure zur Abscheidung des überschüssigen Baryts eingeleitet, wiederholt filtrirt, zum Sieden erhitzt, um das etwa entstandene saure kohlensaure Baryum zu zersetzen und endlich der Krystallisation überlassen, wo das Barytsalz bei langsamem Verdunsten in sehr schönen, sternförmig gruppirten Warzen anschießt. Die daraus abgeschiedene Säure, sowie überhaupt die durch die Behandlung mit Barytwasser in Lösung übergegangene Säure ist bromfrei.

Die Analysen des Barytsalzes ergaben folgende Resultate:

I.	0·2658 Grm. Barytsalz gaben	0·1256 Grm.	SO_4Ba.
II.	0·2274 „ „ „	0·1076 „	„
III.	0·1428 „ „ „	0·0676 „	„

Die einfachste empirische Formel $C_{10}H_{11}BaO_3$ mit dem alten Atomgewichte des Baryums 68·6 erfordert für die Oxycuminsäure 27·74 % Baryum.

Es entsprechen die Resultate der drei angeführten Analysen folgenden Zahlen:

	Theorie	Versuch
I.	27·74 % Ba	27·71 % Ba
II.	27·74 % Ba	27·84 % Ba
III.	27·74 % Ba	27·80 % Ba.

Die aus der Barytlösung abgeschiedene Säure der Elementaranalyse unterworfen, gab folgende Resultate:

0·3214 Grm. Substanz gab	0·7998 Grm.	CO_2
und	0·1980 „	H_2O

Diesen Zahlen entsprechen 67·84 % C und 6·53 H, während die Formel $C_{10}H_{12}O_3$ 66·86 % C und 6·66 % H erfordert; demnach stellt sich der Kohlenstoffgehalt der Säure etwas zu hoch, der Wasserstoffgehalt dagegen etwas zu niedrig.

Aus dem krystallisirten Barytsalze der Säure, welches bei der Barytbestimmung so scharfe Resultate geliefert hatte, konnte wegen vorgeschrittener Zeit die Säure selbst nicht mehr der Elementaranalyse unterworfen werden. Dessenungeachtet ist es aus den Ana-

lysen des Barytsalzes, welches aus zwei verschiedenen Darstellungen der gebromten Säure herrührte, erhärtet, daß bei der von mir durchgeführten Bromirung ein Theil der Cuminsäure die Substitution in der von mir erhofften Weise, nämlich in der Seitenkette, erleidet:

$$C_6H_4\begin{cases}C_3H_7\\CO\ OH\end{cases} + Br_2 = C_6H_4\begin{cases}C_3H_6Br\\CO\ OH\end{cases} + BrH$$

und bei der Behandlung mit alkoholischer Kalilösung das Brom gegen Hydroxyl vertauscht, und so in Oxycuminsäure übergeht

$$C_6H_4\begin{cases}C_3H_6Br\\CO,\ OH\end{cases} + \begin{matrix}K\\H\end{matrix}\Big\}O = C_6H_4\begin{cases}C_3H_6,\ OH\\CO\ OH\end{cases} + BrK,$$

während ein Theil das Brom in seine Hauptkette aufnimmt, und so wahrscheinlich die von A. Naquet und W. Longuinine dargestellte Bromcuminsäure $C_6H_3Br\begin{cases}CH_3\\COOH\end{cases}$ bildet.

Über den Erfolg meiner weiteren Arbeiten, namentlich über die Trennung der beiden Bromsubstitutionsproducte der Cuminsäure werde ich die Ehre haben, einer h. k. Akademie der Wissenschaften in nächster Zeit meine Versuche zu unterbreiten.

Definitive Bahnbestimmung des Planeten (64) „Angelina".

Von dem c. M. Dr. Th. Oppolzer.

Meine erste Bearbeitung des Planeten (64) Angelina ist in den Sitzungsberichten der mathem. - naturw. Classe der kais. Akademie der Wissenschaften des Jahres 1863 (Märzheft) aufgenommen worden, und die daselbst ausgeführten Rechnungen haben die Wiederauffindung dieses Planeten ermöglicht, nachdem die zweite Erscheinung unbeachtet vorübergegangen war. Die Elemente, die sich mir aus der Verbindung der ersten und dritten Opposition ergeben haben, finden sich ebenfalls in den Sitzungsberichten (1864 Märzheft). Die daselbst angegebenen Elemente wurden einer zweimaligen Verbesserung unterworfen mit Rücksicht auf die vierte und fünfte Opposition. Über die letztere Verbesserung habe ich in Nr. 1605 und 1606 der astronomischen Nachrichten berichtet; die daselbst gefundenen Elemente, die an vier Oppositionen angeschlossen waren, sind schon so genau, daß die hier vorliegende Bearbeitung des Planeten kaum eine bemerkenswerthe Änderung in den Elementen hervorgebracht hat. Die daselbst gefundenen Elemente waren.

(64) Angelina.

Epoche, Oscul. und mittl. Äq. 1865 Jan. 7·0 Berl. Zeit.

$$L = 119°24'24"9$$
$$M = 355\ 47\ \ 2·2$$
$$\pi = 123\ 37\ 22·7$$
$$\Omega = 311\ 10\ \ 9·5$$
$$i = 1\ 19\ 53·6$$
$$\varphi = 7\ 21\ 54·6$$
$$\mu = 808"311367$$
$$\log a = 0·4282853.$$

Aus diesen Elementen nun wurden mit Rücksicht auf die sogleich mitzutheilenden Störungswerthe für die sechs beobachteten Oppositionen die Ephemeriden berechnet, welche ich weiter unten aufgenommen habe; die Ephemeriden für die Oppositionen der Jahre 1867 und 1868 waren vorausberechnet worden, und haben sich den Beobachtungen sehr gut angeschlossen.

Die Störungswerthe wurden nach der Methode der Variation der Constanten erlangt, und durchaus mit Elementen berechnet, die mit den definitiven Elementen fast identisch sind. Das Intervall wurde mit zwanzig Tage angenommen und in der Regel alle hundert Tage die Elemente gewechselt. Die Störungswerthe beziehen sich bis zum Anfang des Jahres 1865,0 auf das mittlere Äquinoctium 1860,0; nach diesem Datum liegt das mittlere Äquinoctium 1870,0 zu Grunde. Von den störenden Planeten wurde Jupiter und Saturn mitgenommen und für jeden dieser Planeten die Störungswerthe gesondert ermittelt; die angenommenen Maßen sind:

$$♃ = \frac{1}{1049 \cdot 0}, \quad ♄ = \frac{1}{3501 \cdot 6}.$$

Ich theile vorerst die erhaltenen Differentialquotienten mit.

$$♃ = \frac{1}{1049}$$

mittl. Ekliptik 1860·0.

	$di:dt$	$d\Omega:dt$	$d\varphi:dt$	$d\pi:dt$	$d^2\mu:dt^2$	$dL:dt$
1861 März 19.	—0″122	—5″764	—4″802	—67″387	+1″22617	—3″450
April 8.	—0·099	—5·646	—4·378	—63·390	+1·15726	—1·961
„ 28.	—0·078	—5·389	—3·907	—58·734	+1·06878	—0·667
Mai 18.	—0·059	—5·023	—3·436	—53·596	+0·96840	+0·431
Juni 7.	—0·043	—4·579	—2·996	—48·189	+0·86221	+1·346
„ 27.	—0·029	—4·080	—2·607	—42·686	+0·75470	+2·091
Juli 17.	—0·018	—3·550	—2·281	—37·236	+0·64906	+2·687
Aug. 6.	—0·009	—3·006	—2·023	—31·951	+0·54740	+3·150
„ 26.	—0·003	—2·462	—1·832	—26·921	+0·45108	+3·498
Sept. 15.	+0·001	—1·930	—1·707	—22·215	+0·36093	+3·747
Oct. 5.	+0·003	—1·419	—1·638	—17·874	+0·27725	+3·910
„ 25.	+0·004	—0·936	—1·622	—13·926	+0·20013	+4·002
Nov. 14.	+0·003	—0·487	—1·651	—10·388	+0·12947	+4·031
Dec. 4.	+0·001	—0·076	—1·719	— 7·260	+0·06501	+4·008
„ 24.	—0·003	+0·295	—1·816	— 4·540	+0·00644	+3·941
1862 Jan. 13.	—0·007	+0·624	—1·940	— 2·217	—0·04661	+3·836

	$di:dt$	$d\Omega:dt$	$d\varphi:dt$	$d\pi:dt$	$d^2\mu:dt^2$	$dL:dt$
1862 Febr. 2.	−0"012	+0"909	−2"080	− 0"272	−0"09453	+3"699
„ 22.	−0·018	+1·149	−2·234	+ 1·311	−0·13763	+3·536
März 14.	−0·025	+1·345	−2·396	+ 2·555	−0·17632	+3·351
April 3.	−0·031	+1·497	−2·561	+ 3·480	−0·21092	+3·147
„ 23.	−0·038	+1·606	−2·727	+ 4·113	−0·24176	+2·928
Mai 13.	−0·045	+1·673	−2·889	+ 4·476	−0·26913	+2·696
Juni 2.	−0·052	+1·699	−3·044	+ 4·594	−0·29331	+2·454
„ 22.	−0·059	+1·685	−3·191	+ 4·491	−0·31454	+2·204
Juli 12.	−0·066	+1·634	−3·327	+ 4·190	−0·33303	+1·947
Aug. 1.	−0·073	+1·548	−3·451	+ 3·720	−0·34902	+1·686
„ 21.	−0·079	+1·428	−3·561	+ 3·093	−0·36264	+1·421
Sept. 10.	−0·085	+1·276	−3·655	+ 2·336	−0·37407	+1·154
„ 30.	−0·090	+1·096	−3·734	+ 1·470	−0·38345	+0·886
Oct. 20.	−0·095	+0·890	−3·796	+ 0·515	−0·39091	+0·618
Nov. 9.	−0·100	+0·660	−3·842	− 0·509	−0·39653	+0·351
„ 29.	−0·104	+0·409	−3·870	− 1·582	−0·40042	+0·085
Dec. 19.	−0·107	+0·139	−3·881	− 2·689	−0·40265	−0·178
1863 Jan. 8.	−0·109	−0·145	−3·876	− 3·807	−0·40329	−0·438
„ 28.	−0·111	−0·443	−3·854	− 4·943	−0·40240	−0·694
Febr. 17.	−0·112	−0·749	−3·816	− 6·042	−0·39999	−0·946
März 9.	−0·113	−1·062	−3·762	− 7·107	−0·39612	−1·193
„ 29.	−0·112	−1·379	−3·694	− 8·122	−0·39079	−1·434
April 18.	−0·111	−1·696	−3·613	− 9·075	−0·38403	−1·668
Mai 8.	−0·109	−2·010	−3·520	− 9·951	−0·37582	−1·896
„ 28.	−0·107	−2·320	−3·415	−10·738	−0·36619	−2·116
Juni 17.	−0·103	−2·620	−3·301	−11·424	−0·35508	−2·327
Juli 7.	−0·099	−2·909	−3·179	−12·002	−0·34255	−2·530
„ 27.	−0·094	−3·184	−3·050	−12·484	−0·32855	−2·722
Aug. 16.	−0·089	−3·441	−2·918	−12·814	−0·31301	−2·905
Sept. 5.	−0·083	−3·679	−2·784	−13·011	−0·29593	−3·076
„ 25.	−0·077	−3·893	−2·650	−13·071	−0·27728	−3·235
Oct. 15.	−0·069	−4·083	−2·519	−12·990	−0·25704	−3·381
Nov. 4.	−0·062	−4·245	−2·393	−12·770	−0·23519	−3·513
„ 24.	−0·054	−4·378	−2·274	−12·411	−0·21169	−3·631
Dec. 14.	−0·046	−4·480	−2·166	−11·920	−0·18655	−3·733
1864 Jan. 3.	−0·037	−4·549	−2·070	−11·305	−0·15976	−3·819
„ 23.	−0·029	−4·583	−1·990	−10·589	−0·13138	−3·887
Febr. 12.	−0·020	−4·582	−1·928	− 9·762	−0·10133	−3·937
März 3.	−0·011	−4·545	−1·885	− 8·857	−0·06973	−3·967
„ 23.	−0·002	−4·472	−1·865	− 7·893	−0·03665	−3·977

	$di:dt$	$d\Omega:dt$	$d\varphi:dt$	$d\pi:dt$	$d^2\mu:dt^2$	$dL:dt$
1864 April 12.	+0″006	−4″363	−1″868	−6″898	−0″00221	−3″967
Mai 2.	+0·014	−4·219	−1·894	−5·900	+0·03345	−3·934
„ 22.	+0·022	−4·041	−1·946	−4·929	+0·07013	−3·878
Juni 11.	+0·030	−3·831	−2·021	−4·019	+0·10759	−3·799
Juli 1.	+0·037	−3·591	−2·118	−3·202	+0·14554	−3·696
„ 21.	+0·043	−3·323	−2·236	−2·514	+0·18360	−3·568
Aug. 10.	+0·048	−3·033	−2·371	−1·978	+0·22145	−3·417
„ 30.	+0·053	−2·724	−2·518	−1·624	+0·25859	−3·240
Sept. 20.	+0·056	−2·399	−2·673	−1·472	+0·29453	−3·038
Oct. 9.	+0·059	−2·065	−2·830	−1·533	+0·32874	−2·812
„ 29.	+0·061	−1·728	−2·982	−1·808	+0·36063	−2·563
Nov. 18.	+0·062	−1·391	−3·123	−2·290	+0·38965	−2·291
Dec. 8.	+0·062	−1·062	−3·246	−2·956	+0·41519	−1·997
„ 28.	+0·061	−0·747	−3·345	−3·775	+0·43670	−1·683
1865 Jan. 17.	+0·059	−0·452	−3·416	−4·702	+0·45365	−1·351
Febr. 6.	+0·056	−0·180	−3·452	−5·683	+0·46555	−1·001

mittl. Ekliptik 1870·0.

1864 Dec. 8.	+0″062	−1″064	−3″246	−2″956	+0″41519	−1″997
„ 28.	+0·061	−0·748	−3·345	−3·775	+0·43670	−1·683
1865 Jan. 17.	+0·059	−0·452	−3·416	−4·702	+0·44365	−1·351
Febr. 6.	+0·056	−0·180	−3·452	−5·683	+0·46555	−1·001
„ 26.	+0·053	+0·063	−3·453	−6·658	+0·47197	−0·638
März 18.	+0·048	+0·272	−3·418	−7·558	+0·47259	−0·262
April 7.	+0·044	+0·443	−3·346	−8·317	+0·46713	+0·123
„ 27.	+0·039	+0·575	−3·241	−8·875	+0·45543	+0·515
Mai 17.	+0·034	+0·665	−3·108	−9·153	+0·43738	+0·910
Juni 6.	+0·028	+0·712	−2·952	−9·101	+0·41295	+1·305
„ 26.	+0·023	+0·718	−2·781	−8·673	+0·38219	+1·696
Juli 16.	+0·018	+0·683	−2·602	−7·831	+0·34521	+2·801
Aug. 5.	+0·013	+0·611	−2·426	−6·556	+0·30214	+2·454
„ 25.	+0·009	+0·504	−2·261	−4·818	+0·25311	+2·813
Sept. 14.	+0·006	+0·369	−2·117	−2·620	+0·19835	+3·153
Oct. 4.	+0·003	+0·211	−2·004	+0·031	+0·13801	+3·469
„ 24.	0·000	+0·037	−1·931	+ 3·119	+0·07230	+3·757
Nov. 13.	−0·001	−0·146	−1·905	+ 6·622	+0·00135	+4·013
Dec. 3.	−0·002	−0·330	−1·936	+10·505	−0·07462	+4·232
„ 23.	−0·002	−0·504	−2·032	+14·732	−0·15550	+4·407

		$di:dt$	$d\Omega:dt$	$d\varphi:dt$	$d\pi:dt$	$d^2\mu:dt^2$	$dL:dt$
1866	Jan. 12.	−0"001	− 0"660	− 2"197	+ 19"259	−0"24117	+ 4"534
	Febr. 1.	0·000	− 0·788	− 2·440	+ 24·042	−0·33154	+ 4·605
	„ 21.	+0·002	− 0·877	− 2·763	+ 29·046	−0·42654	+ 4·615
	März 13.	+0·003	− 0·918	− 3·173	+ 34·187	−0·52601	+ 4·556
	April 2.	+0·005	− 0·902	− 3·673	+ 39·424	−0·62991	+ 4·421
	„ 22.	+0·006	− 0·817	− 4·266	+ 44·702	−0·73811	+ 4·199
	Mai 12.	+0·006	− 0·657	− 4·953	+ 49·963	−0·85048	+ 3·882
	Juni 1.	+0·005	− 0·415	− 5·730	+ 55·22	−0·96670	+ 3·459
	„ 21.	+0·001	− 0·034	− 6·607	+ 60·29	−1·08675	+ 2·917
	Juli 11.	−0·005	+ 0·340	− 7·577	+ 65·16	−1·21019	+ 2·245
	„ 31.	−0·015	+ 0·855	− 8·637	+ 69·78	−1·33636	+ 1·427
	Aug. 20.	−0·030	+ 1·459	− 9·780	+ 74·09	−1·46463	+ 0·449
	Sept. 9.	−0·050	+ 2·142	−10·987	+ 78·31	−1·59423	− 0·706
	„ 29.	−0·076	+ 2·891	−12·272	+ 81·89	−1·72356	− 2·054
	Oct. 19.	−0·111	+ 3·683	−13·609	+ 85·02	−1·85118	− 3·612
	Nov. 8.	−0·154	+ 4·488	−14·980	+ 87·68	−1·97494	− 5·399
	„ 28.	−0·208	+ 5·265	−16·361	+ 89·85	−2·09210	− 7·427
	Dec. 18.	−0·273	+ 5·964	−17·707	+ 92·08	−2·19983	− 9·711
1867	Jan. 7.	−0·350	+ 6·519	−19·022	+ 93·34	−2·29360	−12·259
	„ 27.	−0·441	+ 6·854	−20·247	+ 94·21	−2·36866	−15·071
	Febr. 16.	−0·545	+ 6·880	−21·339	+ 94·78	−2·41965	−18·137
	März 8.	−0·663	+ 6·498	−22·245	+ 95·19	−2·44035	−21·435
	„ 28.	−0·792	+ 5·609	−22·895	+ 96·46	−2·42491	−24·923
	April 17.	−0·932	+ 4·104	−23·274	+ 97·18	−2·36483	−28·541
	Mai 7.	−1·078	+ 1·896	−23·316	+ 98·40	−2·25446	−32·205
	„ 27.	−1·227	− 1·079	−22·978	+100·41	−2·08826	−35·798
	Juni 16.	−1·372	− 4·843	−22·242	+103·48	−1·86324	−39·193
	Juli 6.	−1·506	− 9·375	−21·077	+108·79	−1·58096	−42·243
	„ 26.	−1·622	−14·560	−19·560	+114·56	−1·24041	−44·781
	Aug. 15.	−1·712	−20·232	−17·721	+121·74	−0·85138	−46·656
	Sept. 4.	−1·770	−26·151	−15·649	+130·13	−0·42582	−47·740
	„ 24.	−1·790	−32·028	−13·446	+139·45	+0·02057	−47·950
	Oct. 14.	−1·770	−37·652	−11·179	+150·03	+0·4669	−47·272
	Nov. 3.	−1·712	−42·539	− 9·063	+159·61	+0·9001	−45·699
	„ 23.	−1·619	−46·521	− 7·151	+166·38	+1·2996	−43·329
	Dec. 13.	−1·496	−49·422	− 5·520	+175·76	+1·6509	−40·295
1868	Jan. 2.	−1·351	−51·144	− 4·213	+181·24	+1·9434	−36·756
	„ 22.	−1·192	−51·863	− 3·148	+184·86	+2·1701	−32·913
	Febr. 11.	−1·027	−51·291	− 2·500	+185·66	+2·3325	−28·892
	März 2.	−0·863	−49·741	− 2·136	+184·02	+2·4316	−24·865

	$di:dt$	$d\Omega:dt$	$d\varphi:dt$	$d\pi:dt$	$d^2\mu:dt^2$	$dL:dt$
1868 März 22.	−0″707	−47″380	−2″008	+180″05	+2″4726	−20″958
April 11.	−0·562	−44·388	−2·057	+174·00	+2·4624	−17·261
Mai 1.	−0·431	−41·037	−2·133	+166·30	+2·4093	−13·859
„ 21.	−0·316	−37·313	−2·375	+157·01	+2·3211	−10·763
Juni 10.	−0·219	−33·457	−2·640	+146·61	+2·2053	− 8·003
„ 30.	−0·137	−29·595	−2·889	+135·44	+2·0688	− 5·582
Juli 20.	−0·071	−25·825	−3·094	+123·80	+1·9176	− 3·489
Aug. 9.	−0·019	−22·243	−3·182	+112·12	+1·7566	− 1·709
„ 29.	+0·020	−18·863	−3·247	+100·38	+1·5899	− 0·214
Sept. 18.	+0·047	−15·744	−3·224	+ 88·91	+1·4209	+ 1·018
Oct. 8.	+0·065	−12·910	−3·111	+ 77·91	+1·2523	+ 2·013
„ 28.	+0·075	−10·375	−2·910	+ 67·52	+1·0862	+ 2·797
Nov. 17.	+0·078	− 8·142	−2·611	+ 57·94	+0·9243	+ 3·391
Dec. 7.	+0·075	− 6·205	−2·257	+ 49·13	+0·7682	+ 3·823
„ 27.	+0·068	− 4·555	−1·839	+ 41·22	+0·6186	+ 4·109
1869 Jan. 16.	+0·058	− 3·179	−1·371	+ 34·26	+0·4764	+ 4·269
Febr. 5.	+0·046	− 2·061	−0·865	+ 28·28	+0·3423	+ 4·319
„ 25.	+0·032	− 1·183	−0·335	+ 23·30	+0·2169	+ 4·276
März 17.	+0·017	− 0·524	+0·200	+ 19·28	+0·1007	+ 4·152
April 6.	+0·003	− 0·064	+0·728	+ 16·18	−0·0062	+ 3·960
„ 26.	−0·012	+ 0·220	+1·235	+ 13·97	−0·1033	+ 3·711
Mai 16.	−0·025	+ 0·348	+1·711	+ 12·54	−0·1905	+ 3·415
Juni 5.	−0·037	+ 0·342	+2·142	+ 11·83	−0·2679	+ 3·081
„ 25.	−0·048	+ 0·223	+2·523	+ 11·74	−0·3355	+ 2·715
Juli 15.	−0·057	+ 0·012	+2·845	+ 12·15	−0·3934	+ 2·327
Aug. 4.	−0·065	− 0·271	+3·106	+ 12·95	−0·4420	+ 1·920
„ 24.	−0·070	− 0·610	+3·303	+ 14·06	−0·4814	+ 1·502
Sept. 13.	−0·074	− 0·987	+3·439	+ 15·35	−0·5123	+ 1·077
Oct. 3.	−0·076	− 1·385	+3·515	+ 16·73	−0·5350	+ 0·651
„ 23.	−0·077	− 1·793	+3·536	+ 18·11	−0·5503	+ 0·225
Nov. 12.	−0·075	− 2·196	+3·510	+ 19·45	−0·5587	− 0·196
Dec. 2.	−0·073	− 2·585	+3·442	+ 20·65	−0·5606	− 0·609
„ 22.	−0·069	− 2·952	+3·342	+ 21·65	−0·5574	− 1·012
1870 Jan. 11.	−0·063	− 3·285	+3·214	+ 22·50	−0·5490	− 1·402
„ 31.	−0·057	− 3·583	+3·065	+ 23·15	−0·5362	− 1·778
Febr. 20.	−0·050	− 3·841	+2·905	+ 23·59	−0·5198	− 2·138
März 12.	−0·043	− 4·053	+2·739	+ 23·81	−0·5002	− 2·481
April 1.	−0·035	− 4·219	+2·573	+ 23·84	−0·4780	− 2·806
„ 21.	−0·026	− 4·340	+2·411	+ 23·68	−0·4536	− 3·112
Mai 11.	−0·018	− 4·414	+2·257	+ 23·37	−0·4276	− 3·399

		$di:dt$	$d\Omega:dt$	$d\varphi:dt$	$d\pi:dt$	$d^2\mu:dt^2$	$dL:dt$
1870	Mai 31.	−0″010	−4″444	+2″116	+22″92	−0″4002	−3″667
	Juni 20.	−0·001	−4·430	+1·988	+22·36	−0·3717	−3·915
	Juli 10.	+0·006	−4·376	+1·876	+21·71	−0·3425	−4·143
	„ 30.	+0·014	−4·284	+1·780	+21·01	−0·3128	−4·350
	Aug. 19.	+0·021	−4·157	+1·702	+20·26	−0·2828	−4·538
	Sept. 8.	+0·027	−3·999	+1·641	+19·50	−0·2527	−4·707
	„ 28.	+0·033	−3·815	+1·597	+18·74	−0·2226	−4·857
	Oct. 18.	+0·038	−3·607	+1·573	+17·97	−0·1929	−4·988
	Nov. 7.	+0·043	−3·380	+1·559	+17·28	−0·1633	−5·099
	„ 27.	+0·046	−3·139	+1·559	+16·65	−0·1339	−5·193
	Dec. 17.	+0·049	−2·887	+1·572	+16·08	−0·1050	−5·269
1871	Jan. 6.	+0·051	−2·629	+1·595	+15·58	−0·0766	−5·328
	„ 26.	+0·053	−2·367	+1·628	+15·17	−0·0486	−5·369
	Febr. 15.	+0·054	−2·105	+1·669	+14·85	−0·0211	−5·393
	März 7.	+0·054	−1·848	+1·717	+14·63	+0·0058	−5·402
	„ 27.	+0·053	−1·598	+1·769	+14·51	+0·0322	−5·394
	April 16.	+0·052	−1·357	+1·825	+14·48	+0·0580	−5·370
	Mai 6.	+0·050	−1·129	+1·882	+14·56	+0·0832	−5·331
	„ 26.	+0·048	−0·916	+1·940	+14·74	+0·1079	−5·277
	Juni 15.	+0·045	−0·721	+1·996	+15·01	+0·1320	−5·209
	Juli 5.	+0·041	−0·544	+2·051	+15·38	+0·1556	−5·127
	„ 25.	+0·038	−0·388	+2·101	+15·85	+0·1785	−5·030
	Aug. 14.	+0·034	−0·253	+2·148	+16·36	+0·2007	−4·919
	Sept. 3.	+0·030	−0·142	+2·187	+16·99	+0·2224	−4·795
	„ 23.	+0·025	−0·053	+2·219	+17·70	+0·2435	−4·658
	Oct. 13.	+0·021	+0·011	+2·242	+18·47	+0·2640	−4·507
	Nov. 2.	+0·016	+0·053	+2·256	+19·30	+0·2838	−4·343
	„ 22.	+0·012	+0·070	+2·259	+20·19	+0·3029	−4·167
	Dec. 12.	+0·008	+0·066	+2·251	+21·11	+0·3212	−3·979
1872	Jan. 1.	+0·003	+0·040	+2·231	+22·06	+0·3388	−3·778
	„ 21.	0·000	−0·007	+2·199	+23·03	+0·3556	−3·565
	Febr. 10.	−0·004	−0·073	+2·154	+24·00	+0·3714	−3·340
	März 1.	−0·007	−0·155	+2·100	+24·92	+0·3863	−3·104
	„ 21.	−0·010	−0·253	+2·028	+25·86	+0·4000	−2·858
	April 10.	−0·013	−0·363	+1·944	+26·76	+0·4127	−2·599
	„ 30.	−0·015	−0·484	+1·847	+27·60	+0·4240	−2·332
	Mai 20.	−0·016	−0·612	+1·737	+28·37	+0·4340	−2·054
	Juni 9.	−0·017	−0·743	+1·616	+29·05	+0·4422	−1·767
	„ 29.	−0·018	−0·876	+1·485	+29·61	+0·4487	−1·471
	Juli 19.	−0·018	−1·006	+1·344	+30·05	+0·4533	−1·168

	$di:dt$	$d\Omega:dt$	$d\varphi:dt$	$d\pi:dt$	$d^2\mu:dt^2$	$dL:dt$
1872 Aug. 8.	—0"017	—1"130	+1"197	+30"33	+0"4555	—0"857
„ 28.	—0·016	—1·245	+1·046	+30·44	+0·4554	—0·541
Sept. 17.	—0·015	—1·345	+0·898	+30·33	+0·4523	—0·220
Oct. 7.	—0·013	—1·428	+0·748	+30·04	+0·4461	+0·104
„ 27.	—0·010	—1·489	+0·604	+29·53	+0·4364	+0·429
Nov. 16.	—0·008	—1·525	+0·472	+28·78	+0·4228	+0·755
Dec. 6.	—0·005	—1·532	+0·356	+27·77	+0·4048	+1·077
„ 26.	—0·002	—1·506	+0·264	+26·52	+0·3820	+1·394
1873 Jan. 15.	+0·001	—1·447	+0·201	+25·00	+0·3538	+1·701
Febr. 4.	+0·004	—1·349	+0·177	+23·23	+0·3196	+1·997
„ 24.	+0·006	—1·213	+0·199	+21·23	+0·2790	+2·274
März 16.	+0·007	—1·036	+0·274	+19·02	+0·2313	+2·530
April 15.	+0·007	—0·824	+0·415	+16·63	+0·1760	+2·757
„ 25.	+0·007	—0·574	+0·624	+14·11	+0·1124	+2·948
Mai 15.	+0·004	—0·293	+0·912	+11·54	+0·0402	+3·094
Juni 4.	0·000	+0·011	+1·285	+ 8·97	+0·0409	+3·187
„ 24.	—0·007	+0·327	+1·747	+ 6·49	—0·1313	+3·213
Juli 14.	—0·017	+0·642	+2·302	+ 4·20	—0·2307	+3·161
Aug. 3.	—0·029	+0·934	+2·946	+ 2·19	—0·3388	+3·014
„ 23.	—0·046	+1·178	+3·675	+ 0·56	—0·4545	+2·755
Sept. 12.	—0·067	+1·340	+4·478	— 0·62	—0·5764	+2·365
Oct. 2.	—0·092	+1·380	+5·337	— 1·28	—0·7022	+1·823
„ 22.	—0·122	+1·249	+6·230	— 1·42	—0·8285	+1·109
Nov. 11.	—0·157	+0·891	+7·124	— 1·07	—0·9508	+0·201
Dec. 1.	—0·197	+0·242	+7·981	— 0·33	—1·0634	—0·916
„ 21.	—0·240	—0·761	+8·757	+ 0·58	—1·1588	—2·253
1874 Jan. 10.	—0·287	—2·189	+9·401	+ 1·39	—1·2287	—3·801

$$♄ = \frac{1}{3501 \cdot 6}$$

mittl. Ekliptik 1860·0.

	$di:dt$	$d\Omega:dt$	$d\varphi:dt$	$d\pi:dt$	$d^2\mu:dt^2$	$dL:dt$
1861 März 19.	—0"012	—0"575	—0"040	— 3"147	+0"04011	—0"429
April 8.	—0·010	—0·595	—0·058	— 3·288	+0·04568	—0·365
„ 28.	—0·009	—0·599	—0·068	— 3·363	+0·04931	—0·296
Mai 8.	—0·007	—0·588	—0·072	— 3·366	+0·05104	—0·224
Juni 7.	—0·005	—0·564	—0·070	— 3·300	+0·05109	—0·153
„ 27.	—0·004	—0·528	—0·066	— 3·169	+0·04967	—0·085
Juli 17.	—0·002	—0·484	—0·060	— 2·984	+0·04704	—0·022
Aug. 6	—0·001	—0·434	—0·054	— 2·754	+0·04345	+0·035

			$di:dt$	$d\Omega:dt$	$d\varphi:dt$	$d\pi:dt$	$d^2\mu:dt^2$	$dL:dt$
1861	Aug.	26.	0"000	−0"380	−0"049	−2"493	+0"03916	+0"085
	Sept.	15.	0·000	−0·323	−0·047	−2·210	+0·03438	+0·127
	Oct.	5.	+0·001	−0·266	−0·047	−1·917	+0·02932	+0·163
	„	25.	+0·001	−0·209	−0·051	−1·622	+0·02413	+0·190
	Nov.	14.	+0·001	−0·155	−0·056	−1·335	+0·01893	+0·212
	Dec.	4.	+0·001	−0·104	−0·065	−1·061	+0·01384	+0·226
	„	24.	+0·001	−0·056	−0·076	−0·807	+0·00894	+0·234
1862	Jan.	13.	0·000	−0·013	−0·088	−0·573	+0·00428	+0·238
	Febr.	2.	0·000	+0·026	−0·103	−0·366	−0·00009	+0·235
	„	22.	−0·001	+0·059	−0·118	−0·184	−0·00415	+0·229
	März	14.	−0·002	+0·088	−0·134	−0·028	−0·00788	+0·219
	April	3.	−0·002	+0·111	−0·150	+0·101	−0·01126	+0·205
	„	23.	−0·003	+0·130	−0·167	+0·205	−0·01430	+0·189
	Mai	13.	−0·004	+0·143	−0·182	+0·284	−0·01699	+0·169
	Juni	2.	−0·005	+0·151	−0·197	+0·341	−0·01935	+0·148
	„	22.	−0·005	+0·155	−0·211	+0·377	−0·02137	+0·125
	Juli	12.	−0·006	+0·154	−0·223	+0·395	−0·02308	+0·101
	Aug.	1.	−0·007	+0·149	−0·234	+0·397	−0·02448	+0·076
	„	21.	−0·008	+0·140	−0·243	+0·384	−0·02558	+0·050
	Sept.	10.	−0·008	+0·126	−0·251	+0·360	−0·02640	+0·024
	„	30.	−0·009	+0·110	−0·257	+0·327	−0·02694	−0·003
	Oct.	20.	−0·010	+0·090	−0·261	+0·287	−0·02722	−0·029
	Nov.	9.	−0·010	+0·067	−0·263	+0·243	−0·02725	−0·055
	„	29.	−0·011	+0·042	−0·263	+0·196	−0·02704	−0·081
	Dec.	19.	−0·011	+0·014	−0·262	+0·150	−0·02660	−0·106
1863	Jan.	8.	−0·011	−0·015	−0·259	+0·104	−0·02593	−0·129
	„	28.	−0·012	−0·046	−0·254	+0·062	−0·02508	−0·153
	Febr.	17.	−0·012	−0·079	−0·248	+0·026	−0·02401	−0·175
	März	9.	−0·012	−0·112	−0·241	−0·003	−0·02276	−0·195
	„	29.	−0·012	−0·146	−0·233	−0·024	−0·02132	−0·214
	April	18.	−0·012	−0·180	−0·224	−0·037	−0·01971	−0·231
	Mai	8.	−0·012	−0·214	−0·214	−0·039	−0·01794	−0·247
	„	28.	−0·011	−0·248	−0·204	−0·030	−0·01602	−0·261
	Juni	17.	−0·011	−0·281	−0·193	−0·010	−0·01396	−0·273
	Juli	7.	−0·011	−0·312	−0·183	+0·022	−0·01176	−0·283
	„	27.	−0·010	−0·342	−0·172	+0·064	−0·00945	−0·291
	Aug.	16.	−0·010	−0·371	−0·162	+0·118	−0·00703	−0·296
	Sept.	5.	−0·009	−0·397	−0·153	+0·183	−0·00451	−0·299
	„	25.	−0·008	−0·420	−0·145	+0·256	−0·00192	−0·300
	Oct.	15.	−0·007	−0·440	−0·138	+0·338	+0·00073	−0·299

	$di:dt$	$d\Omega:dt$	$d\varphi:dt$	$d\pi:dt$	$d^2\mu:dt^2$	$dL:dt$
1863 Nov. 4.	—0″007	—0″458	—0″132	+0″427	+0″00343	—0″295
„ 24.	—0·006	—0·471	—0·127	+0·521	+0·00614	—0·288
Dec. 14.	—0·005	—0·481	—0·124	+0·617	+0·00886	—0·279
1864 Jan. 3.	—0·004	—0·487	—0·123	+0·714	+0·01153	—0·268
„ 23.	—0·003	—0·489	—0·123	+0·809	+0·01414	—0·254
Febr. 12.	—0·002	—0·486	—0·125	+0·898	+0·01666	—0·238
März 3.	—0·001	—0·479	—0·128	+0·980	+0·01903	—0·219
„ 23.	0·000	—0·467	—0·132	+1·052	+0·02122	—0·199
April 12.	+0·001	—0·450	—0·137	+1·110	+0·02318	—0·176
Mai 2.	+0·001	—0·429	—0·142	+1·153	+0·02487	—0·152
„ 22.	+0·002	—0·403	—0·147	+1·179	+0·02623	—0·126
Juni 11.	+0·003	—0·374	—0·152	+1·186	+0·02720	—0·098
Juli 1.	+0·003	—0·340	—0·155	+1·175	+0·02772	—0·070
„ 21.	+0·004	—0·304	—0·157	+1·146	+0·02774	—0·041
Aug. 10.	+0·004	—0·265	—0·155	+1·099	+0·02722	—0·012
„ 30.	+0·004	—0·224	—0·151	+1·038	+0·02609	+0·016
Sept. 20.	+0·004	—0·183	—0·142	+0·967	+0·02432	+0·044
Oct. 9.	+0·004	—0·143	—0·130	+0·890	+0·02188	+0·070
„ 29.	+0·004	—0·104	—0·112	+0·815	+0·01875	+0·094
Nov. 18.	+0·003	—0·069	—0·090	+0·747	+0·01494	+0·115
Dec. 8.	+0·002	—0·038	—0·063	+0·693	+0·01049	+0·133
„ 28.	+0·001	—0·015	—0·031	+0·660	+0·00543	+0·145
			mittl. Ekliptik 1870·0.			
1865 Jan. 17.	0·000	0·000	+0·004	+0·653	—0·00015	+0·153
Febr. 6.	—0·001	+0·004	+0·042	+0·677	—0·00614	+0·154
„ 26.	—0·003	—0·003	+0·082	+0·733	—0·01239	+0·148
März 18.	—0·005	—0·025	+0·122	+0·821	—0·01875	+0·135
April 7.	—0·006	—0·063	+0·161	+0·937	—0·02500	+0·114
„ 27.	—0·008	—0·117	+0·197	+1·075	—0·03094	+0·084
Mai 17.	—0·009	—0·187	+0·230	+1·224	—0·03633	+0·045
Juni 6.	—0·011	—0·275	+0·258	+1·373	—0·04092	—0·001
„ 26.	—0·012	—0·378	+0·280	+1·506	—0·04451	—0·055
Juli 16.	—0·013	—0·496	+0·297	+1·609	—0·04687	—0·116
Aug. 5.	—0·014	—0·625	+0·308	+1·668	—0·04781	—0·181
„ 25.	—0·014	—0·762	+0·313	+1·669	—0·04725	—0·249
Sept. 14.	—0·014	—0·902	+0·314	+1·604	—0·04510	—0·318
Oct. 4.	—0·013	—1·040	+0·312	+1·467	—0·04140	—0·385
„ 24.	—0·011	—1·171	+0·308	+1·260	—0·03623	—0·446
Nov. 13.	—0·010	—1·289	+0·304	+0·989	—0·02980	—0·500
Dec. 3.	—0·008	—1·389	+0·300	+0·663	—0·02233	—0·544
„ 23.	—0·005	—1·467	+0·298	+0·298	—0·01415	—0·577

	$di : dt$	$d\Omega : dt$	$d\varphi : dt$	$d\pi : dt$	$d^2\mu : dt^2$	$dL : dt$
1866 Jan. 12.	−0"002	−1"520	+0"299	−0"086	−0"00558	−0"596
Febr. 1.	0·000	−1·546	+0·303	−0·473	+0·00303	−0·600
„ 21.	+0·003	−1·546	+0·309	−0·844	+0·01136	−0·592
März 13.	+0·006	−1·520	+0·317	−1·180	+0·01911	−0·570
April 2.	+0·008	−1·470	+0·326	−1·472	+0·02605	−0·537
„ 22.	+0·010	−1·399	+0·335	−1·709	+0·03201	−0·494
Mai 12.	+0·012	−1·312	+0·343	−1·888	+0·03688	−0·443
Juni 1.	+0·014	−1·212	+0·350	−2·010	+0·04059	−0·386
„ 21.	+0·015	−1·103	+0·354	−2·071	+0·04317	−0·325
Juli 11.	+0·015	−0·990	+0·355	−2·082	+0·04466	−0·263
„ 31.	+0·016	−0·875	+0·352	−2·047	+0·04513	−0·201
Aug. 20.	+0·015	−0·762	+0·345	−1·977	+0·04470	−0·140
Sept. 9.	+0·015	−0·653	+0·335	−1·855	+0·04345	−0·082
„ 29.	+0·015	−0·551	+0·321	−1·767	+0·04154	−0·028
Oct. 19.	+0·014	−0·456	+0·303	−1·637	+0·03905	+0·021
Nov. 8.	+0·013	−0·369	+0·283	−1·504	+0·03612	+0·065
„ 28.	+0·012	−0·292	+0·260	−1·372	+0·03283	+0·104
Dec. 18.	+0·010	−0·225	+0·234	−1·253	+0·02929	+0·138
1867 Jan. 7.	+0·009	−0·167	+0·207	−1·138	+0·02557	+0·166
„ 27.	+0·008	−0·118	+0·180	−1·037	+0·02176	+0·188
Febr. 16.	+0·006	−0·079	+0·151	−0·951	+0·01790	+0·206
März 8.	+0·005	−0·048	+0·123	−0·883	+0·01406	+0·218
„ 28.	+0·004	−0·025	+0·095	−0·839	+0·01030	+0·226
April 17.	+0·002	−0·010	+0·067	−0·807	+0·00662	+0·230
Mai 7.	+0·001	−0·002	+0·041	−0·792	+0·00307	+0·229
„ 27.	0·000	0·000	+0·016	−0·793	−0·00031	+0·225
Juni 16.	−0·001	−0·003	−0·007	−0·810	−0·00352	+0·217
Juli 6.	−0·002	−0·012	−0·028	−0·844	−0·00651	+0·207
„ 26.	−0·003	−0·024	−0·047	−0·885	−0·00932	+0·193
Aug. 15.	−0·003	−0·040	−0·064	−0·936	−0·01190	+0·177
Sept. 4.	−0·004	−0·059	−0·079	−0·994	−0·01424	+0·159
„ 24.	−0·005	−0·081	−0·091	−1·057	−0·01633	+0·140
Oct. 14.	−0·005	−0·104	−0·101	−1·125	−0·0182	+0·118
Nov. 3.	−0·005	−0·128	−0·109	−1·190	−0·0198	+0·096
„ 23.	−0·005	−0·153	−0·115	−1·254	−0·0211	+0·073
Dec. 13.	−0·005	−0·179	−0·118	−1·314	−0·0222	+0·049
1868 Jan. 2.	−0·005	−0·204	−0·119	−1·367	−0·0230	+0·024
„ 22.	−0·005	−0·228	−0·119	−1·409	−0·0235	0·000
Febr. 11.	−0·005	−0·252	−0·117	−1·443	−0·0237	−0·024
März 2.	−0·005	−0·273	−0·114	−1·466	−0·0237	−0·048

	$di : dt$	$d\Omega : dt$	$d\varphi : dt$	$d\pi : dt$	$d^2\mu : dt^2$	$dL : dt$
1868 März 22.	—0"004	—0"293	—0"110	—1"475	—0"0234	—0"071
April 11.	—0·004	—0·311	—0·105	—1·471	—0·0228	—0·094
Mai 1.	—0·003	—0·326	—0·100	—1·448	—0·0219	—0·115
„ 21.	—0·003	—0·339	—0·094	—1·414	—0·0208	—0·135
Juni 10.	—0·002	—0·349	—0·089	—1·365	—0·0194	—0·154
„ 30.	—0·002	—0·356	—0·085	—1·302	—0·0177	—0·170
Juli 20.	—0·001	—0·359	—0·081	—1·226	—0·0158	—0·185
Aug. 9.	0·000	—0·359	—0·078	—1·136	—0·0136	—0·198
„ 29.	0·000	—0·356	—0·078	—1·039	—0·0113	—0·208
Sept. 18.	+0·001	—0·349	—0·078	—0·935	—0·0087	—0·216
Oct. 8.	+0·002	—0·339	—0·080	—0·826	—0·0059	—0·221
„ 28.	+0·002	—0·325	—0·085	—0·716	—0·0030	—0·224
Nov. 17.	+0·003	—0·309	—0·091	—0·608	0·0000	—0·224
Dec. 7.	+0·004	—0·289	—0·099	—0·506	+0·0031	—0·221
„ 27.	+0·004	—0·267	—0·108	—0·413	+0·0062	—0·215
1869 Jan. 16.	+0·004	—0·243	—0·119	—0·333	+0·0092	—0·206
Febr. 5.	+0·005	—0·216	—0·131	—0·266	+0·0122	—0·195
„ 25.	+0·005	—0·188	—0·143	—0·215	+0·0150	—0·181
März 17.	+0·005	—0·160	—0·154	—0·181	+0·0175	—0·164
April 6.	+0·005	—0·130	—0·165	—0·163	+0·0198	—0·145
„ 26.	+0·005	—0·101	—0·173	—0·161	+0·0217	—0·123
Mai 16.	+0·005	—0·073	—0·180	—0·171	+0·0232	—0·100
Juni 5.	+0·005	—0·047	—0·184	—0·188	+0·0242	—0·076
„ 25.	+0·005	—0·022	—0·185	—0·209	+0·0247	—0·050
Juli 15.	+0·004	—0·001	—0·183	—0·228	+0·0246	—0·023
Aug. 4.	+0·004	+0·017	—0·177	—0·239	+0·0239	+0·003
„ 24.	+0·004	+0·031	—0·168	—0·235	+0·0226	+0·030
Sept. 13.	+0·003	+0·040	—0·156	—0·212	+0·0207	+0·055
Oct. 3.	+0·002	+0·045	—0·141	—0·163	+0·0182	+0·079
„ 23.	+0·002	+0·044	—0·124	—0·084	+0·0151	+0·101
Nov. 12.	+0·001	+0·037	—0·105	+0·026	+0·0115	+0·120
Dec. 2.	+0·001	+0·024	—0·086	+0·169	+0·0074	+0·136
„ 22.	0·000	+0·005	—0·067	+0·347	+0·0030	+0·148
1870 Jan. 11.	0·000	—0·019	—0·049	+0·555	—0·0018	+0·155
„ 31.	—0·001	—0·050	—0·033	+0·790	—0·0069	+0·156
Febr. 20.	—0·001	—0·086	—0·019	+1·048	—0·0121	+0·152
März 12.	—0·001	—0·126	—0·007	+1·322	—0·0173	+0·142
April 1.	—0·001	—0·171	+0·001	+1·606	—0·0224	+0·125
„ 21.	—0·001	—0·219	+0·007	+1·890	—0·0274	+0·101
Mai 11.	—0·001	—0·270	+0·010	+2·168	—0·0320	+0·070

	di : dt	*dΩ : dt*	*dφ : dt*	*dπ : dt*	*d²μ : dt²*	*dL : dt*
1870 Mai 31.	—0″001	—0″322	+0″011	+2″430	—0″0362	+0″032
Juni 20.	0·000	—0·375	+0·009	+2·668	—0·0399	—0·013
Juli 10.	+0·001	—0·426	+0·006	+2·875	—0·0428	—0·064
„ 30.	+0·002	—0·474	+0·003	+3·043	—0·0450	—0·121
Aug. 19.	+0·003	—0·519	+0·001	+3·170	—0·0463	—0·182
Sept. 8.	+0·004	—0·557	—0·001	+3·248	—0·0466	—0·247
„ 28.	+0·005	—0·590	+0·001	+3·279	—0·0459	—0·314
Oct. 18.	+0·006	—0·614	+0·006	+3·257	—0·0442	—0·381
Nov. 7.	+0·008	—0·628	+0·015	+3·195	—0·0413	—0·447
„ 27.	+0·009	—0·634	+0·029	+3·092	—0·0375	—0·510
Dec. 17.	+0·011	—0·629	+0·048	+2·955	—0·0327	—0·567
1871 Jan. 6.	+0·012	—0·614	+0·072	+2·792	—0·0270	—0·617
„ 26.	+0·013	—0·589	+0·100	+2·612	—0·0207	—0·657
Febr. 15.	+0·014	—0·556	+0·133	+2·424	—0·0138	—0·687
März 7.	+0·015	—0·514	+0·168	+2·237	—0·0066	—0·707
„ 27.	+0·015	—0·467	+0·205	+2·061	+0·0007	—0·714
April 16.	+0·016	—0·415	+0·243	+1·900	+0·0080	—0·709
Mai 6.	+0·016	—0·360	+0·281	+1·761	+0·0150	—0·692
„ 26.	+0·016	—0·304	+0·316	+1·647	+0·0215	—0·664
Juni 15.	+0·015	—0·249	+0·347	+1·558	+0·0275	—0·626
Juli 5.	+0·015	—0·195	+0·374	+1·493	+0·0327	—0·580
„ 25.	+0·014	—0·145	+0·396	+1·452	+0·0371	—0·526
Aug. 14.	+0·013	—0·099	+0·412	+1·421	+0·0406	—0·468
Sept. 3.	+0·012	—0·059	+0·421	+1·410	+0·0433	—0·406
„ 23.	+0·011	—0·024	+0·425	+1·408	+0·0450	—0·342
Oct. 13.	+0·010	+0·005	+0·422	+1·409	+0·0458	—0·278
Nov. 2.	+0·009	+0·029	+0·413	+1·406	+0·0459	—0·215
„ 22.	+0·008	+0·047	+0·400	+1·396	+0·0452	—0·154
Dec. 12.	+0·007	+0·060	+0·382	+1·376	+0·0438	—0·096
1872 Jan. 1.	+0·006	+0·068	+0·361	+1·342	+0·0417	—0·043
„ 21.	+0·005	+0·072	+0·336	+1·291	+0·0392	+0·005
Febr. 10.	+0·004	+0·073	+0·310	+1·219	+0·0362	+0·049
März 1.	+0·003	+0·070	+0·283	+1·128	+0·0329	+0·087
„ 21.	+0·003	+0·065	+0·255	+1·020	+0·0292	+0·119
April 10.	+0·002	+0·059	+0·227	+0·896	+0·0254	+0·146
„ 30.	+0·002	+0·051	+0·201	+0·754	+0·0214	+0·167
Mai 20.	+0·001	+0·042	+0·175	+0·599	+0·0173	+0·182
Juni 9.	+0·001	+0·033	+0·152	+0·430	+0·0132	+0·193
„ 29.	0·000	+0·024	+0·131	+0·253	+0·0091	+0·198
Juli 19.	0·000	+0·015	+0·112	+0·070	+0·0050	+0·199

	$di:dt$	$d\Omega:dt$	$d\varphi:dt$	$d\pi:dt$	$d^2\mu:dt^2$	$dL:dt$
1872 Aug. 8.	0"000	+0"007	+0"096	—0"115	+0"0011	+0"195
„ 28.	0·000	0·000	+0·083	—0·300	—0·0026	+0·187
Sept. 17.	0·000	—0·007	+0·073	—0·480	—0·0061	+0·176
Oct. 7.	0·000	—0·012	+0·066	—0·651	—0·0095	+0·162
„ 27.	0·000	—0·017	+0·061	—0·812	—0·0125	+0·144
Nov. 16.	0·000	—0·020	+0·059	—0·959	—0·0153	+0·125
Dec. 6.	0·000	—0·022	+0·059	—1·089	—0·0177	+0·103
„ 26.	0·000	—0·023	+0·061	—1·198	—0·0198	+0·079
1873 Jan. 15.	0·000	—0·023	+0·064	—1·287	—0·0215	+0·055
Febr. 4.	0·000	—0·022	+0·068	—1·353	—0·0228	+0·029
„ 24.	0·000	—0·020	+0·072	—1·397	—0·0236	+0·003
März 16.	0·000	—0·018	+0·076	—1·417	—0·0241	—0·022
April 5.	0·000	—0·015	+0·080	—1·415	—0·0241	—0·048
„ 25.	0·000	—0·012	+0·082	—1·394	—0·0237	—0·072
Mai 15.	0·000	—0·008	+0·083	—1·356	—0·0228	—0·096
Juni 4.	0·000	—0·005	+0·081	—1·304	—0·0215	—0·118
„ 24.	0·000	—0·002	+0·078	—1·242	—0·0198	—0·138
Juli 14.	0·000	+0·001	+0·072	—1·174	—0·0177	—0·156
Aug. 3.	0·000	+0·003	+0·063	—1·106	—0·0152	—0·172
„ 23.	0·000	+0·005	+0·052	—1·042	—0·0124	—0·185
Sept. 12.	0·000	+0·006	+0·039	—0·986	—0·0094	—0·195
Oct. 2.	0·000	+0·006	+0·024	—0·942	—0·0061	—0·203
„ 22.	—0·001	+0·005	+0·008	—0·912	—0·0027	—0·207
Nov. 11.	—0·001	+0·003	—0·008	—0·901	+0·0007	—0·208
Dec. 1.	—0·001	+0·001	—0·025	—0·906	+0·0041	—0·206
„ 21.	—0·001	—0·003	—0·041	—0·928	+0·0075	—0·200
1874 Jan. 10.	—0·001	—0·007	—0·056	—0·966	+0·0107	—0·192

Wie man sieht, habe ich die Rechnung der Störungen viel weiter fortgeführt, als dieselbe für die vorliegende Bahnbestimmung nothwendig wäre; für die Vorausberechnung der Ephemeriden werden aber diese Rechnungen sehr zweckmäßig verwendet werden können. Die Integration der vorstehenden Werthe habe ich in zwei Tafeln aufgenommen, deren Anwendung wohl kaum einer Erläuterung bedarf; nur soll hier nochmals hervorgehoben werden, daß für die Störungswerthe vor dem Anfange des Jahres 1865,0 das mittlere Äquinoctium von 1860,0 als maßgebend angesehen werden muß, während nach diesem Zeitpunkte das mittlere Äquinoctium 1870,0 in Anwendung zu bringen ist. Ich habe diese speciellen Störungs-

tafeln, um deren Anwendung zu erleichtern, am Schlusse dieser Abhandlung angefügt.

Ich kann nun, nachdem so die wichtigsten Grundlagen für die ferneren Rechnungen erlangt sind, an die Discussion der Beobachtungen schreiten; ich habe ähnlich wie bei der definitiven Bahnbestimmung des Planeten (58) Concordia (Sitzungsberichte Märzheft 1868) entweder nur Meridianbeobachtungen berücksichtigt oder solche Refractorbeobachtungen, die sich an gut bestimmte Vergleichssterne anschließen; allen Beobachtungen wurde die Gewichtseinheit ertheilt, mit Ausnahme solcher Refractorbeobachtungen, die sich an ein und denselben Vergleichsstern anschließen; in diesem letzteren Falle erhielten alle Beobachtungen zusammen, die sich auf denselben Stern gründen, das Gewicht 1. Außerdem wurden alle Beobachtungen weggelassen, die weit von der Opposition abstanden; durch diese Beschränkung wurde das sehr reiche Beobachtungsmaterial wesentlich vermindert, und ich meine dadurch viel Zeit erspart zu haben, ohne daß der Genauigkeit im mindesten Eintrag geschehen ist. — Ich werde jede Opposition gesondert vornehmen.

I. Opposition (1861).

Im Berliner Jahrbuche für 1861 sind die Sonnenorte noch nicht nach den Tafeln von Hansen und Olufsen berechnet, während in den späteren Jahrgängen (von 1863 ab), die bei dieser Rechnung in Anwendung kommen, die oben erwähnten Tafeln als Grundlage für die Berechnung der Sonnenorte dienten; um demnach eine homogene Basis zu erhalten, habe ich die Sonnencoordinaten nach diesen neueren Tafeln ermittelt und gefunden:

0^h m. Berl. Zeit.	wahre Länge	Breite	log R	Nutation
1861 März 13.	352°53'38"2	+0"46	9·9976908	+16"48
„ 15.	354 53 8·4	+0·42	9·9979293	16·41
„ 17.	356 52 29·6	+0·29	9·9981682	16·34
„ 19.	358 51 41·7	+0·05	9·9984083	16·26
„ 21.	0 50 44·5	—0·20	9·9986504	16·19
„ 23.	2 49 38·2	—0·43	9·9988948	16·11
„ 25.	4 48 23·1	—0·59	9·9991421	16·03
„ 27.	6 46 59·5	—0·64	9·9993927	15·96
„ 29.	8 45 28·0	—0·56	9·9996460	15·88
„ 31.	10 43 49·1	—0·38	9·9999011	15·82

0ʰ m. Berl. Zeit	wahre Länge	Breite	log*R*	Nutation
1861 Apr. 2.	12°42' 2"8	—0·13	0·0001575	15·75
„ 4.	14 40 9·5	+0·14	0·0004134	15·68
„ 6.	16 38 9·2	+0·39	0·0006678	15·61
„ 8.	38 36 1·5	+0·54	0·0009194	15·56
„ 10.	20 33 46·1	+0·59	0·0011675	15·51
„ 12.	22 31 22·8	+0·51	0·0014115	15·47
„ 14.	24 28 50·8	+0·33	0·0016513	15·42
„ 16.	26 26 10·0	+0·09	0·0018876	15·37
„ 18.	28 23 20·4	—0·16	0·0021207	15·33
„ 20.	30 20 21·9	—0·37	0·0023516	15·29

Ich habe nun die vorstehenden Längen und Breiten auf das mittlere Äquinoctium 1861,0 reducirt und dann die rechtwinkligen Äquatorcoordinaten abgeleitet, und für dieselben erhalten:

0ᵇ m. Berl. Zeit	*X*	*Y*	*Z*
1861 März 13.	+0·9870407	—0·1129979	—0·0490303
„ 15.	+0·9912695	—0·0815055	—0·0353651
„ 17.	+0·9943032	—0·0499197	—0·0216599
„ 19.	+0·9961423	—0·0182789	—0·0079315
„ 21.	+0·9967905	+0·0133776	+0·0058038
„ 23.	+0·9962509	+0·0450134	+0·0195301
„ 25.	+0·9945282	+0·0765923	+0·0332322
„ 27.	+0·9916284	+0·1080778	+0·0468947
„ 29.	+0·9875560	+0·1394390	+0·0605030
„ 31.	+0·9823163	+0·1706380	+0·0740421
Apr. 2.	+0·9759156	+0·2016398	+0·0874959
„ 4.	+0·9683600	+0·2324091	+0·1008489
„ 6.	+0·9596578	+0·2629094	+0·1140851
„ 8.	+0·9498196	+0·2931025	+0·1271876
„ 10.	+0·9388580	+0·3229508	+0·1401398
„ 12.	+0·9267878	+0·3524190	+0·1529263
„ 14.	+0·9136271	+0·3814686	+0·1655307
„ 16.	+0·8993967	+0·4100659	+0·1779384
„ 18.	+0·8841163	+0·4381791	+0·1901362

Um nun eine Ephemeride berechnen zu können, habe ich die Eingangs erwähnten Elemente mit Hilfe der berechneten Störungs-

werthe auf die Osculationsepoche 1861 März 28·5 übertragen und so erhalten, indem ich das mittlere Äquinoctium 1861,0 als Fundamentalebene wählte.

1861. März 28·5.

$$L = 169°21'28"04$$
$$M = 45\ 35\ 51·64$$
$$\pi = 123\ 45\ 36·40$$
$$\Omega = 311\ \ 8\ 12·19$$
$$i = 1\ 19\ 55·03$$
$$\varphi = 7\ 25\ 16·51$$
$$\mu = 808"3345$$
$$\log a = 0·4282770$$

woraus man zur Berechnung der rechtwinkligen Äquatorcoordinaten erhält:

$$x = [0·4256923] \sin (E + 213°59'27"05) + 0·1924380$$
$$y = [0·3867905] \sin (E + 123\ \ 5\ 36·03) - 0·2636703$$
$$z = [0·0422969] \sin (E + 125\ 45\ 21·17) - 0·1155400$$

Die in die eckigen Klammern eingeschlossenen Zahlen stellen die Logarithmen der Coëfficienten, die angewendet werden müssen, vor. — Die Ephemeride habe ich nun, ohne weiter auf Störungen Rücksicht zu nehmen, aus den eben zusammengestellten Werthen ermittelt; man wird sich leicht überzeugen können, daß diese Übergehung der Störungen innerhalb des Zeitraumes der Oppositionsephemeride kaum eine merkbare Änderung in der folgenden Ephemeride hervorbringen kann; ich erwähne gleich hier, daß ich ähnlich bei allen folgenden Oppositionsephemeriden vorgegangen bin.

Ephemeride.

12h m. Berl. Zt.	α	δ	logΔ	Abrrzt.
1861 März 13	11h56m44s334	—1°24'11"10	0·163438	12m 5s3
„ 14	55 53·073	19 10·61	0·163312	12 5·1
„ 15	55 1·618	14 7·54	0·163260	12 5·0
„ 16	54 10·035	9 2·36	0·163289	12 5·0
„ 17	53 18·398	—1 3 55·56	0·163399	12 5·2
„ 18	52 26·779	—0 58 47·55	0·163591	12 5·6
„ 19	51 35·251	53 38·80	0·163864	12 6·0
„ 20	50 43·881	48 29·73	0·164218	12 6·6

12ʰ m. Berl. Zt.	α	δ	logΔ	Abrrzt.
1861 März 21	11ʰ49ᵐ52ˢ740	—0°43'20"82	0·164651	12ᵐ 7ˢ3
„ 22	49 1·894	39 12·47	0·165165	12 8·2
„ 23	48 11·408	33 5·15	0·165758	12 9·2
„ 24	47 21·347	27 59·25	0·166430	12 10·3
„ 25	46 31·776	22 55·19	0·167179	12 11·6
„ 26	45 42·758	17 53·34	0·168006	12 13·0
„ 27	44 54·349	12 54·15	0·168908	12 14·5
„ 28	44 6·609	7 57·97	0·169887	12 16·1
„ 29	43 19·596	—0 3 5·21	0·170938	12 17·9
„ 30	42 33·368	+0 1 43·75	0·172064	12 19·9
„ 31	41 47·980	6 28·53	0·173262	12 21·9
April 1	41 3·486	11 8·74	0·174530	12 24·1
„ 2	40 19·940	15 44·11	0·175868	12 26·4
„ 3	39 37·390	20 14·11	0·177275	12 28·8
„ 4	38 55·888	24 38·57	0·178748	12 31·3
„ 5	38 15·482	28 57·10	0·180287	12 34·0
„ 6	37 36·220	33 9·34	0·181889	12 36·8
„ 7	36 58·147	37 15·00	0·183556	12 39·7
„ 8	36 21·306	41 13·75	0·185282	12 42·7
„ 9	35 45·735	45 5·34	0·187068	12 45·9
„ 10	35 11·473	48 49·50	0·188911	12 49·1
„ 11	34 38·554	52 25·97	0·190811	12 52·5
„ 12	34 7·012	55 54·50	0·192763	12 56·0
„ 13	33 36·876	+0 59 14·87	0·194769	12 59·5
„ 14	33 8·176	+1 2 26·90	0·196824	13 3·2
„ 15	32 40·933	5 30·43	0·198927	13 7·0
„ 16	11 32 15·166	+1 8 25·29	0·201077	13 11·0

In dieser Opposition haben die folgenden Vergleichssterne für die später mitzutheilenden Beobachtungen gedient:

	Mittl. Äquator 1861·0		
*	α	δ	
a	11ʰ24ᵐ51ˢ19	+1°11'27"9	Berliner Merid. Beob.
	51·01	28·5	Argel.: + 1°; 2587
ang.	11 28 51·10	+1 11 28·2	
b	11 36 12·97	+0 57 25·2	Schjellerup 4231
c	11 37 38·54	+0 41 7·0	Berliner Merid. Beob.
d	11 37 54·74	+0 15 28·5	„ „ „
e	11 41 56·19	+0 27 14·3	„ „ „
	56·01	14·1	Schjellerup 4260
ang.	11 41 56·10	+0 27 14·2	

f	11h 43m 17s·89	—0°27′51″2	Berliner Merid. Beob.
g	11 52 27·47	—1 8 36·6	„ „ „
h	11 53 55·02	—0 59 26·4	„ „ „
i	12 1 12·39	—1 18 58·4	„ „ „
	12·17	19 1·6	Schjellerup 4377
ang.	12 1 12·28	—1 19 0·0	

Die Beobachtungen nun sind in der folgenden Übersicht aufgenommen worden, und zwar so, wie ich dieselben der Rechnung zu Grunde gelegt habe mit Rücksicht auf das eben gegebene Verzeichniß der Vergleichssterne; die Parallaxe ist mit dem Werthe $\pi = 8''848$ (Newcomb) berechnet worden.

Beobachtungen.

Datum	Ort	Ortszeit	α	Parall.	δ	Parall.	*
1861 März 14.	Berlin	11h 20m 50s	11h 55m 54s·62	—0s·07	—1°19′26″9	+4″9	*i*
„ 16.	„	10 18 32	11 54 13·73	—0·12	—1 9 27·6	+4·9	*g*
„ 17.	„	9 16 10	11 53 24·89	—0·17	—1 4 37·3	+4·9	*g*
„ 18.	„	14 45 55	11 52 21·20	+0·16	—0 58 19·5	+4·9	*h*
„ 21.	Grnw.	11 51 58	11 49 51·45	0·00	—0 43 18·1	+4·8	Mer.
„ 22.	„	11 47 12	11 49 0·53	0·00	—0 38 11·6	+4·8	Mer.
„ 24.	Berlin	9 52 46	11 47 26·37	—0·11	—0 28 31·7	+4·8	*f*
April 2.	„	10 12 26	11 40 23·46	—0·05	+0 15 17·6	+4·7	*d*
„ 5.	„	8 59 38	11 38 20·81	—0·10	+0 28 19·2	+4·6	*e*
„ 6.	Clint.	9 46 39	11 37 30·97	—0·06	+0 33 43·6	+4·0	*c*
„ 7.	„	10 41 28	11 36 51·32	+0·01	+0 37 58·5	+3·9	*c*
„ 7.	„	10 56 29	11 36 51·07	+0·03	+0 37 57·2	+3·9	*c*
„ 8.	„	11 3 30	11 36 14·19	+0·04	+0 41 57·4	+3·9	*c*
„ 9.	Berlin	10 19 44	11 35 48·45	0·00	+0 44 42·6	+4·5	*c*
„ 9.	Clint.	11 30 6	11 35 38·17	+0·08	+0 45 51·2	+3·9	*c*
„ 10.	Berlin	9 22 16	11 35 15·54	—0·06	+0 48 19·1	+4·5	*c*
„ 10.	Clint.	11 23 40	11 35 4·56	+0·08	+0 49 30·0	+3·9	*b*
„ 11.	„	11 29 17	11 34 31·77	+0·09	+0 53 5·7	+3·8	*b*
„ 13.	Bilk	9 42 3	11 33 39·74	—0·02	+0 58 52·6	+4·4	*b*
„ 16.	Berlin	9 51 45	11 32 17·23	0·00	+1 8 7·4	+4·4	*a*

Diese Beobachtungen nun habe ich mit der oben mitgetheilten Ephemeride verglichen, und das Resultat dieser Vergleichung ist in der folgenden Tabelle aufgenommen; die gefundenen Differenzen sind im Sinne: Beobachtung — Rechnung angesetzt.

		dα	dδ	*
1861 März 14.	Berlin	—0s·35	—0″7	*i*
„ 16.	„	—0·51	+3·8	*g*
„ 17.	„	+0·01	+0·7	*g*

				$d\alpha$	$d\delta$	*
1861	März	18.	Berlin	+0·09	0·0	*h*
	„	21.	Greenwich	—0·11	+0·3	Merid.
	„	22.	„	—0·36	—0·5	Merid.
	„	24.	Berlin	+0·10	+1·8	*f*
	April	2.	„	—0·12	+1·0	*d*
	„	5.	„	—0·12	+1·0	*e*
	„	6.	Clinton	+0·30	+2·2	*c*
	„	7.	„	+0·03	+3·1	*c*
	„	7.	„	+0·19	—0·7	*c*
	„	8.	„	+0·09	+1·0	*c*
	„	9.	Berlin	—0·03	—0·3	*c*
	„	9.	Clinton	+0·06	+0·5	*c*
	„	10.	Berlin	+0·02	+0·3	*c*
	„	10.	Clinton	+0·28	—2·2	*b*
	„	11.	„	+0·25	—2·3	*b*
	„	13.	Bilk	+0·30	—0·9	*b*
	„	16.	Berlin	—0·30	+3·3	*a*

Mit Rücksicht auf die oben (pag. 495) erwähnte Art über die Gewichtsbestimmung der Beobachtungen erhielt ich als Ephemeriden-Correction

1861 März 28·5; $d\alpha = -0^s095$ $d\delta = +0''68$.

und damit den Normalort, reducirt auf das mittlere Äquinoctium 1860,0.

1861 März 28·5; $\alpha = 176°0'26''0$, $\delta = -0°7'26''4$.

Die Störungswerthe für die Zeit des Normalortes werden nach den mitgetheilten Zahlen:

		♃	♄
1861 März 28·5	Δi	+ 2"56	+ 0"28
	$\Delta\Omega$	+ 2' 5·12	+14·31
	$\Delta\pi$	+11 25·66	+ 9·94
	$\Delta\varphi$	+ 3 11·61	+10·25
	ΔL	— 1 55·62	+14·09
	$\Delta\mu$	+ 0"0414	—0"0183

Für die weiteren Rechnungen ist es aber etwas bequemer, die Störungswerthe, die sich hier auf die Ekliptik als Fundamentalebene beziehen, auf den Äquator zu übertragen; die Formeln, die man hiebei anzuwenden hat, habe ich in meiner Abhandlung über die definitive Bahnbestimmung des Planeten (58) Concordia (Sitzungsberichte März-

heft 1868) entwickelt, und indem ich mich an dieselben gehalten habe, erhielt ich

$$\begin{array}{lcl} & & ♃ + ♄ \\ \Delta L' & = & -\ 1'41"54 \\ \Delta\pi' & = & +11\ 35\cdot59 \\ \Delta ☊' & = & +\ \ \ \ 0\cdot37 \\ \Delta i' & = & +\ \ \ \ 4\cdot30 \\ \Delta\varphi & = & +\ 3\ 21\cdot86 \\ \Delta\mu & = & +\ 0"0231 \end{array}$$

II. Opposition (1862).

In der zweiten Opposition wurde der Planet Angelina nicht beobachtet.

III. Opposition (1863).

Die Sonnencoordinaten im Berliner Jahrbuch für 1863 sind bereits auf Grundlage der Tafeln von Hansen und Olufsen ausgeführt, aber bloß auf das jeweilige wahre Äquinoctium bezogen; um dieselben auf das mittlere Äquinoctium 1863,0 zu übertragen, habe ich die folgenden Reductionen berechnet (in Einheiten der siebenten Decimale):

		dX	*dY*	*dZ*
1863 Sept.	13.	+425	+2230	+1005
„	15.	+344	+2253	+1008
„	17.	+260	+2272	+1009
„	19.	+175	+2287	+1009
„	21.	+ 90	+2301	+1008
„	23.	+ 4	+2311	+1005
„	25.	− 83	+2318	+1002
„	27.	−170	+2323	+ 997
„	29.	−258	+2325	+ 991
Oct.	1.	−345	+2325	+ 983
„	3.	−433	+2323	+ 974
„	5.	−520	+2317	+ 964
„	7.	−608	+2308	+ 953
„	9.	−696	+2297	+ 941

Zur Berechnung der Ephemeride habe ich aus den bisher mitgetheilten Angaben abgeleitet:

Epoche und Osculationspunkt 1863 Oct. 3·5
mittl. Äquinoctium 1863,0.

$$L = 15°47'48"75$$
$$M = 252\ 10\ \ 3·29$$
$$\pi = 123\ 37\ 45·46$$
$$\Omega = 311\ \ 9\ 27·17$$
$$i = 1\ 19\ 52·63$$
$$\varphi = 7\ 22\ 52·04$$
$$\mu = 808"1993$$
$$\log a = 0·4283255$$

Für die rechtwinkligen Äquatorcoordinaten findet sich:

$$x = [0·4257606] \sin (E + 213°51'25"82) + 0·1907703$$
$$y = [0·3868594] \sin (E + 122\ 57\ 56·64) - 0·2626741$$
$$z = [0·0423606] \sin (E + 125\ 37\ 34·01) - 0·1151227$$

und die daraus abgeleitete Ephemeride wird:

Ephemeride.

12h m. Berl. Zt.	α	δ	logΔ	Abrrzt.
1863 Sept. 14.	0h 7m23s257	+2°26'50"73	0·267869	15m22s4
„ 15.	6 34·753	22 2·39	0·267095	15 20·8
„ 16.	5 45·786	17 10·12	0·266381	15 19·3
„ 17.	4 56·408	12 14·22	0·265732	15 17·9
„ 18.	4 6·676	7 15·06	0·265148	15 16·7
„ 19.	3 16·645	+2 2 12·94	0·264631	15 15·6
„ 20.	2 26·372	+1 57 8·20	0·264180	15 14·7
„ 21.	1 35·909	52 1·23	0·263796	15 13·9
„ 22.	0 0 45·315	46 52·98	0·263480	15 13·2
„ 23.	23 59 54·642	41 41·98	0·263231	15 12·7
„ 24.	59 3·046	36 30·38	0·263049	15 12·3
„ 25.	58 13·283	31 17·93	0·262935	15 12·0
„ 26.	57 22·706	26 4·97	0·262889	15 11·9
„ 27.	56 32·269	20 51·90	0·262909	15 12·0
„ 28.	55 42·025	15 39·04	0·262998	15 12·2
„ 29.	54 52·028	10 26·74	0·263155	15 12·5
„ 30.	54 2·332	5 15·33	0·263376	15 13·0
Oct. 1.	53 12·989	+1 0 5·18	0·263665	15 13·6
„ 2.	52 24·054	+0 54 56·64	0·264020	15 14·3
„ 3.	51 35·578	49 50·09	0·264442	15 15·2

12ʰ m. Berl. Zt.		α	δ	logΔ	Abrrzt.
1863 Oct.	4.	23ʰ 50ᵐ 47ˢ·616	+0° 44' 45"·87	0·264929	15ᵐ 1ˢ·62
„	5.	50 0·218	39 44·37	0·265480	15 17·4
„	6.	49 13·438	34 45·93	0·266096	15 18·7
„	7.	48 27·326	29 50·86	0·266776	15 20·1
„	8.	23 47 41·934	0 24 59·49	0·267519	15 21·7

Vergleichsterne für 1863,0.

*	α	δ	
a	0ʰ 4ᵐ 10ˢ·25	+2° 2' 1"·5	Wiener Merid. Beob.
b	0 5 58·44	+2 11 16·0	Schjellerup 45, 46
	58·71	18·4	Leidener Merid. Beob.
	58·73	16·1	Berliner „ „
ang.	0 5 58·63	+2 11 16·8	
c	0 7 40·33	+2 36 9·4	Argel. + 2°; 19
	40·42	10·5	Leidener Merid. Beob.
ang.	0 7 40·37	+2 36 9·9	
d	0 8 27·51	+2 23 5·4	Wiener Merid. Beob.
e	23 45 15·86	+0 44 12·0	Romberg. Astr. Nachr. 1637
f	23 49 29·48	+1 9 26·8	Schjellerup 9927
	29·74	26·9	Romberg. Astr. Nachr. 1637
ang.	23 49 29·61	+1 9 26·8	
g	23 49 31·41	+0 29 16·5	Wiener Merid. Beob.
h	23 51 38·81	+1 0 16·9	„ „ „
i	23 52 49·35	+1 6 25·9	Schjellerup 9948, 9949
k	23 53 5·64	+0 34 8·0	Wiener Merid. Beob.
l	23 53 10·86	+1 0 31·3	„ „
m	23 55 45·40	+1 22 14·8	Schjellerup 9967, 9968
	45·71	14·5	Romberg. Astr. Nachr. 1637
ang.	23 55 45·55	+1 22 14·6	

Beobachtungen.

Datum		Ort	Ortszeit	α	Parall.	δ	Parall.	*
1863 Sept.	14.	Leiden	11ʰ 25ᵐ 2ˢ	0ʰ 7ᵐ 23ˢ·87	−0ˢ·06	+2° 26' 50"·6	+3"·7	*c*
„	15.	Josefstadt	10 30 17	0 6 38·76	−0·11	+2 22 23·7	+3·5	*d*
„	15.	Washingt.	11 40 24	0 6 23·62	−0·05	+2 20 56·7	+2·9	*b*
„	16.	Leyton	10 48 55	0 5 46·83	−0·08	+2 17 16·2	+3·7	*b*
„	17.	„	10 8 31	0 4 58·76	−0·11	+2 12 26·5	+3·7	*b*
„	17.	Leiden	12 19 14	0 4 54·82	0·00	+2 12 2·0	+3·7	Mer.
„	17.	„	13 43 40	0 4 51·74	+0·07	+2 11 48·0	+3·7	*b*
„	18.	„	12 14 29	0 4 5·20	0·00	+2 7 7·8	+3·7	Mer.
„	19.	Wien	12 9 52	0 3 16·77	0·00	+2 2 17·6	+3·5	Mer.
„	19.	„	12 49 34	0 3 15·48	+0·04	+2 2 8·8	+3·5	*a*
„	22.	Greenw.	11 55 22	0 0 43·86	0·00	+1 46 41·8	+3·7	Mer.
„	23.	Leiden	11 50 36	23 59 54·09	0·00	+1 41 39·1	+3·7	Mer.

Datum	Ort	Ortszeit	α	Parall.	δ	Parall.	*
1863 Sept. 27.	Leipzig	12h 23m 23s	23h 56m 31s·76	+0·05	+1° 20' 44"1	+3·7	*m*
„ 28.	Leyton	9 38 53	23 55 45·71	—0·09	+1 15 56·2	+3·7	*m*
„ 28.	„	12 42 1	23 55 39·23	+0·07	+1 15 23·8	+3·7	*f*
„ 29.	Leiden	11 22 3	23 54 52·76	0·00	+1 10 29·3	+3·8	Mer.
„ 29.	Leyton	11 8 30	23 54 52·65	—0·01	+1 10 25·7	+3·7	*f*
„ 29.	Greenw.	11 22 0	23 54 51·96	0·00	+1 10 24·3	+3·7	Mer.
„ 30.	Leipzig	11 40 9	23 54 3·16	+0·02	+1 5 18·5	+3·7	*i*
„ 30.	Leiden	11 17 18	23 54 3·09	0·00	+1 5 20·1	+3·8	Mer.
Oct. 1.	Josefstadt	7 41 26	23 53 22·79	—0·17	+1 1 0·1	+3·6	*l*
„ 1.	„	8 20 43	23 53 21·48	—0·15	+1 0 53·6	+3·6	*h*
„ 1.	Leyton	8 49 30	23 53 18·31	—0·12	+1 0 30·6	+3·8	*i*
„ 1.	Leiden	11 12 32	23 53 14·01	0·00	+1 0 11·5	+3·8	Mer.
„ 4.	Leipzig	13 4 27	23 50 45·75	+0·11	+0 44 32·8	+3·7	*e*
„ 5.	„	10 28 18	23 50 3·81	—0·02	+0 40 4·4	+3·7	*e*
„ 5.	Kremsm.	10 53 45	23 50 2·88	0·00	+0 39 56·9	+3·6	Mer.
„ 5.	Washingt.	10 44 16	23 49 51·26	—0·01	+0 38 49·8	+3·0	*g*
„ 6.	Josefstadt	8 8 11	23 49 21·69	—0·14	+0 35 35·5	+3·6	*k*
„ 7.	„	8 45 14	23 48 34·60	—0·11	+0 30 35·3	+3·6	*g*
„ 7.	Wien	10 44 22	23 48 30·34	0·00	+0 30 12·4	+3·6	Mer.
„ 7.	„	10 49 29	23 48 30·39	0·00	+0 30 8·3	+3·6	*g*
„ 7.	Leipzig	11 43 51	23 48 28·14	+0·05	+0 29 55·2	+3·7	*g*

Vergleichung der Beobachtungen mit der Ephemeride.

		dα	*dδ*	*
1863 Sept. 14.	Leiden	+0s06	+0"7	*c*
„ 15.	Josefstadt	—0·06	+1·3	*d*
„ 15.	Washington	—0·12	+3·2	*b*
„ 16.	Leyton	—0·16	+3·1	*b*
„ 17.	„	—0·28	+0·9	*b*
„ 17.	Leiden	—0·22	—0·3	Merid.
„ 17.	„	—0·33	+3·1	*b*
„ 18.	„	—0·27	+3·7	Merid.
„ 19.	Wien	—0·48	+4·5	Merid.
„ 19.	„	—0·35	+4·1	*a*
„ 22.	Greenwich	—0·27	+0·4	Merid.
„ 23.	Leiden	—0·16	+3·2	Merid.
„ 27.	Leipzig	—0·03	—1·4	*m*
„ 28.	Leyton	+0·02	—1·4	*m*
„ 28.	„	+0·07	+5·9	*f*
„ 29.	Leiden	+0·13	+2·6	Merid.
„ 29.	Leyton	+0·16	—0·2	*f*
„ 29.	Greenwich	—0·05	+1·3	Merid.
„ 30.	Leipzig	—0·22	+0·2	*i*
„ 30.	Leiden	—0·01	+3·8	Merid.

			$d\alpha$	$d\delta$	
1863 Oct.	1.	Josefstadt	—0ˢ12	—2"9	*l*
„	1.	„	—0·07	—1·1	*h*
„	1.	Leyton	+0·01	—3·5	*i*
„	1.	Leiden	+0·10	+4·3	Merid.
„	4.	Leipzig	+0·01	+1·8	*e*
„	5.	„	+0·20	+2·3	*e*
„	5.	Kremsmünst.	—0·10	—1·5	Merid.
„	5.	Washington	—0·08	+4·8	*g*
„	6.	Josefstadt	—0·25	—0·2	*k*
„	7.	„	+0·10	+2·8	*g*
„	7.	Wien	—0·26	+4·2	Merid.
„	7.	„	—0·04	+1·1	*g*
„	7.	Leipzig	—0·01	+2·4	*g*

Die Ephemeridencorrection findet sich demnach

1863 Sept. 26·5; $d\alpha = -0^s109$; $d\delta = +1''54$

und damit der Normalort reducirt auf das mittlere Äquinoctium 1860,0:

1863 Sept. 26·5; $\alpha = 359°17'33''1$; $\delta = +1°24'45''6$

Die Störungswerthe sind für die Zeit des Normalortes:

		♃	♄
1863 Sept. 26·5	Δi	— 0"25	0"00
	$\Delta\Omega$	+1'20·10	+ 7·78
	$\Delta\pi$	+2 28·99	—20·32
	$\Delta\varphi$	+ 55·38	+ 2·98
	ΔL	+2 15·13	+ 7·91
	$\Delta\mu$	—0"0869	—0"0204.

Die Übertragung der vorgelegten Störungswerthe auf den Äquator läßt finden:

	♃ + ♄
$\Delta L'$	+2'23"37
$\Delta\pi'$	+2 9·00
$\Delta\Omega'$	+ 3·84
$\Delta i'$	+ 1·31
$\Delta\varphi$	+0'58·36
$\Delta\mu$	—0"1073.

IV. Opposition (1865).

Die Elemente, die ich zur Ableitung der Ephemeride benützte, waren aus den Eingangs erwähnten erhalten worden durch Über-

tragung der Osculation auf 1865 Januar 20·5; als Fundamentalebene wurde die mittlere Ekliptik 1865,0 angenommen; die Elemente sind:

$$
\begin{aligned}
L &= 122°26'\ 4''22 \\
M &= 358\ 48\ 56·28 \\
\pi &= 123\ 37\ 19·11 \\
\Omega &= 311\ 10\ \ 8·57 \\
i &= \ \ 1\ 19\ 53·65 \\
\varphi &= \ \ 7\ 21\ 52·35 \\
\mu &= 808''3267 \\
\log a &= 0·4282798
\end{aligned}
$$

und die mittleren Äquatorconstanten werden erhalten:

$$
\begin{aligned}
x &= [0·4257254] \sin(E+213°50'\,55''86) + 0·1902875 \\
y &= [0·3868188] \sin(E+122\ 57\ 33·80) - 0·2620815 \\
z &= [0·0423233] \sin(E+125\ 37\ 11·63) - 0·1148646.
\end{aligned}
$$

Ephemeride.

12ʰ m. Berl. Zeit		α	δ	logΔ	Abrrzt.
1865 Januar	4.	8ʰ 35ᵐ 17ˢ603	+ 19°13'29"23	0·145021	11ᵐ35ˢ2
„	5.	34 31·478	15 42·17	0·143579	11 32·9
„	6.	33 44·061	17 58·45	0·142211	11 30·7
„	7.	32 55·399	20 17·81	0·140918	11 28·6
„	8.	32 5·549	22 39·98	0·139700	11 26·7
„	9.	31 14·569	25 4·69	0·138560	11 24·9
„	10.	30 22·527	27 31·66	0·137497	11 23·2
„	11.	29 29·492	30 0·60	0·136516	11 21·7
„	12.	28 35·531	32 31·21	0·135614	11 20·3
„	13.	27 40·718	35 3·21	0·134795	11 19·0
„	14.	26 45·127	37 36·30	0·134059	11 17·9
„	15.	25 48·836	40 10·20	0·133406	11 16·8
„	16.	24 51·925	42 44·60	0·132839	11 16·0
„	17.	23 54·476	45 19·22	0·132357	11 15·2
„	18.	22 56·571	47 53·76	0·131961	11 14·6
„	19.	21 58·295	50 27·92	0·131654	11 14·1
„	20.	20 59·733	53 1·40	0·131434	11 13·8
„	21.	20 0·972	55 33·91	0·131302	11 13·6
„	22.	19 2·104	+19 58 5·16	0·131257	11 13·5
„	23.	8 18 3·220	+20 0 34·87	0·131302	11 13·6

12h m. Berl. Zeit		α	δ	log Δ	Abrrzt.
1865 Januar	24.	8h 17m 4s411	+20° 3' 2"78	0·131433	11m 13s8
„	25.	16 5·767	5 28·61	0·131654	11 14·1
„	26.	15 7·384	7 52·11	0·131960	11 14·6
„	27.	14 9·356	10 13·01	0·132355	11 15·2
„	28.	13 11·776	12 31·05	0·132836	11 15·9
„	29.	12 14·736	14 46·01	0·133403	11 16·8
„	30.	11 18·322	16 57·70	0·134056	11 17·9
„	31.	10 22·618	19 5·93	0·134791	11 19·0
Februar	1.	9 27·707	21 10·52	0·135611	11 20·3
„	2.	8 33·669	23 11·32	0·136511	11 21·7
„	3.	7 40·580	25 8·17	0·137492	11 23·2
„	4.	6 48·516	27 0·94	0·138552	11 24·9
„	5.	5 57·550	28 49·50	0·139690	11 26·7
„	6.	5 7·751	30 33·75	0·140903	11 28·6
„	7.	4 19·181	32 13·58	0·142191	11 30·7
„	8.	3 31·903	33 48·93	0·143551	11 32·8
„	9.	2 45·973	35 19·71	0·144982	11 35·1
„	10.	2 1·446	36 45·85	0·146484	11 37·5
„	11.	1 18·377	38 7·30	0·148051	11 40·0
„	12.	8 0 36·815	39 23·98	0·149683	11 42·7
„	13.	7 59 56·809	40 35·85	0·151381	11 45·4
„	14.	59 18·403	41 42·86	0·153142	11 48·3
„	15.	58 41·638	42 44·95	0·154962	11 51·3
„	16.	58 6·551	43 42·06	0·156841	11 54·4
„	17.	7 57 33·173	+20 44 34·14	0·158777	11 57·6

Vergleichssterne für 1865,0.

✱	α	δ	
a	8h 1m 27s63	+20°30'37"9	Berliner Merid. Beob.
b	8 10 0·47	+20 15 3·3	„ „ „
	0·55	3·1	Argel. + 20°, 2040
ang.	8 10 0·51	+20 15 3·2	
c	8 23 55·39	+19 54 37·2	Wiener Merid. Beob.
d	8 24 17·62	+19 34 43·0	Berliner „ „

Die Beobachtungen im Verlaufe dieser Opposition sind trotz der verhältnißmäßig bedeutenden Oppositionshelligkeit (mag = 9·7) wenig zahlreich ausgefallen in Folge überaus ungünstiger Witterungsverhältnisse.

Beobachtungen.

Datum		Ort	Ortszeit	α	Parall.	δ	Parall.	*
1865 Jan.	4.	Leiden	13h 36m 37s	8h 35m 13s·71	0s·00	+19°13'37"8	+3"5	Mer.
„	13.	Berlin	12 50 12	8 27 38·98	0·00	+19 35 6·5	+3·5	d
„	18.	Josefst.	7 50 57	8 23 8·06	—0·29	+19 47 19·8	+4·1	c
„	28.	Leiden	11 40 17	8 13 11·71	0·00	+20 12 27·5	+3·5	Mer.
„	30.	Berlin	12 36 3	8 11 17·20	+0·08	+20 16 57·4	+3·5	b
Febr.	5.	„	12 17 33	8 5 57·31	+0·09	+20 28 47·9	+3·5	a
„	6.	„	10 34 43	8 5 11·12	—0·03	+20 30 24·9	+3·4	a
„	6.	Leiden	10 56 52	8 5 9·22	0·00	+20 30 27·0	+3·4	Mer.
„	14.	„	10 19 38	7 59 20·77	0·00	+20 41 36·7	+3·3	Mer.
„	15.	„	10 15 5	7 58 43·74	0·00	+20 42 37·9	+3·2	Mer.

Vergleichung der Beobachtungen mit der Ephemeride.

			dα	dδ	*
1865 Jan.	4.	Leiden	—0s08	+1"1	Merid.
„	13.	Berlin	—0·25	+2·7	d
„	18.	Josefstadt.	+0·23	—0·7	c
„	28.	Leiden	+0·12	—0·5	Merid.
„	30.	Berlin	—0·08	+1·0	b
Febr.	5.	„	+0·06	+1·5	a
„	6.	„	+0·03	+1·4	a
„	6.	Leiden	+0·14	—0·6	Merid.
„	14.	„	+0·37	+0·6	Merid.
„	15.	„	+0·08	−0·5	Merid.

Die Ephemeridencorrection ist dem zu Folge:

1865 Jan. 28·5; $d\alpha = +0^s063$, $d\delta = +0"50$

und der auf das mittlere Äquinoctium 1870,0 übertragene Normalort ist:

1865 Jan. 28·5; $\alpha = 123°22'4"5$, $\delta = +20°11'46"3$.

Die Störungswerthe für diese Epoche sind:

		♃	♄
1865 Jan. 28·5	Δi	+0"06	0·00
	ΔΩ	—0·47	0·00
	Δπ	—5·09	+0·70
	Δφ	—3·67	0·00
	ΔL	—1·17	+0·17
	Δμ	+0"0244	0"0000

und die Übertragung dieser Werthe auf den Äquator läßt finden:

	♃ + ♄
$\Delta L'$	$-1''01$
$\Delta\pi'$	$-4\cdot40$
$\Delta\Omega'$	$-0\cdot12$
$\Delta i'$	$+0\cdot03$
$\Delta\varphi$	$-3\cdot67$
$\Delta\mu$	$+0''0244$

V. Opposition (1866).

Die zur Berechnung der Ephemeride anzuwendenden Elemente sind:

Epoche und Osculation 1866 Mai 26·5
mittl. Äquinoctium 1866,0.

$$
\begin{aligned}
L &= 232^\circ 44'\ 5''23 \\
M &= 109\ \ 2\ 23\cdot83 \\
\pi &= 123\ 41\ 41\cdot40 \\
\Omega &= 311\ 10\ 50\cdot67 \\
i &= 1\ 19\ 54\cdot30 \\
\varphi &= 7\ 20\ 47\cdot99 \\
\mu &= 808''3479 \\
\log a &= 0\cdot4282722
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
x &= [0\cdot4257343]\sin(E + 213^\circ 55'\ 15''15) + 0\cdot1901876 \\
y &= [0\cdot3868114]\sin(E + 123\ \ 1\ 59\cdot11) - 0\cdot2612262 \\
z &= [0\cdot0423205]\sin(E + 125\ 41\ 36\cdot74) - 0\cdot1144810.
\end{aligned}
$$

Daraus leitet sich nun die Oppositionsephemeride ab, für welche ich die folgenden Zahlen eruirte:

Ephemeride.

12ʰ m. Berl. Zeit	α	δ	log Δ	Abrrzt.
1866 Mai 14.	16ʰ 26ᵐ 21ˢ281	−23° 38′ 7″32	0·261458	15ᵐ 9ˢ0
„ 15.	25 27·151	36 9·36	0·260905	15 7·8
„ 16.	24 32·408	34 7·67	0·260416	15 6·7
„ 17.	23 37·110	32 2·39	0·259991	15 5·9
„ 18.	22 41·319	29 53·64	0·259632	15 5·1
„ 19.	21 45·099	27 41·57	0·259337	15 4·5
„ 20.	20 48·523	25 26·28	0·259107	15 4·0
„ 21.	19 51·659	23 7·90	0·258944	15 3·6
„ 22.	18 54·565	20 46·53	0·258847	15 3·5
„ 23.	17 57·307	18 22·33	0·258817	15 3·5
„ 24.	16 59·950	15 55·46	0·258852	15 3·5
„ 25.	16 2·555	13 26·09	0·258953	15 3·7

12h m. Berl. Zeit	α	δ	logΔ	Abrrzt.
1866 Mai 26.	16h 15m 5s180	−23° 10' 54"36	0·259121	15m 4s1
„ 27.	14 7·887	8 20·43	0·259355	15 4·6
„ 28.	13 10·740	5 44·46	0·259656	15 5·2
„ 29.	12 13·799	3 6·61	0·260022	15 6·0
„ 30.	11 17·126	−23 0 27·09	0·260453	15 6·9
„ 31.	10 20·779	−22 57 46·10	0·260950	15 7·9
Juni 1.	9 24·814	55 3·81	0·261512	15 9·1
„ 2.	8 29·289	52 20·42	0·262138	15 10·4
„ 3.	7 34·261	49 36·09	0·262828	15 11.8
„ 4.	6 39·786	46 51·02	0·263581	15 13·4
„ 5.	5 45·930	44 5·44	0·264397	15 15·1
„ 6.	4 52·746	41 19·56	0·265276	15 16·9
„ 7.	4 0·282	38 33·59	0·266217	15 18·9
„ 8.	3 8·593	35 47·72	0·267218	15 21·0
„ 9.	2 17·735	33 2·15	0·268278	15 23·3
„ 10.	1 27·761	30 17·10	0·269397	15 25·7
„ 11.	16 0 38·718	27 32·81	0·270575	15 28·2
„ 12.	15 59 50·650	−22 24 49·51	0·271809	15 30·9

In dieser Opposition kommen ausschließlich nur Meridianbeobachtungen in Anwendung; es fällt demnach das Verzeichniß der Vergleichssterne weg, und dem zu Folge habe ich die letzte Columne (∗), die sich in den vorausgehenden Zusammenstellungen der Beobachtungen findet, weggelassen; außerdem habe ich die Columne, welche die Parallaxe in Rectascension enthält, ebenfalls ausgeschlossen, da im vorliegenden Falle dieselbe durchaus der Null gleich wird.

Beobachtungen.

Datum	Ort	Ortszeit	α	δ	Parall.
1866 Mai 14.	Washington	12h 55m 12s	16h 26m 6s55	−23° 37' 45"4	+4"3
„ 15.	Leiden	12 51 24	16 25 24·30	−23 36 8·5	+4·7
„ 15.	Washington	12 50 18	16 25 12·28	−23 35 44·4	+4·3
„ 16.	Leiden	12 46 34	16 24 29·77	−23 34 5·3	+4·7
„ 17.	„	12 41 43	16 23 34·70	−23 32 2·7	+4·7
„ 18.	„	12 36 52	16 22 39·16	−23 29 54·2	+4·7
„ 19.	„	12 31 59	16 21 42·66	−23 27 39·2	+4·8
„ 20.	„	12 27 7	16 20 46·54	−23 25 23·7	+4·8
„ 21.	„	12 22 15	16 19 49·86	−23 23 6·5	+4·8
„ 22.	„	12 17 22	16 18 52·98	−23 20 48·4	+4·8

Datum		Ort	Ortszeit	α	δ	Parall
1866 Mai	22.	Washington	12h 16m 18s	16h 18m 40·08	—23°20'21"0	+4"2
Juni	1.	Leiden	11 28 36	16 9 25·35	—22 55 10·9	+4·7
„	3.	„	11 18 55	16 7 35·07	—22 49 45·4	+4·7
„	4.	Paris	11 14 4	16 6 40·57	—22 46 59·6	+4·6
„	6.	Leiden	11 4 27	16 4 54·08	—22 41 30·7	+4·7
„	8.	„	10 54 52	16 3 10·12	—22 35 58·6	+4·7
„	9.	Paris	10 50 4	16 2 19·40	—22 33 12·7	+4·6
„	11.	„	10 40 33	16 0 40·45	—22 27 43·9	+4·5

Vergleichung der Beobachtungen mit der Ephemeride.

			dα	dδ
1866 Mai	14.	Washington	+0s31	—6"3
„	15.	Leiden	—0·13	—0·3
„	15.	Washington	+0·16	—3·9
„	16.	Leiden	—0·07	+0·7
„	17.	„	—0·01	—1·1
„	18.	„	+0·08	—1·1
„	19.	„	—0·38	+2·3
„	20.	„	—0·10	+2·8
„	21.	„	—0·10	+2·0
„	22.	„	—0·08	—0·8
„	22.	Washington	—0·06	—6·8
Juni	1.	Leiden	+0·11	—1·2
„	3.	„	+0·02	—2·3
„	4.	Paris	+0·15	—2·0
„	6.	Leiden	+0·04	—2·4
„	8.	„	—0·07	—1·0
„	9.	Paris	+0·23	—1·2
„	11.	„	+0·02	—0·8

Auffallend ist die beträchtliche Abweichung der Leidener und Washingtoner Declinationen, und wäre bedeutend geringer, wenn man annehmen würde, daß die Washingtoner Beobachtungen in der Form, wie dieselben mitgetheilt sind, nicht von der Parallaxe befreit sind; gegen diese Annahme spricht jedoch einerseits, daß die Washingtoner Beobachtungen fast immer geocentrisch angegeben werden, und andererseits stimmt die den Beobachtungen beigegebene Vergleichung mit der Ephemeride nur dann, wenn man die angesetzten Beobachtungen als geocentrische ansieht; ich habe deßhalb nicht gewagt irgend eine Änderung mit den Beobachtungen vorzunehmen, um so mehr, da

in Folge des niederen Standes des Planeten die bedeutende Refraction immerhin die Declinationen ziemlich unsicher macht. Ich habe daher als Ephemeridencorrection angenommen:

1866 Mai 26·5; $d\alpha = +0^s007$, $d\delta = -1''31$

und hieraus leitet sich der auf das mittlere Äquinoctium 1870,0 übertragene Normalort ab:

1866 Mai 26·5; $\alpha = 243°49'27''5$, $\delta = -23°11'35''8$.

Die zugehörigen Störungswerthe werden gefunden:

		♃	♄
1866 Mai 26·5	Δi	+ 0''45	− 0''12
	$\Delta \Omega$	− 1·48	−20·79
	$\Delta \pi$	+3'17''30	+12·13
	$\Delta \varphi$	−1 13·10	+ 6·44
	ΔL	+2 32·44	−14·45
	$\Delta \mu$	+0''0572	−0''0207

oder wieder für den Äquator umgesetzt:

	♃ + ♄
$\Delta L'$	+2'17''86
$\Delta \pi'$	+3 29·30
$\Delta \Omega'$	− 1·44
$\Delta i'$	− 0·15
$\Delta \varphi$	−1 6·66
$\Delta \mu$	+0''0365.

VI. Opposition (1867).

Die für diese Opposition berechnete Ephemeride war vorausberechnet worden, indem die Elemente, welche den bisherigen Oppositionen angeschlossen waren, als Grundlage dienten; die Abweichung betrug nahe eine halbe Zeitsecunde, eine Abweichung, die an sich nicht sehr beträchtlich ist, doch jedenfalls fremdartigen Einflüssen zuzuschreiben sein wird, um so mehr, da bei der definitiven Ausgleichung ein völlig genügender Anschluß an diese so genau beobachtete Opposition nicht gelingt; ob vielleicht die Berücksichtigung der Störungen der Erde oder des Mars einen besseren Anschluß erzielen lassen, will ich vorläufig dahin gestellt sein lassen; es wird jedenfalls aber gerathen sein, erst den Einfluß dieser letztgenannten Planeten näher zu untersuchen, bis die Entwicklung all-

gemeiner Störungen vorgenommen wird; bei der Genauigkeit und Sorgfalt, mit der ich die Berechnung der speciellen Störungen durchgeführt habe, zweifle ich nicht, daß auch bei jeder anderen Methode, die zur Entwicklung der Jupiter- und Saturnstörungen angewendet wird, ähnliche Abweichungen hervortreten werden und hervortreten müssen.

Die zur Verwendung gelangten Elemente waren:

Epoche und Osculation 1867 Aug. 25,0
mittl. Äquinoctium 1867,0.

$$L = 334°47'56"62$$
$$M = 210\ 31\ 48\cdot76$$
$$\pi = 124\ 16\ \ 7\cdot86$$
$$\Omega = 311\ 12\ \ 0\cdot76$$
$$i = 1\ 19\ 41\cdot62$$
$$\varphi = 7\ 14\ 33\cdot33$$
$$\mu = 806"2997$$
$$\log a = 0\cdot4290067$$

$$x = [0.4265711] \sin (E + 214°29'25"39) + 0\cdot1906371$$
$$y = [0\cdot3875509] \sin (E + 123\ 36\ 45\cdot73) - 0\cdot2562743$$
$$z = [0\cdot0430192] \sin (E + 126\ 15\ 58\cdot12) - 0\cdot1122324$$

Ephemeride.

12ʰ m. Berl. Zeit		α	δ	logΔ	Abrrzt.
1867 Aug.	3.	22ʰ12ᵐ16ˢ196	−10°33' 0"87	0·306284	16ᵐ47ˢ8
„	4.	11 32·138	41 40·02	0·305225	16 45·3
„	5.	10 47·289	45 23·30	0·304219	16 43·0
„	6.	10 1·682	49 10·43	0·303269	16 40·8
„	7.	9 15·359	53 1·15	0·302374	16 38·7
„	8.	8 28·361	−10 56 55·21	0·301537	16 36·8
„	9.	7 40·732	−11 0 52·33	0·300756	16 35·0
„	10.	6 52·517	4 52·28	0·300034	16 33·4
„	11.	6 3·764	8 54·81	0·299371	16 31·9
„	12.	5 14·516	12 59·64	0·298766	16 30·5
„	13.	4 24·820	17 6·50	0·298222	16 29·2
„	14.	3 34·721	21 15·15	0·297738	16 28·1
„	15.	2 44·267	25 25·29	0·297314	16 27·2
„	16.	1 53·505	29 36·69	0·296952	16 26·4
„	17.	1 2·483	33 49·06	0·296651	16 25·7
„	18.	22 0 11·251	38 2·10	0·296413	16 25·1

12h m. Berl. Zeit	α	δ	logΔ	Abrrzt.
1867 Aug. 19.	21h 59m 19·861	—11°42' 15"56	0·296237	16m 24·7
„ 20.	58 28·360	46 29·14	0·296123	16 24·5
„ 21.	57 36·802	50 42·59	0·296071	16 24·3
„ 22.	56 45·242	54 55·64	0·296083	16 24·4
„ 23.	55 53·731	—11 59 8·03	0·296157	16 24·5
„ 24.	55 2·324	—12 3 19·46	0·296294	16 24·8
„ 25.	54 11·074	7 29·65	0·296494	16 25·3
„ 26.	53 20·036	11 38·30	0·296756	16 25·9
„ 27.	52 29·264	15 45·14	0·297080	16 26·6
„ 28.	51 38·814	49 49·91	0·297467	16 27·5
„ 29.	50 48·741	23 52·36	0·297915	16 28·5
„ 30.	49 59·098	27 52·22	0·298424	16 29·7
„ 31.	49 9·940	31 49·24	0·298993	16 31·0
Sept. 1.	48 21·320	35 43·17	0·299623	16 32·4
„ 2.	47 33·287	39 33·75	0·300311	16 34·0
„ 3.	46 45·893	43 20·79	0·301058	16 35·7
„ 4.	45 59·185	47 4·07	0·301863	16 37·6
„ 5.	45 13·212	50 43·42	0·302724	16 39·5
„ 6.	21 44 28·021	—12 54 18·68	0·303640	16 41·5

Die in dieser Opposition in Verwendung gebrachten Beobachtungen sind ebenso wie in der vorausgehenden Opposition ausschließlich Meridianbeobachtungen; es kommen deßhalb ganz dieselben Bemerkungen in Bezug auf die Abänderungen der Columnen, die bei der vorausgehenden Erscheinung gemacht wurden, auch hier in Anwendung.

Beobachtungen.

Datum	Ort	Ortszeit	α	δ	Parall
1867 Aug. 6.	Washington	13h 8m 30s	22h 9m 48·75	—10°50' 18"5	+3"4
„ 9.	Greenwich	12 55 28	22 7 38·02	—11 1 5·3	+4·0
„ 10.	Leiden	12 50 48	22 6 50·47	—11 5 5·5	+4·0
„ 11.	„	12 46 3	22 6 1·91	—11 9 8·3	+4·0
„ 13.	„	12 36 33	22 4 23·09	—11 17 17·0	+4·0
„ 17.	„	12 17 28	22 1 1·56	—11 34 0·5	+4·0
„ 23.	„	11 48 46	21 55 53·69	—11 59 11·3	+4·1
„ 23.	Paris	11 48 44	21 55 53·63	—11 59 11·0	+3·9
„ 23.	Washington	11 47 42	21 55 42·19	—12 0 7·9	+3·5
„ 24.	Leiden	11 43 59	21 55 3·03	—12 3 25·0	+4·1

Datum		Ort	Ortszeit	α	δ	Parall.
1867 Aug.	24.	Paris	11h43m57s	21h55m 2s22	—12° 3'20"8	+3"9
„	26.	Leipzig	11 34 32	21 53 21·96	—12 11 29·7	+4·0
„	27.	Paris	11 29 37	21 52 29·68	—12 15 45·4	+3·9
„	28.	„	11 24 51	21 51 39·30	—12 19 48·8	+3·9
„	29.	Leipzig	11 20 14	21 50 51·07	—12 23 43·6	+4·0
„	30.	„	11 15 28	21 50 1·54	—12 27 39·9	+4·0
„	31.	Leiden	11 11 37	21 49 11·44	—12 31 45·1	+4·0
Sept.	1.	Leipzig	11 6 0	21 48 24·29	—12 35 34·3	+4·0
„	2.	Leiden	11 1 10	21 47 35·35	—12 39 29·7	+4·0
„	4.	Washington	10 50 48	21 45 50·72	—12 47 47·6	+3·5
„	5.	„	10 46 0	21 45 5·11	—12 51 25·3	+3·5

Vergleichung der Beobachtungen mit der Ephemeride.

			dα	dδ
1867 August	6.	Washington	+0s30	+1"2
„	9.	Greenwich	+0·37	+6·3
„	10.	Leiden	+0·31	+2·5
„	11.	„	+0·36	+1·5
„	13.	„	+0·20	+3·1
„	17.	„	+0·38	—1·0
„	23.	„	+0·25	+2 2
„	23.	Paris	+0·49	+3·8
„	23.	Washington	+0·36	+1·9
„	24.	Leiden	+0·82	—0·9
„	24.	Paris	+0·32	+4·6
„	26.	Leipzig	+0·59	+6·1
„	27.	Paris	+0·32	+3·2
„	28.	„	+0·23	+3·8
„	29.	Leipzig	+0·52	+4·0
„	30.	„	+0·49	+6·9
„	31.	Leiden	+0·51	+3·4
Sept.	1.	Leipzig	+0·74	+2·1
„	2.	Leiden	+0·75	+1·7
„	4.	Washington	+0·40	+2·3
„	5.	„	+0·47	+2·4

Für die Ephemeridencorrection wird man anzunehmen haben:

1867 Aug. 24·5; $d\alpha = +0^s437$, $d\delta = +2''90$

und für den auf das mittlere Äquinoctium 1870,0 bezogenen Normalort:

1867 Aug. 24·5; $\alpha = 328°47'40''1$, $\delta = -12°2'29''5$

Die Störungswerthe sind:

		♃	♄
1867 Aug. 24·5	Δi	— 12"67	+ 0"06
	$\Delta \Omega$	+ 13·81	—28·52
	$\Delta \pi$	+ 37' 20·26	—17·73
	$\Delta \varphi$	— 7 31·49	+10·59
	ΔL	— 10 50·59	—13·87
	$\Delta \mu$	— 2"0152	+0"0043

oder auf den Äquator übertragen:

		♃ + ♄
1867 Aug. 24·5	$\Delta L'$	— 11' 2"54
	$\Delta \pi'$	+ 37 4·45
	$\Delta \Omega'$	+ 21·62
	$\Delta i'$	— 8·93
	$\Delta \varphi$	— 7 20·90
	$\Delta \mu$	— 2"0109

VII. Opposition (1868).

In dieser Opposition war die Übereinstimmung zwischen der Vorausberechnung und den Beobachtungen eine völlige. Die Elemente sind:

Epoche und Osculation 1868 Nov. 27·0
mittl. Äquinoctium 1868,0.

$$L = 77°48'52"81$$
$$M = 312\ 38\ 15·90$$
$$\pi = 125\ 10\ 36·91$$
$$\Omega = 310\ 59\ 53·30$$
$$i = 1\ 19\ 25·14$$
$$\varphi = 7\ 12\ 41·52$$
$$\mu = 808"1129$$
$$\log a = 0·4283563$$

$$x = [0·4259924] \sin (E + 215°23'56"66) + 0·1939231$$
$$y = [0·3868818] \sin (E + 124\ 31\ 12·66) - 0·2520740$$
$$z = [0·0422151] \sin (E + 127\ 10\ 25·91) - 0·1102364$$

Darnach habe ich die Ephemeride berechnet.

Ephemeride.

12ʰ m. Berl. Zeit		α	δ	logΔ	Abrrzt.
1868 Nov.	9.	4ʰ 33ᵐ 4ˢ933	+23° 57′ 52″20	0·192066	12ˢ 54ˢ8
„	10.	32 16·960	56 25·09	0·190453	12 51·9
„	11.	31 27·671	54 53·06	0·188906	12 49·1
„	12.	30 37·123	53 16·13	0·187425	12 46·5
„	13.	29 45·380	51 34·35	0·186011	12 44·0
„	14.	28 52·507	49 47·76	0·184667	12 41·6
„	15.	27 58·573	47 56·38	0·183395	12 39·4
„	16.	27 3·649	46 0·27	0·182395	12 37·3
„	17.	26 7·810	43 59·54	0·181069	12 35·3
„	18.	25 11·131	41 54·27	0·180017	12 33·5
„	19.	24 13·690	39 44·57	0·179042	12 31·8
„	20.	23 15·565	37 30·53	0·178144	12 30·3
„	21.	22 16·839	35 12·30	0·177323	12 28·9
„	22.	21 17·594	32 50·02	0·176581	12 27·6
„	23.	20 17·908	30 23·85	0·175919	12 26·4
„	24.	19 17·861	27 53·93	0·175336	12 25·4
„	25.	18 17·536	25 20·44	0·174834	12 24·6
„	26.	17 17·016	22 43·51	0·174412	12 23·9
„	27.	16 16·383	20 3·37	0·174071	12 23·3
„	28.	15 15·718	17 20·20	0·173812	12 22·8
„	29.	14 15·101	14 34·23	0·173634	12 22·5
„	30.	13 14·615	11 45·68	0·173537	12 22·4
Dec.	1.	12 14·339	8 54·78	0·173521	12 22·3
„	2.	11 14·355	6 1·74	0·173587	12 22·4
„	3.	10 14·743	3 6·79	0·173734	12 22·6
„	4.	9 15·584	+23 0 10·14	0·173961	12 23·0
„	5.	8 16·959	+22 57 12·07	0·174269	12 23·6
„	6.	7 18·950	54 12·87	0·174656	12 24·3
„	7.	6 21·633	51 12·81	0·175124	12 25·1
„	8.	5 25·066	48 12·15	0·175670	12 26·0
„	9.	4 29·385	45 11·18	0·176294	12 27·1
„	10.	3 34·609	42 10·20	0·176995	12 28·3
„	11.	2 40·831	39 9·49	0·177772	12 29·6
„	12.	1 48·122	36 9·35	0·178624	12 31·1
„	13.	0 56·554	33 10·07	0·179549	12 32·7
„	14.	4 0 6·195	30 12·00	0·180547	12 34·4

12h m. Berl. Zeit	α	δ	logΔ	Abrrzt.
1868 Dec. 15.	3h59m17s115	22°27'15"46	0·181617	12m36s3
„ 16.	3 58 29·384	+22 24 20·75	0·182759	12 38·4

Vergleichsterne für 1868,0.

*	α	δ	
a	4h 0m10s29	+22°34'45"4	Berliner Merid. Beob.
b	4 5 13·80	+22 44 52·6	Argel. +22°, 650
c	4 29 47·71	+23 46 36·1	Washingtoner Merid. Beob.

Beobachtungen.

Datum	Ort	Ortszeit	α	Parall.	δ	Parall.	*
1868 Nov. 11.	Washingt.	9h48m51s	4h31m20s09	−0s25	+23°54'40"0	+2"1	c
„ 12.	„	9 48 44	4 30 29·42	−0·24	+23 53 0·5	+2·1	c
„ 19.	Leiden	12 27 2	4 24 11·79	0·00	+23 39 36·5	+2·8	Mer.
„ 20.	„	12 22 8	4 23 13·82	0·00	+23 37 25·1	+2·8	Mer.
„ 21.	Leipzig	12 17 21	4 22 16·69	0·00	+23 35 13·0	+2·7	Mer.
„ 24.	Leiden	12 2 28	4 19 16·77	0·00	+23 27 49·8	+2·8	Mer.
Dec. 2.	Leipzig	11 23 7	4 11 16·51	0·00	+23 6 8·3	+2·8	Mer.
„ 9.	Lund.	8 40 0	4 4 37·59	−0·12	+22 45 33·5	+3·4	b
„ 10.	Paris	10 43 54	4 3 36·10	0·00	+22 42 13·8	+2·6	Mer.
„ 11.	„	10 39 5	4 2 42·40	0·00	+22 39 8·0	+2·7	Mer.
„ 12.	Berlin	9 33 17	4 1 54·37	−0·07	+22 36 26·9	+3·0	a
„ 12.	Paris	10 34 17	4 1 49·82	0·00	+22 36 18·8	+2·7	Mer.
„ 16.	Leiden	10 15 17	3 58 32·15	0·00	+22 24 47·2	+2·9	Mer.

Vergleichung der Beobachtungen mit der Ephemeride.

		dα	dδ	*
1868 Nov. 11.	Washington	−0s27	+3"4	c
„ 12.	„	−0·19	+1·6	c
„ 19.	Leiden	+0·11	−0·7	Mer.
„ 20.	„	+0·09	+1·7	Mer.
„ 21.	Leipzig	+0·21	+4·3	Mer.
„ 24.	Leiden	−0·02	+1·4	Mer.
Dec. 2.	Leipzig	+0·28	+3·9	Mer.
„ 9.	Lund	−0·06	−0·9	b
„ 10.	Paris	−0·20	+0·6	Mer.
„ 11.	„	−0·25	−4·9	Mer.
„ 12.	Berlin	+0·41	+0·1	a
„ 12.	Paris	−0·26	+0·4	Mer.
„ 16.	Leiden	+0·10	−0·5	Mer.

Mit Rücksicht darauf, daß der Vergleichstern *c* zweimal benützt wurde, erhielt ich die Ephemeridencorrection:

1868 Dec. 2·5; $d\alpha = +0^{s}015$, $d\delta = +0''70$

und daraus den auf das mittlere Äquinoctium 1870,0 bezogenen Normalort:

1868 Dec. 2·5; $\alpha = 62°49'44''8$, $\delta = +23°6'21''2$.

Die Störungswerthe finden sich:

		♃	♄
1868 Dec. 2·5	Δi	— 29"45	0·00
	$\Delta\Omega$	— 12'54·00	—34·63
	$\Delta\pi$	+1°31 44·20	—45·48
	$\Delta\varphi$	— 9 22·13	+ 8·32
	ΔL	— 27 45·24	—18·84
	$\Delta\mu$	— 0"1719	—0"0152

Die Übertragung auf den Äquator läßt finden:

		♃ + ♄
1868 Dec. 2·5	$\Delta L'$	— 28' 2"03
	$\Delta\pi'$	+1°31 0·77
	$\Delta\Omega'$	+ 20·49
	$\Delta i'$	— 33·89
	$\Delta\varphi$	— 9 13·81
	$\Delta\mu$	— 0"1871

Die vorausgehenden Zusammenstellungen gestatten nun das reiche und vortreffliche Beobachtungsmaterial für eine Bahnbestimmung zu verwerthen. Ich gebe jetzt in einer übersichtlichen Anordnung die für die weiteren Rechnungen wichtigsten Grundlagen, die dem bisher Mitgetheilten entnommen sind. In dieser Tafel bedürfen aber einige Columnen eine Erklärung. A stellt die Rectascension, D die Declination und endlich R die geocentrische Entfernung der Sonne vor; die mit t überschriebene Columne enthält die Anzahl Tage, die seit der Hauptepoche (1865 Jan. 7·0 mittlere Berliner Zeit) verflossen sind; die übrigen Columnen sind ihrer Bedeutung nach in dem Vorausgehenden erläutert worden. Ich will nur noch hier hervorheben, daß vor dem Jahre 1865,0 das mittlere Äquinoctium 1860,0, nach diesem Zeitpunkte aber das des Jahres 1870,0 als maßgebend angenommen ist.

	α	δ	A	R cos D	R sin D
I. 1861 März 28·5	176° 0'26"0	— 0° 7'26"4	7°34'11"08	+0·9974113	+0·0570107
II. 1863 Sept. 26·5	359 17 33·1	+ 1 24 45·6	183 1 17·13	+1·0015429	—0·0229013
III. 1865 Jän. 28·5	123 22 4·5	+20 11 46·3	311 38 18·70	+0·9371747	—0·3039100
IV. 1866 Mai 26·5	243 49 27·5	—23 11 35·8	63 32 14·15	+0·9448009	+0·3670095
V. 1867 Aug. 24·5	328 47 40·1	—12 2 39·5	153 19 37·97	+0·9918687	+0·1931919
VI. 1868 Dec. 2·5	62 49 44·8	+23 6 21·2	249 34 54·94	+0·9127508	—0·3711657

	t	Δi'	ΔΩ'	Δφ	Δπ'	ΔL'	Δμ
I.	—1380·5	+ 4"30	+ 0"37	+3'21"86	+0°11'35"59	— 1'41"54	+0"0231
II.	— 468·5	+ 1·31	+ 3·84	+0 58·36	—0 2 9·00	+ 2 23·37	—0·1073
III.	+ 21·5	+ 0·03	— 0·12	—0 3·67	—0 0 4·40	— 0 1·01	+0·0244
IV.	+ 504·5	— 0·15	— 1·44	—1 6·66	+0 3 29·30	+ 2 17·86	+0·0365
V.	+ 959·5	— 8·93	+21·62	—7 20·90	+0 37 4·45	—11 2·54	—2·0109
VI.	+1425·5	—33·89	+20·49	—9 13·81	+1 31 0·77	—28 2·03	—0·1871

Mit den Eingangs erwähnten Elementen habe ich nun diese Normalorte verglichen; ich habe aber dieselben vorerst auf den Äquator übertragen, und habe so für die weitere Rechnung gefunden:

Epoche und Osculation 1865. Januar 7·0 mittl. Berl. Zeit

mittl. Äquator 1860,0	mittl. Äquator 1870,0
L' = 119° 7'41"63	L' = 119°16' 5"49
π' = 123 20 39·44	π' = 123 29 3·30
Ω' = 357 33 58·20	Ω' = 357 34 16·26
i' = 24 21 5·80	i' = 24 21 14·31

φ = 7°21'54"65
μ = 808"311367.

Hiebei wäre zu bemerken, daß die Übertragung der Elemente von dem einen Äquinoctium au das andere ausgeführt wurde nach den Formeln, die ich im LVI. Bande (Octoberheft) der Sitzungsberichte der kais. Akademie der Wissenschaften in Wien angegeben habe; bei denselben sind die Constanten nach Le-Verrier zu Grunde gelegt, während Hansen und Olufsen bei der Bildung der Sonnentafeln, die zur Bestimmung der Sonnenorte zugezogen werden, etwas andere Werthe angenommen haben; hieraus entsteht eine kleine Ungleichförmigkeit, die aber ganz ohne Bedeutung ist.

Ich habe nur die obigen Normalorte direct mit den oben angeführten Elementen verglichen, und die folgenden Unterschiede zwischen der Beobachtung und Rechnung gefunden:

			$d\alpha$	$d\delta$
I.	1861 März	28·5	−0"69	+0"37
II.	1863 Sept.	26·5	−1·61	+1·55
III.	1865 Januar	28·5	+0·57	+0·64
IV.	1866 Mai	26·5	+0·16	−1·40
V.	1867 August	24·5	+6·55	+2·91
VI.	1868 Dec.	2·5	+0·38	+0·60.

Die Summe der Fehlerquadrate ist = 58" 24.

Um nun diese Fehler durch Variation der Elemente möglichst wegzuschaffen, ermittelte ich die Differentialquotienten zwischen den Elementen und den geocentrischen polaren Coordinaten, und habe hiebei ganz die Form beibehalten, wie ich dieselbe in meiner Abhandlung: „Bahnbestimmung des Planeten (58) Concordia" (LVII. Band der Sitzungsberichte Märzheft) angenommen habe; nur wurde der Differentialquotient von π' auf eine zweckmäßigere Weise berechnet, ohne daß die Änderung des Abstandes des Perihels vom Knoten ermittelt werden mußte. Ich habe gesetzt mit Beibehaltung der Bezeichnung der angezogenen Abhandlung:

$$\frac{a^2}{r^2}\sin\varphi\,\{\operatorname{tg}\tfrac{1}{2}\varphi-\cos E(\frac{r}{a}+1)\}=P\cos P'$$

$$-F\sin F'=\frac{a}{r}\operatorname{tg}\varphi\sin v \qquad =P\sin P'.$$

Dann ist

$$\frac{d\alpha\cos\delta}{d\pi'}=\frac{r}{\Delta}AP\sin(P'+A'+u)$$

$$\frac{d\delta}{d\pi'}=\frac{r}{\Delta}BP\sin(P'+B'+u)$$

Ich habe, indem ich die Rechnung dem Zwecke entsprechend nur mit vierstelligen Tafeln durchgeführt habe, die weiter unten angesetzten Differentialquotienten gefunden. Um mit Bequemlichkeit die Quadrattafeln bei der Bildung der Normalgleichungen verwenden

zu können, mußten alle Coëfficienten kleiner als die Einheit gemacht werden, es wurde deßhalb angenommen:

$$3dL' = x \qquad 3d\varphi = u$$
$$d\pi' = y \qquad 2d\Omega' \sin i' = v$$
$$3000d\mu = z \qquad 2di' \cos i' = w.$$

Ferner wurde als Fehlereinheit der Werth von 10″ angenommen. Ich kann hier die Bemerkung nicht unterdrücken, daß mir die Anwendung der Quadrattafeln, welche von Bessel vorgeschlagen wurden (Astr. Nachr. Nr. 399), in den zahlreichen Multiplicationen, die die Methode der kleinsten Quadrate erfordert, überaus vortheilhaft erscheint und leider noch zu wenig gekannt ist. Die Fehlerquellen sind gegen das gewöhnliche Verfahren sehr wesentlich vermindert, indem in den Theilproducten stets nur positive Größen auftreten. Mit Rücksicht auf das oben Erwähnte stellen sich die Bedingungsgleichungen

für die Rectascensionen

−0·0690 =	+0·5969x	−0·2782y	−0·8318z	+0·8600u	+0·1797v	−0·0223w
−0·1610 =	+0·4159	+0·1603	−0·1969	−0·7650	+0·1661	−0·0204
+0·0535 =	+0·7257	−0·5086	+0·0100	−0·0210	−0·0558	+0·1827
+0·0147 =	+0·4559	+0·1685	+0·2302	+0·8448	−0·1174	−0·1317
+0·6404 =	+0·3755	+0·2807	+0·3579	−0·3517	+0·0857	+0·1474
+0·0350 =	+0·6316	−0·2625	+0·8962	−0·9716	−0·1264	−0·1473

für die Declinationen

+0·0370 =	−0·2699	+0·1233	+0·3748	−0·3951	+0·8320	−0·0494
+0·1550 =	+0·1888	+0·0708	−0·0884	−0·3492	−0·7720	+0·0450
+0·0640 =	−0·1802	+0·1264	−0·0024	+0·0057	+0·5440	+0·7350
−0·1400 =	−0·0761	−0·0303	−0·0395	−0·1391	+0·3150	−0·7823
+0·2910 =	+0·1456	+0·1085	+0·1392	−0·1381	−0·6716	−0·3802
+0·0600 =	+0·1119	−0·0488	+0·1600	−0·1665	−0·3136	+0·8410

Um mich von der Richtigkeit der vorstehenden Coëfficienten zu überzeugen, habe ich die Vergleichung der Normalorte mit bedeutend geänderten Elementen vorgenommen. Ich habe nämlich gesetzt:

$$dL' = +20'' \qquad d\varphi = +20''$$
$$d\pi' = +60 \qquad d\Omega' \sin i' = +20$$
$$d\mu = +0''02 \qquad di' \cos i' = +20.$$

Die dadurch in den geocentrischen Orten entstehenden Änderungen habe ich nun einerseits durch die Differentialquotienten, andererseits durch die directe Rechnung ermittelt, und finde die folgende höchst befriedigende Übereinstimmung der auf ganz differente Weise erhaltenen Resultate:

	Directe Rechnung		Differentialformeln	
	$d\alpha \cos\delta$	$d\delta$	$d\alpha \cos\delta$	$d\delta$
I.	+27"11	+21"30	+27"11	+21"29
II.	−17·31	−39·77	−17·32	−39·75
III.	+17·51	+48·16	+17·44	+48·13
IV.	+91·99	−35·81	+91·99	−35·80
V.	+49·07	−26·75	+49·07	−26·76
VI.	+ 6·63	+24·49	+ 6·67	+24·49

Hiemit erscheint die Richtigkeit der bisherigen Entwicklungen auf eine zuverlässige Weise geprüft.

Nun bin ich daran gegangen, die obigen zwölf Bedingungsgleichungen in sechs Normalgleichungen zusammenzufassen; mir schien es hiebei am Zweck entsprechendsten zu sein, dem Resultate jeder Opposition das gleiche Gewicht zu geben. Ich habe nach den bekannten Methoden die folgenden Normalwerthe erhalten zur Bestimmung der Unbekannten:

$$
\begin{array}{rrrrrrcr}
+1\cdot98410x & -0\cdot48295y & +0\cdot15800z & -0\cdot16910u & -0\cdot59055v & +0\cdot00085w & = & +0\cdot26745 \\
-0\cdot48295 & +0\cdot58920 & +0\cdot14680 & -0\cdot12795 & +0\cdot09205 & -0\cdot00065 & = & +0\cdot19570 \\
+0\cdot15800 & +0\cdot14680 & +1\cdot90990 & -1\cdot52470 & -0\cdot06975 & +0\cdot00310 & = & +0\cdot40910 \\
-0\cdot16910 & -0\cdot12795 & -1\cdot52470 & +3\cdot45070 & +0\cdot06745 & +0\cdot00185 & = & -0\cdot28310 \\
-0\cdot59055 & +0\cdot09205 & -0\cdot06975 & +0\cdot06745 & +2\cdot33280 & +0\cdot09855 & = & -0\cdot30575 \\
+0\cdot00085 & -0\cdot00065 & +0\cdot00310 & +0\cdot00185 & +0\cdot09855 & +2\cdot10350 & = & +0\cdot20345
\end{array}
$$

Um nun später die Bestimmung der Gewichte der Unbekannten zu erleichtern, und um eine wünschenswerthe Prüfung für die Richtigkeit der Auflösung zu erhalten, habe ich die Elimination in zwei Richtungen durchgeführt, hiebei aber nur durchaus fünfstellige Tafeln benützt, was sich als völlig ausreichend erwies, indem die Bestimmung der Unbekannten mit großer Sicherheit aus den obigen Gleichungen sich ergibt; diese sichere Bestimmung war schon a priori zu erwarten.

Die erste Lösung gab mir (die Coëfficienten sind hier logarithmisch angesetzt):

$0\cdot29756x$	$+9_n68390y$	$+9\cdot19866z$	$+9_n22814u$	$+9_n77125v$	$+6\cdot92942w$	$=9\cdot42724$
	$9\cdot67362$	$9\cdot26778$	9_n22817	8_n71341	6_n64345	$=9\cdot41631$
		$0\cdot26115$	0_n15981	7_n38382	$7\cdot50515$	$=9\cdot43539$
			$0\cdot34860$	7_n52244	$7\cdot63246$	$=8\cdot77210$
				$0\cdot33271$	$8\cdot99458$	$=9_n29469$
					$0\cdot32200$	$=9\cdot32638$

Bestimmt man auf die bekannte Weise während der Elimination die Herabminderung der Fehlerquadrate, so findet man für den Endwerth

$$ff = 31\cdot64,$$

was allerdings zeigt, daß für die Verbesserung der Elemente nicht allzuviel gewonnen ist.

Die zweite Lösung läßt finden (ähnlich wie früher alles logarithmisch):

$0\cdot32294w$	$+8\cdot99366v$	$+7\cdot26717u$	$+7\cdot49136z$	$+6_n81291y$	$+6\cdot92942x$	$=9\cdot30845$
	$0\cdot36701$	$8\cdot82840$	8_n84448	$8\cdot96417$	9_n77128	$=9_n49869$
		$0\cdot53766$	0_n18261	9_n11598	9_n18187	$=9_n43801$
			$0\cdot09184$	$8\cdot96327$	$8\cdot86421$	$=9\cdot44448$
				$9\cdot75875$	9_n67283	$=9\cdot24834$
					$0\cdot15745$	$=9\cdot48313$

Die Summe der übrig bleibenden Fehlerquadrate findet sich hier durch die Elimination in völliger Übereinstimmung mit der ersten Lösung:

$$ff = 31\cdot64.$$

Die logarithmischen Werthe der Unbekannten werden nach der

	I. Lösung	II. Lösung
$\lg x$	$9\cdot32570$	$9\cdot32568$
$\lg y$	$9\cdot68342$	$9\cdot68344$
$\lg z$	$9\cdot24756$	$9\cdot24755$
$\lg u$	$8\cdot41796$	$8\cdot41793$
$\lg v$	8_n98341	8_n98343
$\lg w$	$9\cdot00438$	$9\cdot00436$

so daß auch hier eine befriedigende Übereinstimmung hervortritt.

Man findet aus dem Vorausgehenden nach den bekannten Methoden für eine der obigen Bedingungsgleichungen

den mittleren Fehler $= \pm 2''296$
den wahrscheinlichen „ $= \pm 1''549$

Die Gewichte der Unbekannten sind

für $w : 2\cdot099$	für $x : 1\cdot437$
„ $v : 2\cdot147$	„ $y : 0\cdot452$
„ $u : 2\cdot232$	„ $z : 1\cdot206$.

Es finden sich demnach die Correctionen der Elemente mit ihren wahrscheinlichen Fehlern, wie folgt:

dL'	$= +0''71$	$\pm 0''43$
$d\pi'$	$= +4''82$	$\pm 2''30$
$d\mu$	$= +0''000589$	$\pm 0''000470$
$d\varphi$	$= +0''09$	$\pm 0''35$
$d\Omega'$	$= -1''17$	$\pm 1''28$
di'	$= +0''55$	$\pm 0''59$

Um nun eine völlig verläßliche Prüfung für die Richtigkeit der Bildung der Normalgleichungen und der Bedingungsgleichungen zu erhalten, wurden durch Substitution der Correctionen der Elemente in die letzteren die übrig bleibenden Fehler in den Normalorten gesucht und die Summe der so gefundenen Fehlerquadrate bestimmt, die mit dem früher gefundenen Werth von $ff = 31''64$ stimmen muß. Ich finde:

	$d\alpha \cos\delta$	$d\delta$
I.	$+0''830$	$+0''637$
II.	$-2\cdot534$	$+0\cdot268$
III.	$+1\cdot204$	$+0\cdot197$
IV.	$-2\cdot239$	$+0\cdot106$
V.	$+3\cdot647$	$+1\cdot607$
VI.	$-1\cdot024$	$-0\cdot793$

Die Summe der Fehlerquadrate wird darauf in schöner Übereinstimmung mit dem vorher bestimmten Werth gefunden:

$$ff = 31''65$$

so daß Alles hinreichend geprüft erscheint.

Es werden demnach die definitiven Elemente des Planeten Angelina mit Übergehung der Hunderttheile der Bogensecunden:

(64) Angelina.

Epoche, Osculation u. mittl. Äquinoct. 1868 Jan. 7·0 m. Berl. Zeit.

$$L = 119°24'25"8$$
$$M = 355\ 46\ 58·1$$
$$\pi = 123\ 37\ 27·7$$
$$\Omega = 311\ 10\ 13·3$$
$$i = 1\ 19\ 54·3$$
$$\varphi = 7\ 21\ 54·7$$
$$\mu = 808"31196$$
$$\log a = 0·4282850$$

und die Darstellung der Orte:

	$d\alpha \cos\delta$	$d\delta$
1861 März 28·5	+0"8	+0"6
1863 Sept. 26·5	−2·5	+0·3
1865 Jan. 28·5	+1·2	+0·2
1866 Mai 26·5	−2·2	+0·1
1867 Aug. 24·5	+3·6	+1·6
1868 Dec. 2·5	−1·0	−0·8

Die Darstellung der Orte ist keineswegs befriedigend, besonders tritt der Fehler im Jahre 1867 sehr auffällig hervor; einige sich hieran knüpfende Bemerkungen sind schon im Vorausgehenden (VI. Opposition) hervorgehoben worden.

Für die Vorausberechnung der Helligkeit des Planeten ist die Kenntniß der mittleren Oppositionshelligkeit von Wichtigkeit; für die Bestimmung dieser Größe liegt ebenfalls ein sehr reiches Material vor. Die Lichtstärke des Planeten findet sich nach der Formel:

$$\text{Lichtstärke} = \frac{20·3}{r^2\Delta^2}$$

Über die Helligkeit habe ich die folgenden Angaben gesammelt:

Datum	Beobachter	geschätzte Größe	mittl. Oppositionsgröße = Mg.
1861 März 6.	Tempel	10·0	10·5
„ 7.	Argelander	10·0	10.5
„ 9.	„	10·0	10·5
„ 14.	Förster	10·0	10·5
Apr. 29.	Tietjen	10·8	10·9

Datum			Beobachter	geschätzte Größe	mittl. Oppositionsgröße = *Mg*.
1863	Juli	25.	C. H. F. Peters	11·7	10·8
	Aug.	8.	Oppolzer	11·6	10·9
	Sept.	15.	„	10·9	10·6
	Oct.	4.	Engelmann	10·7	10·4
	„	14.	Oppolzer	11·0	10·7
	Nov.	3.	„	11·5	11·0
1865	Jan.	9.	„	9·7	10·9
1866	Juni	5.	„	11·5	11·2
1867	Aug.	26.	Engelmann	11·0	10·4
	„	29.	„	11·2	10·6
	„	30.	„	10·8	10·2
	Sept.	1.	„	11·3	10·7
1868	Nov.	10.	E. Weiss	9·8	10·1

Es ist also im Mittel für die mittlere Oppositionsgröße anzunehmen:

$$Mg = 10 \cdot 63.$$

Die vorangehende Bahnbestimmung gibt nun die Möglichkeit an die Hand, den Ort des Planeten auf eine lange Reihe von Jahren hinaus mit einer solchen Sicherheit zu bestimmen, daß die Aufsuchung und Beobachtung in den kommenden Oppositionen nahezu gar keinen Schwierigkeiten, so weit es die Unsicherheit der Ortsbestimmung betrifft, unterliegen wird. — Ich habe die hiefür nöthigen Rechnungen für die Jahre 1870 und 1871 in der Form durchgeführt, wie dieselben in der Regel von dem astronomischen Berliner Jahrbuch geliefert werden.

Angewandte Elemente:

Epoche und Osculation 1870 April 11·0

m. Äq. 1870·0

$$L = 190° \ 5' 28''1$$
$$M = 64 \ 44 \ 13·7$$
$$\pi = 125 \ 21 \ 14·4$$
$$\Omega = 311 \ 1 \ 15·2$$
$$i = 1 \ 19 \ 26·0$$
$$\varphi = 7 \ 13 \ 25·0$$
$$\mu = 807''8493$$
$$\log a = 0·428451.$$

$$x = [0·426090] \sin (E + 215°34'38''4) + 0·195140$$
$$y = [0·386962] \sin (E + 124 \ 41 \ 46·2) - 0·252006$$
$$z = [0·042299] \sin (E + 127 \ 20 \ 58.2) - 0·110184$$

(64) Angelina 1870.

Jahresephemeride.

0^h Berl. Zeit		$A:R.$	Decl.	logΔ	log$r$
Januar	1.	13^{h}18^{m}7	− 9°22'	0·388	0·390
„	21.	13 39·1	−11 34	0·343	0·393
Februar	10.	13 52·1	−13 2	0·295	0·397
März	2.	13 55·1	−13 36	0·248	0·402
„	22.	13 47·3	−13 8	0·211	0·406
April	11.	13 31·6	−11 49	0·197	0·410
Mai	1.	13 15·3	−10 12	0·212	0·415
„	21.	13 5·4	− 9 3	0·252	0·419
Juni	10.	13 5·4	− 8 51	0·303	0·424
„	30.	13 13·9	− 9 30	0·358	0·428
Juli	20.	13 29·4	−10 51	0·411	0·432
August	9.	13 51·2	−12 47	0·452	0·436
„	29.	14 16·3	−14 52	0·492	0·440
Sept.	18.	14 44·5	−17 2	0·524	0·444
Oct.	8.	15 15·3	−19 5	0·550	0·448
„	28.	15 47·9	−20 54	0·569	0·451
Nov.	17.	16 21·8	−22 24	0·581	0·455
Dec.	7.	16 56·7	−23 45	0·587	0·458
„	27.	17 31·7	−24 5	0·585	0·461

(64) Angelina 1870.

Oppositionsephemeride.

12ʰ m. Berl. Zt.		α	δ	logΔ	Abrrzt.
März	27.	13ʰ43ᵐ33ˢ50	—12°50′46″2	0·204556	13ᵐ17ˢ
„	28.	13 42 48·82	—12 47 8·6	0·203571	13 16
„	29.	13 42 3·18	—12 43 23·9	0·202652	13 14
„	30.	13 41 16·63	—12 39 32·3	0·201800	13 12
„	31.	13 40 29·24	—12 35 34·2	0·201016	13 11
April	1.	13 39 41·07	—12 31 29·7	0·200303	13 10
„	2.	13 38 52·18	—12 27 19·2	0·199661	13 8
„	3.	13 38 2·65	—12 23 3·0	0·199092	13 7
„	4.	13 37 12·53	—12 18 41·5	0·198596	13 6
„	5.	13 36 21·88	—12 14 14·9	0·198173	13 6
„	6.	13 35 30·78	—12 9 43·7	0·197821	13 5
„	7.	13 34 39·29	—12 5 8·1	0·197544	13 5
„	8.	13 33 47·49	—12 0 28·6	0·197342	13 4
„	9.	13 32 55·44	—11 55 45·4	0·197216	13 4
„	10.	13 32 3·20	—11 50 58·9	0·197165	13 4
„	11.	13 31 10·84	—11 46 9·5	0·197189	13 4
„	12.	13 30 18·43	—11 41 17·7	0·197288	13 4
☍ „	13.	13 29 26·03	—11 36 23·9	0·197462	13 5
„	14.	13 28 33·70	—11 31 28·3	0·197711	13 5
„	15.	13 27 41·51	—11 26 31·3	0·198034	13 5
„	16.	13 26 49·51	—11 21 33·4	0·198432	13 6
„	17.	13 25 57·77	—11 16 34·9	0·198905	13 7
„	18.	13 25 6·34	—11 11 36·1	0·199453	13 8
„	19.	13 24 15·30	—11 6 37·5	0·200074	13 9
„	20.	13 23 24·70	—11 1 39·3	0·200767	13 10
„	21.	13 22 34·61	—10 56 42·1	0·201533	13 12
„	22.	13 21 45·08	—10 51 46·1	0·202371	13 13
„	23.	13 20 56·17	—10 46 51·8	0·203279	13 15
„	24.	13 20 7·94	—10 41 59·5	0·204258	13 17
„	25.	13 19 20·45	—10 37 9·7	0·205307	13 19
„	26.	13 18 33·75	—10 32 22·7	0·206424	13 21
„	27.	13 17 47·88	—10 27 38·8	0·207608	13 23
„	28.	13 17 2·91	—10 22 58·4	0·208858	13 25
„	29.	13 16 18·89	—10 18 21·9	0·210173	13 28
„	30.	13 15 35·87	—10 13 49·7	0·211552	13 30
Mai	1.	13 14 53·89	—10 9 22·0	0·212995	13 33
„	2.	13ʰ14ᵐ12ˢ99	—10° 4′59″3	0·214496	13ᵐ36ˢ

(64) ☍ ☉ April 14, 11ʰ

Lichtstärke = 1·23

Größe = 10·4.

35*

Angewandte Elemente:

Epoche und Osculation 1871 Juli 15·0
m. Äq. 1871·0

$$L = 293°16'34''6$$
$$M = 167\ 46\ 41·8$$
$$\pi = 125\ 29\ 52·8$$
$$\Omega = 311\ 1\ 2·2$$
$$i = 1\ 19\ 27·3$$
$$\varphi = 7\ 14\ 9·1$$
$$\mu = 807''6636$$
$$\log a = 0·428517$$

$$x = [0·426155] \sin (E + 215°43'20''9) + 0·196190$$
$$y = [0·387016] \sin (E + 124\ 50\ 19·8) - 0·252026$$
$$z = [0·042355] \sin (E + 127\ 29\ 34·8) - 0·110173$$

(64) Angelina 1871.

Jahresephemeride.

0h Berl. Zeit		A : R.	Decl.	logΔ	logr
Januar	— 4.	17h 31m7	—24° 5'	0·585	0·461
„	16.	18 6·1	—24 12	0·577	0·464
Febr.	5.	18 38·8	—23 54	0·562	0·467
„	25.	19 9·1	—23 14	0·541	0·469
März	17.	19 36·0	—22 21	0·512	0·472
April	6.	19 58·4	—21 24	0·477	0·474
„	26.	20 15·1	—20 34	0·436	0·475
Mai	16.	20 24·4	—20 2	0·393	0·477
Juni	5.	20 25·0	—19 59	0·351	0·478
„	25.	20 15·9	—20 26	0·317	0·479
Juli	15.	19 59·5	—21 9	0·301	0·480
Aug.	4.	19 41·5	—21 48	0·309	0·480
„	24.	19 28·6	—22 10	0·338	0·480
Sept.	13.	19 25·0	—22 11	0·379	0·480
Oct.	3.	19 30·9	—21 50	0·425	0·480
„	23.	19 44·9	—21 13	0·468	0·480
Nov.	12.	20 4·9	—20 13	0·507	0·479
Dec.	2.	20 29·1	—18 51	0·539	0·478
„	22	20 55·9	—17 5	0·564	0·477

(64) Angelina 1871.

Oppositionsephemeride.

12h m. Berl. Zeit		α	δ	log Δ	Abrrzt.
Juli	1.	20h 11m 9s·15	−20° 38′ 30″·6	0·309397	16m 55s
„	2.	20 10 21·88	−20 40 40·2	0·308437	16 53
„	3.	20 9 33·72	−20 42 51·4	0·307529	16 51
„	4.	20 8 44·72	−20 45 4·1	0·306675	16 49
„	5.	20 7 54·92	−20 47 18·0	0·305876	16 47
„	6.	20 7 4·35	−20 49 32·9	0·305132	16 45
„	7.	20 6 13·06	−20 51 48·5	0·304445	16 43
„	8.	20 5 21·10	−20 54 4·7	0·303816	16 42
„	9.	20 4 28·53	−20 56 21·4	0·303242	16 41
„	10.	20 3 35·39	−20 58 38·3	0·302728	16 40
„	11.	20 2 41·73	−21 0 55·3	0·302274	16 39
„	12.	20 1 47·60	−21 3 12·1	0·301879	16 38
„	13.	20 0 53·06	−21 5 28·7	0·301544	16 37
„	14.	19 59 58·15	−21 7 44·8	0·301271	16 36
„	15.	19 59 2·92	−21 10 0·3	0·301059	16 36
„	16.	19 58 7·46	−21 12 15·0	0·300908	16 35
„	17.	19 57 11·81	−21 14 28·8	0·300819	16 35
„	18.	19 56 16·04	−21 16 41·4	0·300792	16 35
☍ „	19.	19 55 20·21	−21 18 52·7	0·300826	16 35
„	20.	19 54 24·39	−21 21 2·6	0·300922	16 35
„	21.	19 53 28·62	−21 23 10·9	0·301080	16 36
„	22.	19 52 32·95	−21 25 17·6	0·301300	16 36
„	23.	19 51 37·45	−21 27 22·4	0·301581	16 37
„	24.	19 50 42·18	−21 29 25·2	0·301923	16 38
„	25.	19 49 47·19	−21 31 25·9	0·302325	16 39
„	26.	19 48 52·55	−21 33 24·3	0·302789	16 40
„	27.	19 47 58·31	−21 35 20·2	0·303312	16 41
„	28.	19 47 4·51	−21 37 13·7	0·303894	16 42
„	29.	19 46 11·21	−21 39 4·7	0·304534	16 44
„	30.	19 45 18·46	−21 40 53·0	0·305233	16 45
„	31.	19 44 26·31	−21 42 38·7	0·305987	16 47
August	1.	19 43 34·80	−21 44 21·6	0·306798	16 49
„	2.	19 42 43·97	−21 46 1·7	0·307665	16 51
„	3.	19 41 53·89	−21 47 38·8	0·308589	16 53
„	4.	19 41 4·59	−21 49 13·0	0·309567	16 55
„	5.	19 40 16·12	−21 50 44·1	0·310598	16 58
„	6.	19h 39m 28s·52	−21° 52′ 12″·1	0·311679	17m 0s

(64) ☍ ☉ Juli 19, 10h

Lichtstärke = 0·56

Größe = 11·3.

Schließlich gebe ich, um die Fortführung der Störungsrechnung Jedermann ohne weitere Mühe zu ermöglichen, das Schema der letzten summirten Functionen. Die angewandten Maßen sind:

$$♃ = \frac{1}{1049} \qquad ♄ = \frac{1}{3501\cdot 6}$$

und das mittlere Äquinoctium 1870·0 liegt den Werthen zu Grunde, die sich selbst auf die Osculationsepoche 1865 Januar 7·0 mittlere Berliner Zeit beziehen.

Jupiterstörungen.

	'f	di:dt	'f	dΩ:dt	'f	dφ:dt	'f	dπ:dt	''f	'f	d²μ:dt²	'f	dL:dt
1873 Dec. 1.		−0″197		+0″242		+7″981		−0″33	−25′ 6″0446		−1″0634		−0″916
„ 11.	−30″173		−15′1″927		−6′23″543		+2°0′49″80			−6″3130		−14′43″917	
„ 21.		−0·240		−0·761		+8·757		+0·58	−25 12·3576		−1·1588		−2·233
„ 31.	−30·413		−15 2·688		−6 14·786		+2 0 50·38			−7·4718		−14 46·170	
1874 Jan. 10.		−0·287		−2·189		+9·401		+1·29	−25 19·8294		−1·2287		−3·801
„ 20.	−30·700		−15 4·877		−6 5·385		+2 0 51·77			−8·7005		−14 49·971	

Saturnstörungen.

	'f	di:dt	'f	dΩ:dt	'f	dφ:dt	'f	dπ:dt	''f	'f	d²μ:dt²	'f	dL:dt
1873 Dec. 1.		−0″001		+0″001		−0″025		−0″906	− 29″6966		+0″0041		−0″206
„ 11.	+ 0″370		− 46″815		+ 15″061		+ 8″867			−0″2497		− 18″158	
„ 21.		−0·001		−0·003		−0·041		−0·928	− 29·9463		+0·0075		−0·200
„ 31.	+ 0·369		− 46·818		+ 15·020		+ 7·939			−0·2422		− 18·358	
1874 Jan. 10.		−0·001		−0·007		−0·056		−0·966	− 30·1885		+0·0107		−0·192
„ 20.	+ 0·368		− 46·825		+ 14·964		+ 6·973			−0·2315		− 18·550	

Tafel der speciellen Störungen des Planeten

(64) „Angelina"

durch

Jupiter.

Für den Zeitraum 1861 März 9. — 1874 Jan. 20.

Vor 1865,0 liegt das mittlere Äquinoctium 1860,0 zu Grunde.
Nach 1865,0 „ „ „ „ 1870,0 „ „

$$♃ = \frac{1}{1049}.$$

Jupiter.

	Δi	$\Delta \Omega$	$\Delta \pi$	$\Delta \varphi$	ΔL	$\Delta \mu$
1861 März 9.	+2"68	+2'10"74	+12'31"38	+3'16"31	—1'52"46	—0"0186
„ 29.	+2·56	+2 4·98	+11 24·03	+3 11·50	—1 55·67	+0·0429
April 18.	+2·46	+1 59·34	+10 20·65	+3 7·13	—1 56·20	+0·1008
Mai 8.	+2·38	+1 53·95	+ 9 21·95	+3 3·22	—1 54·32	+0·1543
„ 28.	+2·32	+1 48·93	+ 8 28·36	+2 59·79	—1 50·33	+0·2027
Juni 17.	+2·28	+1 44·36	+ 7 40·18	+2 56·79	—1 44·50	+0·2458
Juli 7.	+2·25	+1 40·28	+ 6 57·49	+2 54·18	—1 37·12	+0·2836
„ 27.	+2·23	+1 36·73	+ 6 20·25	+2 51·89	—1 28·45	+0·3160
Aug. 16.	+2·23	+1 33·72	+ 5 48·28	+2 49·87	—1 18·71	+0·3434
Sept. 5.	+2·22	+1 31·25	+ 5 21·35	+2 48·03	—1 8·12	+0·3659
„ 25.	+2·22	+1 29·33	+ 4 59·11	+2 46·32	— 56·88	+0·3839
Oct. 15.	+2·23	+1 27·91	+ 4 41·22	+2 44·68	— 45·16	+0·3978
Nov. 4.	+2·23	+1 26·97	+ 4 27·29	+2 43·06	— 33·10	+0·4078
„ 24.	+2·23	+1 26·48	+ 4 16·89	+2 41·41	— 20·85	+0·4142
Dec. 14.	+2·23	+1 26·41	+ 4 9·60	+2 39·69	— 8·53	+0·4175
1862 Jan. 3.	+2·23	+1 26·70	+ 4 5·04	+2 37·87	+ 3·76	+0·4178
„ 23.	+2·22	+1 27·32	+ 4 2·81	+2 35·93	+ 15·93	+0·4154
Febr. 12.	+2·21	+1 28·23	+ 4 2·52	+2 33·85	+ 27·89	+0·4107
März 4.	+2·19	+1 29·37	+ 4 3·82	+2 31·62	+ 39·57	+0·4038
„ 24.	+2·17	+1 30·72	+ 4 6·36	+2 29·22	+ 50·91	+0·3950
April 13.	+2·14	+1 32·21	+ 4 9·83	+2 26·66	+1 1·85	+0·3844
Mai 3.	+2·10	+1 33·82	+ 4 13·94	+2 23·93	+1 12·34	+0·3722
„ 23.	+2·05	+1 35·49	+ 4 18·40	+2 21·04	+1 22·35	+0·3588
Juni 12.	+2·00	+1 37·19	+ 4 22·99	+2 18·00	+1 31·83	+0·3441
Juli 2.	+1·94	+1 38·87	+ 4 27·47	+2 14·81	+1 40·76	+0·3284
„ 22.	+1·88	+1 40·50	+ 4 31·65	+2 11·48	+1 49·12	+0·3117
Aug. 11.	+1·80	+1 42·05	+ 4 35·37	+2 8·03	+1 56·88	+0·2943
„ 31.	+1·73	+1 43·48	+ 4 38·45	+2 4·47	+2 4·00	+0·2762
Sept. 20.	+1·64	+1 44·75	+ 4 40·79	+2 0·82	+2 10·48	+0·2575
Oct. 10.	+1·55	+1 45·85	+ 4 42·25	+1 57·08	+2 16·32	+0·2383
„ 30.	+1·46	+1 46·74	+ 4 42·76	+1 53·29	+2 21·51	+0·2188
Nov. 19.	+1·36	+1 47·39	+ 4 42·25	+1 49·45	+2 26·04	+0·1989
Dec. 9.	+1·25	+1 47·80	+ 4 40·67	+1 45·58	+2 29·91	+0·1789
„ 29.	+1·14	+1 47·94	+ 4 37·98	+1 41·70	+2 33·11	+0·1588
1863 Jan. 18.	+1·04	+1 47·79	+ 4 34·17	+1 37·82	+2 35·64	+0·1386
Febr. 7.	+0·93	+1 47·35	+ 4 29·23	+1 33·97	+2 37·52	+0·1185
„ 27.	+0·81	+1 46·60	+ 4 23·19	+1 30·15	+2 38·74	+0·0985
März 19.	+0·70	+1 45·54	+ 4 16·08	+1 26·39	+2 39·32	+0·0787
April 8.	+0·59	+1 44·16	+ 4 7·96	+1 22·70	+2 39·27	+0·0592
„ 28.	+0·48	+1 42·46	+ 3 58·88	+1 19·08	+2 38·59	+0 0400

Jupiter.

	Δi	ΔΩ	Δπ	Δφ	ΔL	Δμ
1863 Mai 18.	+0"37	+1'40"45	+ 3'48"94	+1'15"57	+ 2'37"31	+0"0212
Juni 7.	+0·26	+1 38·13	+ 3 38·21	+1 12·15	+ 2 35·43	+0·0029
„ 27.	+0·16	+1 35·52	+ 3 26·79	+1 8·85	+ 2 32·98	—0·0149
Juli 17.	+0·06	+1 32·61	+ 3 14·80	+1 5·67	+ 2 29·99	—0·0320
Aug. 6.	—0·03	+1 29·42	+ 3 2·32	+1 2·62	+ 2 26·46	—0·0484
„ 26.	—0·12	+1 25·99	+ 2 49·51	+ 59·70	+ 2 22·43	—0·0641
Sept. 15.	—0·21	+1 22·31	+ 2 36·50	+ 56·92	+ 2 17·92	—0·0788
Oct. 5.	—0·28	+1 18·41	+ 2 23·44	+ 54·27	+ 2 12·97	—0·0927
„ 25.	—0·35	+1 14·33	+ 2 10·45	+ 51·75	+ 2 7.61	—0·1056
Nov. 14.	—0·41	+1 10·09	+ 1 57·69	+ 49·36	+ 2 1·86	—0·1173
Dec. 4.	—0·47	+1 5·71	+ 1 45·29	+ 47·08	+ 1 55·78	—0·1279
„ 24.	—0·51	+1 1·23	+ 1 33·37	+ 44·92	+ 1 49·39	—0·1372
1864 Jan. 13.	—0·55	+ 5[illegible]·69	+ 1 22·06	+ 42·85	+ 1 42·75	—0·1452
Febr. 2.	—0·58	+ 52·10	+ 1 11·48	+ 40·85	+ 1 35·89	—0·1518
„ 22.	—0·60	+ 47·52	+ 1 1·72	+ 38·93	+ 1 28.86	—0·1568
März 13.	—0·61	+ 42·98	+ 52·87	+ 37·04	+ 1 21·73	—0·1603
April 2.	—0·61	+ 38·51	+ 44·98	+ 35·17	+ 1 14·52	—0·1621
„ 22.	—0·61	+ 34·15	+ 38·08	+ 33·30	+ 1 7·31	—0·1623
Mai 12.	—0·59	+ 29·93	+ 32·18	+ 31·41	+ 1 0·15	—0·1606
Juni 1.	—0·57	+ 25·89	+ 27·25	+ 29·46	+ 53·09	—0·1570
„ 21.	—0·54	+ 22·06	+ 23·22	+ 27·44	+ 46·20	—0·1517
Juli 11.	—0·50	+ 18·47	+ 20·02	+ 25·32	+ 39·54	—0·1444
„ 31.	—0·46	+ 15·15	+ 17·50	+ 23·09	+ 33·17	—0·1352
Aug. 20.	—0·41	+ 12·12	+ 15·51	+ 20·71	+ 27·16	—0·1242
Sept. 9.	—0·36	+ 9·39	+ 13·88	+ 18·20	+ 21·56	—0·1112
„ 29.	—0·30	+ 6·99	+ 12·40	+ 15·52	+ 16·45	—0·0965
Oct. 19.	—0·25	+ 4·93	+ 10·86	+ 12·69	+ 11·87	—0·0801
Nov. 8.	—0·18	+ 3·20	+ 9·04	+ 9·71	+ 7·88	—0·0621
„ 28.	—0·12	+ 1·81	+ 6·74	+ 6·59	+ 4·55	—0·0426
Dec. 18.	—0·06	+ 0·75	+ 3·78	+ 3·34	+ 1·90	—0·0218
1865 Jan. 7.	0·00	0·00	0·0	0·00	0·00	0·0000
„ 27.	+0·06	— 0·45	— 4·7	— 3·41	— 1·12	+0·0227
Febr. 16.	+0·11	— 0·63	— 10·4	— 6·87	— 1·44	+0·0459
März 8.	+0·17	— 0·57	— 17·0	— 10·32	— 0·92	+0·0695
„ 28.	+0·22	— 0·30	— 24·6	— 13·73	+ 0·44	+0·0931
April 17.	+0·26	+ 0·14	— 32·9	— 17·08	+ 2·66	+0·1165
Mai 7.	+0·30	+ 0·71	— 41·8	— 20·32	+ 5·73	+0·1392
„ 27.	+0·33	+ 1·38	— 50·9	— 23·43	+ 9·65	+0·1611
Juni 16.	+0·36	+ 2·09	— 1 0·0	— 26·38	+ 14·38	+0·1817
Juli 6.	+0·38	+ 2·80	— 1 8·6	— 29·16	+ 19·90	+0·2008

Jupiter.

	Δi	ΔΩ	Δπ	Δφ	ΔL	Δμ
1865 Juli 26.	+ 0"40	+ 3"48	— 1' 16"5	— 31"76	+ 26"18	+0"2181
Aug. 15.	+ 0·41	+ 4·09	— 1 23·0	— 34·19	+ 33·15	+0·2332
Sept. 4.	+ 0·42	+ 4·60	— 1 27·8	— 36·45	+ 40·76	+0·2458
„ 24.	+ 0·43	+ 4·96	— 1 30·4	— 38·57	+ 48·93	+0·2557
Oct. 14.	+ 0·43	+ 5·17	— 1 30·3	— 40·57	+ 57·59	+0·2626
Nov. 3.	+ 0·43	+ 5·21	— 1 27·2	— 42·50	+ 1' 6·64	+0·2662
„ 23.	+ 0·43	+ 5·07	— 1 20·6	— 44·41	+ 1 15·98	+0·2663
Dec. 13.	+ 0·43	+ 4·74	— 1 10·0	— 46·35	+ 1 25·50	+0·2625
1866 Jan. 2.	+ 0·43	+ 4·23	— 0 55·3	— 48·38	+ 1 35·09	+0·2547
„ 22.	+ 0·43	+ 3·57	— 0 36·0	— 50·39	+ 1 44·60	+0·2427
Febr. 11.	+ 0·43	+ 2·79	— 0 12·0	— 53·03	+ 1 53·90	+0·2261
März 3.	+ 0·43	+ 1·91	+ 0 17·1	— 55·79	+ 2 2·83	+0·2047
„ 23.	+ 0·43	+ 1·00	+ 0 51·2	— 58·97	+ 2 11·22	+0·1784
April 12.	+ 0·44	+ 0·10	+ 1 30·7	—1' 2·65	+ 2 18·90	+0·1469
Mai 2.	+ 0·44	— 0·72	+ 2 15·4	—1 6·92	+ 2 25·68	+0·1100
„ 22.	+ 0·45	— 1·37	+ 3 5·3	—1 11·88	+ 2 31·34	+0·0675
Juni 11.	+ 0·45	— 1·78	+ 4 0·6	—1 17·61	+ 2 35·67	+0·0192
Juli 1.	+ 0·45	— 1·86	+ 5 0·8	—1 24·22	+ 2 38·43	—0·0352
„ 21.	+ 0·45	— 1·52	+ 6 6·0	—1 31·80	+ 2 39·37	—0·0957
Aug. 10.	+ 0·43	— 0·66	+ 7 15·8	—1 40·44	+ 2 38·22	—0·1625
„ 30.	+ 0·40	+ 0·80	+ 8 29·8	—1 50·22	+ 2 34·69	—0·2358
Sept. 19.	+ 0·35	+ 2·95	+ 9 48·1	—2 1·21	+ 2 28·47	—0·3155
Oct. 9.	+ 0·28	+ 5·84	+11 10·0	—2 13·49	+ 2 19·25	—0·4016
„ 29.	+ 0·17	+ 9·52	+12 35·0	—2 27·10	+ 2 6·68	—0·4942
Nov. 18.	+ 0·01	+ 14·01	+14 2·7	—2 42·08	+ 1 50·41	—0·5929
Dec. 8.	— 0·20	+ 19·28	+15 32·5	—2 58·44	+ 1 30·08	—0·6975
„ 28.	— 0·47	+ 25·23	+17 4·6	—3 16·14	+ 1 5·31	—0·8075
1867 Jan. 17.	— 0·82	+ 31·74	+18 37·9	—3 35·15	+ 0 35·75	—0·9221
Febr. 6.	— 1·26	+ 38·58	+20 12·1	—3 55·40	+ 0 1·05	—1·0405
„ 26.	— 1·81	+ 45·45	+21 46·8	—4 16·73	— 0 39·11	—1·1614
März 18.	— 2·47	+ 51·92	+23 22·0	—4 38·97	— 1 25·00	—1·2834
April 7.	— 3·26	+ 57·50	+24 58·5	—5 1·85	— 2 16·81	—1·4045
„ 27.	— 4·20	+1' 1·58	+26 35·7	—5 25·11	— 3 14·63	—1·5227
Mai 17.	— 5·27	+1 3·44	+28 14·1	—5 48·41	— 4 18·43	—1·6353
Juni 6.	— 6·50	+1 2·33	+29 54·7	—6 11·37	— 5 27·98	—1·7396
„ 26.	— 7·87	+0 57·46	+31 38·2	6 33·60	— 6 42·90	—1·8326
Juli 16.	— 9·38	+0 48·05	+33 27·0	—6 54·66	— 8 2·59	—1·9115
Aug. 5.	—11·00	+0 33·47	+35 21·6	—7 14·21	— 9 26·22	—1·9734
„ 25.	—12·71	+0 13·23	+37 23·4	—7 31·91	—10 52·77	—2·0160
Sept. 14.	—14·48	—0 12·92	+39 33·5	—7 47·56	—12 21·04	—2·0372

Jupiter.

	Δi	$\Delta \Omega$	$\Delta \pi$	$\Delta \varphi$	ΔL	$\Delta \mu$
1867 Oct. 4.	−16"27	− 0' 44"9	+ 41' 53"1	−8' 1"01	−13' 49"73	−2"0362
„ 24.	−18·04	− 1 22·6	+ 44 23·0	−8 12·19	−15 17·49	−2·0128
Nov. 13.	−19·75	− 1 5·1	+ 47 2·6	−8 21·26	−16 43·00	−1·9679
Dec. 3.	−21·36	− 2 51·5	+ 49 50·9	−8 28·43	−18 5·04	−1·9030
„ 23.	−22·86	− 3 40·9	+ 52 46·6	−8 33·96	−19 22·58	−1·8206
1868 Jan. 12.	−24·21	− 4 32·0	+ 55 47·8	−8 38·18	−20 34·78	−1·7236
Febr. 1.	−25·40	− 5 23·8	+ 58 52·5	−8 41·35	−21 41·09	−1·6152
„ 21.	−26·43	− 6 15·1	+1° 1 58·1	−8 43·86	−22 41·14	−1·4987
März 12.	−27·29	− 7 4·8	+1 5 2·0	−8 46·01	−23 34·77	−1·3772
April 1.	−28·00	− 7 52·1	+1 8 2·0	−8 48·02	−24 22·05	−1·2537
„ 21.	−28·56	− 8 36·5	+1 10 55·9	−8 50·08	−25 3·16	−1·1307
Mai 11.	−28·99	− 9 17·5	+1 13 42·2	−8 52·22	−25 38·44	−1·0103
„ 31.	−29·31	− 9 54·8	+1 16 19·1	−8 54·60	−26 8·25	−0·8943
Juni 20.	−29·53	−10 28·3	+1 18 45·7	−8 57·23	−26 33·04	−0·7841
Juli 10.	−29·67	−10 57·9	+1 21 1·1	−9 0·12	−26 53·27	−0·6807
„ 30.	−29·74	−11 23·7	+1 23 4.9	−9 3·21	−27 9·42	−0·5848
Aug. 19.	−29·76	−11 46·0	+1 24 57·0	−9 6·39	−27 21·94	−0·4970
Sept. 8.	−29·74	−12 4·8	+1 26 37·4	−9 9·64	−27 31·30	−0·4175
„ 28.	−29·69	−12 20·6	+1 28 6·3	−9 12·86	−27 37·92	−0·3465
Oct. 18.	−29·63	−12 33·5	+1 29 24·3	−9 15·96	−27 42·20	−0·2838
Nov. 7.	−29·55	−12 43·9	+1 30 31·9	−9 18·87	−27 44·53	−0·2295
„ 27.	−29·47	−12 52·1	+1 31 29·8	−9 21·48	−27 45·26	−0·1833
Dec. 17.	−29·40	−12 58·3	+1 32 19·0	−9 23·73	−27 44·72	−0·1448
1869 Jan. 6.	−29·33	−13 2·9	+1 33 0·2	−9 25·57	−27 43·19	−0·1139
„ 26.	−29·27	−13 6·0	+1 33 34·5	−9 26·94	−27 40·95	−0·0901
Febr. 15.	−29·23	−13 8·1	+1 34 2·8	−9 27·80	−27 38·26	−0·0729
März 7.	−29·20	−13 9·3	+1 34 26·2	−9 28·14	−27 35·32	−0·0621
„ 27.	−29·18	−13 9·8	+1 34 45·5	−9 27·94	−27 32·36	−0·0570
April 16.	−29·18	−13 9·9	+1 35 1·7	−9 27·21	−27 29·53	−0·0573
Mai 6.	−29·19	−13 9·7	+1 35 15·7	−9 25·98	−27 27·01	−0·0625
„ 26.	−29·21	−13 9·3	+1 35 28·3	−9 24·27	−27 24·94	−0·0720
Juni 15.	−29·25	−13 9·0	+1 35 40·2	−9 22·13	−27 23·43	−0·0853
Juli 5.	−29·30	−13 8·8	+1 35 51·9	−9 19·61	−27 22·58	−0·1021
„ 25.	−29·35	13 8·8	+1 36 4·1	−9 16·76	−27 22·49	−0·1217
Aug. 14.	−29·42	−13 9·1	+1 36 17·0	−9 13·66	−27 23·22	−0·1438
Sept. 3.	−29·49	−13 9·7	+1 36 31·1	−9 10·36	−27 24·84	−0·1679
„ 23.	−29·56	−13 10·6	+1 36 46·5	−9 6·92	−27 27·37	−0·1935
Oct. 13.	−29·64	−13 12·0	+1 37 3·2	−9 3·41	−27 30·85	−0·2202
Nov. 2.	−29·72	−13 13·8	+1 37 21·3	−8 59·88	−27 35·31	−0·2477
„ 22.	−29·79	−13 16·0	+1 37 40·7	−8 56·37	−27 40·73	−0·2756

Jupiter.

	Δi	ΔΩ	Δπ	Δφ	ΔL	Δμ
1869 Dec. 12.	—29″86	—13′18″6	+1°38′ 1″4	—8′52″93	—27′47″14	—0″3037
1870 Jan. 1.	—29·93	—13 21·6	+1 38 23·0	—8 49·59	—27 54·50	—0·3315
„ 21.	—30·00	—13 24·9	+1 38 45·5	—8 46·37	—28 2·81	—0·3590
Febr. 10.	—30·05	—13 28·4	+1 39 8·7	—8 43·31	—28 12·03	—0·3858
März 2	—30·10	—13 32·3	+1 39 32·2	—8 40·41	—28 22·15	—0·4118
„ 22.	—30·15	—13 36·3	+1 39 56 1	—8 37·67	—28 33·12	—0·4368
April 11.	—30·18	—13 40·5	+1 40 19·9	—8 35·09	—28 44·90	—0·4606
Mai 1.	—30·21	—13 44·9	+1 40 43·6	—8 32·68	—28 57·45	—0·4833
„ 21.	—30·22	—13 49·3	+1 41 6·9	—8 30·42	—29 10·73	—0·5047
Juni 10.	—30·23	—13 53·7	+1 41 29·8	—8 28·31	—29 24·69	—0·5247
„ 30.	—30·24	—13 58·2	+1 41 52·2	—8 26·32	—29 39·29	—0·5433
Juli 20.	—30·23	—14 2·5	+1 42 13·9	—8 24·44	—29 54·47	—0·5604
Aug. 9.	—30·22	—14 6·8	+1 42 34·9	—8 22·66	—30 10·19	—0·5760
„ 29.	—30·19	—14 11·0	+1 42 55·2	—8 20·96	—30 26·39	—0·5902
Sept. 18.	—30·17	—14 15·0	+1 43 14·7	—8 19·32	—30 43·03	—0·6028
Oct. 8.	—30·13	—14 18·8	+1 43 33·4	—8 17·72	—31 0·05	—0·6140
„ 28.	—30·10	—14 22·4	+1 43 51·4	—8 16·15	—31 17·42	—0·6236
Nov. 17.	—30·05	—14 25·8	+1 44 8·7	—8 14·59	—31 35·07	—0·6318
Dec. 7.	—30·01	—14 28·9	+1 44 25·3	—8 13·03	—31 52·97	—0·6385
„ 27.	—29·96	—14 31·8	+1 44 41·4	—8 11·45	—32 11·06	—0·6437
1871 Jan. 16.	—29·91	—14 34·4	+1 44 57·0	—8 9·86	—32 29·30	—0·6475
Febr. 5.	—29·85	—14 36·8	+1 45 12·2	—8 8·23	—32 47·65	—0·6500
„ 25.	—29·80	—14 38·9	+1 45 27·0	—8 6·56	—33 6·06	—0·6510
März 17.	—29·75	—14 40·7	+1 45 41·6	—8 4·85	—33 24 48	—0·6507
April 6.	—29·69	—14 42·3	+1 45 56·2	—8 3·08	—33 42·87	—0·6491
„ 26.	—29·64	—14 43·7	+1 46 10·6	—8 1·25	—34 1·19	—0·6462
Mai 16.	—29·59	—14 44·8	+1 46 25·2	—7 59·37	—34 19·41	—0·6421
Juni 5.	—29·54	—14 45·7	+1 46 40·0	—7 57·43	—34 37·48	—0·6367
„ 25.	—29·50	—14 46·5	+1 46 55·0	—7 55·43	—34 55·36	—0·6301
Juli 15.	—29·46	—14 47·0	+1 47 10·4	—7 53·38	—35 13·01	—0·6223
Aug. 4.	—29·42	—14 47·4	+1 47 26·2	—7 51·28	—35 30·40	—0·6134
„ 24.	—29·39	—14 47·7	+1 47 42·6	—7 49·13	—35 47·49	—0·6033
Sept. 13.	—29·36	—14 47·8	+1 47 59·6	—7 46·95	—36 4·24	—0·5922
Oct. 3.	—29·33	—14 47·9	+1 48 17·3	—7 44·73	—36 20·62	—0·5301
„ 23.	—29·31	—14 47·8	+1 48 35·7	—7 42·49	—36 36·60	—0·5669
Nov. 12.	—29·29	—14 47·8	+1 48 55·0	—7 40·23	—36 52·14	—0·5527
Dec. 2.	—29·28	—14 47·7	+1 49 15·2	—7 37·97	—37 7·21	—0·5375
„ 22.	—29·27	—14 47·7	+1 49 36·3	—7 35·72	—37 21·78	—0·5215
1872 Jan. 11.	—29·27	—14 47·6	+1 49 58·4	—7 33·49	—37 35·81	—0·5045
„ 31.	—29·27	—14 47·6	+1 50 21·4	—7 31·29	—37 49·29	—0·4867

Jupiter.

	Δ*i*	ΔΩ	Δπ	Δφ	Δ*L*	Δμ
1872 Febr. 20.	—29"28	—14'47"7	+1°50'45"4	—7'29"14	—38' 2"18	—0"4682
März 11.	29·28	—14 47·9	+1 51 10·3	—7 27·04	—38 14·46	—0·4489
„ 31.	—29·29	—14 48·1	+1 51 36·2	—7 25·01	—38 26·09	—0·4289
April 20.	—29·31	—14 48·5	+1 52 3·0	—7 23·07	—28 37·07	—0·4083
Mai 10.	—29·32	—14 49·0	+1 52 30·6	—7 21·22	—38 47·35	—0·3871
„ 30.	—29·34	—14 49·6	+1 52 58·9	—7 19·48	—38 56·93	—0·3654
Juni 19.	—29·35	—14 50·3	+1 53 28·0	—7 17·87	—39 5·78	—0·3433
Juli 9.	—29·37	—14 51·2	+1 53 57·6	—7 16·39	—39 13·89	—0·3208
„ 29.	—29·39	—14 52·2	+1 54 27·6	—7 15·04	—39 21·25	—0·2982
Aug. 18.	—29·41	—14 53.3	+1 54 57·9	—7 13·84	—39 27·84	—0·2754
Sept. 7.	—29·42	—14 54·6	+1 55 28·4	—7 12·80	—39 33·66	—0·2526
„ 27.	—29·44	—14 55·9	+1 55 58·7	—7 11·90	—39 38·71	—0·2300
Oct. 17.	—29·45	—14 57·3	+1 56 28·7	—7 11·15	—39 42·98	—0·2077
Nov. 6.	—29·46	—14 58·8	+1 56 58·2	—7 10·55	—39 46·49	—0·1859
„ 26.	—29·47	—15 0·3	+1 57 27·0	—7 10·07	—39 49·24	—0·1648
Dec. 16	—29·47	—15 1·9	+1 57 54·8	—7 9·72	—39 51·25	—0·1445
1873 Jan. 5.	—29·47	—15 3·4	+1 58 21·3	—7 9·45	—39 52·56	—0·1254
„ 25.	—29·47	—15 4·8	+1 58 46·3	—7 9·25	—39 53·18	—0·1078
Febr. 14.	—29·47	—15 6·2	+1 59 9·5	—7 9·07	—39 53·18	—0·0918
März 6.	—29·46	—15 7·4	+1 59 30·7	—7 8·87	—39 52·61	—0·0779
„ 26.	—29·46	—15 8·4	+1 59 49·7	—7 8·59	—39 51·51	—0·0663
April 15.	—29·45	—15 9·2	+2 0 6·3	—7 8·18	—39 49·99	—0·0576
Mai 5.	—29·44	—15 9·8	+2 0 20·4	—7 7·55	—39 48·13	—0·0519
„ 25.	—29·44	—15 10·1	+2 0 32·0	—7 6·63	—39 46·06	—0·0499
Juni 14.	—29·44	—15 10·1	+2 0 41·0	—7 5·35	—39 43·88	—0·0520
Juli 4.	—29·45	—15 9·8	+2 0 47·5	—7 3·59	—39 41·77	—0·0586
„ 24.	—29·46	—15 9·1	+2 0 51·7	—7 1·29	—39 39·90	—0·0702
Aug. 13.	—29·49	—15 8·2	+2 0 53·9	—6 58·34	—39 38·45	—0·0871
Sept. 2.	—29·54	—15 7·0	+2 0 54·5	—6 54·66	—39 37·66	—0·1099
„ 22.	—29·61	—15 5·7	+2 0 53·9	—6 50·18	—39 37·77	—0·1387
Oct. 12.	—29·70	—15 4·3	+2 0 52·6	—6 44·84	—39 39·07	—0·1738
Nov. 1.	—29·82	—15 3·1	+2 0 51·2	—6 38·61	—39 41·85	—0·2152
„ 21.	—29·98	—15 2·2	+2 0 50·1	—6 31·49	—39 46·42	—0·2627
Dec. 11.	—30·17	—15 2·0	+2 0 49·8	—6 23·51	—39 53·13	—0·3159
„ 31.	—30·42	—15 2·7	+2 0 50·4	—6 14·76	—40 2·27	—0·3738
1874 Jan. 20.	—30·70	—15 5·0	+2 0 51·8	—6 5·36	—40 14·16	—0·4351

Tafel der speciellen Störungen des Planeten



(64) „Angelina“

durch

Saturn.

Für den Zeitraum 1861 März 9. — 1874 Jan. 20.

Vor 1865,0 liegt das mittlere Äquinoctium 1860,0 zu Grunde.
Nach 1865,0 „ „ „ „ 1870,0 „ „

$$♄ = \frac{1}{3501 \cdot 6}.$$

Saturn.

	Δi	ΔΩ	Δπ	Δφ	ΔL	Δμ
1861 März 9.	+0"30	+14"88	+13"01	+10"29	+14"89	−0"0203
„ 29.	+0·28	+14·30	+ 9·86	+10·25	+14·07	−0·0183
April 18.	+0·27	+13·71	+ 6·58	+10·19	+13·36	−0·0160
Mai 8	+0·26	+13·11	+ 3·22	+10·12	+12·77	−0·0136
„ 28.	+0·26	+12·52	− 0·15	+10·05	+12·30	−0·0110
Juni 17.	+0·25	+11·96	− 3·44	+ 9·98	+11·95	−0·0085
Juli 7.	+0·25	+11·43	− 6·61	+ 9·91	+11·72	−0·0060
„ 27.	+0·25	+10·95	− 9·60	+ 9·85	+11·61	−0·0036
Aug. 16.	+0·25	+10·51	−12·35	+ 9·80	+11·59	−0·0015
Sept. 5.	+0·25	+10·13	−14·84	+ 9·75	+11·67	+0·0005
„ 25.	+0·25	+ 9·81	−17·05	+ 9·70	+11·82	+0·0022
Oct. 15.	+0·25	+ 9·54	−18·96	+ 9·65	+12·04	+0·0037
Nov. 4.	+0·25	+ 9·33	−20·59	+ 9·60	+12·32	+0·0049
„ 24.	+0·25	+ 9·18	−21·92	+ 9·55	+12·64	+0·0058
Dec. 14.	+0·25	+ 9·08	−22·98	+ 9·48	+12·99	+0·0065
1862 Jan. 3.	+0·25	+ 9·02	−23·79	+ 9·41	+13·36	+0·0070
„ 23.	+0·25	+ 9·01	−24·37	+ 9·32	+13·74	+0·0072
Febr. 12.	+0·25	+ 9·03	−24·74	+ 9·22	+14·11	+0·0072
März 4.	+0·25	+ 9·09	−24·92	+ 9·10	+14·48	+0·0070
„ 24.	+0·25	+ 9·18	−24·95	+ 8·96	+14·84	+0·0066
April 13.	+0·25	+ 9·29	−24·85	+ 8·81	+15·17	+0·0060
Mai 3.	+0·24	+ 9·42	−24·64	+ 8·65	+15·47	+0·0053
„ 23.	+0·24	+ 9·56	−24·36	+ 8·46	+15·74	+0·0045
Juni 12.	+0·23	+ 9·71	−24·02	+ 8·27	+15·97	+0·0035
Juli 2.	+0·23	+ 9·87	−23·64	+ 8·06	+16·15	+0·0024
„ 22.	+0·22	+10·02	−23·25	+ 7·83	+16·29	+0·0013
Aug. 11.	+0·21	+10·17	−22·85	+ 7·60	+16·38	0·0000
„ 31.	+0·21	+10·31	−22·47	+ 7·36	+16·42	−0·0012
Sept. 20.	+0·20	+10·44	−22·11	+ 7·11	+16·40	−0·0026
Oct. 10.	+0·19	+10·55	−21·78	+ 6·85	+16·33	−0·0039
„ 30.	+0·18	+10·64	−21·49	+ 6·59	+16·21	−0·0053
Nov. 19.	+0·17	+10·70	−21·25	+ 6·32	+16·05	−0·0066
Dec. 9.	+0·16	+10·75	−21·06	+ 6·06	+15·82	−0·0080
„ 29.	+0·15	+10·76	−20·91	+ 5·80	+15·54	−0·0093
1863 Jan. 18.	+0·14	+10·74	−20·80	+ 5·54	+15·21	−0·0106
Febr. 7.	+0·13	+10·70	−20·74	+ 5·29	+14·83	−0·0119
„ 27.	+0·11	+10·62	−20·71	+ 5·04	+14·41	−0·0131
März 19.	+0·10	+10·51	−20·72	+ 4·80	+13·94	−0·0142
April 8.	+0·09	+10·36	−20·74	+ 4·57	+13·43	−0·0153
„ 28.	+0·08	+10·18	−20·77	+ 4·34	+12·88	−0·0162

Saturn.

	Δ*i*	ΔΩ	Δπ	Δφ	Δ*L*	Δμ
1863 Mai 18.	+0″07	+9″97	−20″82	+4″13	+12″30	−0″0171
Juni 7.	+0·05	+9·72	−20·85	+3·92	+11·69	−0·0179
„ 27.	+0·04	+9·44	−20·86	+3·73	+11·06	−0·0186
Juli 17.	+0·03	+9·13	−20·83	+3·55	+10·39	−0·0192
Aug. 6.	+0·02	+8·79	−20·77	+3·38	+ 9·71	−0·0197
„ 26.	+0·01	+8·41	−20·65	+3·21	+ 9·01	−0·0201
Sept. 15.	0·00	+8·02	−20·47	+3·06	+ 8·31	−0·0203
Oct. 5.	0·00	+7·60	−20·21	+2·92	+ 7·61	−0·0204
„ 25.	−0·01	+7·16	−19·87	+2·78	+ 6·90	−0·0203
Nov. 14.	−0·02	+6·70	−19·45	+2·65	+ 6·20	−0·0202
Dec. 4	−0·02	+6·23	−18·92	+2·52	+ 5·51	−0·0199
„ 24.	−0·03	+5·75	−18·31	+2·39	+ 4·84	−0·0194
1864 Jan. 13.	−0·03	+5·26	−17·59	+2·27	+ 4·19	−0·0188
Febr. 2.	−0·04	+4·77	−16·78	+2·15	+ 3·57	−0·0181
„ 22.	−0·04	+4·29	−15·89	+2·02	+ 2·97	−0·0173
März 13.	−0·04	+3·81	−14·91	+1·90	+ 2·42	−0·0164
April 2.	−0·04	+3·34	−13·86	+1·76	+ 1·90	−0·0153
„ 22.	−0·04	+2·89	−12·75	+1·63	+ 1·43	−0·0141
Mai 12.	−0·04	+2·46	−11·59	+1·48	+ 1·02	−0·0129
Juni 1.	−0·04	+2·06	−10·42	+1·34	+ 0·64	−0·0116
„ 21.	−0·03	+1·69	− 9·23	+1·19	+ 0·32	−0·0102
Juli 11.	−0·03	+1·35	− 8·06	+1·03	+ 0·06	−0·0088
„ 31.	−0·03	+1·04	− 6·91	+0·87	− 0·14	−0·0074
Aug. 20.	−0·02	+0·78	− 5·81	+0·72	− 0·29	−0·0061
Sept. 9.	−0·02	+0·55	− 4·77	+0·57	− 0·38	−0·0048
„ 29.	−0·01	+0·37	− 3·81	+0·43	− 0·42	−0·0036
Oct. 19.	−0·01	+0·23	− 2·92	+0·30	− 0·41	−0·0025
Nov. 8.	−0·01	+0·12	− 2·10	+0·18	− 0·36	−0·0015
„ 28.	0·00	+0·05	− 1·35	+0·09	− 0·26	−0·0008
Dec. 18.	0·00	+0·01	− 0·66	+0·03	− 0·14	−0·0003
1865 Jan. 7.	0·00	0·00	0·00	0·00	0·00	0·0000
„ 27.	0·00	0·00	+ 0·65	0·00	+ 0·15	0·0000
Febr. 16.	0·00	0·00	+ 1·33	+0·05	+ 0·30	−0·0003
März 8.	0·00	0·00	+ 2·07	+0·13	+ 0·44	−0·0009
„ 28.	−0·01	−0·03	+ 2·89	+0·25	+ 0·55	−0·0019
April 17.	−0·02	−0·09	+ 3·83	+0·41	+ 0·61	−0·0031
Mai 7.	−0·02	−0·21	+ 4·90	+0·61	+ 0·62	−0·0047
„ 27.	−0·03	−0·40	+ 6·13	+0·84	+ 0·55	−0·0065
Juni 16.	−0·04	−0·67	+ 7·50	+1·10	+ 0·40	−0·0085
Juli 6.	60·0−	−1·05	+ 9·00	+1·38	+ 0·15	−0·0107

Saturn.

	Δi	ΔΩ	Δπ	Δφ	ΔL	Δμ
1865 Juli 26.	−0"07	− 1"55	+10"61	+ 1"67	− 0"20	−0"0131
Aug. 15.	−0·08	− 2·17	+12·28	+ 1·98	− 0·67	−0·0155
Sept. 4.	−0·10	− 2·93	+13·94	+ 2·29	− 1·25	−0·0178
„ 24.	−0·11	− 3·84	+15·54	+ 2·61	− 1·95	−0·0201
Oct. 14.	−0·12	− 4·88	+17·01	+ 2·92	− 2·76	−0·0222
Nov. 3.	−0·13	− 6·05	+18·26	+ 3·23	− 3·66	−0·0240
„ 23.	−0·14	− 7·33	+19·25	+ 3·53	− 4·66	−0·0255
Dec. 13.	−0·15	− 8·72	+19·91	+ 3·83	− 5·72	−0·0266
1866 Jan. 2.	−0·16	−10·19	+20·21	+ 4·13	− 6·84	−0·0273
„ 22.	−0·16	−11·71	+20·12	+ 4·43	− 7·98	−0·0276
Febr. 11.	−0·16	−13·25	+19·65	+ 4·73	− 9·13	−0·0274
März 3.	−0·16	−14·80	+18·81	+ 5·04	−10·27	−0·0269
„ 23.	−0·15	−16·32	+17·63	+ 5·36	−11·36	−0·0259
April 12.	−0·14	−17·79	+16·16	+ 5·68	−12·40	−0·0246
Mai 2.	−0·13	−19·18	+14·45	+ 6·02	−13·37	−0·0230
„ 22.	−0·12	−20·50	+12·57	+ 6·36	−14·26	−0·0211
Juni 11.	−0·11	−21·71	+10·56	+ 6·71	−15·05	−0·0191
Juli 1.	−0·09	−22·81	+ 8·49	+ 7·07	−15·73	−0·0170
„ 21.	−0·08	−23·80	+ 6·41	+ 7·42	−16·31	−0·0147
Aug. 10.	−0·06	−24·67	+ 4·37	+ 7·77	−16·79	−0·0125
„ 30.	−0·04	−25·44	+ 2·39	+ 8·12	−17·15	−0·0102
Sept. 19.	−0·03	−26·09	+ 0·51	+ 8·45	−17·42	−0·0081
Oct. 9.	−0·02	−26·64	− 1·26	+ 8·77	−17·59	−0·0060
„ 29.	0·00	−27·10	− 2·90	+ 9·08	−17·67	−0·0040
Nov. 18.	+0·01	−27·47	− 4·40	+ 9·36	−17·66	−0·0022
Dec. 8.	+0·02	−27·76	− 5·77	+ 9·62	−17·59	−0·0006
„ 28	+0·03	−27·98	− 7·03	+ 9·85	−17·45	+0·0009
1867 Jan. 17.	+0·04	−28·15	− 8·16	+10·06	−17·25	+0·0022
Febr. 6.	+0·05	−28·27	− 9·20	+10·24	−17·01	+0·0032
„ 26.	+0·06	−28·35	−10·15	+10·39	−16·73	+0·0041
März 18.	+0·06	−28·40	−11·04	+10·51	−16·42	+0·0048
April 7.	+0·07	−28·42	−11·88	+10·61	−16·09	+0·0054
„ 27.	+0·07	−28·43	−12·69	+10·68	−15·75	+0·0057
Mai 17.	+0·07	−28·44	−13·48	+10·72	−15·41	+0·0058
Juni 6.	+0·07	−28·44	−14·27	+10·73	−15·07	+0·0058
„ 26.	+0·07	−28·44	−15·08	+10·73	−14·74	+0·0056
Juli 16.	+0·07	−28·45	−15·93	+10·70	−14·42	+0·0053
Aug. 5.	+0·06	−28·48	−16·81	+10·65	−14·12	+0·0049
„ 25.	+0·06	−28·52	−17·75	+10·59	−13·86	+0·0043
Sept. 14.	+0·06	−28·57	−18·74	+10·51	−13·62	+0·0036

Saturn.

	Δi	ΔΩ	Δπ	Δφ	ΔL	Δμ
1867 Oct. 4.	+0"05	−28"66	−19"80	+10"42	−13"42	+0"0027
„ 24.	+0·05	−28·76	−20·92	+10·32	−13·25	+0·0018
Nov. 13.	+0·04	−28·89	−22·11	+10·21	−13·13	+0·0008
Dec. 3.	+0·04	−29·04	−23·37	+10·09	−13·05	−0·0002
„ 23.	+0·03	−29 22	−24·68	+ 9·97	−13·02	−0·0013
1868 Jan. 12.	+0·03	−29·42	−26·05	+ 9·85	−13·03	−0·0025
Febr. 1.	+0·02	−29·65	−27·46	+ 9·74	−13·09	−0·0037
„ 21.	+0·02	−29·90	−28·90	+ 9·62	−13·20	−0·0048
März 12.	+0·01	−30·18	−30·37	+ 9·51	−13·36	−0·0060
April 1.	+0·01	−30·47	−31·84	+ 9·40	−13·56	−0·0072
„ 21.	0·00	−30·78	−33·31	+ 9·29	−13·81	−0·0083
Mai 11.	0·00	−31·11	−34·76	+ 9·19	−14·10	−0·0094
„ 31.	0·00	−31·45	−36·17	+ 9·10	−14·44	−0·0105
Juni 20.	0·00	−31·79	−37·54	+ 9·01	−14·81	−0·0114
Juli 10.	−0·01	−32·15	−38·84	+ 8·92	−15·22	−0·0123
„ 30.	−0·01	−32·51	−40·07	+ 8·84	−15·66	−0·0131
Aug. 19.	−0·01	−32·87	−41·21	+ 8·76	−16·12	−0·0138
Sept. 8.	−0·01	−33·22	−42·25	+ 8·68	−16·61	−0·0144
„ 28.	−0·01	−33·57	−43·18	+ 8·61	−17·12	−0·0148
Oct. 18.	0·00	−33·91	−44·01	+ 8·53	−17·64	−0·0151
Nov. 7.	0·00	−34·24	−44·72	+ 8·44	−18·17	−0·0152
„ 27.	0·00	−34·55	−45·33	+ 8·35	−18·70	−0·0152
Dec. 17.	0·00	−34·83	−45·84	+ 8·25	−19·22	−0·0151
1869 Jan. 6.	+0·01	−35·10	−46·25	+ 8·14	−19·73	−0·0148
„ 26.	+0·01	−35·34	−46·58	+ 8·02	−20·23	−0·0143
Febr. 15.	+0·02	−35·56	−46·84	+ 7·89	−20·71	−0·0137
März 7.	+0·02	−35·75	−47·06	+ 7·75	−21·16	−0·0130
„ 27.	+0·03	−35·91	−47·24	+ 7·60	−21·57	−0·0121
April 16.	+0·03	−36·04	47·40	+ 7·43	−21·95	−0·0111
Mai 6.	+0·04	−36·14	−47·56	+ 7·26	−22·28	−0·0100
„ 26.	+0·04	−36·21	−47·74	+ 7·08	−22·57	−0·0088
Juni 15.	+0·05	−36·26	−47·92	+ 6·89	−22·81	−0·0076
Juli 5.	+0·05	−36·28	−48·13	+ 6·71	−23·00	−0·0064
„ 25.	+0·06	−36·28	−48·36	+ 6·53	−23·14	−0·0052
Aug. 14.	+0·06	−36·27	−48·60	+ 6·35	−23·23	−0·0040
Sept. 3.	+0·06	−36·23	−48·83	+ 6·18	−23·27	−0·0028
„ 23.	+0·07	−36·19	−49·05	+ 6·03	−23·26	−0·0018
Oct. 13.	+0·07	−36·15	−49·21	+ 5·88	−23·20	−0·0009
Nov. 2.	+0·07	−36·11	−49·29	+ 5·76	−23·11	−0·0001
„ 22.	+0·07	−36·07	−49·26	+ 5·66	−22·99	+0·0004

Saturn.

	Δi	$\Delta\Omega$	$\Delta\pi$	$\Delta\varphi$	ΔL	$\Delta\mu$
1869 Dec. 12.	+0"07	−36"05	−49"09	+ 5"57	−22"84	+0"0008
1870 Jan. 1.	+0·07	−36·04	−48·74	+ 5·50	−22·68	+0·0009
„ 21.	+0·07	−36·06	−48·19	+ 5·45	−22·50	+0·0008
Febr. 10.	+0·07	−36·11	−47·39	+ 5·42	−22·33	+0·0005
März 2.	+0·07	−36·20	−46·34	+ 5·40	−22·18	−0·0001
„ 22.	+0·07	−36·32	−45·03	+ 5·40	−22·05	−0·0010
April 11.	+0·07	−36·49	−43·42	+ 5·40	−21·95	−0·0021
Mai 1.	+0·07	−36·71	−41·53	+ 5·40	−21·91	−0·0034
„ 21.	+0·07	−36·98	−39·36	+ 5·41	−21·92	−0·0051
Juni 10.	+0·07	−37·30	−36·93	+ 5·42	−22·01	−0·0069
„ 30.	+0·07	−37·68	−34·26	+ 5·43	−22·18	−0·0089
Juli 20.	+0·07	−38·10	−31·39	+ 5·44	−22·44	−0·0110
Aug. 9.	+0·07	−38·58	−28·35	+ 5·44	−22·80	−0·0132
„ 29.	+0·07	−39·10	−25·18	+ 5·44	−23·27	−0·0156
Sept. 18.	+0·08	−39·66	−21·94	+ 5·44	−23·86	−0·0179
Oct. 8.	+0·08	−40·24	−18·66	+ 5·44	−24·55	−0·0202
„ 28.	+0·09	−40·86	−15·40	+ 5·45	−25·36	−0·0224
Nov. 17.	+0 10	−41·49	−12·21	+ 5·46	−26·27	−0·0245
Dec. 7.	+0·10	−42·12	− 9·12	+ 5·49	−27·29	−0·0263
„ 27.	+0·12	−42·75	− 6·17	+ 5·54	−28·40	−0·0279
1871 Jan. 16.	+0·13	−43·36	− 3·38	+ 5·61	−29·59	−0·0293
Febr. 5.	+0·14	−43·95	− 0·76	+ 5·71	−30·84	−0·0303
„ 25.	+0·15	−44·51	+ 1·66	+ 5·85	−32·14	−0·0310
März 17.	+0·17	−45·02	+ 3·90	+ 6·02	−33·48	−0·0314
April 6.	+0·18	−45·49	+ 5·96	+ 6·23	−34·82	−0·0313
„ 26.	+0·20	−45·90	+ 7·86	+ 6·47	−36·15	−0·0309
Mai 16.	+0·22	−46·26	+ 9·62	+ 6·75	−37·45	−0·0302
Juni 5.	+0·23	−46·57	+11·27	+ 7·06	−38·71	−0·0291
„ 25.	+0·25	−46·82	+12·83	+ 7·41	−39·90	−0·0277
Juli 15.	+0·26	−47·01	+14·32	+ 7·79	−41·03	−0·0261
Aug. 4.	+0·28	−47·16	+15·77	+ 8·18	−42·05	−0·0242
„ 24.	+0·29	−47·25	+17·20	+ 8·59	−42·98	−0·0222
Sept. 13.	+0·30	−47·31	+18·61	+ 9·01	−43·81	−0·0200
Oct. 3.	+0·31	−47·34	+20·02	+ 9·43	−44·53	−0·0178
„ 23.	+0·32	−47·33	+21·42	+ 9·86	−45·14	−0·0155
Nov. 12.	+0·33	−47·30	+22·83	+10·27	−45·65	−0·0132
Dec. 2.	+0·34	−47·26	+24·23	+10·67	−46·04	−0·0110
„ 22.	+0·35	−47·20	+25·60	+11·05	−46·33	−0·0088
1872 Jan. 11.	+0·35	−47·13	+26·94	+11·41	−46·53	−0·0067
„ 31.	+0·36	−47·06	+28·23	+11·75	−46·64	−0·0047

Saturn.

	Δi	ΔΩ	Δπ	Δφ	ΔL	Δμ
1872 Febr. 20.	+0"36	−46"99	+29"45	+12"06	−46"67	−0"0029
März 11.	+0·36	−46·92	+30·58	+12·34	−46·62	−0·0013
„ 31.	+0·37	−46·85	+31·60	+12·60	−46·51	+0·0002
April 20.	+0·37	−46·79	+32·50	+12·82	−46·35	+0·0015
Mai 10.	+0·37	−46·74	+33·25	+13·02	−46·15	+0·0025
„ 30.	+0·37	−46·70	+33·85	+13·20	−45·90	+0·0034
Juni 19.	+0·37	−46·67	+34·28	+13·35	−45·64	+0·0041
Juli 9.	+0·37	−46·64	+34·53	+13·48	−45·35	+0·0045
„ 29.	+0·37	−46·63	+34·60	+13·59	−45·06	+0·0048
Aug. 18.	+0·37	−46·62	+34·48	+13·69	−44·77	+0·0048
Sept. 7.	+0·37	−46·62	+34·18	+13·77	−44·49	+0·0047
„ 27.	+0·37	−46·63	+33·70	+13·85	−44·22	+0·0044
Oct. 17.	+0·37	−46·64	+33·06	+13·91	−43·98	+0·0039
Nov. 6.	+0·37	−46·66	+32·24	+13·97	−43·76	+0·0033
„ 26.	+0·37	−46·68	+31·28	+14·03	−43·58	+0·0025
Dec. 16.	+0·37	−46·70	+30·19	+14·09	−43·43	+0·0016
1873 Jan. 5.	+0·37	−46·72	+29·00	+14·15	−43·33	+0·0006
„ 25.	+0·37	−46·74	+27·71	+14·22	−43·27	−0·0004
Febr. 14.	+0·37	−46·76	+26·36	+14·28	−43·26	−0·0016
März 6.	+0·37	−46·78	+24·96	+14·36	−43·30	−0·0028
„ 26.	+0·37	−46·80	+23·55	+14·43	−43·39	−0·0040
April 15.	+0·37	−46·82	+22·13	+14·51	−43·53	−0·0052
Mai 5.	+0·37	−46·83	+20·74	+14·59	−43·72	−0·0063
„ 25.	+0·37	−46·84	+19·38	+14·68	−43·95	−0·0075
Juni 14.	+0·37	−46·84	+18·08	+14·76	−44·23	−0·0086
Juli 4.	+0·37	−46·84	+16·84	+14·84	−44·55	−0·0095
„ 24.	+0·37	−46·84	+15·66	+14·91	−44·91	−0·0104
Aug. 13.	+0·37	−46·84	+14·56	+14·97	−45·30	−0·0112
Sept. 2.	+0·37	−46·84	+13·52	+15·02	−45·71	−0·0118
„ 22.	+0·37	−46·83	+12·53	+15·06	−46·15	−0·0123
Oct. 12.	+0·37	−46·82	+11·59	+15·09	−46·60	−0·0126
Nov. 1.	+0·37	−46·82	+10·67	+15·09	−47·06	−0·0127
„ 21.	+0·37	−46·82	+ 9·77	+15·09	−47·52	−0·0127
Dec. 11.	+0·37	−46·82	+ 8·87	+15·06	−47·98	−0·0125
„ 31.	+0·37	−46·82	+ 7·94	+15·02	−48·42	−0·0121
1874 Jan. 20.	+0·37	−46·83	+ 6·97	+14·96	−48·85	−0·0116

Beiträge zur Kenntniß der centralen Projection der Sinnesoberflächen.

Von Dr. **Theodor Meynert,**

Docent und Prosector an der Wiener Irrenanstalt.

(Mit 2 Tafeln.)

(Vorgelegt in der Sitzung am 15. Juli 1869.)

So gedrängt auch die vorliegende Arbeit in textlicher Beziehung gehalten ist, müssen ihr doch einige einleitende Worte des Untersuchers vorangehen. Es soll nämlich weder das Beleuchten so vieler weit auseinander liegender Gebiete des Centralorganes durch Streiflichter, welche die Feinheit ihrer Textur nicht erschließen als unmethodisch, noch das absichtlich vermiedene Eingehen auf entferntere Gewebsverhältnisse als oberflächlich erscheinen. Allerdings erörtert diese Abhandlung eine Einzelfrage des Gehirnbaues. Den Arbeiten, aus denen sie hervorging, liegt aber diese Einzelfrage nicht zu Grunde, sondern die weiter gehende Absicht, den Bau des gesammten Affengehirnes auf dem Wege durchsichtiger Abschnitte zu erkennen, da man der technisch nicht zu bewältigender Massenverhältnisse wegen vorläufig darauf verzichten muß, denselben Untersuchungsweg zur Würdigung des Gesammtbaues am menschlichen Gehirne durchzuführen. Die Durchführung der im Hintergrund stehenden Gesammtarbeit soll nun einerseits durch ihren unumgänglich längeren Zeitverbrauch der Veröffentlichung solcher Thatsachen nicht im Wege stehen, welche die Lösung belangreicher Fragen zur Zeit schon zu einer gewissen Reife bringen können, andererseits soll der späteren monographischen Gesammtarbeit in ihrer Berechtigung zu eingehender Ausführung nicht dadurch Abbruch geschehen, daß Theile derselben, die bereits vordem detaillirt dargestellt wären, zur Wiederholung herabsinken. Zudem erfordert die Durchdringung der gegebenen Einzelfragen auch das Herbeiziehen anderer Formen von Thiergehirnen, in deren Bildern die Ver-

hältnisse graphisch schärfer oder in belehrend abweichender Weise hervortreten. Innerhalb einer Monographie über das Affengehirn würde dies nur anspielungsweise geschehen können. Unter diesen Gesichtspunkten entschlägt sich der Unsersucher nicht der Erwartung, es werde der Kenner trotz des Abweichens von streng monographischer Darstellungsweise seiner Arbeit ihr Maß von Berechtigung innerhalb der einschlägigen Literatur zuweisen.

Die Kenntniß von der Projection und Wiederentfaltung, welche die Sinnesoberflächen in der Großhirnrinde finden, wurde bis heute wenig gefördert und die wenigen Daten ermangeln der Wiederbestätigung und Sichtung.

1. Bezüglich der centralen Projection des Gehörlabyrinthes haben sich die Angaben, die ich selbst über die Verbreitung eines Stranges aus den Ursprungsmassen des *Nerv. acusticus* innerhalb der Wände der Sylvischen Grube gemacht habe [1] (wodurch dieses Rindengebiet als ein Klangfeld gekennzeichnet erscheint), seither durch zwanzig unter den Obductionen des Wiener allgemeinen Krankenhauses und der Wiener Irrenanstalt vorgekommene Fälle als verläßlicher diagnostischer Anhaltspunkt bewährt. In diesen Fällen erschienen durchwegs die Symptome der Aphasie durch Läsionen der Wände der Sylvischen Grube gedeckt [2]).

2. Über Sehstrahlungen, welche vermittelst des *Tractus opticus* die Retina auf die Hohlkugel der Großhirnrinde projiciren, macht Gratiolet bemerkenswerthe Angaben und bildet sie auf Tafel XXII, Fig. 4 m''' seines unten angezogenen Werkes ab [3]). Gratiolet kommt zweifellos das Verdienst der richtigen Beobachtung zu, daß die unmittelbar unter der Balkentapete und nach Loslösung des hinteren Theiles vom *Nucleus caudatus* erscheinenden Markblätter der Großhirnlappen zu Verbindungen zwischen der Großhirnrinde und dem *Tractus opticus* dienen. Was aber das

[1]) Jahrbücher der Gesellschaft d. Ärzte. Wien 1866, ein Fall von Sprachstörung, anatomisch begründet.

[2]) Siehe Vierteljahrsschrift für Psychiatrie (Studien über das pathol.-anat. Material der Wiener Irrenanstalt), welchen Angaben seither noch eine Anzahl bestätigender Fälle zugewachsen ist.

[3]) Anatomie comparée du système nerveux par Leuret et Gratiolet. Tome second, p. 179 et suiv.

Nähere seiner Angaben betrifft, so vermag ich dieselben weder für das Affengehirn noch für das menschliche zu bestätigen, sondern finde die Verhältnisse nach zwei wesentlichen Richtungen hin anders. Erstens gibt Gratiolet an, daß Antheile des *Tractus opticus* (die innere Wurzel) ohne Vermittlung von grauer Substanz sich zur Hinterhauptspitze erstrecken, während ich an lückenlosen und verläßlichen Reihen durchsichtiger Abschnitte mich überzeugt habe, daß alle betreffenden, von der Großhirnrinde ausgehenden Strahlungen nur in die grauen Ursprungsmassen, nicht aber in die Bündel des *Tractus opticus* sich fortsetzen. Zweitens kann ich Gratiolet's Angaben über den Umfang der Rindengebiete, welche mit den Ursprungsmassen des *Tractus opticus* sich verbinden, nicht dem Naturbilde entsprechend finden.

Er läßt jene Sehstrahlungen von dem Hinterhauptlappen der Hemisphäre und vom ganzen oberen Rande derselben ausgehen. Gegen den Schläfelappen hört das Blatt der Ausbreitung des *Tractus opticus*, welches er abbildet in einer scharfen, von der Hinterhauptspitze zum äußeren Kniehöcker ziehenden Linie auf, so daß die Rinde des Schläfelappens keinerlei Contingent zu dieser Markausbreitung liefert.

Während ich nun einerseits Gratiolet vollkommen die Herkunft dieser Markblätter vom Hinterhauptlappen bestätigen kann, muß ich andererseits die Betheiligung des oberen Randes der Hemisphäre an den Sehstrahlungen verneinen, dagegen eine reichliche Betheiligung des Schläfelappens an denselben in Anspruch nehmen.

Gratiolet hat seine Anschauungen der Darstellung durch Abblättern des Markes am Gehirne des Pavians entnommen. Schlage ich denselben Untersuchungsweg am menschlichen Gehirne ein, so zeigt sich mir nach Wegnahme des Streifenhügels, daß unmittelbar unter der Balkentapete vom oberen Rande des Sehhügels jene dicken, stabartigen Bündel ausgehen, welchen die *Corona radiata* ihren von Reil zuertheilten deutschen Terminus verdankt und für welche kein Grund vorliegt, sie in nähere Beziehungen zu den optischen Ursprungsmassen zu setzen. Diese Stäbe sind nur in Verlaufslängen von einigen Linien zu verfolgen, weil alsbald die von Arnold [1])

[1]) Tab. anat. fasc. I. Tab. IX, Fig. 8. Tab. X. Fig. 2.

abgebildeten Durchkreuzungen mit Balkenfasern Platz greifen, welche eine verläßliche Verfolgung zur Rinde vereiteln. Was aber Gratiolet als durch den Balken nach oben verfolgte Ausbreitungen des Sehnervs abbildet, sind seiner eigenen Abbildung nach ganz ersichtlich Balkenbündel. Mit den genannten Stabkranzbündeln nun, welche von der Rinde her auf kurzem radiären Wege in etwas tiefere Schichten des Sehhügels eintreten, kreuzt sich ein ansehnliches Convolut feinerer, von der Spitze des Schläfelappens ausgehender Bündel. Von da verlaufen sie zuerst am Außenrande des Tractus und von ihm aus wenden sie sich in längeren und kürzeren Spiraltouren nach innen, um die innersten und kürzesten Fascikel in die Masse des äußeren Kniehöckers, die längeren, äußeren zahlreicheren in die oberflächlichen Lagen der hinteren Sehhügelregion eintreten zu lassen. Sie überkleiden das Ganglion vor dem Eintritt in sein Grau zugleich mit einer Gürtelschichte.

Diese Bündel sind als eine selbstständige Bildung von der Formation des Stabkranzes unterschieden: 1. durch ihren nicht radiären, sondern bogenförmigen Verlauf von der Schläfelappenspitze zu den Ganglien und durch die Feinheit der einzelnen Fascikel; 2. durch ihren oberflächlichen, an der Gürtelschichte des Sehhügels sich betheiligenden Verlauf; 3. dadurch, daß sie nur an den hinteren Rand des Sehhügels herantreten, um sich von da aus schleuderförmig über das Ganglion zu werfen, seinen oberen Rand jedoch frei lassen.

Während diese Bündel sich durch solche Gemeinsamkeiten als morphologische Einheit kennzeichnen, ist aber auch anderseits ersichtlich, daß ihr peripheres (Ganglien) Ende wirklichen Ursprungsmassen des *Tractus opticus* angehört. Zweifellos liegt dies bezüglich der in den äußeren Kniehöcker eintretenden Bündel vor und anderseits erstrecken sich die betreffenden Antheile der Gürtelschicht in eben dasselbe oberflächliche Grau des Sehhügels, aus welchem die Gürtelschicht ihre nach Abziehen des Ependym leicht zu beurtheilenden Zuzüge zum *Tractus opticus* hervortreten läßt.

Die Hauptzüge dieser Verhältnisse mit Ausnahme der Betheiligung des äußeren Kniehöckers hat schon Arnold in kurzer Würdigung der Gürtelschichte und des Ursprunges vom *Tractus opticus* [1]) hingestellt.

[1]) Arnold's Lehrbuch p. 752.

Die ganze Formation verdient unter dem Namen „Oberflächliche Schläfenbündel der Gürtelschicht und des äußeren Kniehöckers“ gesondert bezeichnet zu werden.

Wenn diese oberflächlichen Sehstrahlungen schon nach Wegnahme des Balkenspleniums sichtbar sind, so tritt dagegen ein tieferes Stratum von Bündeln, das in dieselben Ganglienmassen eingeht, erst nach Beseitigung der erst genannten Formation hervor.

Man gewahrt dann sofort, daß unter der beschriebenen glatt abschälbaren Lage von Bündeln abermals von der Spitze des Schläfelappens entspringende Bündel in etwas tiefere, unterhalb der Gürtelschichte des Sehhügels gelegene Lagen sich einbetten, deren oberste sich gleichfalls vom Außenrande her in tiefere Lagen des äußeren Kniehöckers begeben. Auch diese Lage von Bündeln streicht längs des hinteren Sehhügelrandes an den Stäben der *corona radiata*, die sie kreuzen, vorüber, und läßt den oberen äußeren Rand des Sehhügels für den Eintritt der Stäbe frei.

Diese tiefere Lage von Schläfebündeln der Gürtelschicht und des äußeren Kniehöckers wird aber durch das Hinzutreten von Bündeln complicirt, welche in dieselben Ganglienmassen von der Rinde der Hinterhauptspitze und dem ganzen der Spindelwindung Huschke's angehörigen Bezirke zwischen Hinterhaupts- und Schläfelappenspitze verlaufen.

Von diesen feinen Bündeln vereinigt sich, eine kürzere oder längere Strecke von dem Eintritt in die Ganglien entfernt, je eines aus der Hinterhauptgegend mit je einem von der Schläfelappenspitze in dieselben ziehenden zu einem gemeinsamen Stämmchen, welche Vereinigung unter nach oben offenen Winkeln stattfindet und ein nur durch eine Abbildung zu versinnlichendes System von Spitzbogen im Mark der Hemisphäre darstellt.

Hält man also auch den von Gratiolet verfolgten Untersuchungsweg ein, so zeigt sich, daß eben nur die Hinterhauptspitze und der Schläfelappen der Hemisphäre ein Gebiet sind, von dem aus Markstrahlungen der Rinde in die Ursprungsmassen der äußeren Wurzel des *Tractus opticus* eingehen.

Durch das Studium durchsichtiger Schnittpräparate läßt sich nun weiteres und eingehenderes über den Eintritt von Mark der Großhirnlappen in die Ursprungsmassen des *Tractus opticus* erfahren.

Vorher muß ich noch eine ergänzende Thatsache über das Ursprungsgebiet des Sehstreifens anführen. Es läßt sich nämlich sowohl an Querabschnitten, wie in Fig. 3, als an Längsabschnitten durch die Sehhügelmasse (Fig. 4) erweisen, daß der *Thalamus opticus* außer durch die bekannten oberflächlichen Verbindungen noch durch die Tiefe seiner Substanz am Ursprung des Sehstreifens betheiligt ist. Diese Verbindung stellt eine mächtige nach vorn und innen vom äußeren Kniehöcker zwischen diesem Ganglion und dem Fuße des Hirnschenkels aus den tiefsten Lagen des Sehhügels hervorbrechende Wurzel dar, welche den Namen: Die innere Sehhügelwurzel des Sehstreifens führen könnte. — Diese Bündel hat mein geehrter College Herr Docent Dr. Huguenin aus Zürch in *O i* der Fig. 3, sowie in *ro* der Fig. 4 in höchst naturgetreuer Weise wiedergegeben.

Bezüglich des inneren Ansehens vom äußern Kniehöcker geben die Beschreiber und die Darstellungen immer nur ein unbestimmtes, geflammtes Wesen an, das aus der wechselseitigen Durchdringung weißer und grauer Substanz hervorgeht. Glücklich geführten Längsabschnitten, wie die Fig. 5 einen darstellt, läßt sich aber ein bestimmteres Bild der Kniehöckermasse abgewinnen, und zwar erscheint die graue Substanz als ein gefaltetes Blatt, zwischen dessen Falten das Mark eingetragen ist, so daß der äußere Kniehöcker eine centrale abermals flächenhafte, aber in engem Raum eingeschlossene Entfaltung der in der Retina entsprungenen Bündel darstellt.

Die Bildung des äußeren Kniehöckers läßt sich demgemäß morphologisch mit den *Nucleis dentatis* der Olive und des Kleinhirns zusammenhalten und eine weitere Analyse dürfte ergeben, daß die eine Oberfläche des grauen Blattes die von der Rinde hereintretenden Strahlungen in sich aufnimmt, während die andere Fläche die Bündel des Sehstreifens von sich ausgehen läßt.

Ich kann den oben angeführten und abgebildeten Sehhügelursprung des Sehstreifens keineswegs als mit dem von Dr. Wagner [1]) beschriebenen Sehnervenkern des *Tractus opticus* zusammenfallend betrachten, weil die Beschreibung und die in Fig. 1 und 2 seiner Arbeit gegebene Abbildung darauf hinweist, daß von Herrn Dr. Wagner ein Antheil des allerdings zweilappigen und unter den Sehhügel geschobenen äußeren Kniehöckers als ein äußerer Kern beschrieben

---

1) Über den Ursprung der Sehnervenfasern. Dorpat 1862.

wurde. Die concentrische Schichtung seines abgebildeten Ganglions kommt im ganzen Großhirn eben nur bei bestimmten Schnittrichtungen durch das *Corpus geniculatum externum* vor Augen.

Die Strahlungen der Großhirnrinde in die Ursprungsmassen des *Tractus opticus* lassen sich an durchsichtigen Horizontalabschnitten für die Antheile aus dem Hinterhauptbirn, an durchsichtigen queren Verticalabschnitten für die Antheile aus dem Schläfelappen darstellen.

In Fig. 1 ist ein instructiver Abschnitt der ersten Schnittrichtung durch das Gehirn von *Cercocebus cinomolgus*, wie die Mehrzahl der erläuternden Figuren von Herrn Dr. Heitzmann mit bewährter Naturtreue wiedergegeben worden.

Die Formverhältnisse der Zeichnung sind am leichtesten überblickt, wenn man festhält, daß im Großhirn ein großer Theil der Formationen longitudinal von vorn nach hinten laufende Bogen darstellt, während gewisse andere Organe die Queraxen für diese Aufrollung darstellen. Wenn ein wagrechter Abschnitt durch die als Queraxen der Aufrolluug geformten Gebilde hindurchgeht, dann werden die aufgerollten Massen zweimal, nämlich als vordere und hintere Schenkel der Bogenbildung je vor und hinter den Queraxen-Durchschnitten erscheinen müssen.

In Fig. 1 erscheinen zwei hinter einander liegende Queraxen der Aufrollung, die vordere als Durchschnitt eines querstehenden Keiles: des Linsenkernes *(L 1, 2, 3)*. Um diese Queraxe erscheint erstens der abgekappte Bogen des Großhirnlappens mit seinem Stirn- und Hinterhauptstücke (F. *O*) und zweitens der abgekappte Bogen des *Nucleus caudatus* mit seinem Kopf- und Schweifende *(Nca* und *Ncc)* gerollt.

Die hintere Queraxe einer Umrollung wird durch die queren Bündel, die aus dem Hemisphärenmark zu den Massen der Kniehöcker und der Vierhügel sich erstrecken, gebildet, über diese Queraxe findet die (abgekappte) Bogenbildung der Sehhügelmasse statt, deren vorderer Schenkel in *Th*, deren hinterer in *P*, dem Pulvinar ersichtlich ist. Jene Region der hinteren Queraxe fesselt zunächst das hier behandelte Interesse. Im Marke des Hinterhauptlappens der Hemisphäre hebt sich eine innere, lichte Zone von Bündeln ab, welche vom Hinterhauptende nach vorn und einwärts sich wendet.

Aus dieser Masse treten nach einander Strahlungen in den Sehhügelpolster *(P)*, in den äußeren Kniehöcker *(Ge)* und in den inneren Kniehöcker *(Gi)* ein, von welchen die letzteren beiden rückhaltlos als Sehstrahlungen bezeichnet werden können, weil diese Ganglien außerdem nur noch Verbindungen mit dem *Tractus opticus* eingehen, abgesehen davon, daß die aus dem inneren Kniehöcker hervorgehenden Antheile des *Tractus* allerdings nur die verstärkte Vierhügelwurzel desselben sind.

Aber auch das Pulvinar ist noch eine Ursprungsmasse des *Tractus opticus* und empfängt im unmittelbaren Anschluß an die Sehstrahlungen Bündel aus dem Hinterhauptlappen.

Freilich vermögen wir wegen der mehrfachen Verbindungen der Sehhügelmasse keine sichere Grenze zu ziehen, wie weit die aus der Großhirnrinde kommenden Bündel als Sehstrahlungen zu bezeichnen sind, doch werden jedenfalls diejenigen Einstrahlungen, welche die ganz gleiche Verlaufsweise und den unmittelbaren Anschluß an die Strahlungen in den äußeren Kniehöcker einhalten, mit größter Berechtigung als Sehstrahlungen zu bezeichnen sein.

Von den eben bezeichneten Einstrahlungen in den Sehhügel läßt sich (soweit sie aus dem Mark des Schläfelappens hervorgehen) an verticalen Durchschnitten ein Bild geben, wie dies in Fig. 2 und 3 wieder von der Hand des Herrn Docenten Dr. Huguenin versinnlicht ist, dem ich für seine künstlerische Beihilfe wärmsten Dank zu sagen verpflichtet bin.

In Fig. 2 (verticaler Querabschnitt aus dem Gehirne von *Cercocebus cinomolgus*) hebt sich, die Ganglienmassen des Pulvinar *(P)*, sowie des oberen und unteren Bogenstückes des *Nucleus caudatus (Cs* und *Ci)* umgebend, als eine dunkle Querschnittmasse die Summe der Bündel ab, welche aus dem Hinterhauptlappen und aus hinter der Schnittebene gelegenen Antheilen des Schläfelappens als Projectionssystem von der Rinde nach abwärts gegen die Peripherie ziehen.

Die innersten Gebiete dieses Massenquerschnittes zeigen von hellen Bahnen umzogene zerklüftete Querschnitte von Bündeln. Die hellen Bahnen sind Bündel, welche, aus der Querschnittrichtung umbeugend, im Begriffe sind, in die hinterste, darum so schmale Partie des Sehhügelpolsters einzugehen; es sind Bündel, welche wegen der sicheren Verbindung dieser oberflächlichen Lagen

mit dem *Tractus opticus*, sowie wegen des im Obigen geschilderten Anschlußes an gleiche Strahlungen in den äußeren Kniehöcker, Sehstrahlungen genannt werden dürfen. Sie kennzeichnen sich aber in diesem Querschnitt keineswegs blos als vom Hinterhaupte heranziehende Markbahnen, sondern es ziehen deren in sehr klarem Verlaufe auch aus dem Schläfelappen heran.

In Fig. 3 hat Hr. Dr. Huguenin einen meiner weiter nach vorne fallenden verticalen Querabschnitte durch dasselbe Affengehirn abgebildet, welchen ich mit heranziehe, weil er erstens einen besseren Einblick in die Mächtigkeit des besprochenen vom Schläfelappen in den Sehhügel eingehenden Markstratums gibt, zweitens darthut, daß dieses Bündelsystem auch noch in weiter vorne liegende Partien des Sehhügels eingeht. Man sieht hier die betreffenden aus dem Schläfelappen herziehenden Strahlungen *RO* in einen auf den äußeren Kniehöcker aufgesetzten, nach oben sich zuspitzenden Durchschnitt von Mark übergehen, der an einer imaginären äußeren Sehhügeloberfläche hinstreicht und allmählig (in den weiter nach vorne liegenden Querschnittebenen) in den Thalamus eindringt.

Diese Bündel erscheinen in weiter nach vorne liegenden Durchschnitten mit der Richtung der in Fig. 3 *R* so reich entwickelten eigentlichen Stabkranzradiationen gekreuzt, und veranlassen wesentlich jenes schon von Reil bemerkte, zuletzt von Arnold beschriebene Markgitter an der äußeren Sehhügelgrenze.

Es wird jedem Kenner von Schnittpräparaten leicht erklärlich erscheinen, daß die volle Darstellung dieser Verhältnisse mehr hinter einander liegende Abbildungen erfordern würde, als für die Zwecke dieser Arbeit füglich geboten werden können, und daß die zweiseitige Verknüpfung der fraglichen Markmasse mit dem Schläfelappen einerseits, sowie mit dem Sehhügel anderseits für die einzelnen Bündel nicht in ein und dieselbe Schnittebene fällt.

Nach allen Beigebrachten ergibt sich für die Verbindungen der Großhirnrinde mit den Ursprungsmassen des *Tractus opticus*, daß dieselben nachweislich Rindensubstanz des Hinterhauptlappens und des Schläfelappens betreffen. Da meine Anschauungen jedoch aus umfassenden, wenn auch noch nicht abgeschlossenen Untersuchungen über das gesammte Affengehirn entnommen sind, so darf ich mit wesentlicher Berechtigung hinzufügen, daß die Auffindung anderer auf die Projection der Bündel des Sehnervs zielender Ver-

bindungen für die Kniehöcker überhaupt nicht zu erwarten ist, für den Sehhügel zu den größten Unwahrscheinlichkeiten gehört.

3. **Die Projection der Hautoberfläche im Großhirnlappen.** Unter den Strahlungen, welche in Fig. 1 aus dem hellen Markbogen im Hinterhauptlappen, der die Sehstrahlungen enthält, gegen die Peripherie (nach abwärts von der Rinde) streben, findet sich ein Bündel, welches nach vorne von dem für den inneren Kniehöcker bestimmten Markantheile, in eine zwischen den Großhirnganglien hinlaufende weiße Markstraße eingeht.

Diese Markstraße trennt den Sehhügel *(Th)* vom Linsenkern *(L 1, 2, 3)* und ist ein Durchschnitt des von der Gehirnbasis heraufstrebenden Fußes vom Großhirnschenkel. Dieser Durchschnitt enthält eine größere Summe dunkler gefärbter Bündeldurchschnitte, welche als die vom abgekappten Bogen des *Nucleus caudatus* vertical in den Hirnschenkel herabziehenden Bündel aufzufassen sind. Derselbe Durchschnitt des Großhirnschenkelfußes nimmt in Fig. 1 eine Schrägstellung ein, vermöge welcher die zumeist nach vorne gelegenen Bündel zugleich die innersten des Durchschnittes, die hintersten aber zugleich die äußersten sind. Diese äußersten Bündel des *Pes pedunculi* stehen nun ersichtlich mit gar keiner Ganglienmasse des Großhirns in Verbindung, sondern laufen zwischen den Ganglien hindurch in das Mark des Großhirnlappens, wo keine andere Ursprungsmasse als die Großhirnrinde mehr für sie vorkommt.

Dieses directen Überganges der äußersten Bündel des Großhirnschenkelfußes in das Hemisphärenmark ist auch **Gratiolet** schon ansichtig geworden, er bildet ihn l. c. Tab. XXVI, Fig. 6 *ng* nach Abfaserungspräparaten aus dem Gehirn des Pavians ab, und macht l. c. die richtige Angabe, daß diese vom äußeren Rande des Hirnschenkels abtretenden Bündel im Marke des Hinterhauptes und des Schläfelappens der Hemisphäre sich verbreiten. Um die Zahl der hier gegebenen Abbildungen nicht zu vermehren, beschränke ich mich auf die Bestätigung, daß allerdings auch die Erstreckung dieses Hirnschenkelantheiles in den Schläfelappen sich an verticalen durchsichtigen Abschnitten ersichtlich machen läßt ebenso wie auf Taf. 1 dessen Hinterhauptantheil gezeigt ist. Wenn man die Durchschnitte an durchsichtigen Querabschnitten durch den Großhirnschenkelfuß bis zum Eintritt dieses Stranges in die Varolsbrücke verfolgt, so nimmt man wahr, daß die äußeren Bündel desselben in

unverrückter Lage herabziehen, und gewinnt auch bei der Verfolgung der Durchschnitte der Hirnschenkelbündel, während sie als vordere Längsbündel derselben durch die Varolsbrücke ziehen, die Überzeugung, daß eine Lagenveränderung im Nebeneinander der Querschnitte der Bündel, welche z. B. die äußeren zu mittleren oder inneren machen würde, nicht vorkommt. Man darf daher mit Recht annehmen, daß nachdem die Bahn des Hirnschenkelfußes als Pyramide des verlängerten Markes wieder aus der Brücke hervorgetreten ist, die äußersten Pyramidenbündel als Continuitäten der äußersten Bündel vom Fuße des Hirnschenkels zu betrachten sind. Ich will dabei den Verlust an Mächtigkeit, den diese Bahn während des Brückendurchzuges erleidet, als eine bekannte Thatsache nicht weiter berühren. Es liegen mir nun glücklich geführte Schrägschnitte durch die untere Hälfte der *Medulla oblongata* vor Augen, welche darthun, wohin die äußersten Querschnitte der Pyramidenbündel ihren weiteren Verlauf nehmen.

Ein solcher Schrägquerschnitt ist in Fig. 7 abgebildet und läßt wahrnehmen, daß die äußersten Pyramidenbündel schon in Höhen der Oblongata über die Raphe derselben zur anderen Seite hinübertreten, in welchen die inneren und mittleren Bündel noch in der Querschnittlagerung verharren, ferner, daß sie als oberste Kreuzungsbündel der Pyramiden jenseits der Mittellinie den Centralcanal umkreisend, in das Gebiet des Hinterstranges vom Rückenmark eintreten, der hier durch die bekannten inliegenden grauen Massen zum zarten und Keilstrang aufgebläht ist.

Aus diesem Verfolge des äußersten Bündels vom Fuße des Hirnschenkels durch die Pyramidenkreuzung in das Rückenmark geht hervor, daß durch diese Bündel die hinteren Rückenmarkswurzeln (und als eine ihnen zugehörige Sinnesoberfläche die Haut) in die das Mark des Hinterhaupt- und Schläfelappens bedeckenden Großhirnrinde projicirt sind.

Dieser auf die sensorischen Rückenmarksnerven bezüglichen Thatsache geht das anatomische Verhalten eines Antheiles der großen Quintuswurzel vollkommen parallel. In einer vor vier Jahren vollendeten, vor zwei Jahren in der Zeitschrift für wissenschaftliche Zoologie erschienenen Arbeit [1]) habe ich dargethan, daß zwischen

1) Band XVII, IV. Heft, pag. 675 ff.

den Bündeln der Haube des Hirnschenkels und dem grauen Boden des *Aquaeductes Sylvii* und der Rautengrube eine Kette von Bündeln verläuft, die sensorische Kette, deren innerstes, mächtigstes Glied der in die Ursprungsmasse des achten Paares zu verfolgende Acusticusstrang ist, und deren mittlere und äußere Glieder in die große Quintuswurzel als Wurzelantheile eintreten. Von den äußersten Gliedern der Quintuswurzelkette vermochte ich den centralen Ursprung anzugeben, indem sie sofort aus an ihrer inneren Seite gelegenen großen blasenförmigen Nervenzellen hervorgehen, und zwar von der Region des oberen Zweihügels an, bis in den Quintusaustritt herab. Von den zwischen diesen Quintuswurzeln und dem Acusticusstrang gelegenen andern, mehr inneren Quintusbündeln derselben Kette vermochte ich nur anzugeben, daß ihre Ursprungsstelle noch höher oben im Großhirn liegen müsse.

Seither aber habe ich mich überzeugt, daß diese letzteren Quintuswurzeln unmittelbar aus der Großhirnrinde entspringen müssen zufolge jenes centralen Verlaufes derselben, welchen die Fig. 6 in 5 darstellt. In dieser Figur liegt ein durchsichtiger Schrägverticalabschnitt durch den menschlichen Sehhügel vor. Dieser Schnitt ist bedeutend höher entnommen als der in Fig. 3 gezeichnete Sehhügelabschnitt aus dem Affengehirn. Auch in jener Fig. 3 war in 8 + 5 die sensorische Kette ersichtlich, deren innerstes Bündel, der Acusticusstrang über dem Chiasma *Nerv. opticorum* unter das, die innere Sehhügelfläche bedeckende Grau des dritten Ventrikels gelangt, folglich in jedem zwischen Chiasma und Acusticusaustritt liegenden Durchschnitt, als ein Markquerschnitt vorhanden sein muß. In Fig. 6 hat sich aus den über der Sehhügelmasse gelegenen Ganglien und durch den erwähnten Zuzug der äußeren Bündel aus der Großhirnrinde bereits der Querschnitt des Hirnschenkelfußes zusammengesetzt. Da aber die Haube hier noch nicht in den Querschnitt eingetreten ist, die erst weiter unterhalb (Fig. 3 *Ped* und *Br*) aus der Sehhügelmasse und durch das Hereintreten des Bindearmes sich formirt, so liegt der Acusticusstrang (8) in Fig. 5 statt auf der noch fehlenden Haube, gleich auf dem Fuße des Hirnschenkels. Hier gesellen sich nun dem Acusticusstrang von außen her jene inneren Quintusbündel der sensorischen Kette (5) zu, indem sie unter der Masse des Sehhügelknotens wegkriechen, und unmittelbar aus dem Mark der He-

misphäre hervortreten. Sie finden ihre Ursprungsstätte somit, wie das äußerste Bündel des Hirnschenkelfußes, in der Hirnrinde selbst.

Aus welchem näher anzugebenden Bezirk der Rinde sie kommen, und ob sie sich nicht den äußersten Bündeln des Hirnschenkelfußes (wie es allerdings den Anschein hat) unmittelbar anschließen, also etwa einen sehr benachbarten Rindenursprung mit ihm haben, das müssen erst weitere glücklich angefertigte Schnittebenen entscheiden. Dafür aber, daß diese Bündel vor dem Austritt in die Quintuswurzel sich innerhalb der Brücke gleichfalls durchkreuzen, werde ich in einer demnächst zu veröffentlichenden Arbeit, welche noch andere Kreuzungsstellen abhandeln soll, den Beweis antreten.

In der angezogenen Thatsache eines Rindenursprungs ohne Vermittlung der Großhirnganglien findet sich also eine Verlaufs-Analogie zwischen Bahnen, welche die empfindenden Wurzeln des Rückenmarkes, und welche den Empfindungsnerven des Kopfes vertreten.

4. Die centrale Projection des Geruchsorganes. Um einen Überblick über den Zusammenhang des, wie schon Luys mit Recht bemerkt, der Retina analogen centralen Geruchsorganes, des Riechlappen, mit der Rinde des Großhirnlappen zu gewinnen, muß das Mark des Riechlappens als im Zusammenhang mit dem Marke der vorderen Commissur stehend betrachtet werden. Dieser Zusammenhang ist von Malacarne, Rolando, Carus bereits mit nicht genügenden Beweismitteln behauptet, von Arnold bestritten, von Gratiolet für niedrig organisirte Säugethierhirne mit großen Riechlappen behauptet, von ihm aber gleichzeitig für den Menschen und Affen in Frage gestellt worden [1]).

Es ist mir aber gelungen, sowohl am menschlichen Gehirne durch Präparation des Faserverlaufes als auch in Schnittpräparaten aus dem Gehirne des Menschen und Affen den Zusammenhang des Riechlappenmarkes mit der vorderen Commissur überzeugend zu sehen.

[1]) J. Sanders hierauf bezügliche schätzbare Arbeit (Reichert und Du Bois Archiv 1866) lernte ich erst nach Einreichung dieses Aufsatzes kennen und ersehe, daß er meine schon in Leidesdorf's Psychiatrie gemachte Angabe über den Zusammenhang der Commissur mit den Riechlappen bestätigt und daß ihm als eine nicht endgiltig ausgesprochene Ansicht auch die Decussation vorschwebt. Seinen hypothetischen Ausführungen (pag. 5 ff.) über deren Zusammenhang mit dem Mandelkern vermöchte ich nicht beizutreten.

Die Verbindung besteht aus Bündeln, welche aus dem Marke des Riechlappens von der hinteren Grenze des Trigonum an im Grau über der *lamina perforata anterior* schräg zur vorderen Commissur hinaufsteigen, um mit ihr zu verschmelzen, und zwar zum Theil gewiß (das innerste Bündel), ohne in diesem Grau unterbrochen worden zu sein, zum Theil vielleicht nach eingegangener Verbindung mit der grauen Substanz.

In Fig. 11 ist ein querer Verticalschnitt durch die oberen Stammganglien des menschlichen Gehirnes abgebildet, welcher die vordere Commissur *C* enthält. *P* ist das im Grau über der *Lam. perf. ant. (L)* sich erhebende, aus dem Marke des Riechlappens stammende zur vorderen Commissur tretende Bündel. Während also ein Theil des Riechlappenmarkes in die vordere Commissur eintritt, ist es weiterhin bekannt, daß die von dem Mittelstücke der vorderen Commissur schlittenartig ausgehenden Arme sich zur Großhirnrinde erstrecken, nach Arnold nur zum Schläfelappen, nach Burdach, Gratiolet zugleich bis zur Spitze des Hinterhauptlappens. Ich kann für den Menschen und Affen das letztere Verhalten bestätigen. In Fig. 12 c wurde das Hereintreten der Bündel der vorderen Commissur in den Schläfelappen abgebildet, wie sich dasselbe an verticalen Querabschnitten durch das Affengehirn darstellt.

Faßt man die Frage in's Auge, ob zwischen den aus dem Riechlappen hervorgehenden und den zur Großhirnrinde gelangenden Bündeln eine Continuität bestehe, so daß Theile des Riechlappenmarkes durch die vordere Commissur zum entgegengesetzten Schläfen- und Hinterhauptlappen gelangen, so bleibt kein Zweifel darüber, daß das letztere Verhalten thatsächlich ist.

Zwar ist die Entscheidung durch das Mikroskop: ob Commissur, ob Kreuzung, in einem Falle wo es sich um Kreuzung unter sehr spitzen Winkeln, die dem Parallelismus ähnlich sieht, handelt, sehr delicat. Zum Glück ist aber hier der äußere Anblick der herausgeschälten Commissur schon entscheidend, deren Bündel, wie Burdach und auch Gratiolet angegeben, strickartig übereinander gewunden sind, so daß jedenfalls Bündel da sein müssen, die auf der rechten Seite eine andere Lagerung einnehmen, als auf der linken.

Die folgende vergleichend anatomische Erwägung aber wird zeigen, daß die vordere Commissur außer den gekreuzt auf die

andere Seite übertretenden Bündeln auch noch reine Commissurenbündel, und zwar von zweierlei Art enthalten muß.

In Fig. 8, 9 und 10 sind aus dem Gehirne des Meerschweinchens drei verschiedene Verlaufsphasen des Riechlappenmarkes von der Verwachsungsstelle des Riechlappens mit der Basalfläche des Großhirnlappens bis zur vorderen Commissur hin dargestellt.

In Fig. 8 zeigt sich über der Rinde des Riechlappens ein Markdurchschnitt *p*. Es ist jener Theil des Riechlappenmarkes, der zur vorderen Commissur wird. Denn etwas weiter nach rückwärts (in Fig. 9) ist dieser Durchschnitt von der Rinde des Riechlappens *(R')* weg in *p* nach innen gerückt, und erscheint neben dem durchsichtigen Septum *(B)*. In Fig. 10 endlich ist jener Durchschnitt des Riechlappenmarkes nach außen vom Septum als Durchschnitt eines Bündels nicht mehr vorhanden, sondern dieses Bündel tritt als ein Querband *(c)* (vordere Commissur) über die Mittellinie. Während das Riechlappenmark von unten her an die vordere Commissur tritt, geht von deren oberen Rande ein weit schmaleres Bündel in das Hemisphärenmark ab. Dieser schwache Abzug nach letzterem kann sich nicht als Kreuzungsbündel mit dem mächtigen Zuzug aus dem Riechlappen decken, die vordere Commissur muß demnach beim Meerschweinchen auch beide Riechlappen verbindende Fasern führen. Vergleicht man hiermit in Fig. 11 die vordere Commissur des Menschen, so erscheint der Zuzug aus dem Riechlappen *(p)* weit schmächtiger als das mächtige Bündel *(m)* der vorderen Commissur, welches gegen den Großhirnmantel hin von ihrem Mittelstück an sich nach hinten und unten abbiegt. Hier ist im Gegensatz zum Meerschweinchen das Riechlappenmark nicht zulänglich, als gekreuztes Bündel die Mächtigkeit des Antheils zu decken, welchen die vordere Commissur an der Bildung des Hemisphärenmarkes nimmt. Es muß demnach die vordere Commissur (beim Menschen) auch beide Großhirnlappen verbindende, wirkliche Commissurenfasern führen.

Am allerwahrscheinlichsten werden beide Arten von Commissurenfasern für die ganze Säugethierreihe typisch sein und die verschiedene Mächtigkeit ihrer Entwicklung eben überall der beispielsweise beim Menschen und Meerschweinchen so verschiedenen wechselseitigen Mächtigkeit von Riechlappen und Großhirnmantel parallel gehen.

In jenem Gebilde nun, welches als Mark des Riechlappens und vordere Commissur eine morphologische Einheit bildet, finden sich nach dem Gezeigten außer bereits bekannten Bündeln, welche nach Clarke, Gratiolet, Walter in Euskirchen direct in die Streifenhügelmasse gelangen, sich also verhalten wie die direct von der Retina zu einem Ganglion ziehenden Bündel, noch Kreuzungsbündel, wie nicht minder Commissurenbündel zwischen beiden Riechlappen und zwischen beiden Großhirnlappen vor.

Hiedurch gewinnt diese ganze Organisation eine so große Übereinstimmung mit dem Chiasma des *Nervus opticus* nach der Auffassung Johannes Müllers, daß die Complication des Riechlappens mit der vorderen Commissur als ein dem Geruchsorgane angehöriges Chiasma zu betrachten ist, welche Ansicht schon Huschke als ein allerdings von ihm nicht anatomisch begründetes Aperçu aussprach [1]).

Zugleich aber verlaufen die Mark-Theile, welche das Riechchiasma zur Großhirnrinde schickt, zu denselben Rindenbezirken des Hirnmantels, (zum Schläfen- und Hinterhauptlappen), in welche wir die als Sehstrahlungen des Hemisphärenmarkes zu betrachtenden Markantheile zu verfolgen vermochten, und in welche gleichzeitig auch die äußersten Bündel des Fußes vom Großhirnschenkel als eine gleichfalls sensorische Bahn eingehen, um hier die hinteren Nervenwurzeln des Rückenmarkes zu vertreten.

Es erscheint somit die Rinde des Schläfelappens und des Hinterhauptlappens durch die eben geschilderten Projectionen als ein Gebiet, welches nach drei Richtungen hin mit den die Sinneswahrnehmung vermittelnden Bahnen zusammenhängt.

---

1) Schädel, Hirn und Seele. Jena 1854.

Erklärung der Abbildungen.

Tafel I.

Fig. 1. Durchsichtiger Horizontalabschnitt aus dem Gehirne von *Cercocebus cinomolgus*. Dieser Abschnitt zeigt die Strahlungen, welche aus der Hinterhauptgegend der Großhirnrinde in die Ursprungsmassen des *Tractus opticus* eingehen, sowie diejenigen Strahlungen, welche aus deren Hinterhauptgegend als äußerste Bündel des Hirnschenkelfußes abwärts ziehen [1]).

F. Stirnende, *O* — Hinterhauptende des Großhirnlappens, *F. S.* die Wände der Sylvischen Grube, — *Cl* die längs der Inselrinde hinziehende Vormauer. — *T* der Balken, *S* das *Septum pellucidum*. *Ca* die vordere Commissur. — *Fa* der vordere Schenkel des *Gyrus fornicatus*. — *Fp*. der hintere Schenkel des *Gyrus fornicatus* mit dem Ammonshorn. — *Vl*. das Vorderhorn der Seitenkammer, *Vp*. das Hinterhorn der Seitenkammer, *V.m* die mittlere Hirnkammer. — *A* die Sylvische Wasserleitung, *R*. die Balkentapete längs der äußeren Wand des Hinterhornes. — *L* 1. 2. 3 die Glieder des Linsenkernes welcher nach außen von der äußeren Kapsel (*c. e*), nach innen vorne von Strahlungen aus dem Stirnhirn in die Sehhügelmasse (*f*), nach innen hinten von dem Durchschnitt des Großhirnschenkelfußes (*P.p*) eingeschlossen wird. *Nca* Kopf des *Nucleus caudatus*. *Ncc*. Schweif des *Nucleus caudatus*. — *Th* die vor den Kniehöckern gelegene Masse des Sehhügels. *P* die hinter den Kniehöckern gelegene Sehhügelmasse (Pulvinar), *Qp* das Ganglion im unteren Zweihügel, *Tg* die Haube des Hirnschenkels, *Qp. b*. der Arm des unteren Zweihügels. *Gi* der innere Kniehöcker. — *Ge* der äußere Kniehöcker, *O*. 1 Strahlungen aus der Rinde des Hinterhaupthirnes in das Pulvinar. *O* 2 Strahlungen aus der Rinde des Hinterhaupthirnes in den äußeren Kniehöcker. — *O* 3 Strahlungen aus der Rinde des Hinterhaupthirnes in den inneren Kniehöcker, *O*. 4 Strahlungen aus der Rinde des Hinterhaupthirnes, welche als äußerste Bündel des Hirnschenkelfußes direct nach abwärts ziehen.

Fig. 2. Durchsichtiger verticaler Querabschnitt aus dem Gehirne von *Cercocebus cinomolgus*, welcher nach oben etwas vor die Hinterhauptspalte, nach unten durch den Schläfelappen fällt. Dieser Abschnitt zeigt die Strahlungen, welche aus dem Hinterhauptantheil und aus dem Schläfentheile des Stabkranzes in das Pulvinar des Sehhügels eintreten.

1) Vergrößerungen durchwegs schwach.

C die Windungen der Convexität des Großhirnlappens. *P. C* der Vorzwickel. — *Fs* oberes Bogenstück des *Gyrus fornicatus*. *Ft* Schläfenstück des *Gyrus fornicatus* mit dem Ammonshorne. — *T* der Balken. — *Fx* das Gewölbe, an seiner hinteren Umbeugungsstelle durchschnitten. — *Cs* das obere Bogenstück des *Nucleus caudatus*. — *Ci* das untere Bogenstück des *Nucleus caudatus*. *P* der hinterste Theil des *Thalamus opticus*, *str. s*, *str. i* oberes und unteres Bogenstück der *Stria cornea*. — *SR* Querschnitt durch diejenigen Theile des Stabkranzes, welche das Projectionssystem des Hinterhauptlappens darstellen. — *O 1* Umbeugende innerste Bündel dieses Stabkranzantheiles, welche aus dem Hinterhauptlappen nach dem Pulvinar des Sehhügels verlaufen. *O 2* Bündel, welche aus dem Schläfelappen in das Pulvinar des Sehhügels verlaufen.

Fig. 8. Durchsichtiger Vertical-Querschnitt aus dem Gehirne von *Cercocebus cinomolgus*, welcher nach oben durch den Vorzwickel des Großhirnlappens, nach unten durch den Schläfelappen fällt. Die Sehhügelmasse ist in einer, nach oben das hintere Ende des Ganglions im Zirbelstiele durchsetzenden Ebene getroffen. Dieser Abschnitt zeigt die fortgesetzten Strahlungen, welche aus dem Schläfelappen der Hemisphäre nach dem Sehhügel abgehen, im Anschluß an die aus demselben Lappen in das Pulvinar und den äußeren Kniehöcker eingegangenen Bündel.

Die Oberfläche des Großhirnlappens wie in Fig. 2. — *T* der Balken. *Fx* das Gewölbe. — *C. s* das obere Bogenstück des *Nucleus caudatus*. — *Ci* dessen unteres Bogenstück. — *str. s*. *str. i* das obere und untere Bogenstück der *Stria cornea*, *Tho* der Sehhügel. — *Tg* die Haube des Hirnschenkels, *Pp* der Fuß des Hirnschenkels. — *Gh* das Ganglion im Zügel der Zirbel. — *p* das Hirnschenkelbündel, welches aus dem Ganglion des Zügels in die Haube des Hirnschenkels und von da zum Rückenmarke verläuft. — *V* das Grau des dritten Ventrikels. 8 + 5 die Bündel der sensorischen Kette, aus Acusticusstrang und Quintuswurzeln bestehend, die längs des Grau des dritten Ventrikels herabziehend, zur Rautengrube gelangen. — *R* radiäre Bündel in der Sehhügelmasse als periphere Endigung von Stabkranzbündeln innerhalb desselben. — *ped* concentrische Curven aus Bündeln, welche einem Theil der Haube des Hirnschenkels den Ursprung geben und zum Rückenmarke herabziehen; *J* das Innerste dieser concentrischen Bündel, die *Lamina medullaris* Burdach's. — *L* das *Centre median* von Luys, eine durch dieses innerste Bündel begrenzte graue Masse. — *R. K* der rothe Kern der Haube. — *Br* der Bindearm, welcher, aus dem Stabkranz hervorgehend, die Masse des rothen Kernes einschließt, und das Großhirn mit dem Kleinhirn verbindet. — *Rm* Rückenmarksbündel der Haube, welche den Bindearm von oben her umgeben. — *Tro* den *Tractus opticus*. — *Ge* der äußere Kniehöcker mit den äußeren Bündeln des *Tractus opticus* verbunden. — *Oi* innere Bündel des *Tractus opticus*, welche in die Sehhügel eintreten. — *M* ein dreieckiger Durchschnitt von Markmasse über dem äußeren Kniehöcker. Er enthält Markantheile des Schläfelappens, welche denselben mit mehr

vorne gelegenen Ebenen des Sehhügels verbinden. Die Scheitel der Bogen, welche diese Bündel um einen Theil der Sehhügeloberfläche beschreiben, liegen hinter dieser Schnittebene. — *Ro* Bündel, welche, vom Schläfelappen zum Sehhügel verlaufend, ihre Umbeugungsstelle in der Schnittebene finden.

Fig. 5. Hinteres unteres Fragment eines der Fig. 4 ähnlichen durchsichtigen Abschnittes, welches die Umschlingung des Hirnschenkelfußes (*p*) durch den mit dem *Corpus geniculatum externum* (*ge*) verbundenen *Tractus opticus* (*tr. o*) darstellt. Die graue Substanz des äußeren Kniehöckers erscheint als ein zickzackförmig gefaltetes Blatt.

Tafel II.

Fig. 4. Durchsichtiger verticaler Längsabschnitt, welcher parallel der inneren Sehhügeloberfläche durch die Großhirnganglien geführt ist, um den Zusammenhang des *Tractus opticus* mit der Sehhügelmasse vor Augen zu führen.

Tho der Sehhügel. — *NC* Schrägschnitt durch den *Nucleus caudatus*. *II.I* Schrägschnitt durch das zweite und erste Glied des Linsenkernes. — *c* Querschnitt durch die vordere Commissur. — *Fl, Fth C* die Bündel der inneren Kapsel, die sich zwischen Sehhügel und Linsenkern erstreckt. — *Fl* Bündel des Stabkranzes innerhalb der inneren Kapsel, welche aus der Rinde des Stirnhirnes in den Linsenkern und *Fth*, welche in den Sehhügel verlaufen. — *C* Bündel des Hirnschenkels innerhalb der inneren Kapsel, welche aus dem *Nucleus caudatus* entspringen und in ihrem Verlaufe die Stabkranzbündel durchkreuzen. — *Pth* Bündel, welche aus der Rinde des Scheitellappens in die Sehhügelmasse eingehen. — *P* der Fuß des Hirnschenkels, *Tro. Tractus opticus*, *Ge* der äußere Kniehöcker, *ro* Bündel, welche aus der Sehhügelmasse zwischen Fuß des Hirnschenkels und äußerem Kniehöcker in den *Tractus opticus* eingehen.

Fig. 6. Durchsichtiger verticaler Querschrägschnitt durch den *Thalamus opticus* (*th.o.*), den *Nucleus caudatus* (*c.*), ein Fragment des Hemisphärenmarkes (*m*) und den Hirnschenkelfuß (*p*). Der die Grenze des dritten Ventrikels bezeichnende Innenrand (*v*) des Präparates liegt weiter nach vorne als der Außenrand.

T. Tuber cinereum F.F Durchschnitte durch die Gewölbschenkel, auf deren Wege zum *Corpus candicans*. 8. 5 die Bündel der sensorischen Kette, welche in Fig. 3 nach oben und innen von dem Bindearm der Haube des Hirnschenkels sichtbar waren. In 5 ist ersichtlich, wie die äußeren Bündel dieses Durchschnittes unmittelbar aus dem Mark des Großhirnlappens hervorkommen und unterhalb der Sehhügelmasse wegziehen.

Fig. 7. Durchsichtiger Schräg-Querabschnitt aus dem verlängerten Marke, wenig unterhalb der Spitze des *Calamus scriptorius* entnommen. Dieser Abschnitt zeigt, daß die aus dem Hinterstrange des Rückenmarkes stammenden Bündel der Pyramidenkreuzung zu den äußersten Bündeln im Querschnitte des Pyramidenstranges werden.

c der Centralcanal. — *Gct* der Hinterstrang des Rückenmarkes in der Oblongata, durch graue Massen zum zarten Strang (*G*) und zum Keilstrang *ct* angeschwollen — *R. Tuberculum cinereum Rolando.* — *P* der Pyramidendurchschnitt. — *Pe* die äußersten Pyramidenbündel, welche sich durch die Raphe (*x*) in den Hinterstrang verfolgen lassen.

Fig. 8, 9 und 10. Durchsichtige Querabschnitte aus dem Gehirne des Meerschweinchens, um den Übergang des Riechlappenmarkes in die vordere Commissur und deren Verbindung mit dem Mark des Großhirnlappens zu zeigen.

R der Sack der Großhirnrinde. — *R'* der Riechlappen. — *F* die Furche, welche den Riechlappen von der übrigen Rindensubstanz trennt. — *P* das *Septum pellucidum.* — *V Ventriculus lateralis.* — *g* Ganglienmassen. — *m* das Mark des Großhirnlappens. — *p* das tiefliegende Mark des Riechlappens; *s* das oberflächliche Mark des Riechlappens. — *c* die vordere Commissur. — *m'* Verbindung der vorderen Commissur mit dem Marke des Großhirnlappens. — *L* die Hirnbasis, entsprechend der *Lamina perforata anterior.* — *T* der Balken.

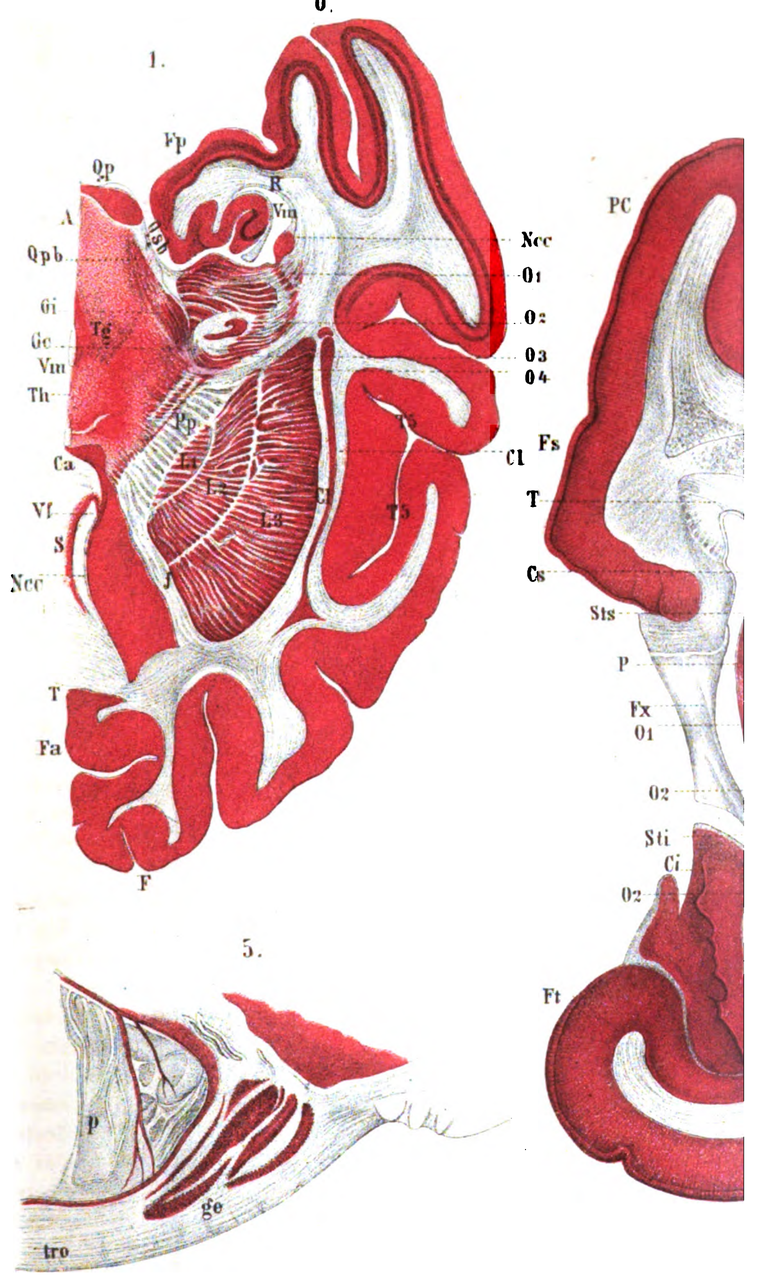
Fig. 11. Durchsichtiger Querabschnitt durch die oberen Stammganglien und die Inselrinde des Menschen, um den Übergang vom Riechlappenmark in die vordere Commissur und die Massenverhältnisse von diesem zu jener zu zeigen.

Dieser Abschnitt fällt hart hinterhalb des hinteren Randes der Orbitalwindungen und des Riechlappens. — *J* die Rinde der Insel. — *Cl* die Vormauer. — *Nc Nucleus caudatus.* — *n c'* die basale Masse vom Kopfe des *Nucleus caudatus*, welche das Grau über der *Lamina perforata anterior* (*L*) bildet. — *NL* das dritte Glied des Linsenkernes. — *C.i* die innere Kapsel zwischen Streifenbügel und Linsenkern. — *C* das Mittelstück der vorderen Commissur. — *P* der Zuzug von Bündeln, die mit dem Riechlappen zusammenhängen. — *m* Durchschnittstelle des Seitentheiles der vorderen Commissur, welcher sich in das Mark des Großhirnlappens fortsetzt.

Fig. 12. Durchsichtiger verticaler Querabschnitt durch das Gehirn des Affen (*Cercocebus cinomolgus*), um die Entbündelung des Seitentheiles der vorderen Commissur in den Schläfelappen zu zeigen.

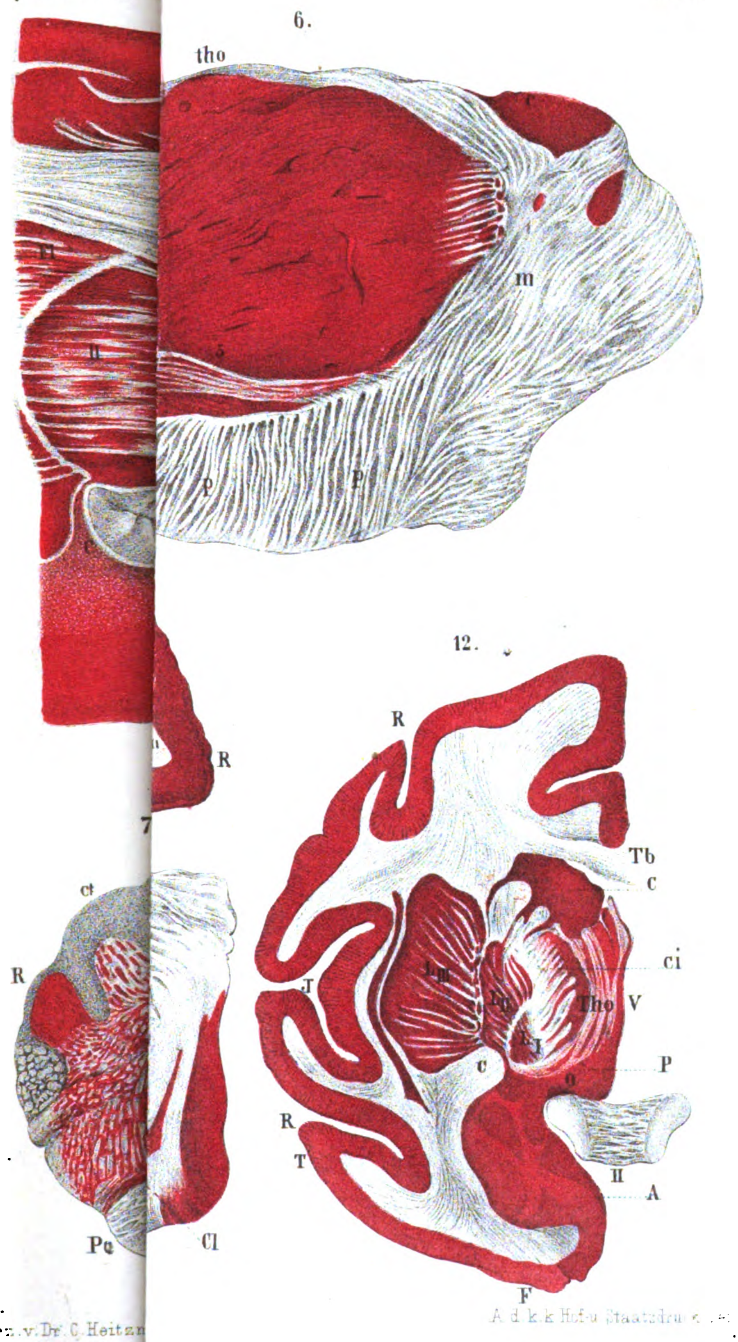
R die Rinde der Windungen der Convexität des Großhirnlappens. — *J* die Reil'sche Insel. — *T* der Schläfelappen. *Tb* der Balken. — *II* das *Chiasma nervorum opticorum.* — *A* der Mandelkern. — *C nucleus caudatus.* — *L I, II, III,* der Linsenkern. — *Tho* der Sehhügel. — *Ci* die innere Kapsel. — *V* die Innenfläche des Sehhügels als Begrenzung des dritten Ventrikels. — *P* die Hirnschenkelschlinge. — *o* ein Ganglion in der Wandung des *Tuber cinereum,* aus welchem Bündel in den *Nervus opticus* übergehen. — *c* der Durchschnitt des Seitentheiles der vorderen Commissur, welcher seine Bündel in das Mark des Schläfelappens eintreten läßt.

Meynert. Beiträge zur Kenntniſs d. centr. Projection. etc.



Gez. v. Dr. C. Heitzmann u. Dr. Huguenin.

Sitzun



Gez. v. Dr. C. Heitzm

A. d. k. k. Hof- u. Staatsdruckerei.

Über den Gangunterschied und das Intensitätsverhältniß der bei der Reflexion an Glasgittern auftretenden parallel und senkrecht zur Einfallsebene polarisirten Strahlen.

Von L. Ditscheiner.

(Vorgelegt in der Sitzung am 15. Juli 1869.)

Die verschiedenen Änderungen der Intensität, welche das parallel und senkrecht zur Einfallsebene polarisirte Licht bei der Beugung durch ein Gitter erleiden, haben seit längerer Zeit die Aufmerksamkeit der Physiker auf sich gezogen, da man durch sie die so wichtige Frage über die Schwingungsrichtung des polarisirten Lichtes zu lösen hoffte. Die Messungen über die Drehung der Polarisationsebene bei der Beugung von Stokes[1]), Holtzmann[2]), Lorenz[3]) u. A. sind in eben dieser Absicht unternommen worden, ohne diese Frage jedoch endgiltig zu entscheiden. Sie beziehen sich sämmtlich auf die durchgehenden gebeugten Strahlen, bei welchen, wie die Erfahrung lehrt, der Intensitätsunterschied der parallel und senkrecht zur Einfallsebene polarisirten Strahlen ein so geringer ist, daß höchst wahrscheinlich schon deßhalb Stokes und Holtzmann zu ihren von einander abweichenden Resultaten gekommen sein können. Aber auch die theoretischen Betrachtungen, welche von Stokes, Eisenlohr[4]) und Lorenz herrühren, sind strenge genommen, so werthvoll sie auch sicherlich sind, weder der einen noch der anderen der beiden Versuchsreihen gerecht geworden.

Die Thatsache, daß bei dem durchgehenden, gebrochenen Lichte die parallel und senkrecht zur Einfallsebene polarisirten Strahlen nicht nur einen weit geringeren, fast verschwindenden Phasenunter-

---

1) Phil. Trans. Vol. IX. P. 1—4. und Pogg. Ann. 101. 154.

2) Pogg. Ann. 99. 46.

3) Pogg. Ann. 111. 315.

4) Pogg. Ann. 104. 337 u. 346.

schied, sondern auch einen ungleich weniger bedeutenden Intensitätsunterschied zeigen als dies bei den unter demselben Einfallswinkel reflectirten Strahlen der Fall ist, ließ erwarten, daß die bei der Reflexion des Lichtes an einer Glasgitterfläche auftretenden gebeugten Strahlen sowohl den Phasenunterschied, als auch den Intensitätsunterschied der parallel und senkrecht zur Einfallsebene polarisirten Strahlen besser erkennen lassen, als die bei dem Durchgange entstehenden gebeugten Strahlen.

Fällt nämlich auf eine Glasgitterfläche, welche so in der xz-Ebene gestellt ist, daß dessen Spalten parallel der verticalen z-Axe liegen, unter dem Winkel α eine ebene Welle ein, so werden nicht nur im Glase sondern auch im ersten Medium, der Luft, Elementarwellen angeregt, welche auf die bekannte Weise Anlaß zum Auftreten der Beugungsspectra geben. Nennen wir die Wellenlänge des Lichtes in Luft λ und im Glase λ', so treten in der Luft Intensitätsmaxima auf für alle jene Strahlen, für welche

$$(1) \quad \ldots\ldots \quad \sin\alpha = \sin\alpha_1 \pm \frac{n\lambda}{b+c}$$

und im Glase für jene, für welche

$$(2)^{1)} \quad \ldots\ldots \quad \frac{\sin\alpha}{\mu} = \sin\alpha' \pm \frac{n\lambda'}{b+c}.$$

Dabei ist μ der Brechungsquotient für den Übergang von Luft in Glas, $b+c$ die Entfernung der Spalten von Mitte zu Mitte gerechnet, n irgend eine ganze Zahl, welche anzeigt dem wie vielsten Spectrum von der Mitte aus das entsprechende Maximum angehört. α_1 ist ferner der Winkel, welchen die in Luft gebeugten Strahlen, mit dem Einfallslothe bilden, während α' dieselbe Bedeutung für die Beugung im Glase hat. Wir nennen diese Winkel Beugungswinkel in Glas und Luft, in ähnlicher Weise wie man den Winkel, welchen die reflectirten Strahlen mit dem Einfallslothe bilden, den Reflexionswinkel nennt.

---

[1]) Diese Relationen ergeben sich unmittelbar aus den Gl. *Ia* und *Ib*, welche in meiner Abhandlung über die Theorie der Beugung in doppeltbrechenden Medien (Sitzb. 54. Bd. II. Abth.) gegeben sind, wenn man $\gamma = 0$ setzt und β mit α verwechselt.

Da $\frac{\lambda}{\lambda_1} = \mu$ ist, so ergibt sich aus diesen Formeln

(3) . . . . . . $\sin \alpha_1 = \mu . \sin \alpha'$,

eine Relation, welche anzeigt, daß jedem bei der Reflexion in Luft aut Glas gebeugten Strahlen, der einem bestimmten n entspricht, ein solcher in das Glas übergehender gebeugter, denselben n entsprechender Strahl, sich so zuordnet, daß ihre Winkel mit dem Einfallslothe dem gewöhnlichen Brechungsgesetze genügen.

Es ist auch unmittelbar ersichtlich, daß die Anordnung der Beugungsspectra bei der Reflexion ganz genau dieselbe sein muß wie im durchgehenden Lichte, sobald das Gitter auf einer planparallelen Platte gearbeitet ist, mag nun die Gitterfläche dem einfallenden Strahle zu oder abgekehrt sein. Ein solches Gitter vorausgesetzt, tritt an der zweiten Fläche der an der ersten unter dem Winkel α' gebeugte Strahl unter demselben Winkel α_1 aus, welchen der reflectirte gebeugte Strahl mit dem Einfallslothe bildet, da die Gl. (3) in (2) eingeführt unmittelbar zu Gl. (1) führt. Ist hingegen die Gitterfläche dem unter dem Winkel α einfallenden Strahl abgekehrt, so fällt derselbe auf die Gitterfläche im Glase unter dem Winkel α'' ein, wobei $\mu . \sin \alpha'' = \sin \alpha$. Da der Übergang von Glas in Luft stattfindet, so gilt die Formel (2), wenn man statt α, μ und λ' respective α'', $\frac{1}{\mu}$ und λ setzt. Aus dieser so modificirten Formel ergibt sich, nach Einführung des obigen Werthes für α'', ein Werth für α', welcher jenem für α' in Formel (1) gleich ist.

Das Aussehen dieser reflectirten Beugungsspectra ist zum mindesten eben so schön wie jenes der durchgehenden, wenn nur das Beugungsgitter mit der nöthigen Sorgfalt gearbeitet ist. Es treten in ihnen die Fraunhofer'schen Linien mit außerordentlicher Schärfe auf und sie sind bei gleichen Einfallswinkel sogar intensiver wie im durchgegangenen Lichte, möglicherweise deßhalb, weil sie nur eine einmalige Reflexion erlitten haben, während bei den anderen das Licht durch die zweimalige Brechung eine stärkere Schwächung erfahren hat.

Das Gitter, dessen ich mich bei meinen Versuchen bediente, ist dasselbe, mit welchem ich die Wellenlängenbestimmungen [1]) vorge-

---

[1]) Sitzungsberichte der Wiener Akademie. Bd. 50, S. 296 und Bd. 52, S. 289.

nommen hatte. Dasselbe ist Eigenthum des physikalischen Cabinets der Wiener Universität und ist mir von dessen Vorstande, meinem geehrten Freunde Prof. v. Lang freundlichst zur Verfügung gestellt worden. Da dieses Gitter eine Spaltenbreite (von Mitte zu Mitte gerechnet) $b + c = 0·0046317$ Millimeter besitzt, so sind die Spectra nicht nur sehr ausgedehnt, so daß die Fraunhofer'schen Linien, selbst die feinsten und naheliegendsten, sehr deutlich getrennt erscheinen (bei senkrechter Incidenz sind im zweiten Spectrum die beiden D-linien um eine ganze Bogenminute verschieden), sondern auch den drei ersten Spectren rechts und links, in welchen überhaupt, wegen der schädlichen Deckung mehrerer Farben in den folgenden, nur eine derartige Beobachtung gemacht werden kann, kommen große, also auch sehr verschiedene Beugungswinkel zu, ein Umstand, welcher natürlicher Weise auch hier ganz besonders gewichtig in die Wagschale fällt.

Was nun die Beobachtung der Gangunterschiede und des Intensitätsverhältnisses der parallel und senkrecht zur Einfallsebene polarisirten gebeugten Strahlen anbelangt, so ist sie im Wesentlichen mit derjenigen, welche ich zur Untersuchung des reflectirten Lichtes (Sitzungsberichte Bd. 58. II. Abth.) anwendete, identisch, jedoch mit dem Unterschiede, daß man hier das zerlegende Prisma nicht in Anwendung zu bringen braucht, da die Zerlegung des Lichtes in seine Farben bei der Beugung durch das Gitter selbst vorgenommen wird.

Die Anordnung des Apparates ist demnach folgende. Von einem Heliostaten kommen in das verfinsterte Zimmer die Sonnenstrahlen und gehen zunächst durch ein Nicol'sches Prisma, dessen Hauptschnitt unter 45° gegen die verticale Spalte eines Spectralapparates gestellt ist. Dieser Spectralapparat bestand aus Collimator und drehbarem Fernrohr, mit einer Kreistheilung zur Bestimmung der Einfallswinkel. Leider ließ dieser mir zur Verfügung stehende Kreis die Einfallswinkel nur bis auf höchstens 10—15 Bogenminuten genau bestimmen. Ich begnügte mich aber mit dieser geringen Genauigkeit, weil sich aus den Versuchen ergab, daß die übrigen Beobachtungsresultate, selbst bei größeren Änderungen des Einfallswinkels, keine die ihnen ohnehin anhaftenden Beobachtungsfehler übersteigenden Änderungen erleiden. Auf dem Tischchen des Spectralapparates war das Gitter vertical so aufgestellt, daß die Gitterlinien parallel

der Spalte sich befanden. Die Gitterfläche war selbstverständlich den aus dem Collimator parallel seiner Axe austretenden Strahlen zugekehrt und um die möglicherweise eintretende schädliche Reflexion an der Hinterfläche der Glasplatte zu vermeiden, war das Gitter mit Canadabalsam an ein 45° Flintglasprisma gekittet, wodurch auch die Aufstellung des Gitters selbst wesentlich bequemer wurde. Zwischen dem ersten Nicole und der Spalte befand sich senkrecht zu den durchgehenden Strahlen eine parallel der optischen Axe geschnittene Quarzplatte von 2 Mm. Dicke so aufgestellt, daß die optische Axe parallel der Spalte war. In manchen Fällen, namentlich dort, wo man weniger aber weiter von einander abstehende Interferenzstreifen zur Beobachtung wünschte, waren Gypsplatten, je nach Bedürfniß dünnere oder dickere, statt der Quarzplatte so eingeschoben, daß deren eine Elasticitätsaxe, parallel welcher die Schwingungen der sich langsamer fortpflanzenden Strahlen stattfinden, parallel der Collimatorspalte sich befanden. Zur Hervorrufung der Interferenzstreifen befand sich vor dem Oculare des Beobachtungsfernrohres ein drehbares Hartnack'sches Prisma. Die Drehung dieses Analyseurs konnte an einem verticalen, senkrecht zur optischen Axe des Fernrohres gestellten Kreis abgelesen werden. Derselbe war auf einem verticalen Stativ befestigt und wurde stets so vor das Fernrohr gestellt, daß man durch das Hartnack'sche Prisma das Spectrum und die in ihm auftretenden Interferenzstreifen beobachten konnte. Dieser Kreis ist in Viertelgrade getheilt und mit dem Index konnte bis auf fünf Minuten genau abgelesen werden. Für die im Folgenden angeführte Beobachtungsreihe war diese Genauigkeit mehr als hinreichend, da eine mehrmalige Einstellung unter sonst gleichen Umständen viel größere Beobachtungsfehler auswies. Die Intensität dieser Beugungsspectra, da man namentlich wegen dem Auftreten scharfer Interferenzstreifen und wegen dem nothwendigen Sehen der Fraunhofer'schen Linien enge Collimatorspalten brauchte, ist eine verhältnißmäßig geringe, so daß die Einstellung eine unsichere wird. Um diesem Übelstande abzuhelfen, habe ich vor der Spalte eine größere Sammellinse so aufgestellt, daß die Collimatorspalte sich in ihrem Brennpunkte befand. Es wurde so ungleich mehr Licht durch den Collimator gesandt. Diese Linse muß eine etwas größere Brennweite (15—60″) haben, damit die von ihr gesammelten Strahlen nicht zu divergirend durch den Nicol und die Quarzplatte gehen.

Aus dieser Anordnung des Beobachtungsapparates läßt sich erkennen, daß wenn aus dem ersten Nicole ein linear polarisirter Lichtstrahl von der Amplitude $2a$ aus- und in die Quarzplatte eintritt diese zwei Strahlen, welche parallel und senkrecht zur horizontalen Einfallsebene polarisirt sind, verlassen und durch folgende Relationen gegeben sind

$$\xi = a \sin \frac{2\pi}{\lambda} \cdot vt$$

$$\zeta = a \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt - \Delta),$$

wobei Δ derjenige Gangunterschied ist, welchen diese Strahlen bei ihrem Durchgange durch die Quarzplatte erlitten haben. Befindet sich das analysirende Hartnack'sche Prisma gegenüber dem Nicole in paralleler Stellung, so treten im Spectrum dunkle Interferenzstreifen auf für

$$\Delta = \frac{2n+1}{2} \lambda$$

ist dieser aber in gekreuzter Stellung, so muß für eben dieses Auftreten

$$\Delta = n\lambda$$

sein, wobei n irgend eine ganze Zahl bedeutet.

Erleiden die unter einem bestimmten Winkel gebeugten Strahlen, bei dieser Beugung am Gitter einen Gangunterschied δ und verschiedene Schwächungen, welchen die Schwächungscoëfficienten r und s zukommen sollen, so gehen die Gleichungen der beiden senkrecht zu einander polarisirten Strahlen über in

$$\xi' = ar \sin \frac{2\pi}{\lambda} \cdot vt$$

$$\zeta' = as \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt - \Delta - \delta).$$

Bei gekreuzter Stellung des Analyseurs treten dann dunkle Streifen auf für

$$\Delta + \delta = \frac{2n+1}{2} \lambda \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

und bei paralleler für

$$\Delta + \delta = n\lambda \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (5)$$

Um aber diese Interferenzstreifen vollkommen schwarz zu sehen, muß man den Analyseur drehen, so zwar, daß dessen Hauptschnitt mit der horizontalen Einfallsebene einen Winkel β bildet, der durch folgende Relation gegeben ist:

$$k = \operatorname{tg} \beta = \frac{r}{s} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (6)$$

Diese Gleichungen 4., 5. und 6. erlauben nun auch hier bei der Beugung, sowohl den Gangunterschied δ als auch das durch k repräsentirte Intensitätsverhältniß der parallel und senkrecht zur Einfallsebene polarisirten Strahlen zu bestimmen. Hat man nämlich ohne eingeschaltetes Beugungsgitter unter Anwendung eines Prismas, für welches man annehmen kann, daß die parallel und senkrecht zur Einfallsebene polarisirten Strahlen beim Durchgange keinen wesentlichen Gangunterschied erlitten haben, die Lage der dunklen Interferenzstreifen sowohl bei der einen als auch bei der anderen Stellung des Analyseurs festgestellt, so werden diese in den Beugungsspectren verschoben erscheinen, sobald diese Strahlen bei der Beugung einen Gangunterschied erlitten haben, und zwar wird bei der angenommenen Stellung der Quarz- oder Gypsplatten eine Verschiebung gegen Roth eine Verzögerung der parallel der Einfallsebene polarisirten Strahlen gegen jene senkrecht zu ihr polarisirten anzeigen, während eine Verschiebung gegen Violet eine Verzögerung des anderen Strahles andeutet. Beträgt diese Verzögerung 0 oder eine ganze Anzahl von Wellenlängen, so erscheinen die Streifen in derselben Weise angeordnet wie früher, während eine solche von einer halben oder überhaupt einer ungeraden Anzahl halber Wellenlängen durch eine Verschiebung um die halbe Streifendistanz angedeutet wird, so zwar, daß nun die Streifen bei der um 90° gedrehten Stellung des Analyseurs dieselbe Lage haben wie früher bei der ungedrehten.

Der Winkel β kann positiv und negativ sein. Das eine Zeichen gilt für das Auftreten vollkommen schwarzer Streifen bei paralleler, das andere bei gekreuzter Stellung des Analyseurs, so daß dieser Winkel durch doppelte Ablesung gefunden werden kann. Die Tan-

gente dieses Winkels gibt das Intensitätsverhältniß der senkrecht zu einander polarisirten Strahlen in der Weise, daß Winkel kleiner als 45° eine größere Schwächung der senkrecht zur Einfallsebene polarisirten, also parallel zu dieser schwingenden Strahlen, andeutet, als jene beträgt, welche die parallel zu ihr polarisirten erleiden.

Wichtig ist für diese Bestimmung von β, daß der Hauptschnitt des polarisirenden Nicols wirklich möglichst genau unter 45° gegen die Einfallsebene geneigt ist. Um diese Lage zu finden, wurde auf dem Kreise des Analyseurs diejenige Stellung des Zeigers festgestellt, bei welcher der Hauptschnitt des Hartnack'schen Prismas horizontal war. Auf die vordere Fläche eines Flintglasprismas ließ man zu diesem Behufe parallele Strahlen unter den Polarisationswinkel auffallen und stellte dann den Zeiger so, daß alles von dieser Fläche reflectirte Licht ausgelöscht war. Drehte man dann diesen Zeiger um 45° und gegenüber dieser fixen Stellung das vor demselben aufgestellte polarisirende Nicol'sche Prisma bis alles aus demselben kommende Licht ausgelöscht wurde, so war nicht nur dessen Hauptschnitt unter 45° gegen die horizontale Ebene gestellt, sondern man hatte zugleich auch die gekreuzte Stellung des Analyseurs gefunden.

Allerdings läßt sich diese Bestimmung des Intensitätsverhältnisses auch dann ausführen, wenn der Hauptschnitt des Polariseurs eine andere beliebige Lage hat, dann aber muß doch entweder diese Lage in ähnlicher Weise experimentell bestimmt werden, oder man muß mit bestimmten, a priori angenommenen oder durch die Theorie gegebenen Formeln dieselbe berechnen können. Da diese letzteren hier thatsächlich nicht zu Gebote stehen, so kann nur eine möglichst sorgfältige und genaue Aufstellung des Polariseurs genügende Resultate geben.

Was nun die Resultate der von mir angestellten Versuche anbelangt, so haben dieselben, so wenig sie auch auf die bei optischen Messungen gewohnte und mit Recht geforderte Exactheit Anspruch machen können, doch meine im Eingange ausgesprochenen Erwartungen vollkommen bestätigt. Es ergibt sich aus ihnen nicht nur mit Bestimmtheit, daß bei gleichen Einfallswinkeln der Intensitätsunterschied der parallel und senkrecht zur Einfallsebene polarisirten Strahlen in den verschiedenen Spectra und bei verschiedenen Einfallswinkeln in demselben Spectrum verschieden ist, sondern daß auch der

Gangunterschied derselben Strahlen unter eben diesen Umständen ein oft wesentlich verschiedener ist.

Der Kürze wegen wollen wir jene gebeugten Strahlen, deren Beugungswinkel kleiner als der Reflexions- respective Einfallswinkel ist, rechte nennen, während jene, deren Beugungswinkel größer ist, als linke bezeichnet werden sollen. Ein Strahl des zweiten rechten Beugungsspectrums bezeichnet also jenen, der in dem dem Einfallslothe näher liegenden zweiten Beugungsspectrum liegt.

Wenn man bei einem etwas größeren Einfallswinkel, etwa solchen, für welche das zweite linke Spectrum beinahe streifend austritt, ihm also Beugungswinkel nahe 90° zukommen, in unserem Falle geschieht dies bei einem nahe 60° gelegenen Einfallswinkel, die Beobachtungen in der oben erörterten Weise bei gekreuzter Stellung des Analyseurs ausführt, so findet man im dritten, zweiten und ersten rechten Spectrum die Interferenzstreifen alle nahezu so angeordnet, wie bei der directen Beobachtung durch das Prisma bei paralleler Stellung des Analyseurs, während man im ersten linken Spectrum die Streifen gegen jene in den anderen Spectren um eine halbe Streifendistanz verschoben findet, also eben so wie bei directer Beobachtung durch das Prisma bei derselben Stellung des Analyseurs. Die Streifen selbst scheinen, wenn man vom dritten rechten Spectrum gegen die Mitte der Erscheinung vorrückt, mehr gegen Roth zu verschoben. Allein diese Verschiebung ist in den sichtbaren Theilen so gering, daß sie wohl mit großer Wahrscheinlichkeit nicht aber mit absoluter Sicherheit beobachtet werden konnte. Um diese Verschiebung deutlicher wahrnehmen zu können, wurde statt der Quarzplatte, welche zwischen *B* und *H* ungefähr 22 Interferenzstreifen gab, eine 1/5 Mm. dicke Gypsplatte eingeschoben. Bei dieser waren die Streifen so weit aus einander, daß bei paralleler Stellung des Analyseurs ein Streifen zwischen *C* und *D*, ein zweiter bei *b* und ein dritter zwischen *G* und *H* erschien. Bei gekreuzter Stellung fand sich je ein solcher Streifen zwischen *D* und *E* und etwas außer der Linie *F* gegen den violetten Theil des Spectrums. Es scheint hier auch eine ganz ähnliche, fast sprungweise Änderung des Gangunterschiedes bei einem bestimmten Beugungswinkel einzutreten, wie dies unter dem Polarisationswinkel bei der Reflexion an durchsichtigen Medien geschieht. In den rechten Spectra ist sonach hier der Gangunterschied der beiden senkrecht zu einander polarisirten gebeugten Strahlen

nahe eine halbe Wellenlänge, während er in den linken Spectrum eine ganze Anzahl Wellenlängen, wahrscheinlich Null, beträgt. Etwas ganz ähnliches geschieht, wenn das Licht unter dem Polarisationswinkel einfällt, nur ist dort mit Sicherheit der Reflexionswinkel als derjenige zu bezeichnen, bei welchem die sprungweise Änderung des Gangunterschiedes erfolgt. Auch hier ist der Gangunterschied für die rechten $= \frac{\lambda}{2}$, für die linken Spectra $= 0$.

In der folgenden tabellarischen Übersicht sind die Resultate bezüglich der Gangunterschiede, wie sie sich aus mehreren Beobachtungen ergaben, zusammengestellt. Die erste Columne enthält die Einfallswinkel. In den folgenden Columnen ist für jedes einzelne der Beobachtung zugängliche Spectrum, sowohl der Beugungswinkel α_1 als auch der Gangunterschied δ, der bei der Fraunhofer'schen Linie b liegenden gebeugten, senkrecht zu einander polarisirten Strahlen gegeben. α_1 ist nach Formel (1) für das Glasgitter berechnet. Die Spectra sind mit Nl oder Nr bezeichnet, und man versteht unter diesen das n^{te} linke oder n^{te} rechte Spectrum. Die mit O bezeichnete Columne betrifft den gewöhnlich reflectirten Strahl. Die Gangunterschiede wurden als 0 oder $\frac{\lambda}{2}$ eingetragen, je nachdem der bei b durch die Gypsplatte erzeugte Interferenzstreifen bei paralleler oder gekreuzter Stellung des Analyseurs auftrat, denn im ersten Falle sind die Streifen so angeordnet wie im Spectrum des einfallenden Strahles, im zweiten sind sie dagegen um ihre halbe Distanz verschoben.

Aus dieser Tabelle ist zu entnehmen, daß bei einem bestimmten Einfallswinkel in den mehr rechts gelegenen Spectren der Gangunterschied stets sehr nahe eine halbe Wellenlänge, während er in den mehr links liegenden nahe Null ist, daß ferner der gebeugte Strahl, bei welchem der besagte Sprung im Phasenunterschiede stattfindet, beim Wachsen des Einfallswinkels in immer mehr rechts gelegene Spectra rückt. Die genauere Bestimmung wo dieser Sprung eintritt, stößt hier auf größere Schwierigkeiten. Bei der gewöhnlichen Reflexion ist man leichter im Stande das Eintreten dieses Sprunges zu constatiren, weil man den Reflexionswinkel succesive ändern kann, während man bei der Beugung nur ganz bestimmte, vom Einfallswinkel abhängige Orte der Beobachtung hat. Man kann

I.

α	IIIl α_1	IIIl δ	IIl α_1	IIl δ	Il α_1	Il δ	0 α	0 δ	Ir α_1	Ir δ	IIr α_1	IIr δ	IIIr α_1	IIIr δ
75	—	—	—	—	—	—	75	0	58° 39' 25"	0	48° 0' 23"	$\frac{\lambda}{2}$	39° 4' 39"	—
70	—	—	—	—	—	—	70	0	55 52 39	0	45 42 31	$\frac{\lambda}{2}$	37 10 10	$\frac{\lambda}{2}$
65	—	—	—	—	—	—	65	0	52 36 15	0	43 2 53	$\frac{\lambda}{2}$	34 48 13	$\frac{\lambda}{2}$
60	—	—	—	—	77° 55' 39"	0	60	0	48 57 13	$\frac{\lambda}{2}$	39 57 57	$\frac{\lambda}{2}$	32 10 23	$\frac{\lambda}{2}$
55	—	—	—	—	68 35 29	0	55	$\frac{\lambda}{2}$	45 0 56	$\frac{\lambda}{2}$	36 32 42	$\frac{\lambda}{2}$	28 55 15	$\frac{\lambda}{2}$
50	—	—	81° 47' 8"	—	61 23 20	$\frac{\lambda}{2}$	50	$\frac{\lambda}{2}$	40 51 30	$\frac{\lambda}{2}$	32 51 35	$\frac{\lambda}{2}$	25 29 55	$\frac{\lambda}{2}$
45	—	—	68 33 42	—	54 58 50	$\frac{\lambda}{2}$	45	$\frac{\lambda}{2}$	36 31 53	$\frac{\lambda}{2}$	28 54 30	$\frac{\lambda}{2}$	21 48 41	$\frac{\lambda}{2}$
40	78° 3' 12"	—	60 3 12	$\frac{\lambda}{2}$	48 58 8	$\frac{\lambda}{2}$	40	$\frac{\lambda}{2}$	32 4 8	$\frac{\lambda}{2}$	24 46 38	$\frac{\lambda}{2}$	17 53 34	$\frac{\lambda}{2}$
30	56 40 25	$\frac{\lambda}{2}$	46 21 29	$\frac{\lambda}{2}$	37 43 24	$\frac{\lambda}{2}$	30	$\frac{\lambda}{2}$	22 50 22	$\frac{\lambda}{2}$	16 2 22	$\frac{\lambda}{2}$	9 27 55	$\frac{\lambda}{2}$
20	42 39 29	$\frac{\lambda}{2}$	34 27 8	$\frac{\lambda}{2}$	26 59 32	$\frac{\lambda}{2}$	20	$\frac{\lambda}{2}$	13 18 25	$\frac{\lambda}{2}$	6 51 10	$\frac{\lambda}{2}$	—	—
10	30 36 10	$\frac{\lambda}{2}$	23 24 44	$\frac{\lambda}{2}$	16 35 19	$\frac{\lambda}{2}$	10	$\frac{\lambda}{2}$	3 32 35	$\frac{\lambda}{2}$	—	—	—	—
0	19 36 22	$\frac{\lambda}{2}$	12 55 35	$\frac{\lambda}{2}$	6 24 19	$\frac{\lambda}{2}$	0	$\frac{\lambda}{2}$	—	$\frac{\lambda}{2}$	—	—	—	—

da eben nur sagen zwischen welchen Spectren, oder nur höchst selten in welchem Spectrum diese Änderung im Gangunterschiede eintritt, um so mehr, da sich der betreffende Beugungswinkel, was seine Größe anbelangt, wie es scheint mit dem Einfallswinkel ändert.

Die Beobachtungen bezüglich des Intensitätsverhältnisses der parallel und senkrecht zur Einfallsebene polarisirten gebeugten Strahlen, welche im Folgenden angeführt werden, haben mit Bestimmtheit ergeben, daß für die verschiedenen Beugungsspectra bei gleichen Einfallswinkeln dieses Verhältniß ein sehr verschiedenes ist. Wenn auch die gefundenen Werthe von β für denselben Einfallswinkel bei wiederholten Beobachtungen Abweichungen zeigen, welche möglicherweise nicht jenem Grade der Genauigkeit entsprechen, welcher nothwendig ist, sollen diese Zahlen für eine oder die andere später aufzustellende Theorie als genügend kräftige Beweise dienen, so ist doch wenigstens durch sie mit aller Evidenz die erwähnte Thatsache festgestellt. Diese Abweichungen erklären sich nicht nur leider durch die Unvollkommenheit des Apparates, der zufolge es vielleicht nicht immer möglich war den gewünschten Einfallswinkel eben so vollkommen genau wieder zu erhalten wie früher, sondern auch durch die Schwierigkeit genau diejenige Stellung des Zeigers des Analyseurs zu finden, bei welcher die dunklen Interferenzstreifen vollkommen schwarz und scharf erscheinen. Die bedeutende Lichtschwäche, welche die Beugungsspectra bei Gittern mit so engen Spalten besitzen, kann allerdings durch die vor der Spalte angebrachte Sammellinse theilweise, namentlich in den mittleren Spectren, gehoben werden, aber durch eben diese Anwendung der Linse, wenn sie nicht eine große Brennweite besitzt, können die Interferenzstreifen in ihrer Schärfe leiden, da die Strahlen, welche durch Polariseur und Quarzplatte gehen, nicht vollkommen parallel untereinander sind, wenngleich dieser Übelstand nicht in erster Linie als Ursache der Beobachtungsfehler angesehen werden kann. In den von der Mitte entfernteren Spectren ist aber selbst bei Anwendung der Linse die Intensität eine geringe, besonders bei eingestelltem Analyseur. Dazu kommt noch, daß bei ihnen das sich Decken der Farben verschiedener Spectra keinen die Beobachtung fördernden Einfluß übt, so zwar, daß die Beobachtungen in ihnen so ziemlich werthlos sind. Diese Übelstände hängen schon dem dritten Spectrum zum Theile an.

Die folgenden Beobachtungen sind sämmtlich im grünen Theile der Spectren, in der Nähe der Fraunhofer'schen Linie *b* gemacht, weil dort beinahe die größte Intensität herrscht und das Decken der nächstliegenden Spectren am spätesten eintritt.

Der Unterschied in den Intensitäten der parallel und senkrecht zur Einfallsebene polarisirten Strahlen ergibt sich am deutlichsten und sichersten für Einfallswinkel in der Nähe des Polarisationswinkels, der für unser Gitter ungefähr 56° beträgt. Für die folgende Zusammenstellung ist der Einfallswinkel $\alpha = 60°$ gewählt worden. Die erste Verticalreihe enthält die in ähnlicher Weise wie oben eingeführte Bezeichnung des Spectrums. Unter *O* ist die Mitte, also der gewöhnlich reflectirte Strahl zu verstehen. Die beiden folgenden Verticalreihen enthalten die nach Formel (1) gerechneten Beugungswinkel α_1 und den ihm entsprechenden Gangunterschied δ. In den mit *A*, *B*, *C*.. bezeichneten Reihen sind die Winkel β eingetragen, wie sie sich aus verschiedenen Versuchsreihen, die zu oft ganz verschiedenen Zeiten ausgeführt wurden, ergaben. Sie sind Mittel aus fünf und mehr Beobachtungen, deren Werthe jedoch Differenzen bis selbst zu drei Graden aufweisen.

II.

$\alpha = 60°$.

	α_1	δ	*A*	*B*	*C*
II	77° 55' 30"	0	19° 0'	17° 20'	18° 30'
O	60 0 0	0	4 35	—	—
Ir	48 57 13	$\frac{\lambda}{2}$	5 20	5 30	4 40
IIr	39 57 57	$\frac{\lambda}{2}$	17 20	15 10	16 0
IIIr	32 10 23	$\frac{\lambda}{2}$	22 25	21 0	20 0

Aus dieser Zusammenstellung ergibt sich, und dies wird auch durch alle folgenden Beobachtungen ebenfalls bestätigt, daß die senkrecht zur Einfallsebene polarisirten, bei der Reflexion gebeugten Strahlen eben so wie bei der gewöhnlichen Reflexion eine größere Schwächung als die senkrecht zu ihr polarisirten erleiden. Wenn man von den Beugungsspectren mit kleineren Beugungswinkeln gegen jene mit größeren vorrückt, so bemerkt man eine ziemlich bedeu-

tende Abnahme des Winkels β. Ungefähr außerhalb des ersten rechten Spectrums gegen die Mitte muß es solche gebeugte Strahlen geben, die uns wegen der eintretenden Interferenz allerdings nicht sichtbar sind, bei welchen die senkrecht zur Einfallsebene polarisirte Componente gleich Null ist, welche also nur parallel zur Einfallsebene polarisirtes Licht enthalten. Bei größeren Beugungswinkeln nimmt diese Componente wieder zu, so daß sie schon bei dem gewöhnlich reflectirten Strahle, noch mehr aber bei dem linken Spectrum eine erhebliche Größe hat. Höchst wahrscheinlich findet dieses Verschwinden der einen Componente in derselben Richtung statt, in welcher die Änderung des Gangunterschiedes stattfindet, da ja die obige Tabelle auch für die rechten Spectra einen anderen Gangunterschied ausweist wie für den gewöhnlich reflectirten Strahl und das erste linke Spectrum.

Fast noch ausgeprägter zeigen sich diese Verhältnisse in der folgenden Übersicht:

III.

$\alpha = 55°$.

	α_1			δ	A		B		C	
Il	68°	35'	29"	0	11°	30'	10°	36'	10°	30'
O	55	0	0	$\frac{\lambda}{4}$	1	40	—		—	
Ir	45	0	56	$\frac{\lambda}{2}$	10	48	10	30	10	22
IIr	36	32	42	$\frac{\lambda}{2}$	22	10	21	42	19	42
IIIr	28	55	15	$\frac{\lambda}{2}$	—		24	30	—	

Die senkrecht zur Einfallsebene polarisirte Componente verschwindet hier fast vollständig im gewöhnlich reflectirten Strahle selbst. In der Nähe desselben findet auch die sprungweise Änderung des Gangunterschiedes statt. Die ersten Spectra rechts und links zeigen ein fast gleiches Intensitätsverhältniß der beiden Componenten, die auch ziemlich gleich weit von demjenigen Strahl abliegen, bei welchem sich nur parallel zur Einfallsebene polarisirtes Licht ergeben würde. Wesentlich sind diese Spectra jedoch verschieden durch ihren Gangunterschied.

Ich gebe hier noch einige andere der von mir ausgeführten Messungen, die wohl eines weiteren Commentars nicht bedürfen.

IV.

$\alpha = 50°$.

	α_1	δ	A	B	C
Il	61° 23' 20"	$\frac{\lambda}{2}$	6° 50'	7° 47'	6° 30'
0	50 0 0	$\frac{\lambda}{2}$	10 48	—	—
Ir	40 51 30	$\frac{\lambda}{2}$	17 20	17 25	15 0
IIr	32 51 35	$\frac{\lambda}{2}$	26 8	26 50	26 30

V.

$\alpha = 40°$.

	α_1	δ	A	B	C
IIl	60° 3' 12"	$\frac{\lambda}{2}$	17° 15'	17° 6'	16° 40'
Il	48 58 8	$\frac{\lambda}{2}$	18 38	19 6	18 54
0	40 0 0	$\frac{\lambda}{2}$	23 50	—	—
Ir	32 4 8	$\frac{\lambda}{2}$	27 8	26 0	26 0
IIr	24 46 38	$\frac{\lambda}{2}$	33 0	34 22	32 48

Die große Ähnlichlichkeit, welche die angegebenen Thatsachen mit den gewöhnlichen Reflexionserscheinungen haben, ließen es räthlich erscheinen zu versuchen, ob die Fresnel'schen, respective Cauchy'schen Reflexionsformeln nicht denselben entsprechende Resultate geben, wenn in ihnen statt des Reflexionswinkels, respective Einfallswinkels der Beugungswinkel α_1 gesetzt wird. Für diesen Fall ist bekanntlich

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{\cos(\alpha_1 - \alpha')}{\cos(\alpha_1 + \alpha')},$$

wobei, unter μ den Brechungsquotienten verstanden, $\sin\alpha' = \frac{\sin\alpha_1}{\mu}$ ist. Ist $\alpha_1 + \alpha'$ größer als 90, also β negativ, so entspricht dies einem

Gangunterschied 0, während ein kleinerer Werth dieser Summe einen Gangunterschied $= \frac{\lambda}{2}$ bezeichnet.

In der Nähe des Polarisationswinkels werden allerdings ähnliche Resultate erhalten, und dies gilt namentlich für den Gangunterschied, aber die aus obiger Formel erhaltenen Werthe von β sind viel größer als die aus der Beobachtung sich ergebenden, so daß die Differenzen zwischen Beobachtung und Rechnung die Beobachtungsfehler weit übersteigen. Für einen Einfallswinkel $\alpha = 60^\circ$ hat man

	α_1			β		δ
				Gerechnet aus Fresnel's Formel		
Il	77°	55'	39"	29°	56'	0
O	60	0	0	4	26	0
Ir	48	57	13	12	20	$\frac{\lambda}{2}$
IIr	39	57	57	24	8	$\frac{\lambda}{2}$
IIIr	32	10	23	32	2	$\frac{\lambda}{2}$

Bei diesen Rechnungen ist $\mu = 1{\cdot}55$ angenommen worden.

Bei kleineren Einfallswinkeln ist der Unterschied zwischen Beobachtung und Rechnung noch bedeutender. Selbst bezüglich des Gangunterschiedes, der im obigen noch ziemlich gut übereinstimmt, treten schon ganz erhebliche Differenzen auf. So ist für $\alpha = 50^\circ$

	α_1			β		δ
				Gerechnet nach Fresnel's Formel		
Il	61°	23'	20"	6°	33'	0
O	50	0	0	10	52	$\frac{\lambda}{2}$
Ir	40	51	30	23	3	$\frac{\lambda}{2}$
IIr	32	51	35	31	25	$\frac{\lambda}{2}$

Für das erste linke Spectrum gibt die Rechnung $\delta = 0$, während sie nach den obigen Beobachtungen gleich $\frac{\lambda}{2}$ ist. Noch auffallender ergeben sich die Differenzen zwischen Beobachtung und Rechnung für Einfallswinkel, welche kleiner als 45° sind.

Aus dem Gesagten ergibt sich, daß die Fresnel'schen und die ihnen ähnlichen Cauchy'schen Formeln für die hier gegebenen Thatsachen keine Anwendung finden können.

Wesentliche Unterschiede in den Intensitäten der parallel und senkrecht zur Einfallsebene polarisirten Strahlen ergeben sich bei gewöhnlich gebrochenem Lichte und bei großen Einfallswinkeln. Ob auch bei größeren Einfallswinkeln in den Beugungsspectren des durchgehenden Lichtes sich bedeutendere Unterschiede in den Intensitäten dieser Componenten zeigen, bin ich heute nicht zu sagen in der Lage. Die ungünstigen Witterungsverhältnisse, die in dem diesjährigen Frühlinge sich einstellten und andre Hindernisse ließen mich zu diesen Untersuchungen nicht kommen. Jedenfalls hat man es hier mit bedeutenderen Schwierigkeiten zu thun, als bei der Reflexion. Die verschiedenen Änderungen, welchen die Componenten des gebeugten oder des einfallenden Strahles, je nachdem die Gitterfläche dem einfallenden Strahle zu- oder abgekehrt ist, bei der gewöhnlichen Brechung an der zur Gitterfläche parallelen Glasfläche erleiden, machen die Erscheinung jedenfalls complicirter und bedingen, daß an den unmittelbaren Beobachtungsresultaten Correctionen vorgenommen werden müssen, deren Größe erst durch besondere Versuche zu ermitteln sind. Da ich die oben gegebenen Versuchsreihen wenigstens für mich nicht abgeschlossen betrachte, so wird sich sicherlich auch später einmal die Gelegenheit ergeben auf die angedeuteten Beobachtungen zurückkommen zu können.

Ich will hier nur eines Versuches Erwähnung thun, der allerdings nicht Besonderes lehrt, da er aus den Gleichungen (1) und (2) unmittelbar abgeleitet werden kann, der aber vielleicht diese Versuche zu vereinfachen gestattet. Ich ließ auf das Prisma, an welchem das Beugungsgitter mit Canadabalsam befestigt war, und zwar auf dessen freie Seite, die aus dem Collimator kommenden Strahlen auffallen. Da diese Strahlen an der ersten Prismenfläche in das Glas gebrochen wurde, so war es auf diese Weise möglich im Glase auf die Gitterfläche Licht unter fast beliebig großen oder kleinen Einfallswinkel fallen zu lassen. Bei kleineren Einfallswinkeln zeigten sich nun die Beugungsspectra wie im durchgehenden Lichte. Für Einfallswinkel nahe an der Grenze der totalen Reflexion hatte man, da der Prismenwinkel 45° betrug, den Vortheil, daß das Licht fast senkrecht auf die erste Prismenfläche fiel, so daß die beiden parallel und

senkrecht zur Einfallsebene polarisirten Componenten bei dieser Brechung sehr nahe gleiche Schwächung erleiden. Es zeigte sich nun, daß wenn der Einfallswinkel (im Glase an der Gitterfläche) größer als der Grenzwinkel der totalen Reflexion war, ohne daß der der Mitte der Erscheinung entsprechende gewöhnlich gebrochene Strahl austreten konnte, doch Beugungsspectra sich zeigten.

Modificirt man die Gleichung (2) in ähnlicher Weise wie dies schon oben geschehen, für den Übergang von Licht aus Glas in Luft, so erhält man, unter λ die Wellenlänge in Luft und unter μ den Brechungsquotienten für den Übergang von Licht aus Luft in Glas verstanden, folgende Relation

$$\mu \sin \alpha = \sin \alpha_1 \pm \frac{n\lambda}{b+c},$$

wo α der Einfallswinkel in Glas und α_1 der Beugungswinkel in Luft ist. Daraus folgt

$$\sin \alpha_1 = \mu \sin \alpha \mp \frac{n\lambda}{b+c}.$$

Ist $\mu \sin \alpha$ größer als 1, so kann, da für den gewöhnlich gebrochenen Strahl $n = 0$ ist, dieser nicht austreten. Aber auch alle linken Spectra, da für diese das positive Zeichen gilt, und alle jene rechten Spectra, für welche α_1 aus dieser Gleichung sich größer als 90° ergibt, fehlen in der Erscheinung im durchgehenden Lichte. Die übrigen rechten Spectra, da für alle rechten Spectra das negative Zeichen gilt, treten auf. Da man auf diese Weise im Stande ist, Beugungsspectra mit beliebig großen Beugungswinkeln zu erhalten, welche auch rein und nicht gar zu lichtschwach sind, so dürften die ausgesprochenen Erwartungen nicht getäuscht werden.

Wenn wir schließlich die durch obige Versuche gewonnenen Resultate übersichtlich zusammenstellen, so ergibt sich, daß bei der an einer Glasgitterfläche stattfindenden Reflexion eines einfallenden linear polarisirten Strahles, dessen Polarisationsebene gegen die Einfallsebene geneigt ist, in ähnlicher Weise wie im durchgehenden Lichte, Beugungsspectra von großer Schärfe und Reinheit auftreten. In den verschiedenen Beugungsspectren haben die parallel und senkrecht zur Einfallsebene polarisirten Componenten nicht nur verschiedene Gang-

unterschiede, sondern auch ganz verschiedene Schwächungen erlitten. Wenn man bei bestimmten Einfallswinkeln, namentlich bei solchen in der Nähe des Polarisationswinkels von Spectra mit kleinen Beugungswinkeln zu solchen mit großen Beugungswinkeln vorrückt, so findet man in den ersteren Gangunterschiede von nahe einer halben Wellenlänge, während derselbe in den letzteren beinahe Null ist. Irgend wo zwischen jenen Beugungsspectren, welchen diese Grenzwerthe des Gangunterschiedes zukommen, muß es gebeugte Strahlen geben, bei welchen der Gangunterschied ähnlich wie unter dem Polarisationswinkel bei der gewöhnlichen Reflexion einen raschen Sprung macht. Wahrscheinlich ist es ferner, daß bei diesem Vorrücken von Spectrum zu Spectrum ein Wandern der dunklen Interferenzstreifen gegen Violett eingetreten ist, daß also die parallel zur Einfallsebene polarisirte Componente verzögert erscheint gegenüber der senkrecht zu ihr polarisirten. Die senkrecht zur Einfallsebene polarisirte Componente ist stets mehr geschwächt wie die parallel zu derselben polarisirte. Das Intensitätsverhältniß dieser beiden Componenten ist bei den oben angeführten Einfallswinkeln namentlich ein von Spectrum zu Spectrum rasch wechselndes. Die hiedurch bewirkte Drehung der Polarisationsebene ist eine ungleich bedeutendere wie in den bis nun beobachteten Fällen bei durchgehendem Lichte. In manchen Spectren sind die beiden Componenten nahe gleich intensiv, während in den nicht allzu weit von ihnen entfernten fast nur die parallel zur Einfallsebene polarisirte Componente zur Erscheinung beiträgt. Gangunterschied und Intensitätsverhältniß ändern sich auch oft nicht unwesentlich in einem und demselben Spectrum, wenn der Einfallswinkel sich ändert.

XXI. SITZUNG VOM 14. OCTOBER 1869.

Herr Dr. A. Friedlowsky übersendet eine Abhandlung: „Über Hufeisenniere mit besonderer Rücksichtsnahme auf das Zustandekommen der Nierenverwachsung".

Herr Rud. Falb in Prag übermittelt ein versiegeltes Schreiben ohne nähere Angabe des Inhaltes mit dem Ersuchen um dessen Aufbewahrung zur Sicherung seiner Priorität.

Herr Director K. v. Littrow theilt die in Folge der betreffenden Preisausschreibung an die kaiserliche Akademie eingelangte Nachricht der am 12. October gelungenen Entdeckung eines teleskopischen Cometen durch Herrn W. Tempel in Marseille, und die constatirenden Beobachtungen des Herrn Prof. E. Weiß mit.

Herr Director G. Tschermak überreicht eine Abhandlung des Herrn Aristides Březina, betitelt: „Krystallographische Studien über rhombischen Schwefel".

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Accademia delle Scienze dell' Istituto di Bologna: Memorie. Serie II. Tomo VIII, Fasc. 4. Bologna, 1869; 4°.

— Regia, di Scienze, Lettere ed Arti in Modena: Memorie. Tomo IX. Modena, 1868; 4°.

Akademie der Wissenschaften, königl. bayer. zu München: Abhandlungen der histor. Classe. XI. Band, 1. Abtheilung. München, 1848; 4°. — Sitzungsberichte. 1869. I. Heft 1—3. München, 1869; 8°. — C. F. Meissner, Denkschrift auf Carl Friedr. Phil. v. Martius. München, 1869; 4°. — Vogel, August, Über die Entwicklung der Agriculturchemie. Festrede. München, 1869; 4°. — Annalen der Sternwarte bei München. VI., VII. & VIII. Supplementband. München, 1868 & 1869; 8°.

American Journal of Science and Arts. Vol. XLVII, Nrs. 140—141. New Haven, 1869; 8°.

Bericht über die Weltausstellung zu Paris im Jahre 1867. Herausgegeben durch das k. k. österr. Central-Comité. Band I—VI, nebst einem Atlas zum II. Bande. Wien, 1869; gr. 8°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXIX, Nr. 13.

Cosmos. XVIII° Année. 3°. Série, Tome V, 15°. Livraison. Paris, 1869; 8°.

Gelehrten-Gesellschaft, k. k. Krakauer: Rocznik. Tom XV. Kraków, 1869: 8°. — Sprawozdanie Komisyi fizyograficznéj. 1868. Tom III. Kraków, 1869; 8°.

Gesellschaft, Deutsche geologische: Zeitschrift. XVII. Band, 1. Heft. 1865; XX. Band, 3. Heft. 1868. Berlin; 8°.

— Naturforschende, in Emden: 54. Jahresbericht. Emden, 1869; 8°.

— Zoologische, zu Frankfurt a. M.: Der zoologische Garten. X. Jahrgang. 1869. Nr. 1—6. Frankfurt a. M.; 8°.

— Oberhessische, für Natur- und Heilkunde: XIII. Bericht. Giessen, 1869; 8°.

— k., der Wissenschaften, zu Göttingen: Gelehrte Anzeigen. 1868. I.—II. Band. Göttingen, 1868; 8°. — Nachrichten aus dem Jahre 1868. Göttingen; 8°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Verhandlungen und Mittheilungen. XXX. Jahrg. Nr. 31. Wien, 1869; 8°.

Hauer, Franz Ritter v., Geologische Übersichtskarte der österr.-ungar. Monarchie nach den Aufnahmen der k. k. geologischen Reichsanstalt. Blatt Nr. I & II. (Böhmen.) Nebst erläuterndem Text. Wien, 1869; Folio & 4°.

Ludwig, C., Arbeiten aus der physiologischen Anstalt zu Leipzig. III. Jahrgang, 1868. Leipzig, 1869; 8°.

Oeuvres de Lavoisier. Tome VI. Paris, 1868; 4°.

Revue des cours scientifiques et littéraires de la France et de l'étranger. VI° Année, Nr. 45. Paris & Bruxelles, 1869; 4°.

Société géologique de France: Bulletin. Tome XXV, Feuilles 56—64. 2° Série, Tome XXVI. 1869, Nrs. 1—2. Paris, 1868 à 1869; 8°.

— philomatique de Paris: Bulletin. Tome VI. Janvier—Mars 1869. Paris; 8°.

Society, Royal geographical: Journal. Vol. XXXVIII. 1868. London; 8°. — Proceedings. Vol. XIII, Nrs. 1—4. London, 1869; 8°.

— Zoological, of London: Transactions. Vol. VI, Part 8. London, 1869; 4°. — Proceedings for the Year 1869. Part I. London; 8°.

Vereeniging, koninkl. Natuurkundige, in Nederlandsch Indië: Natuurkundige Tijdschrift voor Nederlandsch Indië. Deel XXX (II. Serie, Deel V), Aflev. 3—6. Batavia & 's Gravenhage, 1868; 8.

Verein, naturw., für Sachsen und Thüringen in Halle: Zeitschrift für die gesammten Naturwissenschaften. Jahrgang 1869. XXXIII. Band. Berlin, 1869; 8°.

— naturhistorisch-medicinischer, zu Heidelberg: Verhandlungen. Band V, Heft 2. 8°.

— Offenbacher, für Naturkunde: IX. Bericht. Offenbach a. M., 1868; 8°.

Wiener Landwirthschaftl. Zeitung. XIX. Jahrgang, Nr. 41. Wien, 1869; 4°.

— Medicin. Wochenschrift. XIX. Jahrgang, Nr. 81—82. Wien, 1869; 8°.

XXII. SITZUNG VOM 21. OCTOBER 1869.

Herr Hofrath Dr. Th. Billroth dankt mit Schreiben vom 16. October für seine Wahl zum correspondirenden Mitgliede der Akademie.

Der Secretär legt folgende eingesendete Abhandlungen vor:

„Bericht über eine Sammlung von Fischen aus Singapore, eingesendet von Eugen Freiherrn von Ransonnet, Mitglied der kais. österr. ostasiatischen Expedition", von Herrn Dr. Fr. Steindachner.

„Über Ratanhin und seine Verbindungen", von Herrn Dr. Wilh. Friedr. Gintl, eingesendet durch Herrn Prof. Dr. Fr. Rochleder in Prag.

Herr Regierungsrath Dr. Ed. Fenzl überreicht eine Abhandlung: „Über die Entstehung des fetten Öles in den Oliven", von Herrn Dr. C. O. Harz, Assistenten am k. k. botan.-physiolog. Laboratorium der Wiener Universität.

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Akademie der Künste und Wissenschaften, südslavische: Arbeiten. VIII. Band. — Alterthümer. I. Band. Agram, 1869; 8°.

Apotheker-Verein, allgem. österr.: Zeitschrift. 7. Jahrgang, Nr. 20. Wien, 1869; 8°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1774—1776. Altona, 1869; 4°.

Benfey, Theodor, Geschichte der Wissenschaften in Deutschland. Neuere Zeit. VIII. Band. Geschichte der Sprachwissenschaft. München, 1869; 8°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXIX, Nr. 14. Paris, 1869; 4°.

Cosmos. XVIII[e] Année. 3[e] Série. Tome V, 16[e] Livraison. Paris, 1869; 8°.

Fresenius, R., Analyse der Trinkquelle zu Driburg, der Herster Mineralquelle, so wie des zu Bädern benützten Satzer Schwefelschlammes. Wiesbaden, 1866; 8°. — Chemische Untersuchung des Lamscheider Mineral-Brunnens. Wiesbaden, 1869; 8°. — Analyse des Tönnissteiner Heilbrunnens und des Tönnissteiner Stahlbrunnens im Brohl-Thale. Wiesbaden, 1869; 8°.

Gesellschaft der Wissenschaften, Oberlausitzische: Neues Lausitzisches Magazin. XLVIII. Band, 1 & 2 Abth. Görlitz, 1869; 8°.

— naturforschende, in Basel: Verhandlungen. V. Theil, 2. Heft. Basel, 1869; 8°.

— Astronomische (in Leipzig): Vierteljahrsschrift. IV. Jahrgang, 3. Heft. Leipzig, 1869; 8°.

Grunert, Joh. Aug., Archiv der Mathematik und Physik. L. Theil, 1.—3. Heft. Greifswald, 1869; 8°.

Isis: Sitzungsberichte. Jahrgang 1869. Nr. 4—6. Dresden; 8°.

Instituto, R., Veneto di Scienze, Lettere ed Arti: Atti. Tomo XIV°., Serie III°, Disp. 8°. Venezia, 1868—69; 8°.

Jahresbericht über die Fortschritte der Chemie etc., von H. Will. Für 1867, II. Heft. Gießen, 1869; 8°.

Landbote, Der steirische. 2. Jahrgang, Nr. 21. Graz, 1869; 4°.

Moniteur scientifique. Tome XI°, Année 1869, 308° Livraison. Paris; 4°.

Revue des cours scientifiques et littéraires de la France et de l'étranger. VI° Année, Nr. 46. Paris & Bruxelles, 1869; 4°.

Santini, Giovanni, Tavole dei logaritmi dei numeri naturali dall 1 sino al 101.000 etc. (3ª edizione). Padova, 1869; kl. 4°. — Notizie intorno agli apparati magneto-elettrici per la determinazione delle longitudini geografiche etc. Padova, 1867; 8°.

Société littéraire, scientifique et artistique d'Apt: Annales. IV° Année, 1866—1867. Apt, 1869: 8°.

— botanique de France: Bulletin. Tome XV. (1868.) Session extraordinaire; Tome XVI. (1869.) Comptes rendus des séances, Nrs. 2—3; Revue bibliographique. *C.* Paris; 8°.

— Impériale des Naturalistes de Moscou: Bulletin. Année 1868, Tome XLI, 2de Partie. Moscou, 1869; 8°.

Verein, naturhistorischer, der preuss. Rheinlande und Westphalens: Verhandlungen. XXV. Jahrgang (III. Folge, 5. Jahrgang), 1. Hälfte. Bonn, 1868; 8°.

Wiener Landwirthschaftliche Zeitung. XIX. Jahrgang, Nr. 42. Wien, 1869; 4°.

— Medizin. Wochenschrift. XIX. Jahrgang, Nr. 83—84. Wien, 1869; 4°.

Über das Dirichlet'sche Paradoxon bei unendlichen Reihen.

Von **Franz Unferdinger**,
Lehrer der Mathematik an der öffentlichen Oberrealschule am hohen Markt in Wien.

(Vorgelegt in der Sitzung am 7. October 1869.)

§. 1.

Bekanntlich hat Dirichlet in den Abhandlungen der Berliner Akademie 1837, p. 49, zuerst darauf aufmerksam gemacht, daß unendliche Reihen, wie:

$$1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\frac{1}{7}-\frac{1}{8}+\frac{1}{9}-\ldots,$$

$$1+\frac{1}{3}-\frac{1}{2}+\frac{1}{5}+\frac{1}{7}-\frac{1}{4}+\frac{1}{9}+\frac{1}{11}-\frac{1}{6}+\ldots,$$

welche zwar dieselben Glieder enthalten, sich aber in dem Gesetz der Folge derselben unterscheiden, nicht gegen dieselbe Grenze convergiren oder mit anderen Worten verschiedene Summen haben.

Im 57. Band der Sitzungsberichte haben wir gezeigt, wie sich der Unterschied dieser Reihen durch eine harmonische Limite darstellen und der Werth der letzteren ermitteln läßt.

Im Nachstehenden geben wir eine Verallgemeinerung, ausgehend von der Reihe:

$$(1)\quad R=\frac{1}{z+1}+\frac{1}{z+2}+\frac{1}{z+3}+\cdots+\frac{1}{z+m}$$
$$-\frac{1}{z+m+1}-\frac{1}{z+m+2}-\frac{1}{z+m+3}-\cdots-\frac{1}{z+m+n}$$
$$+\frac{1}{z+m+n+1}+\frac{1}{z+m+n+2}+\frac{1}{z+m+n+3}+\cdots+\frac{1}{z+2m+n}$$
$$-\;.\;,$$

in welcher m positive und n negative Glieder mit einander abwechseln, indem wir die Anordnung der Glieder derart verändern, daß in

der abgeleiteten Reihe auf mm' positive Glieder nn' negative folgen; es soll der Unterschied der Stammreihe und der abgeleiteten Reihe ermittelt werden.

Wir waren bestrebt, diesen Gegenstand, welchen seit Dirichlet, Scheibner, Stern, Schlömilch u. A. nur beispielsweise behandelten, in größerer Allgemeinheit aufzufassen und so weit derselbe die harmonische Reihe und ihre Dependenzen betrifft, hiermit abzuschließen.

§. 2.

Wir bezeichnen die m- und n-gliedrigen Gruppen der Stammreihe (1) der Ordnung nach mit $(m)_1$, $(n)_2$, $(m)_3, \ldots$, so daß

$$R = (m)_1 - (n)_2 + (m)_3 - \ldots, \tag{2}$$

alsdann ist die in obigem Sinne abgeleitete Reihe:

$$\begin{aligned} (3)\ S = &\{(m)_1 + (m)_3 + (m)_5 + \ldots + (m)_{2m'-1}\} \\ &\qquad - \{(n)_2 + (n)_4 + (n)_6 + \ldots + (n)_{2n'}\} \\ &+ \{(m)_{2m'+1} + (m)_{2m'+3} + (m)_{2m'+5} + \ldots + (m)_{4m'-1}\} \\ &\qquad - \{(n)_{2n'+2} + (n)_{2n'+4} + (n)_{2n'+6} + \ldots + (n)_{4n'}\} \\ &+ \{(m)_{4m'+1} + (m)_{4m'+3} + (m)_{4m'+5} + \ldots + (m)_{6m'-1}\} \\ &\qquad - \{(n)_{4n'+2} + (n)_{4n'+4} + (n)_{4n'+6} + \ldots + (n)_{6n'}\} \\ &+ \ldots \ldots \ldots \ldots \end{aligned}$$

und vergleichen vorerst die beiden endlichen Reihen:

$$R_s = (m)_1 - (n)_2 + (m)_3 - \ldots + (m)_{2s-1} - (n)_{2s}, \tag{4}$$

$$\begin{aligned} (5)\ S_s = &\{(m)_1 + (m)_3 + (m)_5 + \ldots + (m)_{2m'-1}\} \\ &\qquad - \{(n)_2 + (n)_4 + (n)_6 + \ldots + (n)_{2n'}\} \\ &+ \{(m)_{2m'+1} + (m)_{2m'+3} + (m)_{2m'+5} + \ldots + (m)_{4m'-1}\} \\ &\qquad - \{(n)_{2n'+2} + (n)_{2n'+4} + (n)_{2n'+6} + \ldots + (n)_{4n'}\} \\ &+ \{(m)_{4m'+1} + (m)_{4m'+3} + (m)_{4m'+5} + \ldots + (m)_{6m'-1}\} \\ &\qquad - \{(n)_{4n'+2} + (n)_{4n'+4} + (n)_{4n'+6} + \ldots + (n)_{6n'}\} \\ &+ \ldots \ldots \ldots \ldots \\ &+ \{(m)_{2(s-1)m'+1} + (m)_{2(s-1)m'+3} + \ldots + (m)_{2sm'-1}\} \\ &\qquad - \{(n)_{2(s-1)n'+2} + (n)_{2(s-1)n'+4} + \ldots + (n)_{2sn'}\}, \end{aligned}$$

von welchen die erste aus s Gliedergruppen der Reihe R besteht, deren jede m positive und n negative Glieder enthält. Die zweite

besteht aus den s ersten Gliedergruppen der abgeleiteten Reihe S und jede Gruppe besteht aus mm' positiven und nn' negativen Gliedern. Für $s=\infty$ geht R_s in R und S_s in S über.

Folgende Zusammenstellung gibt die Nenner der letzten Glieder in den aufeinander folgenden Gruppen $(m)_1$, $(n)_2$, $(m)_3, \ldots$ der Reihe R, wie man sie durch Abzählung leicht findet:

$$\begin{array}{ll}
(m)_1 \;\ldots\ldots & z+m, \\
(n)_2 \;\ldots\ldots & z+\lambda, \\
(m)_3 \;\ldots\ldots & z+m+\lambda, \\
(n)_4 \;\ldots\ldots & z+2\lambda, \\
(m)_5 \;\ldots\ldots & z+m+2\lambda, \\
(n)_6 \;\ldots\ldots & z+3\lambda, \\
\ldots\ldots\ldots\ldots &
\end{array}$$

Der Nenner des letzten Gliedes in

$$\begin{array}{lll}
(m)_{2s-1} & \text{ist also} & z+m+(s-1)\lambda, \\
(n)_{2s} & \;\;" \;\;\; " & z+s\lambda, \\
(m)_{2sm'-1} & \;\;" \;\;\; " & z+m+(sm'-1)\lambda, \\
(n)_{2sn'} & \;\;" \;\;\; " & z+sn'\lambda,
\end{array}$$

wobei zur Abkürzung $m+n=\lambda$ gesetzt wurde.

§. 3.

Die endliche Reihe S_s enthält ohne Unterbrechung alle m-gliederigen Gruppen von $(m)_1$, $(m)_3, \ldots$ bis $(m)_{2sm'-1}$ als positive Glieder und auch alle n-gliederigen Gruppen $(n)_2$, $(n)_4, \ldots$ bis $(n)_{2sn'}$ als negative Glieder; man kann daher auch schreiben:

$$(6) \qquad \begin{array}{l} S_s=(m)_1+(m)_3+(m)_5+\ldots+(m)_{2sm'-1} \\ \quad -(n)_2-(n)_4-(n)_6-\ldots-(n)_{2sn'}. \end{array}$$

Wird diese Gleichung von jener (4) subtrahirt, so folgt:

$$(7)\; R_s-S_s=T_s=-\left\{\begin{array}{l}(m)_{2s+1}+(m)_{2s+3}+(m)_{2s+5}+\ldots+(m)_{2sm'-1} \\ -(n)_{2s+2}-(n)_{2s+4}-(n)_{2s+6}-\ldots-(n)_{2sn'}\end{array}\right\}$$

und für $s=\infty$ geht T_s in

$$(8) \qquad T=R-S$$

in den Unterschied der unendlichen Reihen (2) und (3) über.

Um den Grenzwerth des vorstehenden Ausdrucks T_s für $s=\infty$ zu ermitteln, schreiben wir denselben in entwickelter Form:

(9)

$$
\begin{aligned}
-T_s = & \frac{1}{z+\lambda s+1}+\frac{1}{z+\lambda s+2}+\cdots+\frac{1}{z+\lambda s+m} \\
&+\frac{1}{z+\lambda s+\lambda+1}+\frac{1}{z+\lambda s+\lambda+2}+\cdots+\frac{1}{z+\lambda s+\lambda+m} \\
&+\frac{1}{z+\lambda s+2\lambda+1}+\frac{1}{z+\lambda s+2\lambda+2}+\cdots+\frac{1}{z+\lambda s+2\lambda+m} \\
&+\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
&+\frac{1}{z+m'\lambda s-\lambda+1}+\frac{1}{z+m'\lambda s-\lambda+2}+\cdots+\frac{1}{z+m'\lambda s-\lambda+m} \\
&-\frac{1}{z+m+\lambda s+1}-\frac{1}{z+m+\lambda s+2}-\cdots-\frac{1}{z+\lambda s+\lambda} \\
&-\frac{1}{z+m+\lambda s+\lambda+1}-\frac{1}{z+m+\lambda s+\lambda+2}-\cdots-\frac{1}{z+\lambda s+2\lambda} \\
&-\frac{1}{z+m+\lambda s+2\lambda+1}-\frac{1}{z+m+\lambda s+2\lambda+2}-\cdots-\frac{1}{z+\lambda s+3\lambda} \\
&-\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
&-\frac{1}{z+m+n'\lambda s-\lambda+1}-\frac{1}{z+m+n'\lambda s-\lambda+2}-\cdots-\frac{1}{z+n'\lambda s}
\end{aligned}
$$

und betrachten zunächst diejenige Summe von Brüchen, welche der r^{ten} Verticalreihe der positiven Glieder entspricht; sie lautet mit $(m'-1)s$ Gliedern:

$$\frac{1}{z+\lambda s+r}+\frac{1}{z+\lambda s+\lambda+r}+\frac{1}{z+\lambda s+2\lambda+r}+\cdots+\frac{1}{z+m'\lambda s-\lambda+r}$$

und suchen den Werth derselben für $s=\infty$. Die zu limitirende Summe hat offenbar mit

$$\frac{1}{\alpha+\lambda s+\lambda}+\frac{1}{\alpha+\lambda s+2\lambda}+\cdots+\frac{1}{\alpha+m'\lambda s},$$

wenn zur Einfachheit die endliche Größe $z+r=\alpha$ gesetzt wird, denselben Grenzwerth.

Im 57. Bande der Sitzungsberichte haben wir gezeigt, daß für $s=\infty$:

$$(10)\lim\left\{\frac{1}{\alpha+\lambda s+\lambda}+\frac{1}{\alpha+\lambda s+2\lambda}+\frac{1}{\alpha+\lambda s+3\lambda}+\ldots+\frac{1}{\alpha+v\lambda s}\right\}=\frac{1}{\lambda}\lg v.$$

Dieser Grenzwerth ist unabhängig von α respective von r, jeder der m Verticalreihen positiver Glieder in (9) entspricht also derselbe Grenzwerth $\frac{1}{\lambda}\lg m'$, mithin ist die Grenze der positiven Brüche $\frac{m}{\lambda}\lg m'$. Durch dasselbe Verfahren findet man $\frac{n}{\lambda}\lg n'$ als Grenzwerth der negativen Brüche und es wird:

$$(11)\qquad T=R-S=-\frac{m\lg m'-n\lg n'}{m+n},$$

also die abgeleitete Reihe:

$$(12)\qquad S=\text{Stammreihe}+\frac{m\lg m'-n\lg n'}{m+n}.$$

Der Unterschied T der beiden unendlichen Reihen R und S ist unabhängig von z und verschwindet nur dann, wenn

$$m\lg m'=n\lg n'$$

ist. Setzt man $m'=c^{\mu}$, $n'=c^{\nu}$, so wird diese Bedingung erfüllt sein wenn $m\mu=n\nu$ ist, d. h. der Unterschied T verschwindet, wenn m' und n' Potenzen derselben Zahl sind, deren Exponenten sich umgekehrt wie m und n verhalten.

Anmerkung. Den speciellen Fall für $m=n=1$ hat Schlömilch in seiner Zeischrift Bd. 14, p. 205, angeregt durch eine briefliche Mittheilung von uns (21. März 1869), mit Hilfe der bestimmten Integrale untersucht.

§. 4.

1. Beispiel. Geht man von der Reihe für $\lg 2$ aus, also $z=1$, $m=n=1$ und setzt $m'=a$, $n'=1$, so wird:



$$(13)\quad \lg\sqrt{4a}=\left\{\begin{array}{l} 1+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\cdots+\frac{1}{2a-1}-\frac{1}{2} \\ +\frac{1}{2a+1}+\frac{1}{2a+3}+\frac{1}{2a+5}+\cdots+\frac{1}{4a-1}-\frac{1}{4} \\ +\frac{1}{4a+1}+\frac{1}{4a+3}+\frac{1}{4a+5}+\cdots+\frac{1}{6a-1}-\frac{1}{6} \\ +\cdots\cdots\cdots\cdots \end{array}\right.$$

Bezeichnet $[a, 1]$ die unendliche Reihe (13), so ist

$$(14)\qquad \lg a=2\{[a, 1]-[1, 1]\},$$

hieraus ist ersichtlich, daß die natürlichen Logarithmen aller ganzen Zahlen durch dieselbe unendliche convergente Reihe $1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{4}, \ldots$ dargestellt werden können, indem man ihre Glieder nach einem bestimmten Ordnungsgesetz vertauscht.

2. Beispiel. Mit derselben Reihe

$$\lg 2=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots,$$

also $z=0$, $m=n=1$ und $m'=3$, $n'=1$ erhält man nach (12):

$$(15)\quad \frac{1}{2}\lg 12=1+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{2}+\frac{1}{7}+\frac{1}{9}+\frac{1}{11}-\frac{1}{4}+\frac{1}{13}+\cdots$$

3. Beispiel. Bekanntlich ist:

$$(16)\qquad \frac{1}{2}\lg 2+\frac{\pi}{4}=1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\cdots,$$

wird diese Reihe für R gesetzt, so ist $z=0$, $m=n=2$ und man hat mit $m'=1$, $n'=2$ nach (12):

$$(17)\qquad \begin{array}{l} \frac{\pi}{4}=1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}-\frac{1}{7}-\frac{1}{8} \\ \quad +\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{11}-\frac{1}{12}-\frac{1}{15}-\frac{1}{16} \\ \quad +\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{19}-\frac{1}{20}-\frac{1}{23}-\frac{1}{24} \\ \quad +\cdots\cdots\cdots \end{array}$$

§. 5.

Durch die Substitution $z = \frac{x}{\Delta}$ verwandelt sich die Reihe (1) nach Division mit Δ in folgende: $\Delta > 0$,

$$(18) \qquad \begin{aligned} R = {} & \frac{1}{x+\Delta} + \frac{1}{x+2\Delta} + \frac{1}{x+3\Delta} + \ldots + \frac{1}{x+m\Delta} \\ & - \frac{1}{x+m\Delta+\Delta} - \frac{1}{x+m\Delta+2\Delta} - \frac{1}{x+m\Delta+3\Delta} - \ldots - \frac{1}{x+m\Delta+n\Delta} \\ & + \frac{1}{x+m\Delta+n\Delta+\Delta} + \frac{1}{x+m\Delta+n\Delta+2\Delta} + \frac{1}{x+m\Delta+n\Delta+3\Delta} + \ldots + \frac{1}{x+2m\Delta+n\Delta} \\ & - \ldots \ldots \ldots \ldots \end{aligned}$$

wird nun aus dieser Reihe nach demselben Bildungsgesetze eine Reihe S abgeleitet, wie S aus R entstanden ist, so wird der Unterschied beider

$$(19) \qquad S - R = \frac{m \lg m' - n \lg n'}{(m+n)\Delta}.$$

4. Beispiel. Für $m = n = 1$, also $\lambda = 2$ und $x = -1$, $\Delta = 2$ wird R gleich:

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \ldots,$$

läßt man in dieser Reihe auf zwei positive Glieder ein negatives folgen, so gibt (19) mit $m' = 2$, $n' = 1$:

(20) $$\frac{\pi+\lg 2}{4} = 1 + \frac{1}{5} - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{13} - \frac{1}{7} + \frac{1}{17} + \frac{1}{21} - \frac{1}{11} + \ldots\ldots\ldots$$

5. Beispiel. Für $m=n=3$, $x=-1$, $\Delta=2$, wird $\lambda=6$ und R gleich:

(21) $$\frac{5}{12}\pi = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} - \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} + \frac{1}{17} - \ldots\ldots\ldots$$ [1])

und wenn man in dieser Reihe die Glieder derart versetzt, daß sechs positive und drei negative abwechseln, so wird nach (19) mit $m'=2$, $n'=1$:

(22) $$\frac{5\pi+\lg 8}{12} = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} + \frac{1}{17} - \frac{1}{7} - \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27} + \frac{1}{29} + \frac{1}{37} + \frac{1}{39} + \frac{1}{41} - \frac{1}{19} - \frac{1}{21} - \frac{1}{23} + \frac{1}{49} + \frac{1}{51} + \frac{1}{53} + \frac{1}{61} + \frac{1}{63} + \frac{1}{65} - \frac{1}{31} - \frac{1}{33} - \frac{1}{35} + \ldots\ldots\ldots$$

6. Beispiel. Setzt man in (18) $m=n=2$, $x=-1$, $\Delta=2$, so wird $\lambda=4$ und

(23) $$\frac{\pi}{4}\sqrt{2} = 1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} - \ldots,$$

also ist nach (19) für $m'=1$, $n'=2$:

---

[1]) S. Sitzungsberichte Bd. 55, II. Abth.

$$(24)\qquad \frac{\pi\sqrt{2}-\lg 2}{4} = 1+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}-\frac{1}{7}-\frac{1}{13}-\frac{1}{15}$$
$$+\frac{1}{9}+\frac{1}{11}-\frac{1}{21}-\frac{1}{23}-\frac{1}{29}-\frac{1}{31}$$
$$+\frac{1}{17}+\frac{1}{19}-\frac{1}{37}-\frac{1}{39}-\frac{1}{45}-\frac{1}{47}$$
$$+\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

§. 6.

Um die Reihe R, welche unserer Untersuchung als Grundlage dient, in Bezug auf Convergenz zu prüfen, setzen wir

$$(25)\qquad R=R_s+E_s,$$

wobei R_s die Bedeutung (4) hat und E_s die Ergänzung bezeichnet:

$$(26)\quad E_s=(m)_{2s+1}-(n)_{2s+2}+(m)_{2s+3}-\dots+(m)_{4s-1}-(n)_{4s}+\cdots$$

und unterscheiden zwei Fälle, je nachdem m größer oder kleiner als n ist.

Für $m>n$ ist offenbar

$$(m)_1>(n)_2,\ (m)_3>(n)_4,\ (m)_5>(n)_6,\dots,$$

mithin auch

$$(27)\quad E_s>(m)_{2s+1}-(n)_{2s+2}+(m)_{2s+3}-\dots+(m)_{4s-1}-(n)_{4s}$$

und

$$\lim. E_s>\lim.\{(m)_{2s+1}-(n)_{2s+2}+(m)_{2s+3}-\dots+(m)_{4s-1}-(n)_{4s}\}.$$

Die Limite rechts folgert sich aus (7) und (11) mit $m'=n'=2$ und es wird:

$$(28)\qquad \lim E_s>\frac{m-n}{m+n}\lg 2,$$

weil $m>n$, so ist die Reihe R divergent.

Der Grund dieser auffallenden Erscheinung liegt in Folgendem:

Betrachten wir in der Ergänzung E_s zunächst das zweite und dritte Glied; es ist in entwickelter Form:

$$(n)_{2s+2} = \frac{1}{z+s\lambda+m+1} + \frac{1}{z+s\lambda+m+2} + \ldots + \frac{1}{z+s\lambda+\lambda}$$

$$(m)_{2s+3} = \frac{1}{z+s\lambda+\lambda+1} + \frac{1}{z+s\lambda+\lambda+2} + \ldots + \frac{1}{z+s\lambda+\lambda+m}$$

und da für große Werthe von s das erste Glied das größte, das letzte das kleinste ist:

$$(n)_{2s+2} < \frac{n}{z+s\lambda+m+1}, \qquad (m)_{2s+3} > \frac{m}{z+s\lambda+\lambda+m},$$

folglich:

$$(m)_{2s+3} - (n)_{2s+2} > \frac{m}{z+s\lambda+\lambda+m} - \frac{n}{z+s\lambda+m+1} =$$

$$= \frac{m(z+s\lambda+m+1) - n(z+s\lambda+\lambda+m}{(z+s\lambda+\lambda+m)(z+s\lambda+m+1)}.$$

Da für hinreichend große Werthe von s der Bruch:

$$\frac{z+s\lambda+m+1}{z+s\lambda+\lambda+m}$$

der Einheit beliebig nahe gebracht werden kann, so ist

$$\frac{n}{m} < \frac{z+s\lambda+m+1}{z+s\lambda+\lambda+m}$$

oder

$$m(z+s\lambda+m+1) - n(z+s\lambda+\lambda+m) > 0,$$

d. h. für hinreichend große Werthe von s ist:

(29) $$(m)_{2s+3} - (n)_{2s+2} > 0,$$

oder die positiven Gruppen der Reihe R sind größer als die Zahlwerthe der vorhergehenden negativen Gruppen. Für hinreichend große Werthe von s sind also die positiven Gruppen, sowohl größer als die Zahlwerthe der folgenden, als der vorhergehenden negativen Gruppen; die Reihe ist also keine durchaus fallende, sie divergirt gegen $+\infty$.

So ist z. B. die Reihe:

(30) $$\left(1+\frac{1}{2}\right) - \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right) - \frac{1}{6} + \left(\frac{1}{7}+\frac{1}{8}\right) - \ldots$$

divergent, obgleich sie einen regelmäßigen Zeichenwechsel darbietet, ihre Glieder unendlich abnehmen und die Nulle zur Grenze haben; denn vom dritten Gliede an beträgt jedes positive Glied mehr als der Zahlwerth des vorhergehenden negativen Gliedes.

§. 7.

Für $m < n$ betrachten wir in E_s das erste und zweite Glied; es ist in entwickelter Form:

$$(m)_{2s+1} = \frac{1}{z+s\lambda+1} + \frac{1}{z+s\lambda+2} + \cdots + \frac{1}{z+s\lambda+m},$$

$$(n)_{2s+2} = \frac{1}{z+s\lambda+m+1} + \frac{1}{z+s\lambda+m+2} + \cdots + \frac{1}{z+s\lambda+\lambda}$$

und es ist in ähnlicher Schlußweise wie früher:

$$(m)_{2s+1} < \frac{m}{z+s\lambda+1}, \quad (n)_{2s+2} > \frac{n}{z+s\lambda+\lambda},$$

folglich:

$$(m)_{2s+1} - (n)_{2s+2} < \frac{m(z+s\lambda+\lambda) - n(z+s\lambda+1)}{(z+s\lambda+1)(z+s\lambda+\lambda)};$$

da nun der Bruch:

$$\frac{z+s\lambda+1}{z+s\lambda+\lambda}$$

für hinreichend große Werthe von s der Einheit beliebig nahe gebracht werden kann, so ist sicher:

$$\frac{m}{n} < \frac{z+s\lambda+1}{z+s\lambda+\lambda}$$

oder

$$m(z+s\lambda+\lambda) - n(z+s\lambda+1) < 0,$$

also um so mehr:

(31) $$(m)_{2s+1} - (n)_{2s+2} < 0.$$

Für hinreichend große Werthe von s sind die Zahlwerthe der negativen Gruppen größer als die vorhergehenden positiven; die

in E_s (26) aufeinander folgenden Differenzen sind sämmtlich negativ, also ist E_s selbst negativ:

$$-E_s > -(m)_{2s+1} + (n)_{2s+2} - (m)_{2s+3} + \ldots - (m)_{4s-1} + (n)_{4s}$$

und

$$\lim(-E_s) > \frac{n-m}{n+m} \lg 2, \tag{32}$$

d. h. die Reihe R divergirt gegen $-\infty$.

So ist z. B. die Reihe:

$$1 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) + \frac{1}{4} - \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{6}\right) + \frac{1}{7} - \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{9}\right) + \ldots \tag{33}$$

divergent, obgleich sie einen regelmäßigen Zeichenwechsel darbietet, ihre Glieder unendlich abnehmen und die Nulle zur Grenze haben; denn vom vierten Gliede an beträgt jedes negative Glied mehr als das vorhergehende positive.

Anmerkung. Der Beweis der Divergenz der Reihe R im zweiten Fall für $m < n$ kann auch auf den ersten Fall zurückgeführt werden, indem man in R das erste Glied wegläßt, und den Rest mit -1 multiplicirt; die neue Reihe entspricht dem ersten Fall, nur sind m und n mit einander vertauscht.

Für $m = n$ wird die Reihe R eine durchaus fallende, denn es ist offenbar:

$$(m)_1 > (m)_2 > (m)_3 > \ldots$$

und diese ist also nach dem Kriterium von Cauchy convergent.

Da die vorhergehenden Betrachtungen von dem besonderen Werth von z unabhängig sind, so gelten dieselben auch für die Reihe R in (18), auch diese ist nur dann convergent, wenn die positiven und negativen Gruppen gleich viele Glieder enthalten.

§. 8.

Wären wir in den vorhergehenden Untersuchungen von folgender Reihe ausgegangen:

$$\mathfrak{R} = \frac{1}{m}(m)_1 - \frac{1}{n}(n)_2 + \frac{1}{m}(m)_3 - \frac{1}{n}(n)_4 + \ldots, \tag{34}$$

welche sich von jener R in (2) darin unterscheidet, daß sämmtliche positive Gliedergruppen durch m, die negativen durch n dividirt sind, so ist die nach demselben Bildungsgesetz abgeleitete Reihe:

$$(35)\quad \mathfrak{S}=\frac{1}{m}\{(m)_1+(m)_3+(m)_5+\cdots+(m)_{2m'-1}\}$$
$$-\frac{1}{n}\{(n)_2+(n)_4+(n)_6+\cdots+(n)_{2n'}\}$$
$$+\frac{1}{m}\{(m)_{2m'+1}+(m)_{2m'+3}+(m)_{2m'+5}+\cdots+(m)_{4m'-1}\}$$
$$-\frac{1}{n}\{(n)_{2n'+2}+(n)_{2n'+4}+(n)_{2n'+6}+\cdots+(n)_{4n'}\}$$
$$+\frac{1}{m}\{(m)_{4m'+1}+(m)_{4m'+3}+(m)_{4m'+5}+\cdots+(m)_{6m'-1}\}$$
$$-\frac{1}{n}\{(n)_{4n'+2}+(n)_{4n'+4}+(n)_{4n'+6}+\cdots+(n)_{6n'}\}$$
$$+\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

und die Betrachtungen in §. 3 ergeben hiefür:

$$(36)\qquad \mathfrak{S}-\mathfrak{R}=\frac{\lg m'-\lg n'}{m+n},$$

aber die Reihe $\mathfrak{R}$ ist in allen Fällen convergent, wie aus dem Folgenden erhellt.

Es ist

$$(n)_{2s}=\frac{1}{z+(s-1)\lambda+m+1}+\frac{1}{z+(s-1)\lambda+m+2}+\cdots+\frac{1}{z+s\lambda},$$
$$(m)_{2s+1}=\frac{1}{z+s\lambda+1}+\frac{1}{z+s\lambda+2}+\cdots+\frac{1}{z+s\lambda+m},$$
$$(n)_{2s+2}=\frac{1}{z+s\lambda+m+1}+\frac{1}{z+s\lambda+m+2}+\cdots+\frac{1}{z+s\lambda+\lambda},$$

also offenbar:

$$(m)_{2s+1}<\frac{m}{z+s\lambda+1},\quad (n)_{2s}>\frac{n}{z+s\lambda},$$
$$(m)_{2s+1}>\frac{m}{z+s\lambda+m},\quad (n)_{2s+2}<\frac{n}{z+s\lambda+m+1};$$

aus diesen Relationen folgt durch Division:

$$\frac{(m)_{2s+1}}{(n)_{2s}} < \frac{m}{n} \cdot \frac{z + s\lambda}{z + s\lambda + 1} < \frac{m}{n},$$

$$\frac{(m)_{2s+1}}{(n)_{2s+2}} > \frac{m}{n} \cdot \frac{z + s\lambda + m + 1}{z + s\lambda + m} > \frac{m}{n}$$

oder

$$(37) \qquad \frac{1}{n}(n)_{2s} > \frac{1}{m}(m)_{2s+1} > \frac{1}{n}(n)_{2s+2}.$$

Da nun

$$\frac{1}{n}(n)_{2s}, \ \frac{1}{m}(m)_{2s+1}, \ \frac{1}{n}(n)_{2s+2}$$

die drei aufeinander folgenden allgemeinen Glieder der Reihe $\mathfrak{R}$ sind, so ist dieselbe nach (37) eine durchaus fallende, also nach dem Kriterium von **Cauchy** convergent. In Folge dessen convergirt auch die abgeleitete Reihe $\mathfrak{S}$.

Während also z. B. die Reihen (30) und (33), für welche $m = 2$, $n = 1$ und $m = 1$, $n = 2$ ist, divergiren, sind die beiden folgenden convergent:

$$(38) \quad \begin{cases} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) - \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{10}\right) - \frac{1}{6} + \left(\frac{1}{14} + \frac{1}{16}\right) - \frac{1}{9} + \cdots, \\ 1 - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{6}\right) + \frac{1}{4} - \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{12}\right) + \frac{1}{7} - \left(\frac{1}{16} + \frac{1}{18}\right) + \cdots. \end{cases}$$

Der Unterschied der beiden convergenten Reihen $\mathfrak{R}$ und $\mathfrak{S}$ verschwindet, wenn $m' = n'$ ist. Da nun die Reihe $\mathfrak{R}$ offenbar divergirt, wenn alle Glieder mit gleichen Vorzeichen genommen werden, so ist es von Interesse, dieses Ergebniß mit dem **Scheibner**'schen Satze zu vergleichen.

Die allgemeinen Differenzialquotienten der Functionen $e^{ax}.\cos(\alpha+\beta x)$, $e^{ax}.\sin(\alpha+\beta x)$, $x^{a}.\cos\{b\lg(\alpha+\beta x)\}$, $x^{a}.\sin\{b\lg(\alpha+\beta x)\}$, etc.

Von **Franz Unferdinger,**
Lehrer der Mathematik an der öffentlichen Oberrealschule am hohen Markt in Wien.

(Vorgelegt in der Sitzung am 7. October 1869.)

§. 1.

Es sei $\overset{a}{X}$ irgend eine Function von x, welche noch den unabhängigen Parameter a enthält und deren n^{ter} Differenzialquotient nach x $\overset{a}{X}{}^{(n)}$ ist, so daß in der Bezeichnung von Cauchy:

$$D^{(n)}\overset{a}{X}=\overset{a}{X}{}^{(n)}.$$

Wird der Parameter imaginär $a+bi$ und gehen hierfür bei der Reduction auf die Normalform die beiden Functionen $\overset{a}{X}$, $\overset{a}{X}{}^{(n)}$ beziehungsweise in

$$Y+iZ,\; Y^{(n)}+iZ^{(n)}$$

über, so ist auch

$$D^{n}\{Y+iZ\}=Y^{(n)}+iZ^{(n)},$$

welche Gleichung in die beiden folgenden zerfällt:

$$D^{n}Y=Y^{(n)},\; D^{n}Z=Z^{(n)}.$$

Da sich bei dem Durchgang durch das Imaginäre bekanntlich die Functionen in andere wesentlich verschiedene verwandeln, so dient das bezeichnete Verfahren zur Ableitung neuer Differenzialquotienten mit allgemeiner Ordnungszahl.

Wir werden im Folgenden dieses Verfahren anwenden auf die Functionen e^{ax}, x^{m}, deren Differenzialquotienten bekanntlich am einfachsten sind, denn es ist:

(1) $D^{n}e^{ax}=a^{n}.e^{ax}$, (2) $D^{n}x^{m}=n!\binom{m}{n}x^{m-n}$, $n>0$.

§. 2.

Wenn A_n, B_n die durch folgende Gleichungen ausgesprochene Bedeutung haben:

$$(3)\qquad \begin{cases} A_n = a^n - \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 + \binom{n}{4} a^{n-4} b^4 - \ldots, \\ B_n = \binom{n}{1} a^{n-1} b - \binom{n}{3} a^{n-3} b^3 + \binom{n}{5} a^{n-5} b^5 - \ldots, \end{cases}$$

so ist $(a+bi)^n = A_n + B_n i$ und da ferner

$$e^{(a+bi)x} = e^{ax}\{\cos bx + i \sin bx\},$$

so gibt die Gleichung (1) nach kurzer Rechnung:

$$(4)\qquad \begin{cases} D^n\{e^{ax}.\cos bx\} = (A_n \cos bx - B_n \sin bx)\, e^{ax}, \\ D^n\{e^{ax}.\sin bx\} = (A_n \sin bx + B_n \cos bx)\, e^{ax}. \end{cases}$$

Für $x=0$ wird

$$D^n\{e^{ax}\cos bx\}_0 = A_n,\quad D^n\{e^{ax}\sin bx\}_0 = B_n$$

und hiermit nach dem Theorem von Maclaurin:

$$(5)\qquad \begin{cases} e^{ax}.\cos bx = 1 + \frac{A_1 x}{1} + \frac{A_2 x^2}{1.2} + \frac{A_3 x^3}{1.2.3} + \ldots \\ e^{ax}.\sin bx = \frac{B_1 x}{1} + \frac{B_2 x^2}{1.2} + \frac{B_3 x^3}{1.2.3} + \ldots \end{cases} \qquad -\infty < x < +\infty$$

Die zweite Entwickelung folgt auch aus der ersten, durch Differenziation nach b, denn es ist

$$(6)\qquad \frac{dA_n}{db} = -nB_{n-1},\qquad \text{so wie}\quad \frac{dB_n}{db} = nA_{n-1}.$$

Durch die Substitution $a = \rho\cos\theta$, $b = \rho\sin\theta$ wird nach den Gleichungen des Vieta:

$$A_n = \rho^n \cos n\theta,\qquad B_n = \rho^n \sin n\theta$$

und da nun $\rho = \sqrt{a^2+b^2}$ und wenn a positiv vorausgesetzt wird $\theta = \operatorname{arctg}\frac{b}{a}$, so erlangen die Formeln (4) folgende Gestalt:

$$(7)\quad \begin{cases} D^n\{e^{ax}\cos bx\} = \sqrt{a^2+b^2}^{\,n}.\cos\{n \operatorname{arc.tg}\frac{b}{a} + bx\}.e^{ax}, \\ D^n\{e^{ax}\sin bx\} = \sqrt{a^2+b^2}^{\,n}.\sin\{n \operatorname{arc.tg}\frac{b}{a} + bx\}.e^{ax}. \end{cases} \quad a > 0$$

Für $a < 0$ wird $\theta = \pi + \operatorname{arc.tg}\frac{b}{a}$ und die zweiten Theile dieser Gleichungen sind noch mit $(-1)^n$ zu multipliciren.

Will man beide Fälle zusammenziehen, so setze man ohne weitere Reduction

$$\theta = \frac{1}{2}\pi - \operatorname{arc.tg}\frac{a}{b}$$

und man hat in voller Allgemeinheit:

$$(7')\quad \begin{cases} D^n\{e^{ax}\cos bx\} = \sqrt{a^2+b^2}^{\,n}.\cos\{n\left(\frac{1}{2}\pi - \operatorname{arc.tg}\frac{a}{b}\right) + bx\}.e^{ax}, \\ D^n\{e^{ax}\sin bx\} = \sqrt{a^2+b^2}^{\,n}.\sin\{n\left(\frac{1}{2}\pi - \operatorname{arc.tg}\frac{a}{b}\right) + bx\}.e^{ax}. \end{cases}$$

Ist in (7) $a = b = 1$, so wird speciell:

$$(8)\quad \begin{cases} D^n\{e^x\cos x\} = \sqrt{2}^{\,n}.\cos\left(\frac{n\pi}{4} + x\right).e^x, \\ D^n\{e^x\sin x\} = \sqrt{2}^{\,n}.\sin\left(\frac{n\pi}{4} + x\right).e^x, \end{cases}$$

aber für $a = -1$, $b = 1$:

$$(8')\quad \begin{cases} D^n\{e^{-x}\cos x\} = (-\sqrt{2})^n\cos\left(\frac{n\pi}{4} - x\right)e^{-x}, \\ D^n\{e^{-x}\sin x\} = -(-\sqrt{2})^n\sin\left(\frac{n\pi}{4} - x\right)e^{-x}. \end{cases}$$

Für $a = 0$ folgt aus (7') das bekannte Resultat:

$$(9)\quad \begin{cases} D^n(\cos bx) = b^n\cos\left\{\frac{n\pi}{2} + bx\right\}, \\ D^n(\sin bx) = b^n\sin\left\{\frac{n\pi}{2} + bx\right\}, \end{cases}$$

so wie für $b = 0$ die Gleichung (1).

Allgemeiner werden die Gleichungen (7) durch die Substitution $x = p + qz$, indem man von der Beziehung Gebrauch macht:

$$D_z^n = q^n D_{p+qz}^n.$$

Wird alsdann mit e^{ap} abgekürzt $aq = m$, $bp = \alpha$, $bq = \beta$ gesetzt und zuletzt wieder x für z geschrieben, so folgt:

$$(10)\quad \left\{\begin{aligned} & D^n\{e^{mx}.\cos(\alpha+\beta x)\} = \sqrt{m^2+\beta^2}^n.\cos\{n\,\text{arc.tg}\frac{\beta}{m}+\alpha+\beta x\}, \\ & D^n\{e^{mx}.\sin(\alpha+\beta x)\} = \sqrt{m^2+\beta^2}^n.\sin\{n\,\text{arc. tg}\frac{\beta}{m}+\alpha+\beta x\}. \end{aligned}\right. \quad m > 0$$

Ist $m < 0$, so sind die zweiten Theile noch mit $(-1)^n$ zu multipliciren.

§. 3.

Bevor wir die Gleichung (2) für complexe Werthe des Exponenten m anwenden können, ist nothwendig den Binomialcoefficient $\binom{m}{n}$ für $m = a + bi$ auf die Normalform zu reduciren. Es ist

$$\binom{a+bi}{n} = \frac{1}{n!}.\prod_0^{n-1}\{(a-r)+bi\}$$

oder wenn gesetzt wird:

$$(11)\qquad a - r = \rho_r\cos\theta_r,\quad b = \rho_r\sin\theta_r$$

$$\binom{a+bi}{n} = \frac{1}{n!}.\prod_0^{n-1}\rho_r(\cos\theta_r + i\sin\theta_r).$$

Aus den Gleichungen (11) folgt:

$$(12)\qquad \rho_r = \sqrt{(a-r)^2+b^2}$$

und für $a - r > 0$:

$$(13)\qquad \theta_r = \text{arc. tg}\frac{b}{a-r},$$

für $a - r < 0$:

$$(14)\qquad \theta_r = \pi + \text{arc. tg}\frac{b}{a-r}$$

oder ohne Unterscheidung nach dem Vorzeichen von $a-r$ und ohne weitere Reduction:

$$\theta_r = \frac{1}{2}\pi - \text{arc. tg}\frac{a-r}{b},$$

wird nun zur Abkürzung

$$(15) \qquad P_n = \rho_0\rho_1\rho_2\ldots\rho_{n-1} = \sqrt{[a^2+b^2][(a-1)^2+b^2][(a-2)^2+b^2]\ldots[(a-n+1)^2+b^2]}$$

eingeführt, so erlangt unser Binomialcoefficient folgende Gestalt:

$$(16) \qquad \binom{a+bi}{n} = P_n.\left\{\begin{array}{l} \cos(\theta_0+\theta_1+\theta_2+\ldots+\theta_{n-1}) \\ +\, i\sin(\theta_0+\theta_1+\theta_2+\ldots+\theta_{n-1}) \end{array}\right\}$$

§. 4.

Für $m = a+bi$ wird

$$x^m = x^a.\{\cos\{b\lg x\} + i\sin\{b\lg x\}\}, \qquad x^{m-n} = x^{a-n}.\{\cos\{b\lg x\} + i\sin\{b\lg x\}\}$$

und die Substitution dieser Werthe in (2) gibt mit Anwendung der Reduction (16) nach leichter Rechnung:

$$(17) \qquad \begin{cases} D^n\{x^a\cos\{b\lg x\}\} = P_n.\cos(\theta_0+\theta_1+\theta_2+\ldots+\theta_{n-1}+b\lg x).\,x^{a-n}, \\ D^n\{x^a\sin\{b\lg x\}\} = P_n.\sin(\theta_0+\theta_1+\theta_2+\ldots+\theta_{n-1}+b\lg x).\,x^{a-n}. \end{cases}$$

Hiermit gelangt man für $x=1$ durch Anwendung der folgenden **Form des Maclaurin'schen Theorems**

$$f(1+x)=f(1)+f'(1)\frac{x}{1}+f''(1)\frac{x^2}{1.2}+\ldots$$

zu den beiden Reihenentwickelungen:

$$(18)\qquad \begin{cases}(1+x)^a\cos\{b\lg(1+x)\}=1+a_1\frac{x}{1}+a_2\frac{x^2}{1.2}+a_3\frac{x^3}{1.2.3}+\ldots, \\ (1+x)^a\sin\{b\lg(1+x)\}=b_1\frac{x}{1}+b_2\frac{x^2}{1.2}+b_3\frac{x^3}{1.2.3}+\ldots,\end{cases}\qquad -1<x<+1$$

in welchen die Coefficienten durch folgende Gleichungen bestimmt werden:

$$(19)\qquad \begin{cases}a_n=P_n.\cos(\theta_0+\theta_1+\theta_2+\ldots+\theta_{n-1}), \\ b_n=P_n.\sin(\theta_0+\theta_1+\theta_2+\ldots+\theta_{n-1}).\end{cases}$$

Diese Reihen convergiren für jene Werthe von x, für welche die folgende Reihe convergirt:

$$1+P_1\frac{x}{1}+P_2\frac{x^2}{1.2}+P_3\frac{x^3}{1.2.3}+\ldots$$

nun ist sicher, wenn rechts a und b auf ihre absoluten Werthe reducirt werden:

$$P_n<(a+b)(a+b-1)(a+b-2)\ldots(a+b+n-1)$$

$$\frac{P_n}{n!}<\binom{a+b}{n}.$$

Die Reihen (18) convergiren also sicher für jene Werthe von x, für welche

$$1+\binom{a+b}{1}x+\binom{a+b}{2}x^2+\binom{a+b}{3}x^3+\dots$$

convergent bleibt, d. h. für $-1<x<1$.

Zu demselben Resultat führt das Kriterium von Cauchy für die Grenze von $\frac{u_{n+1}}{u_n}$.

Setzt man in den Gleichungen (17) $a=0$, so tritt zur Bestimmung der Winkel θ_r durchaus die Gleichung (14) in Kraft und man hat:

(20) $$\theta_0+\theta_1+\theta_2+\dots+\theta_{n-1}=n\pi-\text{arc.tg}\frac{b}{0}-\text{arc.tg}\frac{b}{1}-\text{arc.tg}\frac{b}{2}-\dots-\text{arc.tg}\frac{b}{n-1};$$

hiermit erhält man, wenn zuletzt a statt b geschrieben wird:

(21) $$\begin{cases} D^n\{\cos\{a\lg x\}\} \\ =\frac{(-1)^n}{x^n}\sqrt{a^2(a^2+1^2)(a^2+2^2)\dots(a^2+\overline{n-1}^2)}\cos\{\text{arc.tg}\frac{a}{0}+\text{arc.tg}\frac{a}{1}+\dots+\text{arc.tg}\frac{a}{n-1}-a\lg x\} \\ D^n\{\sin\{a\lg x\}\} \\ =-\frac{(-1)^n}{x^n}\sqrt{a^2(a^2+1^2)(a^2+2^2)\dots(a^2+\overline{n-1}^2)}\sin\{\text{arc.tg}\frac{a}{0}+\text{arc.tg}\frac{a}{1}+\dots+\text{arc.tg}\frac{a}{n-1}-a\lg x\}. \end{cases}$$

Mit dem speciellen Werthe $x=1$ erhält man hieraus ähnlich wie früher zwei Potenzreihen:

$$(22)\qquad \begin{cases} \cos\{a \lg(1+x)\} = 1 + \mathfrak{a}_1 \dfrac{x}{1} + \mathfrak{a}_2 \dfrac{x^2}{1.2} + \mathfrak{a}_3 \dfrac{x^3}{1.2.3} + \ldots, \\ \sin\{a \lg(1+x)\} = \mathfrak{b}_1 \dfrac{x}{1} + \mathfrak{b}_2 \dfrac{x^2}{1.2} + \mathfrak{b}_3 \dfrac{x^3}{1.2.3} + \ldots, \end{cases} \qquad -1 < x < +1$$

in welchen die Coefficienten folgende Bedeutung haben:

$$(23)\qquad \begin{cases} \mathfrak{a}_n = (-1)^n \sqrt{a^2(a^2+1^2)(a^2+2^2)\ldots(a^2+\overline{n-1}^2)} \cos\left\{\text{arc.}\operatorname{tg}\dfrac{a}{0} + \text{arc.}\operatorname{tg}\dfrac{a}{1} + \ldots + \text{arc.}\operatorname{tg}\dfrac{a}{n-1}\right\}, \\ \mathfrak{b}_n = -(-1)^n \sqrt{a^2(a^2+1^2)(a^2+2^2)\ldots(a^2+\overline{n-1}^2)} \sin\left\{\text{arc.}\operatorname{tg}\dfrac{a}{0} + \text{arc.}\operatorname{tg}\dfrac{a}{1} + \ldots + \text{arc.}\operatorname{tg}\dfrac{a}{n-1}\right\} \end{cases}$$

und die Convergenzgrenzen dieselben sind, wie in (18).

Die Substitution $a = 0$ in dem complexen Binomialcoefficienten (16) führt bei Anwendung der Gleichung (20), mit der Abkürzung

$$(24)\qquad R_n = \sqrt{b^2(b^2+1^2)(b^2+2^2)\ldots(b^2+\overline{n-1}^2)}$$

zu folgender Transformation, von welcher später Gebrauch gemacht wird:

$$(25)\qquad \binom{bi}{n} = \frac{(-1)^n R_n}{n!} \left\{ \begin{aligned} &\cos\left\{\text{arc.}\operatorname{tg}\frac{b}{0} + \text{arc.}\operatorname{tg}\frac{b}{1} + \text{arc.}\operatorname{tg}\frac{b}{2} + \ldots + \text{arc.}\operatorname{tg}\frac{b}{n-1}\right\} \\ -\,i &\sin\left\{\text{arc.}\operatorname{tg}\frac{b}{0} + \text{arc.}\operatorname{tg}\frac{b}{1} + \text{arc.}\operatorname{tg}\frac{b}{2} + \ldots + \text{arc.}\operatorname{tg}\frac{b}{n-1}\right\} \end{aligned} \right\}.$$

§. 5.

Die Anwendung des im Eingange erläuterten Verfahrens auf die Function x^{a+bi} führte uns zur Kenntniß der allgemeinen Differenzialquotienten der Functionen $x^a \cos\{b \lg x\}$. $x^a \sin\{b \lg x\}$. Um die Differenzialquotienten der Functionen $x^a \cos\{b \lg(\alpha+\beta x)\}$, $x^a \sin\{b \lg(\alpha+\beta x)\}$ zu erhalten, gehen wir aus von der Function $x^a(\alpha+x)^{bi}$ und benützen die Leibnitz'sche Formel für die Differenziation der Producte:

$$D^n(uv) = \mathop{S}_0^n \binom{n}{s} D^s u \,.\, D^{n-s} v,$$

worin sich die Summation auf s bezieht. Dieselbe kann auch in folgender Weise geschrieben werden, welche für unsere Zwecke dienlich ist:

$$(26) \qquad D^n(uv) = vD^n u + \mathop{S}_0^{n-1} \binom{n}{s} D^s u \,.\, D^{n-s} v.$$

Jetzt setzen wir $u = x^a$, $v = (\alpha+x)^{bi}$, so daß nach (2)

$$D^s x^a = s! \binom{a}{s} x^{a-s},$$

welche Gleichung auch für $s = 0$ gilt, mit $0! = 1$, $\binom{s}{0} = 1$.

Ferner ist

$$D^{n-s}(\alpha+x)^{bi} = (n-s)! \binom{bi}{n-s} (\alpha+x)^{-(n-s)+bi}$$

und hiermit gibt (26):

$$(27) \qquad \begin{gathered} \frac{1}{n!} D^n \{x^a(\alpha+x)^{bi}\} = \\ \binom{a}{n} x^{a-n} \,.\, (\alpha+x)^{bi} + \mathop{S}_0^{n-1} \binom{a}{s} \binom{bi}{n-s} \frac{x^{a-s}}{(\alpha+x)^{n-s}} (\alpha+x)^{bi}. \end{gathered}$$

Aus der Gleichung (25) folgt, wenn $n-s$ an die Stelle von n tritt:

$$\binom{bi}{n-s} = \frac{(-1)^{n-s} R_{n-s}}{(n-s)!} \left\{ \begin{array}{l} \cos\left\{\text{arc.tg}\,\frac{b}{0} + \text{arc.tg}\,\frac{b}{1} + \ldots + \text{arc.tg}\,\frac{b}{n-s-1}\right\} \\ - i \sin\left\{\text{arc.tg}\,\frac{b}{0} + \text{arc.tg}\,\frac{b}{1} + \ldots + \text{arc.tg}\,\frac{b}{n-s-1}\right\} \end{array} \right\}$$

auch ist

$$(\alpha + x)^{bi} = \cos\{b \lg(\alpha + x)\} + i \sin\{b \lg(\alpha + x)\}.$$

Die Substitution dieser Werthe in (25) gibt nach kurzer Rechnung und nach Zerfällung des Reelen und Imaginären für sich:

$$(28) \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{n!} D^n \left\{x^a \cos\{b \lg(\alpha + x)\}\right\} \\ = \binom{a}{n} x^{a-n}.\cos\{b \lg(\alpha + x)\} + \mathop{\mathrm{S}}_{0}^{n-1} \frac{(-1)^{n-s}.R_{n-s} \binom{a}{s} x^{a-s}}{(n-s)!\,(\alpha + x)^{n-s}}.\cos\left\{\text{arc.tg}\,\frac{b}{0} + \ldots + \text{arc.tg}\,\frac{b}{n-s-1} - b \lg(\alpha + x)\right\}, \\ \frac{1}{n!} D^n \left\{x^a \sin\{b \lg(\alpha + x)\}\right\} \\ = \binom{a}{n} x^{a-n}.\sin\{b \lg(\alpha + x)\} + \mathop{\mathrm{S}}_{0}^{n-1} \frac{(-1)^{n-s}.R_{n-s} \binom{a}{s} x^{a-s}}{(n-s)!\,(\alpha + x)^{n-s}}.\sin\left\{\text{arc.tg}\,\frac{b}{0} + \ldots + \text{arc.tg}\,\frac{b}{n-s-1} - b \lg(\alpha + x)\right\} \end{array} \right.$$

In diesen Formeln ist im Sinne der Gleichungen (24):

$$(29) \qquad R_{n-s} = \sqrt{b^2(b^2 + 1^2)(b^2 + 2^2)\ldots(b^2 + \overline{n-s-1}^2)}$$

und wenn βx statt x gesetzt wird, so erhält man folgende allgemeine Resultate:

$$(30)\begin{cases} \frac{1}{n!}D^n\{x^a\cos\{b\lg(\alpha+\beta x)\}\} \\ =\binom{a}{n}x^{a-n}.\cos\{b\lg(\alpha+\beta x)\}+\mathop{S}_{0}^{n-1}\frac{(-1)^{n-s}R_{n-s}\binom{a}{s}x^{a-s}}{(n-s)!}.\left(\frac{\beta}{\alpha+\beta x}\right)^{n-s}\cdot\cos\{\text{arc.tg}\frac{b}{0}+\ldots+\text{arc.tg}\frac{b}{n-s-1}-b\lg(\alpha+\beta x)\}, \\ \frac{1}{n!}D^n\{x^a\sin\{b\lg(\alpha+\beta x)\}\} \\ =\binom{a}{n}x^{a-n}.\sin\{b\lg(\alpha+\beta x)\}+\mathop{S}_{0}^{n-1}\frac{(-1)^{n-s}R_{n-s}\binom{a}{s}x^{a-s}}{(n-s)!}.\left(\frac{\beta}{\alpha+\beta x}\right)^{n-s}\cdot\sin\{\text{arc.tg}\frac{b}{0}+\ldots+\text{arc.tg}\frac{b}{n-s-1}-b\lg(\alpha+\beta x)\}. \end{cases}$$

Speciell für $a=0$ verschwinden unter dem Summenzeichen alle Glieder bis auf jenes, welches $s=0$ entspricht und man erhält, wenn a für b geschrieben wird:

$$(31)\begin{cases} D^n\{\cos\{a\lg(\alpha+\beta x)\}\}=\quad(-1)^nR_n\left(\frac{\beta}{\alpha+\beta x}\right)^n.\cos\{\text{arc. tg}\frac{a}{0}+\text{arc. tg}\frac{a}{1}+\ldots+\text{arc. tg}\frac{a}{n-1}-a\lg(\alpha+\beta x)\}, \\ D^n\{\sin\{a\lg(\alpha+\beta x)\}\}=-(-1)^nR_n\left(\frac{\beta}{\alpha+\beta x}\right)^n.\sin\{\text{arc. tg}\frac{a}{0}+\text{arc. tg}\frac{a}{1}+\ldots+\text{arc. tg}\frac{a}{n-1}-a\lg(\alpha+\beta x)\}: \end{cases}$$

worin jetzt:

$$R_n = \sqrt{a^2(a^2+1^2)(a^2+2^2)\ldots(a^2+\overline{n-1}^2)}. \tag{32}$$

Hieraus folgt unmittelbar, wenn zur Abkürzung gesetzt wird:

$$\lambda_n = \text{arc. tg}\frac{a}{0} + \text{arc. tg}\frac{a}{1} + \ldots + \text{arc. tg}\frac{a}{n-1} - a\lg\alpha, \tag{33}$$

$$\begin{cases} D^n\left\{\cos\{a\lg(\alpha+\beta x)\}\right\}_0 = \quad (-1)^n R_n\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^n.\cos\lambda_n, \\ D^n\left\{\sin\{a\lg(\alpha+\beta x)\}\right\}_0 = -(-1)^n R_n\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^n.\sin\lambda_n, \end{cases} \tag{34}$$

was auf folgende Reihenentwickelungen führt für $\alpha > 0$:

$$\begin{cases} \cos\{a\lg(\alpha+\beta x)\} = \cos(a\lg\alpha) - \frac{R_1\cos\lambda_1}{1}\left(\frac{\beta x}{\alpha}\right) + \frac{R_2\cos\lambda_2}{1.2}\left(\frac{\beta x}{\alpha}\right)^2 - \frac{R_3\cos\lambda_3}{1.2.3}\left(\frac{\beta x}{\alpha}\right)^3 + \ldots, \\ \sin\{a\lg(\alpha+\beta x)\} = \sin(a\lg\alpha) + \frac{R_1\sin\lambda_1}{1}\left(\frac{\beta x}{\alpha}\right) - \frac{R_2\sin\lambda_2}{1.2}\left(\frac{\beta x}{\alpha}\right)^2 + \frac{R_3\sin\lambda_3}{1.2.3}\left(\frac{\beta x}{\alpha}\right)^3 - \ldots, \end{cases} \tag{35}$$

mit der Convergenzbedingung $-1 < \frac{\beta x}{\alpha} < +1$.

Für $\alpha = \beta = 1$ gehen diese Entwickelungen in jene (22) über.

§. 6.

Für $\alpha = 0$ stimmen die linken Seiten der Gleichungen (28) beziehungsweise mit jenen (17) und man gelangt durch die Gleichstellung der rechten Seiten nach Kürzung mit x^{a-n} zu folgenden Summationen:

$$(36)\quad \left\{\begin{aligned} &\frac{P_n}{n!}\cos(\theta_0+\theta_1+\theta_2+\ldots+\theta_{n-1}+b\lg x) \\ &= \binom{a}{n}\cos(b\lg x) + \mathop{\mathrm{S}}_{0}^{n-1} \frac{(-1)^{n-s} R_{n-s}\binom{a}{s}}{(n-s)!}\cos\left\{\text{arc. tg}\frac{b}{0}+\text{arc. tg}\frac{b}{1}+\ldots+\text{arc. tg}\frac{b}{n-s-1}-b\lg x\right\}, \\ &\frac{P_n}{n!}\sin(\theta_0+\theta_1+\theta_2+\ldots+\theta_{n-1}+b\lg x) \\ &= \binom{a}{n}\sin(b\lg x) - \mathop{\mathrm{S}}_{0}^{n-1} \frac{(-1)^{n-s} R_{n-s}\binom{a}{s}}{(n-s)!}\sin\left\{\text{arc. tg}\frac{b}{0}+\text{arc. tg}\frac{b}{1}+\ldots+\text{arc. tg}\frac{b}{n-s-1}-b\lg x\right\}, \end{aligned}\right.$$

in welchen P_n und R_{n-s} die Werthe aus (15) und (29) bezeichnen und θ_r entsprechend dem Vorzeichen von $a-r$ aus (13) oder (14) zu entnehmen ist.

Die Gleichungen (28) gestatten noch eine bemerkenswerthe Transformation für $x-\alpha$ statt x. Setzt man zuletzt noch $-\frac{\alpha}{\beta}$ statt α und multiplicirt mit β^a, so zeigen sich folgende Resultate:

$$(37)\left\{\begin{aligned}&\frac{1}{n!}D^n\left\{(\alpha+\beta x)^a\cos\{b\lg x\}\right\}\\&=\binom{a}{n}\beta^n(\alpha+\beta x)^{a-n}\cos\{b\lg x\}+\mathop{\mathrm{S}}_{0}^{n-1}\frac{(-1)^{n-s}R_{n-s}\binom{a}{s}\beta^s(\alpha+\beta x)^{n-s}}{(n-s)!\,x^{n-s}}\cos\left\{\operatorname{arc.tg}\frac{b}{0}+\ldots+\operatorname{arc.tg}\frac{b}{n-s-1}-b\lg x\right\},\\&\frac{1}{n!}D^n\left\{(\alpha+\beta x)^a\sin\{b\lg x\}\right\}\\&=\binom{a}{n}\beta^n(\alpha+\beta x)^{a-n}\sin\{b\lg x\}-\mathop{\mathrm{S}}_{0}^{n-1}\frac{(-1)^{n-s}R_{n-s}\binom{a}{s}\beta^s(\alpha+\beta x)^{n-s}}{(n-s)!\,x^{n-s}}\sin\left\{\operatorname{arc.tg}\frac{b}{0}+\ldots+\operatorname{arc.tg}\frac{b}{n-s-1}-b\lg x\right\},\end{aligned}\right.$$

welche Formeln ebenfalls giltig sind für jeden reellen Werth von a

Zu demselben Resultat gelangt man auch im Sinne der Bemerkung zu Anfang des §. 6 mit der Form $(\alpha+x)^a.x^{bi}$, wenn man auf reelle Functionen reducirt.

§. 7.

Eine andere Anwendung unserer Methode gewährt die bekannte Formel:

$$(38)\qquad D^n\lg(a+bx)=\frac{(-1)^{n-1}(n-1)!\,b^n}{(a+bx)^n}$$

für $b=i$. Die Reduction auf die Normalform gibt:

$$\lg(a+xi)=\frac{1}{2}\lg(x^2+a^2)+i\,\text{arc.}\,\text{tg}\frac{x}{a}.$$

$$\left\{\frac{i}{a+xi}\right\}^n=(x-ai)^{-n}=\frac{1}{\rho^n}(\cos n\theta+i\sin n\theta),$$

wobei $\rho=\sqrt{x^2+a^2}$ und

(39) für $x>0$ $\theta=\text{arc.}\,\text{tg}\frac{a}{x}$, für $x<0$ $\theta=\pi+\text{arc.}\,\text{tg}\frac{a}{x}$,

oder ohne Unterscheidung nach x:

(40) $$\theta=\frac{1}{2}\pi-\text{arc.}\,\text{tg}\frac{x}{a}.$$

Hiermit erhält man unmittelbar:

(41) $$\begin{cases} D^n\lg(x^2+a^2)=\dfrac{2(-1)^{n-1}(n-1)!}{\sqrt{x^2+a^2}^n}\cos n\theta, \\ D^n\,\text{arc.}\,\text{tg}\dfrac{x}{a}=\dfrac{(-1)^{n-1}(n-1)!}{\sqrt{x^2+a^2}^n}\sin n\theta. \end{cases}$$

Zur Bestimmung des n^{ten} Differenzialquotienten von $\lg(x^2-a^2)$ $=\lg(x+a)+\lg(x-a)$ wendet man die Gleichung (38) an, mit $b=1$ und $-a$ statt a:

(42) $$D^n\lg(x^2-a^2)=(-1)^{n-1}(n-1)!\frac{(x+a)^n+(x-a)^n}{(x^2-a^2)^n}.$$

Die erste Gleichung in (41) und jene (42) lassen sich verallgemeinern durch Anwendung der Identitäten:

$$\left(\frac{b+cx}{\sqrt{c}}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{ac-b^2}}{\sqrt{c}}\right)^2=a+2bx+cx^2 \text{ für } ac-b^2>0,$$

$$\left(\frac{b+cx}{\sqrt{c}}\right)^2-\left(\frac{\sqrt{b^2-ac}}{\sqrt{c}}\right)^2=a+2bx+cx^2 \text{ für } b^2-ac>0.$$

Setzt man nämlich in den genannten Gleichungen $\frac{b+cx}{\sqrt{c}}$ statt x und statt a in der ersteren $\frac{\sqrt{ac-b^2}}{\sqrt{c}}$, in der letzteren statt a aber $\frac{\sqrt{b^2-ac}}{\sqrt{c}}$, so verwandeln sich dieselben in folgende:

$$(43)\begin{cases} D^n \lg(a+2bx+cx^2) = 2(-1)^{n-1}(n-1)! \sqrt{\frac{c}{a+2bx+cx^2}}^{\,n} \cos n\theta, \quad ac-b^2>0, \\ D^n \lg(a+2bx+cx^2) = (-1)^{n-1}(n-1)! \frac{\{b+\sqrt{b^2-ac}+cx\}^n + \{b-\sqrt{b^2-ac}+cx\}^n}{(a+2bx+cx^2)^n}, \quad b^2-ac>0; \end{cases}$$

dabei ist in der ersteren

$$(44)\qquad \begin{cases} \text{für } b+cx>0, \quad \theta = \text{arc.tg}\frac{\sqrt{ac-b^2}}{b+cx}, \\ \text{für } b+cx<0, \quad \theta = \pi + \text{arc.tg}\frac{\sqrt{ac-b^2}}{b+cx}, \end{cases}$$

eine Unterscheidung, welche in vielen Fällen übersehen wird. Will man dieselbe vermeiden, so ist zu setzen, ohne weitere Reduction:

$$(45)\qquad \theta = \frac{1}{2}\pi - \text{arc.tg}\frac{b+cx}{\sqrt{ac-b^2}},$$

so daß der Winkel θ stumpf wird, wenn $b+cx$ negativ ist.

Ist in der ersten Formel (43) $c<0$, so muß auch $a<0$ sein und um imaginäre Größen zu vermeiden, ist alsdann der Bruch rechts durch den gleichwerthigen

$$\frac{-c}{-a-2bx-cx^2}$$

zu ersetzen.

Entwickelt man in der zweiten Gleichung (43)

$$(b+cx\pm\sqrt{b^2-ac})^n$$

nach dem binomischen Lehrsatz, so gelangt man leicht zu folgender Summenform, welche allgemein giltig ist:

(46) $$D^n \lg(a+2bx+cx^2)$$
$$=\frac{2(-1)^{n-1}(n-1)!}{(a+2bx+cx^2)^n}\mathrm{S}\binom{n}{2s}(b^2-ac)^s(b+cx)^{n-2s},$$

das Summenzeichen bezieht sich auf s für alle ganzen positiven Zahlen 0, 1, 2, 3,... bis die Reihe von selbst abbricht.

§. 8.

In der bekannten Entwickelung mit n als ganze positive Zahl:

(47) $$(1+\sqrt{1-z})^n+(1-\sqrt{1-z})^n=n2^n\mathrm{S}\frac{(-1)^s}{n-s}\binom{n-s}{s}\left(\frac{z}{4}\right)^s$$

bezieht sich die Summation auf $s=0, 1, 2, 3\ldots$ bis die Reihe rechts von selbst abbricht. Für

$$z=\frac{a+2bx+cx^2}{(b+cx)^2}c,\quad \text{also } 1-z=\frac{b^2-ac}{(b+cx)^2}$$

erhält man hieraus mit Leichtigkeit:

$$\{b+\sqrt{b^2-ac}+cx\}^n+\{b-\sqrt{b^2-ac}+cx\}^n$$
$$=n\mathrm{S}\frac{(-1)^s}{n-s}\binom{n-s}{s}c^s\{2(b+cx)\}^{n-2s}(a+2bx+cx^2)^s$$

und die zweite Gleichung in (43) verwandelt sich hiermit in folgende:

(48) $$D^n \lg(a+2bx+cx^2) = (-1)^{n-1} n! \, S \frac{(-1)^s}{n-s} \binom{n-s}{s} \frac{c^s \{2(b+cx)\}^{n-2s}}{(a+2bx+cx^2)^{n-s}},$$

welche Summenformel gleichfalls allgemeine Giltigkeit hat.

§. 9.

Bezeichnen $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_{m-1}$ die sämmtlichen reellen oder imaginären Wurzeln der Gleichung:

(49) $$\begin{cases} F(x) = A_0 x^m + A_1 x^{m-1} + A_2 x^{m-2} + \ldots + A_{m-1} x + A_m = 0, \\ F(x) = A_0 (x-\alpha_0)(x-\alpha_1)(x-\alpha_2)\ldots(x-\alpha_{m-1}) = 0, \end{cases}$$

so ist mit Anwendung der Formel (38):

(50) $$D^n \lg F(x) = (-1)^{n-1}(n-1)! \left\{ \frac{1}{(x-\alpha_0)^n} + \frac{1}{(x-\alpha_1)^n} + \frac{1}{(x-\alpha_2)^n} + \ldots + \frac{1}{(x-\alpha_{m-1})^n} \right\}.$$

Um den Ausdruck rechts unabhängig von den Wurzeln der Gleichung (49) darzustellen, bedienen wir uns der von Waring (Meditationes algebraicae 1770) mitgetheilten Formel zur Darstellung der Potenzsummen der Wurzeln einer Gleichung durch ihre Coefficienten. Bezeichnet $[n]$ die Summe der n^{ten} Potenzen, $[-n]$ die Summe der $(-n)^{ten}$ Potenzen aller Wurzeln der Gleichung (49), so ist

(51) $$[n] = n \, S \frac{(-1)^{s_1+s_2+\ldots+s_m} . (s_1+s_2+\ldots+s_m-1)!}{s_1! \, s_2! \, s_3! \ldots s_m!} . \frac{A_1^{s_1} A_2^{s_2} A_3^{s_3} \ldots A_m^{s_m}}{A_0^{s_1+s_2+\ldots+s_m}},$$

(52) $$[-n] = n \, S \frac{(-1)^{s_1+s_2+\ldots+s_m} . (s_1+s_2+\ldots+s_m-1)!}{s_1! \, s_2! \, s_3! \ldots s_m!} . \frac{A_{m-1}^{s_1} A_{m-2}^{s_2} A_{m-3}^{s_3} \ldots A_0^{s_m}}{A_m^{s_1+s_2+\ldots+s_m}},$$

in welchen Ausdrücken sich die Summationen auf alle ganzen positiven Werthe einschließlich Null von $s_1, s_2, s_3, \ldots s_m$ beziehen, die der Gleichung

$$(53) \qquad s_1 + 2s_2 + 3s_3 + \ldots + ms_m = n$$

Genüge leisten. (S. die Note am Ende.)

Diejenige Gleichung, deren Wurzeln

$$x - \alpha_0, x - \alpha_1, x - \alpha_2, \ldots x - \alpha_{m-1}$$

sind lautet, wenn u die Unbekannte bezeichnet;

$$A_0\{u-(x-\alpha_0)\}\{u-(x-\alpha_1)\}\{u-(x-\alpha_2)\}\ldots\{u-(x-\alpha_{m-1})\}=0$$

oder

$$F(x-u)=0$$

oder mit Anwendung des Taylor'schen Theorems:

$$F(x)-F'(x)u+\frac{F''(x)}{2!}u^2-\ldots+(-1)^{m-1}\frac{F^{(m-1)}(x)}{(m-1)!}u^{m-1}+(-1)^m\frac{F^{(m)}(x)}{m!}u^m=0.$$

Setzt man also in der Gleichung (52) statt:

$$A_m, A_{m-1}, A_{m-2}, \ldots A_0$$

der Ordnung nach:

$$F(x), -F'(x), \frac{F''(x)}{2!}, \ldots (-1)^m\frac{F^{(m)}(x)}{m!},$$

so erhält man die Summe

$$\frac{1}{(x-\alpha_0)^n}+\frac{1}{(x-\alpha_1)^n}+\frac{1}{(x-\alpha_2)^n}+\ldots+\frac{1}{(x-\alpha_{m-1})^n}$$

dargestellt als Function von x und der Coefficienten des Polynoms in (49). Dann gibt die Substitution in (50) das Resultat:

(54) $D^n \lg F(x) = n! \mathsf{S} \frac{(-1)^{s_1+s_2+\dots+s_m-1}.(s_1+s_2+\dots+s_m-1)!}{s_1!\, s_2!\, s_3! \dots s_m!} \cdot \frac{F'(x)^{s_1} F''(x)^{s_2} F'''(x)^{s_3} \dots F^{(m)}(x)^{s_m}}{1!^{s_1}\, 2!^{s_2}\, 3!^{s_3} \dots m!^{s_m}\, F(x)^{s_1+s_2+\dots+s_m}}$

worin

$$F(x) = A_0 x^m + A_1 x^{m-1} + A_2 x^{m-2} + \dots + A_{m-1} x + A_m$$

und $s_1, s_2, s_3, \dots s_m$ alle ganzen positiven Werthe anzunehmen haben, welche der Gleichung (53) genügen.

Ist $m = 2$, so wird $F(x) = A_0 x^2 + A_1 x + A_2$, $F(x) = 2A_0 x + A_1$, $F'(x) = 2A_0$ die Bedingungsgleichung (53) $s_1 + 2s_2 = n$, ersetzt man überdieß

$$A_0,\ A_1,\ A_2,\ s_2,\ s_1$$

der Reihe nach durch die Zeichen:

$$c,\ 2b,\ a,\ s,\ n-2s$$

und bedenkt, daß

(55) $$\frac{(n-s-1)!}{s!(n-2s)!} = \frac{1}{n-s}\binom{n-s}{s},$$

so erhält man wieder die specielle Formel (48).

§. 10.

Eine einfache Anwendung der allgemeinen Formel (54) gewährt die Annahme $F(x) = x^m \pm a^m$. In diesem Falle wird:

$$F'(x) = m x^{m-1},\ F''(x) = m(m-1)x^{m-2},\ F'''(x) = m(m-1)(m-2)x^{m-3}, \dots$$
$$F^{(m)}(x) = m(m-1)(m-2)\dots 3.2.1$$

und der von den F-Functionen abhängige Bruch in der Gleichung (54) rechts, erhält mit Rücksicht auf die Bedingung (53) den Werth:

$$\binom{m}{1}^{s_1}\binom{m}{2}^{s_2}\binom{m}{3}^{s_3}\dots\binom{m}{m}^{s_m}\cdot\frac{x^{m(s_1+s_2+\dots+s_m)-n}}{(x^m \pm a^m)^{s_1+s_2+\dots+s_m}}.$$

Hiermit wird unmittelbar:

(56) $$D^n \lg(x^m \pm a^m) = \frac{n!}{x^n} S \frac{(-1)^{s_1+s_2+\dots+s_m-1}.(s_1+s_2+\dots+s_m-1)!}{s_1!\, s_2! \dots s_m!}\binom{m}{1}^{s_1}\binom{m}{2}^{s_2}\dots\binom{m}{m}^{s_m}\left(\frac{x^m}{x^m \pm a^m}\right)^{s_1+s_2+\dots+s_m}.$$

Für $a = 0$ kann der Differenzialquotient links direct hergestellt werden und man gelangt so nach einigen Kürzungen zu folgender bemerkenswerthen Summation, giltig für n als ganze positive Zahl:

(57) $$(-1)^n \frac{m}{n} = S \frac{(-1)^{s_1+s_2+\dots+s_m}(s_1+s_2+\dots+s_m-1)!}{s_1!\, s_2! \dots s_m!}\binom{m}{1}^{s_1}\binom{m}{2}^{s_2}\dots\binom{m}{m}^{s_m}$$

in welcher sich das Summenzeichen auf alle ganzen positiven Werthe von $s_1, s_2, \dots s_m$ inclusive Null bezieht, welche der Bedingung (53) entsprechen.

Ist z. B. $m = 2$, so ist letztere $s_1 + 2s_2 = n$ und wenn man s für s_2 schreibt, schließlich die Transformation (55) anwendet, so erhält man folgendes aus der algebraischen Analysis bekannte Resultat:

(58) $$\frac{1}{n\,2^{n-1}} = S \frac{(-1)^s}{n-s}\binom{n-s}{s}\frac{1}{2^{2s}}$$

worin s die Werthe 0, 1, 2 … erhält, bis die Reihe von selbst abbricht.

Note.

Neuer Beweis des Ausdrucks von Waring für die Potenzsummen der Wurzeln einer algebraischen Gleichung.

Die folgende Ableitung der im Titel genannten wichtigen Formel empfiehlt sich vielleicht durch Kürze und Klarheit der Deduction und durch den geringen Aufwand analytischer und combinatorischer Hilfsmittel, welche zur Entwickelung nothwendig sind.

Sind $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_{m-1}$ die m reellen oder imaginären Wurzeln der Gleichung:

$$F(x) = A_0 x^m + A_1 x^{m-1} + A_2 x^{m-2} + \ldots + A_{m-1} x + A_m = 0$$

und führt man die abkürzenden Bezeichnungen ein:

$$a_r = \frac{A_r}{A_0},\ [n] = \alpha_0^n + \alpha_1^n + \alpha_2^n + \ldots + \alpha_{m-1}^n,$$

so ist erstens

$$\begin{aligned} Z &= (1-\alpha_0 x)(1-\alpha_1 x)(1-\alpha_2 x)\ldots(1-\alpha_{m-1} x) \\ &= 1 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots + a_m x^m = 1 + z \end{aligned}$$

und zweitens mit m-maliger Anwendung der bekannten Entwickelung:

$$\lg \frac{1}{1-\alpha x} = \alpha x + \frac{1}{2}\alpha^2 x^2 + \frac{1}{3}\alpha^3 x^3 + \ldots,$$

$$\lg \frac{1}{Z} = [1]\, x + \frac{1}{2}[2]\, x^2 + \frac{1}{3}[3]\, x^3 + \ldots.$$

Anderseits ist auch:

$$\lg \frac{1}{Z} = \lg \frac{1}{1+z} = -z + \frac{1}{2}z^2 - \frac{1}{3}z^3 + \ldots = \overset{\infty}{\underset{1}{S}} (-1)^r \frac{1}{r} z^r$$

und es sind immer so kleine Werthe von x respective von z denkbar, daß beide Entwickelungen convergiren. Um auch die zweite Entwickelung von $\lg \frac{1}{Z}$ in eine Potenzreihe nach x zu verwandeln, benützen wir den polynomischen Lehrsatz. Bezeichnen $s_1, s_2, s_3 \ldots s_m$ solche ganze positive Zahlen inclusive Null, welche der Bedingung

$$s_1 + s_2 + s_3 + \ldots + s_m = r$$

entsprechen, so ist bekanntlich:

$$x^r = \mathbf{S} \frac{r!}{s_1!\, s_2!\, s_3! \ldots s_m!} a_1^{s_1} a_2^{s_2} a_3^{s_3} \ldots a_m^{s_m} . x^{s_1 + 2s_2 + 3s_3 + \ldots + ms_m}$$

wobei sich die Summation eben auf alle Werthe von $s_1, s_2, s_3 \ldots s_m$ bezieht, welche die vorhergehende Bedingungsgleichung erfüllen. Hiermit wird:

$$\lg \frac{1}{Z} = \mathbf{S}_1^{\infty} \mathbf{S} (-1)^r \frac{(r-1)!}{s_1!\, s_2!\, s_3! \ldots s_m!} a_1^{s_1} a_2^{s_2} \ldots a_m^{s_m} . x^{s_1 + 2s_2 + 3s_3 + \ldots + ms_m}.$$

Soll diese doppelte Summation nur jene Glieder zusammenfassen, welche die Potenz x^n enthalten, so kann dieselbe wieder auf eine einfache Summation reducirt werden, wenn man r durch $s_1 + s_2 + s_3 + \ldots + s_m$ ersetzt und nur jene Werthe von $s_1, s_2, s_3 \ldots s_m$ gelten läßt, welche der Bedingung:

$$s_1 + 2s_2 + 3s_3 + \ldots + ms_m = n$$

entsprechen.

Der Coefficient von x^n in der zweiten Entwickelung von $\lg \frac{1}{Z}$ ist daher:

$$\mathbf{S} (-1)^{s_1 + s_2 + \ldots + s_m} . \frac{(s_1 + s_2 + \ldots + s_m - 1)!}{s_1!\, s_2!\, s_3! \ldots s_m!} a_1^{s_1} a_2^{s_2} a_3^{s_3} \ldots a_m^{s_m}$$

und die Gleichstellung mit dem entsprechenden Coefficienten der ersten Entwickelung gibt, wenn wieder $a_1, a_2, a_3, \ldots a_m$ durch ihre Werthe ersetzt werden:

$$(51)\quad [n] = n \mathbf{S} (-1)^{s_1 + s_2 + \ldots + s_m} . \frac{(s_1 + s_2 + \ldots + s_m - 1)!}{s_1!\, s_2!\, s_3! \ldots s_m!} . \frac{A_1^{s_1} A_2^{s_2} A_3^{s_3} \ldots A_m^{s_m}}{A_0^{s_1 + s_2 + \ldots + s_m}},$$

hierin ist die Summation auf alle positiven ganzen Zahlen einschließlich Null für $s_1, s_2, s_3, \ldots s_m$ zu erstrecken, welche die Gleichung erfüllen:

$$(53)\quad s_1 + 2s_2 + 3s_3 + \ldots + ms_m = n.$$

Diese Formel wird ohne Beweis mitgetheilt von **Waring** in seinen Meditationes algebraicae 1782 und wird die Erfindung derselben meist ihm zugeschrieben. Dieselbe kommt schon in der seltenen kleinen Schrift des niederländischen Mathematikers Albert **Girard** vor, Invention nouvelle en l'Algèbre etc. Amsterdam 1629. Hiermit ist zu vergleichen: **Euler** Comm. Petrop. novis Vol. XV. **Lagrange** Mem. de l'Acad. de Berlin 1768 und Traité de la résolution des équations etc. Note XI. **Klügel** Math. Wörterbuch 1803, Bd. I, p. 506. **Ettingshausen**, Combinatorische Analysis 1826, p. 326. J. A. **Serret** Cours d'algébre supérieure III. ed. 1866, §. 196.

Um die Anwendung der Formel (51) zu zeigen, beziehen wir dieselbe auf die binomische Gleichung:

$$x^m \pm a^m = 0.$$

In diesem Falle ist $A_0 = 1$, $A_1 = A_2 = A_3 = \ldots = A_{m-1} = 0$, $A_m = \pm a^m$ und in dem Summenausdruck verschwinden alle Glieder bis auf eines, welches

$$s_1 = s_2 = s_3 = \ldots = s_{m-1} = 0,\quad ms_m = n \text{ nach } (53)$$

entspricht. Ist n kein Vielfaches von m, so kann die letzte Bedingung nicht erfüllt werden, es ist daher:

$$[n] = 0.$$

Ist aber $n = km$, so wird $s_m = k$ und hiermit:

$$[n] = (\mp 1)^k m a^{km}.$$

Das umgekehrte Problem, die Coefficienten der Gleichung als Functionen der Potenzsummen ihrer Wurzeln darzustellen, kann durch ähnliche Betrachtungen einfach auf folgende Art gelöset werden.

Wenn die früheren Bezeichnungen dieselben bleiben und zur Kürze

$$u = [1]x + \frac{1}{2}[2]x^2 + \frac{1}{3}[3]x^3 + \ldots$$

gesetzt wird, so ist:

$$Z=\frac{1}{A_0}\{A_0+A_1x+A_2x^2+\ldots+A_nx^m\}$$

$$=e^{-u}=-u+\frac{u^2}{1.2}-\frac{u^3}{1.2.3}+\ldots=\overset{\infty}{\underset{1}{\mathrm{S}}}(-1)^r\frac{1}{r!}u^r.$$

Bezeichnen $s_1, s_2, s_3, \ldots$ solche ganze positive Zahlen inclusive Null, welche der Bedingung

$$s_1+s_2+s_3+\ldots=r$$

entsprechen, so ist nach dem polynomischen Lehrsatz:

$$u^r=\mathrm{S}\frac{r!}{s_1!\,s_2!\,s_3!\ldots}\{[1]\}^{s_1}\left\{\frac{1}{2}[2]\right\}^{s_2}\left\{\frac{1}{3}[3]\right\}^{s_3}\ldots\,x^{s_1+2s_2+3s_3+\ldots},$$

worin sich die Summation eben auf die Werthe von $s_1, s_2, s_3 \ldots$ bezieht. Hierdurch wird:

$$Z=\overset{\infty}{\underset{1}{\mathrm{S}}}\mathrm{S}(-1)^r\frac{\{[1]\}^{s_1}\left\{\frac{1}{2}[2]\right\}^{s_2}\left\{\frac{1}{3}[3]\right\}^{s_3}\ldots}{s_1!\,s_2!\,s_3!\ldots}.x^{s_1+2s_2+3s_3+\ldots}$$

Soll diese zweifache Summation nur jene Glieder vereinigen, welche den Factor x^n enthalten, so kann dieselbe wieder auf eine einfache Summation gebracht werden, wenn man r durch seinen Werth $s_1+s_2+s_3+\ldots$ ersetzt und nur jene Werthe von $s_1, s_2, s_3 \ldots s_n$ gelten läßt, welche die Gleichung:

$$s_1+2s_2+3s_3+\ldots+ns_n=n$$

erfüllen.

Der Coefficient von x^n in Z wird dann sein:

$$\mathrm{S}(-1)^{s_1+s_2+\ldots+s_n}.\frac{\{[1]\}^{s_1}\left\{\frac{1}{2}[2]\right\}^{s_2}\left\{\frac{1}{3}[3]\right\}^{s_3}\ldots\left\{\frac{1}{n}[n]\right\}^{s_n}}{s_1!\,s_2!\,s_3!\,\ldots\,s_n!}$$

und die Gleichstellung mit dem entsprechenden Coefficienten des ersten Ausdrucks für Z gibt das Resultat:

$$\frac{A_n}{A_0}=\mathrm{S}(-1)^{s_1+s_2+\ldots+s_n}.\frac{\{[1]\}^{s_1}\left\{\frac{1}{2}[2]\right\}^{s_2}\left\{\frac{1}{3}[3]\right\}^{s_3}\ldots\left\{\frac{1}{n}[n]\right\}^{s_n}}{s_1!\,s_2!\,s_3!\,\ldots\,s_n!}.$$

hierin ist die Summation auf alle positiven Zahlen einschließlich Null für $s_1, s_2, s_3, \ldots s_n$ zu erstrecken, welche die Gleichung erfüllen:

$$s_1 + 2s_2 + 3s_3 + \ldots + ns_n = n.$$

Das Verdienst, die Coefficienten einer Gleichung durch die Potenzsummen ihrer Wurzeln zuerst dargestellt zu haben, wird meist Kramp zugeschrieben. (Hindenburg's erste Sammlung combinatorisch-analytischer Abhandlungen 1796, p. 110.) Doch folgt sein Ausdruck aus einer allgemeineren Formel von Waring. Vergl. herüber J. A. Serret a. a. O. §. 198.

Kubatur der Segmente und Schichtenräume in Flächen der zweiten Ordnung.

Von Franz Unferdinger,
Lehrer der Mathematik an der öffentlichen Oberrealschule am hohen Markt in Wien.

(Vorgelegt in der Sitzung am 7. October 1869.)

Einleitung.

Da die Ausbildung der Theorie der zwei- und mehrfachen Integrale erst in der neueren Zeit ihren Anfang genommen hat, so kommt es, daß in dem Zeitraume seit der Erfindung der Infinitesimalrechnung vornehmlich nur jene Volumsbestimmungen in Angriff genommen wurden, welche auf einfache Integrale führen.

Obgleich der allgemeine Integralausdruck für das Volumen, sei es in rechtwinkeligen oder in Polarcoordinaten, sehr einfach ist, so gelingt die Ausführung der Integrationen nur in wenigen Fällen, wenn zwei oder mehrere Grenzen constant sind oder wenn die Schnitte paralleler Ebenen Functionen nur einer Variabeln, wodurch sich ähnlich dem Verfahren bei Rotationsflächen, die Inhaltsbestimmung auf eine Quadratur reducirt.

Sind die geometrischen Grenzen gemischt, theils krumme Flächen, theils beliebige nicht parallele Ebenen, so mehren sich die Schwierigkeiten, da es nicht leicht gelingt, die geometrischen Grenzen des Volumens in die entsprechenden Grenzen des mehrfachen Integrals umzusetzen.

Seit Euler in seiner Introductio in analysin infinitorum, 1748 die allgemeine Gleichung des zweiten Grades von drei veränderlichen Coordinaten x, y, z einer ersten Discussion unterzog, durch welche uns die von dieser Gleichung dargestellten Flächen näher bekannt wurden, bildet auch die Ausmittelung der von solchen Flächen begrenzten Körperräume einen wichtigen Gegenstand, wissenschaftlicher Forschung.

Aber den hieher gehörigen Untersuchungen fehlt die wünschenswerthe Allgemeinheit, denn entweder beziehen sich die Volums-

bestimmungen nur auf Rotationskörper und die neue Rechnung führt zu den schon von Archimedes für die Sphäroide und Conoide gefundenen Resultaten, oder die begrenzenden Ebenen stehen auf einer Hauptaxe der Fläche senkrecht[1]).

In der Absicht, die Theorie der Kubatur in der bezeichneten Richtung zu fördern, veröffentlichten wir im Februar 1857 in Grunert's Archiv, Thl. 28, p. 52 eine Abhandlung, in welcher die Volumina der Segmente des allgemeinen dreiaxigen Ellipsoides und des zweitheiligen Hyperboloides, nach analytisch-geometrischer Methode unabhängig von jeder einschränkenden Bedingung über die Lage der schneidenden Ebene bestimmt werden. Hieran haben wir noch in Thl. 29, p. 209 die Bestimmung der Segmente des elliptischen Paraboloides angeschlossen.

Im 9. Bande der Sitzungsberichte der kön. sächs. Gesellschaft der Wissenschaften (Sitzung vom 23. Mai 1857) entwickelt Schlömilch bei der Reduction eines vielfachen Integrals, für den Inhalt einer ellipsoidischen Schichte zwischen den zwei parallelen Ebenen:

$$\alpha x+\beta y+\gamma z=\mu,$$
$$\alpha x+\beta y+\gamma z=1,$$

den Ausdruck:

$$\pi abc\left\{\frac{1-\mu}{\rho}-\frac{1}{3}\,\frac{1-\mu^3}{\rho^3}\right\},$$

wobei $\rho=\sqrt{a^2\alpha^2+b^2\beta^2+c^2\gamma^2}$ und a, b, c die Halbaxen des Ellipsoides bezeichnen. Läßt man die zweite Ebene zu einer tangirenden

[1]) Lambert, Über die Bestimmung des körperlichen Raumes jeder Segmente solcher Körper, die durch Umdrehung einer konischen Section um ihre Axe entstehen. (Leipziger Magazin von J. Bernoulli und Hindenburg 1786.) L. Mossbrugger, Untersuchung über geometrische Örter, welche von Flächen zweiten Grades abhängig sind, nebst Vergleichung der Inhalte verschiedener Segmente von Flächen des zweiten Grades. (Grunert's Archiv, Thl. 27, p. 66.)

Die Mehrzahl der Abhandlungen über Volumsbestimmungen in wissenschaftlichen Zeitschriften beabsichtiget die Umgehung der Infinitesimalrechnung, um durch mehr oder minder glückliche Kunstgriffe den Inhalt einfach begrenzter Räume mit elementaren Mitteln, wie nach der Methode der Alten zu bestimmen. (August, Crelle-Journal, Bd. 45, p. 239, 1853. Matzka, Grunert's Archiv, Thl. 33, p. 121, 1859. Bretschneider, Archiv, Thl. 36, p. 20. Wittstein, Archiv, Thl. 39, p. 1.)

werden, wodurch $\rho = 1$ wird, so gibt die Formel den Inhalt des durch die erste abgeschnittenen Segmentes gleich $\frac{1}{3}\pi abc(2 - 3\mu + \mu^3)$ übereinstimmend mit dem von uns a. a. O. auf anderem Wege gefundenen Ausdruck, nur steht $\frac{1}{h}$ für μ.

Wir haben seit dieser Zeit die Untersuchungen über die Volumsbestimmung der von Flächen der zweiten Ordnung begrenzten Räume weiter ausgedehnt und erlauben uns die Resultate derselben im Folgenden in wesentlich vereinfachter Darstellung mitzutheilen in der Erwartung, damit eine längst fühlbare Lücke im System der analytischen Geometrie des Raumes auszufüllen.

I. Das Ellipsoid.

§. 1.

Der Rauminhalt S eines Kugelsegmentes von der Höhe h wird bekanntlich durch die Formel bestimmt:

$$S = \frac{\pi h^2}{3}(3r - h),$$

worin r den Radius der Kugel bezeichnet. Setzt man den vierten Theil des Kugelinhaltes gleich K und g statt h einführend:

$$\frac{h}{r} = 1 - g,$$

so erhält dieselbe folgende Gestalt:

$$(1) \qquad S = K.(1 - g)^2(2 + g)$$

und hier kann g aufgefaßt werden als das Verhältniß der Entfernungen der die Kugel schneidenden und der parallelen tangirenden Ebene.

Wir werden im Folgenden zeigen, daß dieselbe Formel, bei derselben Bedeutung von g auch für ein Segment des allgemeinen Ellipsoides oder des zweitheiligen Hyperboloides giltig ist, die schneidende Ebene mag wie immer gerichtet sein, nur bezeichnet alsdann K den vierten Theil des ganzen Ellipsoides oder den Inhalt eines Kegels, dessen elliptische Basis die Halbaxen

a und b hat und dessen Höhe gleich c ist, wenn a, b, c die Halbaxen des Hyperboloides sind.

§. 2.

Punktweise Construction des Ellipsoides.

Man beschreibe aus dem Mittelpunkt O des Ellipsoides als Anfangspunkt eines rechtwinkeligen Coordinatensystems der x, y, z drei concentrische Kugeln mit den Radien a, b, c als die Halbaxen des Ellipsoides, ziehe aus O einen beliebigen Strahl, welcher die drei Kugeln in A, B, C schneidet und mit den Coordinatenaxen die drei 180° nicht übersteigenden Winkel α, β, γ einschließt. Legt man nun durch A eine Ebene parallel zur Ebene (yz), durch B eine Ebene parallel zur Ebene (xz), durch C eine Ebene parallel zur (xy), so sind die Gleichungen derselben:

$$(2) \qquad x = a\cos\alpha,\ y = b\cos\beta,\ z = c\cos\gamma,$$

ihr Durchschnittspunkt liegt auf der Oberfläche des Ellipsoides, dessen Gleichung:

$$(3) \qquad \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1.$$

Bezeichnet P die Entfernung dieses Punktes vom Mittelpunkt O, so ist:

$$4) \qquad P = \sqrt{a^2\cos^2\alpha + b^2\cos^2\beta + c^2\cos^2\gamma}$$

und sind α', β', γ' die 180° nicht übersteigenden Winkel, welche der Strahl P mit den positiven Halbaxen der Coordinaten einschließt, so ist:

$$(5) \qquad \cos\alpha' = \frac{a\cos\alpha}{P},\ \cos\beta' = \frac{b\cos\beta}{P},\ \cos\gamma' = \frac{c\cos\gamma}{P}.$$

Diese Construction für Punkte eines Ellipsoides ist einer bekannten Construction der Ellipse aus ihren Halbaxen analog und wir benützen dieselbe zur Ableitung einiger geometrischen Folgerungen, von denen später Gebrauch gemacht wird.

§. 3.

Leiten wir aus dem Strahle P, welcher mit den Axen die Winkel α', β', γ' einschließt und die drei concentrischen Kugeln etwa in den Punkten A', B', C' schneidet, einen zweiten Punkt des Ellipsoides ab, so sind die Coordinaten desselben, im Sinne der Gleichungen (2) und (5) offenbar:

$$(6) \qquad \begin{cases} x' = a\cos\alpha' = \dfrac{a^2\cos\alpha}{P}, \\ y' = b\cos\beta' = \dfrac{b^2\cos\beta}{P}, \\ z' = c\cos\gamma' = \dfrac{c^2\cos\gamma}{P}. \end{cases}$$

Die das Ellipsoid in diesem Punkt $(x'y'z')$ berührende Ebene hat die Gleichung:

$$(7) \qquad z = -\frac{c^2x'}{a^2z'}x - \frac{c^2y'}{b^2z'}y + \frac{c^2}{z'},$$

wenn x, y, z die veränderlichen Coordinaten der Ebene bezeichnen. Ersetzt man hierin x', y', z' durch die Werthe aus (6), so verwandelt sich dieselbe in folgende:

$$(8) \qquad z = -\frac{\cos\alpha}{\cos\gamma}x - \frac{\cos\beta}{\cos\gamma}y + \frac{P}{\cos\gamma}$$

und hieraus ist ersichtlich, daß diese Berührungsebene des zweiten abgeleiteten Punktes auf dem ersten Strahl $(\alpha\beta\gamma)$ senkrecht steht und die Entfernung derselben vom Ursprung O ist gleich P dem Leitstrahl des ersten abgeleiteten Punktes. Die Normale des zweiten abgeleiteten Punktes ist zum Strahl $(\alpha\beta\gamma)$ parallel[1]). Der letztere Satz gilt unverändert auch von der Ellipse im Sinne der am Schlusse des vorigen §. erwähnten Construction.

---

[1]) Construirt man auf dem Ellipsoid eine Reihe von Punkten

$$(xyz),\ (x'y'z'),\ (x''y''z''),\ (x'''y'''z'''),\ \ldots,$$

welche in derselben Weise aus einander abgeleitet werden, wie der Punkt $(x'y'z')$ aus jenem (xyz), so sind die Coordinaten derselben, wenn P, P', P'', P''', ... ihre Entfernungen vom Ursprung bezeichnen:

Bezeichnet nun

(9) $$z = Ax + By + C$$

eine das Ellipsoid (3) schneidende und auf dem Strahl $(\alpha\beta\gamma)$ senkrechte Ebene im Abstand p vom Ursprung, so daß

(10) $$A = -\frac{\cos\alpha}{\cos\gamma}, \quad B = -\frac{\cos\beta}{\cos\gamma}, \quad C = \frac{p}{\cos\gamma},$$

so wird das Volumen des ellipsoidischen Segments zwischen dieser Ebene und der parallelen tangirenden Ebene (7) durch die Formel (1) bestimmt, wenn:

(11) $$g = \frac{p}{P} = \frac{p}{\sqrt{a^2\cos^2\alpha + b^2\cos^2\beta + c^2\cos^2\gamma}}$$

ist.

$$x = a\cos\alpha, \quad x' = \frac{a^2\cos\alpha}{P},$$

$$y = b\cos\beta, \quad y' = \frac{b^2\cos\beta}{P},$$

$$z = c\cos\gamma; \quad z' = \frac{c^2\cos\gamma}{P};$$

$$x'' = \frac{a^3\cos\alpha}{PP'}, \quad x''' = \frac{a^4\cos\alpha}{PP'P''},$$

$$y'' = \frac{b^3\cos\beta}{PP'}, \quad y''' = \frac{b^4\cos\beta}{PP'P''},$$

$$z'' = \frac{c^3\cos\gamma}{PP'}; \quad z''' = \frac{c^4\cos\gamma}{PP'P''};$$

. . . .

und es ist:

$$P = \sqrt{a^2\cos^2\alpha + b^2\cos^2\beta + c^2\cos^2\gamma},$$

$$P' = \frac{\sqrt{a^4\cos^2\alpha + b^4\cos^2\beta + c^4\cos^2\gamma}}{P},$$

$$P'' = \frac{\sqrt{a^6\cos^2\alpha + b^6\cos^2\beta + c^6\cos^2\gamma}}{PP'},$$

$$P''' = \frac{\sqrt{a^8\cos^2\alpha + b^8\cos^2\beta + c^8\cos^2\gamma}}{PP'P''},$$

. . . .

Die tangirenden Ebenen aller dieser Punkte stehen mit einander in Zusammenhang der Art, daß die Entfernung des Ursprungs von einer derselben gleich ist dem vorhergehenden Strahl P und daß der zweitvorhergehende Strahl darauf senkrecht steht.

§. 4.

In den beiden concentrischen und ähnlichen Ellipsoiden, deren Gleichungen:

$$(3)\qquad \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1,$$

$$(12)\qquad \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=g^2,$$

verhalten sich die gleichliegenden Halbaxen wie $1:g$ und wenn wir $g<1$ voraussetzen, so wird das zweite Ellipsoid vom ersten umschlossen. Sind x', y', z' die Coordinaten eines Punktes des Ellipsoides (3), so daß:

$$(13)\qquad \frac{x'^2}{a^2}+\frac{y'^2}{b^2}+\frac{z'^2}{c^2}=1,$$

so leisten die Werthe $\pm gx'$, $\pm gy'$, $\pm gz'$ statt x, y, z offenbar auch der Gleichung (12) Genüge und wenn wir

$$(14)\qquad x_1=gx',\ y_1=gy',\ z_1=gz'$$

setzen, so bezeichnet $(x_1 y_1 z_1)$ einen Punkt des Ellipsoides (12) welcher auf dem vom Ursprung aus nach dem Punkt $(x' y' z')$ gezogenen Strahl auf derselben Seite des Ursprungs liegt. Solche Punkte der beiden concentrischen, gleichliegenden und ähnlichen Ellipsoide heißen correspondirende Punkte. Die Gleichungen der tangirenden Ebenen in diesen zwei Punkten sind beziehungsweise:

$$(7)\qquad z=-\frac{c^2x'}{a^2z'}x-\frac{c^2y'}{b^2z'}y+\frac{c^2}{z'},$$

$$(15)\qquad z=-\frac{c^2x_1}{a^2z_1}x-\frac{c^2y_1}{b^2z_1}y+\frac{c^2g^2}{z_1},$$

statt der zweiten Gleichung kann aber vermöge der Beziehungen (14) auch gesetzt werden:

$$(16)\qquad z=-\frac{c^2x'}{a^2z'}x-\frac{c^2y'}{b^2z'}y+\frac{c^2g}{z'};$$

hieraus folgt im Vergleich mit (7): Die Berührungsebenen correspondirender Punkte sind parallel.

Sind P und p die Abstände des Ursprungs von den parallelen Ebenen (7) und (16), so ist nach den Lehren der analytischen Geometrie:

$$(17) \qquad \frac{P}{\cos\gamma} = \frac{c^2}{z'}, \qquad \frac{p}{\cos\gamma} = \frac{c^2 g}{z'},$$

wenn γ den Winkel der Senkrechten mit der Axe der z bezeichnet; mithin ist

$$(18) \qquad \frac{p}{P} = g \text{ oder } p = gP, \ p < P$$

und die Entfernung der beiden Ebenen:

$$(19) \qquad Q = (1-g)P.$$

Diese zwei Ebenen liegen bezüglich des Ursprungs auf derselben Seite und enthalten zwischen sich ein Segment des Ellipsoides (3), dessen Volumen im Allgemeinen als eine von x', y', z' abhängige Größe zu betrachten ist und dessen Bestimmung der Zweck der nachfolgenden Rechnungen ist.

§. 5.

In dieser Absicht bestimmen wir zunächst die Durchschnittslinie der zweiten tangirenden Ebene (16) mit dem äußeren Ellipsoid (3). Wird aus den Gleichungen (3) und (16) z eliminirt, so folgt:

$$c^2\{a^2b^2g - b^2x'x - a^2y'y\}^2 = a^2b^2z'^2\{a^2b^2 - b^2x^2 - a^2y^2\}.$$

Diese Gleichung bezeichnet die Projection der Durchschnittslinie der Ebene (16) mit dem äußeren Ellipsoid (3) auf die Ebene der xy.

Wird diese Gleichung entwickelt, nach abfallenden Potenzen von x und y geordnet, mit Hilfe der Gleichung (13) z' aus den Coefficienten von x^2 und y^2 eliminirt, endlich durch $a^2b^2c^2$ abgekürzt, so erlangt dieselbe die Form:

$$(20)$$

$$(b^2-y'^2)x^2 + (a^2-x'^2)y^2 + 2x'y'.xy - 2b^2gx'.x - 2a^2gy'.y + a^2b^2\left(g^2 - \frac{z'^2}{c^2}\right) = 0.$$

§. 6.

Um die Gestalt und Abmessungen dieses Kegelschnittes mit Leichtigkeit ohne weitere Coordinatenverwandlung zu erkennen, bedienen wir uns der von Grunert gegebenen „Discussion der allgemeinen Gleichung des zweiten Grades zwischen zwei veränderlichen Größen" (Archiv, Thl. XXV, p. 146), aus welcher Abhandlung wir Folgendes entlehnen: Wenn die Gleichung der Curve lautet:

$$ax^2 + by^2 + 2cxy + 2dx + 2ey + f = 0$$

und es ist gleichzeitig:

$$ab - c^2 > 0$$
$$ae^2 + bd^2 + fc^2 - abf - 2cde > 0,$$

so bezeichnet dieselbe eine Ellipse und wenn A', B' die Halbaxen derselben sind, so ist:

$$AB = \frac{ae^2 + bd^2 + fc^2 - abf - 2cde}{\sqrt{ab - c^2}^3}.$$

§. 7.

In unserem Falle ist nach (20) im Sinne der allgemeinen Gleichung des zweiten Grades:

$$(21) \qquad \begin{cases} a = b^2 - y'^2, \\ b = a^2 - x'^2, \\ c = x'y', \\ d = -b^2 gx', \\ e = -a^2 gy', \\ f = a^2 b^2 \left(g^2 - \frac{z'^2}{c^2}\right); \end{cases}$$

hiermit wird:

$$(22) \qquad ab - c^2 = \left\{\frac{abz'}{c}\right\}^2$$

und nach einiger Rechnung:

$$(23) \qquad ae^2 + bd^2 + fc^2 - abf - 2cde = \left\{\frac{abz'}{c}\right\}^4 (1 - g^2).$$

Da nun die in §. 6 aufgestellten Bedingungen erfüllt sind, so bezeichnet die Gleichung (20) eine Ellipse und es ist das Product ihrer Halbaxen:

$$\text{(24)} \qquad AB = \frac{ab}{c}(1-g^2)z'.$$

Bezeichnet f die Fläche der Projectionsellipse, so ist demnach:

$$f = \frac{ab\pi}{c}(1-g^2)z'$$

und die Fläche F der Durchschnittsellipse in der Ebene (16):

$$F = \frac{f}{\cos\gamma} = \frac{ab\pi}{c}(1-g^2)\frac{z'}{\cos\gamma},$$

wenn γ den Neigungswinkel der Berührungsebene (16) zur Projectionsebene xy bezeichnet. γ ist aber auch der Winkel, welchen das aus dem Ursprunge auf die tangirende Ebene (16) gefällte Perpendikel mit der Axe der z einschließt, folglich nach (17):

$$\frac{z'}{\cos\gamma} = \frac{c^2}{P}.$$

Es ist also auch:

$$\text{(25)} \qquad F = abc\pi . \frac{1-g^2}{P}.$$

§. 8.

Wenn man in der Gleichung (20) der Projectionsellipse mittelst der Beziehungen (14) die Coordinaten x_1, y_1, z_1 einführt, so kann dieselbe auch in folgender Form dargestellt werden:

(26)

$$(xy_1-x_1y)^2+b^2g^2x(2x_1-x)+a^2g^2y(2y_1-y)+a^2b^2\left(g^4-\frac{z_1^2}{c^2}\right)=0.$$

Denken wir uns irgend einen Punkt $(x\,y)$ dieser Curve mit dem Punkt $(x_1\,y_1)$ durch eine Gerade verbunden und die Verbindungslinie über $(x_1\,y_1)$ so weit verlängert, bis die Verlängerung gleich dem Abstand $(x\,y)$ $(x_1\,y_1)$ wird. Sind u, v die Coordinaten des Endpunktes der Verlängerung, so ist, da $(x_1\,y_1)$ der Mittelpunkt der Strecke $(x\,y)$ $(u\,v)$:

$$x_1 = \frac{1}{2}(x+u), \quad y_1 = \frac{1}{2}(y+v)$$

oder

$$x = 2x_1 - u, \quad y = 2y_1 - v;$$

werden diese Werthe statt x und y in die Gleichung (26) substituirt, so daß nun die veränderlichen Coordinaten u und v sind, so erhält man die Gleichung des Ortes der Punkte $(u\ v)$, welche durch die angegebene Construction mit den Punkten $(x\ y)$ zusammenhängen. Nun gibt aber die Substitution:

(27)

$$(uy_1 - x_1 v)^2 + b^2 g^2 u(2x_1 - u) + a^2 g^2 v(2y_1 - v) + a^2 b^2 \left(g^4 - \frac{z_1^2}{c^2}\right) = 0$$

eine Gleichung, welche sich von jener der Projectionsellipse nur dadurch unterscheidet, daß u an der Stelle von x, v an der Stelle von y steht. Folglich ist auch der Punkt $(u\ v)$ ein Punkt der Projectionsellipse. Jede durch den Punkt $(x_1\ y_1)$ gezogene Sehne wird durch diesen Punkt halbirt, also ist $(x_1\ y_1)$ der Mittelpunkt der Projectionsellipse und der Punkt $(x_1\ y_1\ z_1)$ der Mittelpunkt der Durchschnittsellipse in der Ebene (16).

§. 9.

Wird um den Anfangspunkt der Coordinaten als Mittelpunkt ein drittes gleichliegendes Ellipsoid beschrieben mit den Halbaxen ak, bk, ck, welches zwischen den Ellipsoiden (3) und (12) liegt, so ist die Gleichung desselben:

(28) $$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = k^2$$

und der Werth von k liegt zwischen 1 und g. Sind x_1', y_1', z_1' die Coordinaten des correspondirenden Punktes zu jenem $(x'\ y'\ z')$, so ist:

(29) $$x_1' = kx', \quad y_1' = ky', \quad z_1' = kz',$$

die tangirende Ebene desselben ist zu jener (16) parallel und schneidet das Ellipsoid (3) in einer Ellipse, deren Fläche F aus der Formel (25) folgt, wenn man k für g setzt:

(30) $$F = abc\pi . \frac{1-k^2}{P}.$$

Ebenso ist der Abstand q dieser Ebene von der Ebene (7) aus (19) abzuleiten, so daß

(31) $$q = (1-k)P.$$

§. 10.

Betrachten wir nun k als eine unabhängig veränderliche Größe, welche nach und nach alle Werthe von g bis 1 annimmt, so werden die stetig auf einander folgenden tangirenden Ebenen der Ellipsoide (28) das zwischen den Ebenen (7) und (16) enthaltene Segment in eine unendliche Anzahl von Schichten zerlegen von der Dicke dq, wobei nach (31):

$$dq = -P.dk.$$

Der Inhalt einer solchen Schichte ist das Differenzial dS des Inhaltes S des Segments

$$dS = F\,dq = -abc\pi.(1-k^2)\,dk$$

und wenn man zwischen den Grenzen 1 und g integrirt:

(32) $$S = \frac{1}{3}abc\pi(2-3g+g^3).$$

Bezeichnet K den vierten Theil des ganzen Ellipsoides, also

(33) $$K = \frac{1}{3}abc\pi,$$

so kann man auch schreiben:

(34) $$S = K.(1-g)^2(2+g)\ ^{1})$$

[1]) Denkt man sich den Raum eines solchen Segmentes gleichförmig mit Masse erfüllt und sind X, Y, Z die Coordinaten des Schwerpunktes, so ist nach den Lehren der analytischen Mechanik:

$$X.S = \int x_1'\,dS, \quad Y.S = \int y_1'\,dS, \quad Z.S = \int z_1'\,dS,$$

da x_1', y_1', z_1' die Coordinaten des Schwerpunktes des Differenzials dS sind. Hiernach findet man:

$$X = \frac{3}{4}\frac{(1+g)^2}{2+g}x',$$

$$Y = \frac{3}{4}\frac{(1+g)^2}{2+g}y',$$

$$Z = \frac{3}{4}\frac{(1+g)^2}{2+g}z'.$$

und die geometrische Bedeutung von g ist durch die Gleichung (18) bestimmt.

Der Rauminhalt S ist also unabhägig von den Coordinaten x_1, y_1, z_1, folglich für alle Punkte des Ellipsoides (12) constant.

Die Resultate dieser Untersuchung geben folgenden

1. Lehrsatz.

In concentrischen gleichliegenden und ähnlichen Ellipsoiden schneidet jede das innere Ellipsoid berührende Ebene von dem äußeren Ellipsoid Segmente von constantem Inhalt ab und der Berührungspunkt liegt stets im Mittelpunkt der Durchschnittsellipse.

Die tangirende Ebene (16) theilt das ganze Ellipsoid in zwei Segmente S und S, von welchen das erstere den Mittelpunkt des Ellipsoides nicht enthält. Setzt man in (34) $-g$ statt g im Sinne des §. 4, so folgt:

$$\mathrm{S} = K(1+g)^2(2-g), \tag{35}$$

in der That ist:

$$S + \mathrm{S} = 4K,$$

gleich dem ganzen Ellipsoide.

§. 11.

Bezeichnet Kg den Rauminhalt des elliptischen Kegels, welcher die Durchschnittsellipse F zur Basis und den Scheitel im Ursprung hat, so ist offenbar:

$$Kg = \frac{1}{3} F \cdot p$$

oder wenn man für F und p die Werthe aus (25) und (18) substituirt:

$$Kg = K(g - g^3) \tag{36}$$

und wenn Sc den Inhalt des ellipsoidischen Sectors bezeichnet, welcher von dem Mantel dieses Kegels und der ellipsoidischen Schale des Segmentes S begrenzt wird, so ist:

$$Sc = S + Kg$$

oder durch Anwendung der Gleichungen (34) und (36):

$$(37)\qquad Sc = 2K(1-g).$$

Die Rauminhalte des Schnittkegels und des ellipsoidischen Sectors sind unabhängig von den Coordinaten x_1, y_1, z_1 des Berührungspunktes auf dem Ellipsoid (12), folglich auch für alle Punkte desselben constant.

§. 12.

Mit Hilfe der vorhergehenden Untersuchungen sind wir auch im Stande die Volumen des Segments, des Schnittkegels und des Sectors zu bestimmen, welche irgend eine schneidende Ebene, deren Gleichung:

$$(9)\qquad z = Ax + By + C$$

auf dem Ellipsoid:

$$(3)\qquad \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

erzeugt.

Denkt man sich um den Ursprung, als Mittelpunkt ein Ellipsoid beschrieben, welches die gleichliegenden Halbaxen ag, bg, cg hat und die Ebene (9) in dem Punkt $(x_1\ y_1\ z_1)$ berührt, so daß auch

$$(38)\qquad z_1 = Ax_1 + By_1 + C,$$

so kommt es jetzt nur darauf an, die der Ebene (9) entsprechende Verhältnißzahl g zu bestimmen.

Wenn die Ebene (9) das Ellipsoid (12) in dem Punkt $(x_1\ y_1\ z_1)$ berührt, so muß sie mit jener (15) identisch sein, d. h. es muß

$$A = -\frac{c^2 x_1}{a^2 z_1},\quad B = -\frac{c^2 y_1}{b^2 z_1},\quad C = \frac{c^2 g^2}{z_1}$$

sein und wenn man aus diesen Gleichungen und jener (38) die Coordinaten x_1, y_1, z_1 eliminirt, endlich die Eliminationsgleichung nach g auflöst, so folgt:

$$(39)\qquad g = \pm \frac{C}{\sqrt{a^2A^2 + b^2B^2 + c^2}},$$

wobei das Vorzeichen so zu wählen ist, daß g positiv wird.

Mit diesem Werth von g geben nun die Gleichungen (34), (36) und (37) die gesuchten Rauminhalte S, Kg und Sc.

Der Natur der Sache nach muß $g < 1$ sein, d. h.

$$C^2 < a^2A^2 + b^2B^2 + c^2$$

und diese Relation ist bekanntlich das analytische Kennzeichen, daß die Ebene (9) das Ellipsoid (3) schneidet.

§. 13.

Eine das Ellipsoid (3) berührende Ebene, welche zu jener (9) parallel ist, hat die Gleichung:

$$(40) \qquad z = Ax + By \pm \sqrt{a^2A^2 + b^2B^2 + c^2}$$

und wenn das Vorzeichen der Wurzel übereinstimmend mit jenem von C genommen wird, so liegen entsprechend den correspondirenden Punkten in §. 4 beide Ebenen auf derselben Seite des Ursprungs.

Wenn α, β, γ die 180° nicht übersteigenden Winkel bezeichnen, welche die aus dem Ursprung auf dieselben gefällte Senkrechte mit den positiven Halbaxen der Coordinaten einschließt, so ist bekanntlich:

$$A = -\frac{\cos\alpha}{\cos\gamma},\; B = -\frac{\cos\beta}{\cos\gamma},\; C = \frac{p}{\cos\gamma},\; \sqrt{a^2A^2 + b^2B^2 + c^2} = \frac{P}{\cos\gamma},$$

wenn p und P die Entfernungen des Ursprungs von diesen Ebenen (9) und (40) sind. Es ist daher auch:

$$(11) \qquad g = \frac{p}{\sqrt{a^2\cos^2\alpha + b^2\cos^2\beta + c^2\cos^2\gamma}} = \frac{p}{P},$$

welches Ergebniß mit der Formel (11) in §. 3 und mit der Gleichung (18) in §.4 übereinstimmt.

Um die Gleichungen (34), (36) und (37) zur Volumsbestimmung für eine beliebige schneidende Ebene anzuwenden, ist nur nothwendig das Verhältniß g der Entfernungen des Ursprungs von dieser Ebene und der parallelen Berührungsebene zu ermitteln.

§. 14.

Um den Inhalt der ellipsoidischen Schichte zu bestimmen, welche zwischen zwei gegebenen Ebenen:

$$(9) \qquad z = Ax + By + C,$$

$$(41) \qquad z = A'x + B'y + C'$$

enthalten ist, berechne man im Sinne der Gleichung (39) die positiven Verhältnißzahlen g, g', welche diesen Ebenen entsprechen:

$$(39) \qquad g = \pm \frac{C}{\sqrt{a^2A^2 + b^2B^2 + c^2}},$$

$$(42) \qquad g' = \pm \frac{C'}{\sqrt{a^2A'^2 + b^2B'^2 + c^2}}$$

und es sei $g > g'$. Alsdann giebt die Formel (34):

$$S = K(2 - 3g + g^3),$$
$$S' = K(2 - 3g' + g'^3),$$

wobei S und S' diejenigen Segmente bezeichnen, welche den Mittelpunkt des Ellipsoides nicht enthalten und es ist $S < S'$.

Haben nun C und C' gleiche Vorzeichen, so schneiden die Ebenen (9) und (41) die Axe der z auf derselben Seite des Ursprungs, der Inhalt der Schichte ist gleich dem Unterschied der Segmente und zwar ist unter der gemachten Voraussetzung

$$Sch = S' - S$$

wenn Sch den Inhalt der Schichte bezeichnet,

$$(43) \qquad Sch = K\{3(g - g') - (g^3 - g'^3)\}.$$

Haben C und C' ungleiche Vorzeichen, so schneiden die Ebenen (9) und (41) die Axe der z auf entgegengesetzten Seiten des Ursprungs, die Schichte enthält den Mittelpunkt des Ellipsoides und es ist:

$$Sch = 4K - S - S'$$

oder

$$(44) \qquad Sch = K\{3(g + g') - (g^3 + g'^3)\},$$

welches Resultat auch aus jenem (43) folgt, wenn man $-g'$ statt g' setzt, was mit der Bemerkung am Schlusse des §. 10 übereinstimmt, denn es ist in diesem Falle auch:

$$Sch = (4K - S') - S.$$

II. Das zweitheilige Hyperboloid.

§. 15.

In den beiden concentrischen und ähnlichen zweitheiligen Hyperboloiden, deren Gleichungen:

$$(45) \qquad -\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1,$$

$$(46) \qquad -\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = g^2$$

verhalten sich die gleichliegenden Axen wie $1 : g$, die reellen Axen liegen in der Axe der z und wenn wir voraussetzen, daß $g > 1$, so liegt das zweite Hyperboloid ganz innerhalb des ersten. Sind x', y', z' die Coordinaten eines bestimmten Punktes des Hyperboloides (45), so daß

$$(47) \qquad -\frac{x'^2}{a^2} - \frac{y'^2}{b^2} + \frac{z'^2}{c^2} = 1,$$

so sind offenbar $\pm gx'$, $\pm gy'$, $\pm gz'$ Coordinaten von Punkten des Hyperboloides (46), und wenn wir

$$(14) \qquad x_1 = gx', \; y_1 = gy', \; z_1 = gz'$$

setzen, so bezeichnet $(x_1 \; y_1 \; z_1)$ denjenigen Punkt des Hyperboloides (46), welcher auf der Verlängerung des vom Ursprung nach dem Punkt $(x' \; y' \; z')$ gezogenen Strahles auf derselben Seite des Ursprungs liegt. Die Gleichungen der diesen correspondirenden Punkten $(x' \; y' \; z')$, $(x_1 \; y_1 \; z_1)$ entsprechenden Berührungsebenen sind beziehungsweise:

$$(48) \qquad z = \frac{c^2 x'}{a^2 z'} x + \frac{c^2 y'}{b^2 z'} y + \frac{c^2}{z'},$$

$$(49) \qquad z = \frac{c^2 x_1}{a^2 z_1} x + \frac{c^2 y_1}{b^2 z_1} y + \frac{c^2 g^2}{z_1}$$

oder wenn man in der zweiten Gleichung mittelst der Beziehungen (14) auch die Coordinaten x', y', z' einführt:

$$(50) \qquad z = \frac{c^2 x'}{a^2 z'} x + \frac{c^2 y'}{b^2 z'} y + \frac{c^2 g}{z'},$$

wodurch ersichtlich wird, daß die tangirenden Ebenen der correspondirenden Punkte parallel sind.

Sind P und p die Entfernungen des Ursprungs von diesen Ebenen (48) und (50) und ist γ der Winkel der Senkrechten mit der Axe der z, so ist bekanntlich:

$$(17) \qquad \frac{P}{\cos\gamma} = \frac{c^2}{z'}, \quad \frac{p}{\cos\gamma} = \frac{c^2 g}{z'},$$

mithin

$$(18) \qquad \frac{p}{P} = g \text{ oder } p = gP, \; p > P;$$

die Entfernung der beiden Ebenen aber ist:

$$(51) \qquad Q = (g-1)\,P.$$

Diese zwei Ebenen enthalten zwischen sich ein Segment des Hyperboloides (45), dessen Volumen im Allgemeinen als Function von x_1, y_1, z_1, oder respective von x', y', z' zu betrachten ist und dessen Größe wir nun bestimmen wollen.

§. 16.

Wir bestimmen zunächst die Durchschnittslinie der zweiten tangirenden Ebene (50) mit dem äußeren Hyperboloid (45). Wird z aus der Gleichung (45) und (50) eliminirt, so folgt:

$$c^2\{a^2b^2g + b^2x'x + a^2y'y\}^2 = a^2b^2z'^2\{a^2b^2 + b^2x^2 + a^2y^2\},$$

diese Gleichung bezeichnet die Projection der besagten Durchschnittslinie auf die Ebene der xy.

Wenn man entwickelt, nach abfallenden Potenzen von x und y ordnet, aus den Coefficienten von x^2 und y^2 mittelst (47) z' eliminirt und endlich durch $a^2\,b^2\,c^2$ abkürzt, so lautet dieselbe so:

(52)

$$(b^2+y'^2)x^2+(a^2+x'^2)y^2-2x'y'.\,xy-2b^2gx'.\,x-2a^2gy'.\,y-a^2b^2\left(g^2-\frac{z'^2}{c^2}\right)=0.$$

§. 17.

Zur Bestimmung der Form und Dimensionen des durch diese Gleichung repräsentirten Kegelschnittes bedienen wir uns wieder der Formeln des §. 6 und haben im Sinne der allgemeinen Gleichung des zweiten Grades:

$$(53)\qquad \begin{cases} \mathfrak{a} = b^2 + y'^2, \\ \mathfrak{b} = a^2 + x'^2, \\ \mathfrak{c} = -x'y'. \\ \mathfrak{d} = -b^2 g x', \\ \mathfrak{e} = -a^2 g y', \\ \mathfrak{f} = -a^2 b^2 \left(g^2 - \frac{z'^2}{c^2}\right), \end{cases}$$

hiermit wird:

$$(22)\qquad \mathfrak{ab} - \mathfrak{c}^2 = \left\{\frac{abz'}{c}\right\}^2$$

und nach einiger Rechnung:

$$(54)\qquad \mathfrak{ae}^2 + \mathfrak{bd}^2 + \mathfrak{fc}^2 - \mathfrak{abf} - 2\,\mathfrak{cde} = \left\{\frac{abz'}{c}\right\}^4 . (g^2 - 1).$$

Die in §. 6 aufgestellten Bedingungen sind erfüllt, die Gleichung (52) bezieht sich auf eine Ellipse und das Product ihrer Halbaxen ist:

$$(55)\qquad AB = \frac{ab}{c}(g^2 - 1)\, z'.$$

Bezeichnet f die Fläche dieser Projectionsellipse, so ist demnach:

$$f = \frac{ab\pi}{c}(g^2 - 1) z'$$

und die Fläche F der Durchschnittsellipse in der Ebene (50) wird durch die Formel bestimmt:

$$F = \frac{f}{\cos\gamma} = \frac{ab\pi}{c}(g^2 - 1)\frac{z'}{\cos\gamma},$$

worin γ dieselbe geometrische Bedeutung hat, wie in der Gleichung (17). Aus dieser folgt aber

$$\frac{z'}{\cos\gamma} = \frac{c^2}{P},$$

mithin

(56)
$$F = abc\pi\frac{g^2-1}{P}.$$

§. 18.

Wenn man in der Gleichung (52) der Projectionsellipse mittelst der Beziehungen (14) statt x', y', z' die Coordinaten x_1, y_1, z_1 einführt, so kann man dieselbe leicht in folgende transformiren:

(57)
$$(xy_1 - x_1y)^2 - b^2g^2x(2x_1 - x) - a^2g^2y(2y_1 - y) - a^2b^2\left(g^4 - \frac{z_1^2}{c^2}\right) = 0.$$

Denken wir uns irgend einen Punkt (xy) dieser Curve mit dem Punkt $(x_1\, y_1)$ durch eine Gerade verbunden und die Verbindungslinie über $(x_1\, y_1)$ hinaus so weit verlängert, bis die Verlängerung gleich $(xy)\,(x_1\, y_1)$ wird. Sind u, v die Coordinaten des Endpunktes der Verlängerung, so ist offenbar:

$$x_1 = \frac{1}{2}(x+u), \quad y_1 = \frac{1}{2}(y+v)$$

oder

$$x = 2x_1 - u, \quad y = 2y_1 - v;$$

setzt man nun diese Werthe statt x und y in die Gleichung (57), so daß nun die veränderlichen Coordinaten u und v, so bezeichnet die entstehende Gleichung:

$$(uy_1 - x_1v)^2 - b^2g^2u(2x_1 - u) - a^2g^2v(2y_1 - v) - a^2b^2\left(g^4 - \frac{z_1^2}{c^2}\right) = 0,$$

den Ort der Punkte (uv), welche durch die angegebene Construction mit den Punkten (xy) der Projectionsellipse verbunden sind. Diese Gleichung unterscheidet sich von jener (57) nur darin, daß u statt x und v statt y steht, folglich ist auch (uv) ein Punkt der Projectionsellipse und $(x_1\, y_1)$ ist der Mittelpunkt der letzteren. Der Punkt $(x_1\, y_1\, z_1)$ in der Ebene (50) ist der Mittelpunkt der Durchschnittsellipse.

§. 19.

Wird um den Ursprung der Coordinaten als Mittelpunkt ein drittes zweitheiliges gleichliegendes und ähnliches Hyperboloid beschrieben mit den Halbaxen *ak, bk, ck,* so ist die Gleichung desselben:

$$(58) \qquad -\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=k^2$$

und wenn der Werth von k zwischen 1 und g liegt, so liegt das neue Hyperboloid zwischen den beiden andern. Unter dieser Voraussetzung sind die Coordinaten des mit $(x'\ y'\ z')$ correspondirenden Punktes:

$$(20) \qquad x'_1 = kx', \quad y'_1 = ky', \quad z'_1 = kz'$$

die Berührungsebene dieses Punktes ist zu jenen (48) und (50) parallel und schneidet das erste Hyperboloid (45) in einer Ellipse, deren Flächeninhalt F offenbar aus der Gleichung (56) abgeleitet werden kann, wenn man k statt g setzt:

$$(59) \qquad \mathrm{F} = abc\pi\,\frac{k^2-1}{P}.$$

Der Abstand q dieser Ebene von der äußeren Berührungsebene (48) folgt ebenso aus der Gleichung (51), so daß man hat:

$$(60) \qquad q = (k-1)P.$$

§. 20.

Betrachten wir nun wieder k als unabhängige Variabele, welche nach und nach alle Werthe von 1 bis g durchschreitet, so entsprechen den stetig aufeinander folgenden Hyperboloiden (58) eine Reihe von parallelen tangirenden Ebenen, welche das zwischen den Ebenen (48) und (50) enthaltene hyperboloidische Segment in eine unendliche Anzahl von Schichten zerlegen von der Dicke dq; wobei nach (60):

$$dq = P.dk.$$

Der Inhalt einer solchen Schichte ist das Differenzial des Inhaltes des Segmentes. Bezeichnen wir das letztere mit S_2, so ist

$$dS_2 = \mathrm{F}\,dq = abc\pi\,(k^2-1)\,dk$$

oder wenn man zwischen den Grenzen 1 und g integrirt:

$$(61) \qquad S_2 = \frac{1}{3} abc\pi (2 - 3g + g^3).$$

Es ist von Interesse zu bemerken, daß diese Formel vollkommen mit derjenigen übereinstimmt, welche wir oben in §. 10 unter (32) für das ellipsoidische Segment gefunden haben. Aber damals war die Giltigkeit der Formel an die Bedingung geknüpft, daß g, zwischen 0 und 1 liegt und jetzt sind die Grenzen für g, 1 und ∞.

Die beiden Hyperboloide (45) und (46) haben zur gemeinschaftlichen Asymptotenfläche einen elliptischen Kegel, dessen Scheitel im Ursprung liegt und dessen Gleichung

$$(62) \qquad -\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 0.$$

Legt man durch einen Scheitel des Hyperboloides (45) eine tangirende Ebene, so schneidet diese von der Asymptotenfläche einen Kegel ab, welchen wir den Axenkegel nennen wollen und dessen Inhalt durch die Formel bestimmt wird:

$$(33) \qquad K = \frac{1}{3} abc\pi.$$

Durch Einführung dieses Volumens in die Formel (61) erhält man:

$$(63) \qquad S_2 = K(g-1)^2 (2+g)\ ^{1)}.$$

Der Rauminhalt S_2 ist unabhängig von den Coordinaten x_1, y_1, z_1 des Berührungspunktes des Hyperboloides (46), folglich für alle Punkte desselben constant.

---

[1]) Ist der Raum des Segmentes gleichförmig mit Masse erfüllt, so sind die Coordinaten des Schwerpunktes:

$$X = \frac{3}{4} \frac{(g+1)^2}{g+2} x',$$

$$Y = \frac{3}{4} \frac{(g+1)^2}{g+2} y',$$

$$Z = \frac{3}{4} \frac{(g+1)^2}{g+2} z'.$$

Die Resultate dieser Untersuchung geben folgenden

2. Lehrsatz.

In concentrischen, gleichliegenden und ähnlichen zweitheiligen Hyperboloiden schneidet jede das innere Hyperboloid berührende Ebene von dem äußeren Hyperboloid Segmente von constantem Inhalt ab und der Berührungspunkt liegt stets im Mittelpunkt der Durchschnittsellipse.

§. 21.

Bezeichnen wir die Axen des inneren Hyperboloides (46) durch a, b, c, so daß

$$\mathrm{a} = ag, \quad \mathrm{b} = bg, \quad \mathrm{c} = cg,$$

und führen dieselben in die drei zusammengehörigen Gleichungen (45), (46) und (61) ein, so erhält man:

$$-\frac{x^2}{\mathrm{a}^2} - \frac{y^2}{\mathrm{b}^2} + \frac{z^2}{\mathrm{c}^2} = \frac{1}{g^2}$$

$$-\frac{x^2}{\mathrm{a}^2} - \frac{y^2}{\mathrm{b}^2} + \frac{z^2}{\mathrm{c}^2} = 1,$$

$$S_2 = \frac{1}{3}\mathrm{abc}\,\pi . \frac{2 - 3g + g^3}{g^3}.$$

Betrachtet man a, b, c, als unveränderliche Größen und setzt hierin $g = \infty$, so verwandeln sich dieselben in folgende:

$$(64) \quad \begin{cases} -\dfrac{x^3}{\mathrm{a}^2} - \dfrac{y^2}{\mathrm{b}^2} + \dfrac{z^2}{\mathrm{c}^2} = 0, \\ -\dfrac{x^2}{\mathrm{a}^2} - \dfrac{y^2}{\mathrm{b}^2} + \dfrac{z^2}{\mathrm{c}^2} = 1, \\ S_2 = \dfrac{1}{3}\mathrm{abc}\,\pi. \end{cases}$$

Die erste Gleichung bezeichnet die Asymptotenfläche des durch die zweite dargestellten zweitheiligen Hyperboloides und die dritte Gleichung bezeichnet das Volumen desjenigen Kegels, welchen

irgend eine Berührungsebene des Hyperboloides von ihrer Assymptenfläche abschneidet.

Man hat daher auch folgenden:

3. Lehrsatz.

Jede ein zweitheiliges Hyperboloid berührende Ebene schneidet von deren Assymtotenfläche Kegel von constantem Inhalt ab und der Berührungspunkt ist der Mittelpunkt der Durchschnittsellipse.

§. 22.

Kehren wir wieder zum allgemeinen Fall der beiden Hyperboloide (45) und (46) zurück und bezeichnen durch Kg_2 den Rauminhalt des elliptischen Kegels, welcher die Durchschnittsellipse F (56) zur Basis und seinen Scheitel im Ursprung hat, so ist:

$$Kg_2 = \frac{1}{3} F.p$$

oder durch Substitution der Werthe für F und p aus (56) und (18):

(65) $$Kg_2 = K(g^3 - g)$$

und wenn Sc_2 den Inhalt des hyperboloidischen Sectors bezeichnet, welcher von dem Mantel dieses Kegels und der hyperboloidischen Schale des Segmentes S_2 begrenzt wird, so ist:

$$Sc_2 = Kg_2 - S_2$$

oder durch Anwendung der Gleichungen (65) und (63):

(66) $$Sc_2 = 2K(g - 1).$$

Diese Rauminhalte des Schnittkegels und des hyperboloidischen Sectors sind auch von den Coordinaten x_1, y_1, z_1 unabhängig, folglich für alle Punkte des Hyperboloides (46) constant.

§. 23.

Um das Volumen des Segmentes zu bestimmen, welches irgend eine Ebene, deren Gleichung:

(9) $$z = Ax + By + C$$

von dem Hyperboloid (45) abschneidet, ist nur nothwendig, an diese Fläche eine parallele tangirende Ebene zu legen und im Sinne der Gleichung (18) das Verhältniß g der Entfernungen p und P des Ursprungs von diesen parallelen Ebenen zu bestimmen.

Die Gleichung der letzteren Ebene ist:

$$(67) \qquad z = Ax + By \pm \sqrt{c^2 - a^2A^2 - b^2B^2},$$

worin das Vorzeichen entsprechend den correspondirenden Punkten in §. 15 übereinstimmend mit jenem von C zu wählen ist.

Hiernach ist:

$$(68) \qquad g = \frac{p}{P} = \pm \frac{C}{\sqrt{c^2 - a^2A^2 - b^2B^2}}$$

und mit diesem Werth von g giebt (63) den Inhalt des Segments.

Die Gleichungen (65) und (66) geben nun ebenso die Inhalte des Schnittskegels und des Sectors.

Damit der Werth von g reell wird, muß

$$(69) \qquad c^2 - a^2A^2 - b^2B^2 > 0$$

sein und dieß ist auch bekanntlich das analytische Kennzeichen, daß die Ebene (9) das Hyperboloid (45) in einer Ellipse schneidet. Außerdem muß noch

$$(70) \qquad C^2 > c^2 - a^2A^2 - b^2B^2$$

sein, was der Bedingung $g > 1$ entspricht.

§. 24.

Der Inhalt Sch_2 einer hyperboloidischen Schichte, welche zwischen zwei gegebenen Ebenen:

$$(9) \qquad z = Ax + By + C,$$

$$(41) \qquad z = A'x + B'y + C'$$

enthalten ist, kann nun auf folgende Art gefunden werden: Damit die Ebenen diejenige Richtung haben, welche elliptische Schnitte erzeugen, muß gleichzeitig:

$$(69) \qquad c^2 - a^2A^2 - b^2B^2 > 0,$$

$$(71) \qquad c^2 - a^2A'^2 - b^2B'^2 > 0$$

sein. Damit die Ebenen das Hyperboloid schneiden, muß noch:

$$(70) \qquad C^2 > c^2 - a^2 A^2 - b^2 B^2,$$

$$(72) \qquad C'^2 > c^2 - a^2 A^2 - b^2 B^2$$

sein. Sind diese Bedingungen erfüllt, so berechnet man die Verhältnißzahlen g und g' nach den Formeln:

$$(68) \qquad g = \pm \frac{C}{\sqrt{c^2 - a^2 A^2 - b^2 B^2}},$$

$$(73) \qquad g' = \pm \frac{C'}{\sqrt{c^2 - a^2 A'^2 - b^2 B'^2}},$$

wobei die Vorzeichen so zu wählen sind, daß beide positiv werden. Hiermit gibt die Gleichung (63):

$$S_2 = K(2 - 3g + g^3).$$

$$S_2' = K(2 - 3g' + g'^3)$$

die Inhalte der entsprechenden Segmente, deren Grenzebenen auf derselben oder auf entgegengesetzten Seiten die Axe der z durchschneiden, je nachdem C und C' gleiche oder ungleiche Vorzeichen haben. Indem wir nur den ersteren Fall betrachten, wollen wir noch voraussetzen, es sei $g > g'$, dann ist auch $S_2 > S_2'$ und:

$$Sch_2 = S_2 - S_2'$$

oder

$$(74) \qquad Sch_2 = K\{(g^3 - g'^3) - 3(g - g')\}.$$

§. 25.

Wird der elliptische Kegel, dessen Scheitel im Ursprung und dessen Axe mit der Axe der z zusammenfällt, durch die Gleichung:

$$(75) \qquad z^2 = \frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2}$$

dargestellt, so bezeichnen α und β die Verhältnißzahlen der Axen eines zur Ebene der xy parallelen elliptischen Schnittes und der Rauminhalt desjenigen Theiles dieses Kegels, welcher zwischen zwei gegebenen Ebenen, deren Gleichungen

$$(9) \qquad z = Ax + By + C$$

$$(41) \qquad z = A'x + B'y + C'$$

enthalten ist, kann durch Anwendung des 3. Lehrsatzes §. 21 leicht auf folgende Art bestimmt werden:

Sind a, b, c die Halbaxen eines solchen zweitheiligen Hyperboloides, welches den Kegel (75) zur Assymptotenfläche hat und die Ebene (9) berührt, so muß

$$a = \alpha c, \quad b = \beta c, \quad C^2 = c^2 - a^2 A^2 - b^2 B$$

sein, wodurch a, b, c bestimmt werden; so wird:

$$(76) \qquad c = \pm \frac{C}{\sqrt{1 - \alpha^2 A^2 - \beta^2 B^2}},$$

wobei das Vorzeichen so zu nehmen ist, daß c positiv wird.

Der Inhalt K des Kegels, welchen die Ebene (9) von der Fläche (75) abschneidet, wird nun nach (64) durch die Formel bestimmt:

$$(77) \qquad K = \frac{1}{3} \alpha\beta c^3 \pi;$$

ebenso findet man, wenn

$$(78) \qquad c' = \pm \frac{C'}{\sqrt{1 - \alpha^2 A'^2 - \beta^2 B'^2}},$$

für den Inhalt des Kegels, welcher der Ebene (41) entspricht:

$$(79) \qquad K' = \frac{1}{3} \alpha\beta c'^3 \pi.$$

Haben C, C' ungleiche Vorzeichen, so schneiden die Grenzebenen (9) und (41) die Axe der z auf entgegengesetzten Seiten des Ursprungs und das zwischen ihnen enthaltene Volumen ist $K + K'$. Haben C und C' gleiche Vorzeichen und ist etwa $c > c'$, so ist das zwischen den gegebenen Ebenen enthaltene Volumen des elliptischen Kegels:

$$(80) \qquad K - K' = \frac{1}{3} \alpha\beta\pi (c^3 - c'^3).$$

Damit c und c′ reell werden, müssen gleichzeitig die Bedingungen erfüllt sein:

(81) $$\begin{cases} 1 - \alpha^2 A^2 - \beta^2 B^2 > 0, \\ 1 - \alpha^2 A'^2 - \beta^2 B'^2 > 0 \end{cases}$$

und diese sind auch die analytischen Kennzeichen, daß die Ebenen (9) und (41) die Kegelfläche (75) in Ellipsen schneiden.

III. Das eintheilige Hyperboloid.

§. 26.

Das durch die Gleichung:

(82) $$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$

dargestellte eintheilige Hyperboloid hat seine imaginäre Axe in der Axe der z, die Kehlellipse mit den Halbaxen a und b liegt in der Ebene der xy und die Assymptotenfläche desselben:

(62) $$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$$

entspricht auch dem zweitheiligen Hyperboloid, mit den Halbaxen ag, bg, cg:

(46) $$-\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = g^2,$$

dessen reelle Axe in der Axe der z liegt, $0 < g < \infty$.

Sind x_1, y_1, z_1 die Coordinaten eines bestimmten Punktes des zweitheiligen Hyperboloides (46), welches von dem eintheiligen umschlossen wird, so ist:

(83) $$-\frac{x_1^2}{a^2} - \frac{y_1^2}{b^2} + \frac{z_1^2}{c^2} = g^2$$

und die Gleichung der tangirenden Ebene lautet:

(49) $$z = \frac{c^2 x_1}{a^2 z_1} x + \frac{c^2 y_1}{b^2 z_1} y + \frac{c^2 g^2}{z_1}.$$

Wird aus dieser Gleichung und jener (82) z eliminirt, so folgt:

$$c^2\{a^2 b^2 g^2 + b^2 x_1 x + a^2 y_1 y\}^2 = a^2 b^2 z_1^2 (b^2 x^2 + a^2 y^2 - a^2 b^2)$$

als Gleichung der Projection der Durchschnittslinie der Berührungsebene (49) mit dem eintheiligen Hyperboloid (82). Wird dieselbe entwickelt nach x und y geordnet und aus den Coefficienten von x^2 und y^2 mit Hilfe der Gleichung (83) z_1 eliminirt, endlich durch $a^2 b^2 c^2$ abgekürzt, so erhält sie die Form:

(84)

$$(b^2 g^2 + y_1^2) x^2 + (a^2 g^2 + x_1^2) y^2 - 2 x_1 y_1 . xy - 2 b^2 g^2 x_1 x - 2 a^2 g^2 y_1 y - a^2 b^2 \left(g^4 + \frac{z_1^2}{c^2}\right) = 0.$$

§. 27.

Die Gestalt und Abmessungen dieses Kegelschnittes ermitteln wir wieder nach den in §. 6 mitgetheilten Gleichungen, indem wir die Coefficienten in (84) kurz durch a, b, 2c, 2d, 2e, f bezeichnen.

Nach einiger Rechnung findet man:

$$\mathrm{ab} - \mathrm{c}^2 = \left\{\frac{abgz_1}{c}\right\}^2,$$

$$\mathrm{ae}^2 + \mathrm{bd}^2 + \mathrm{fc}^2 - \mathrm{abf} - 2\,\mathrm{cde} = \left\{\frac{abgz_1}{c}\right\}^4 \frac{1+g^2}{g^2}$$

und da diese beiden Ausdrücke stets positiv sind, so bezeichnet die Gleichung (84) eine Ellipse; das Product ihrer Halbaxen ist:

$$\text{(83)} \qquad \mathrm{AB} = \frac{ab}{c} . \frac{1+g^2}{g} z_1.$$

Bezeichnet f die Fläche der Projectionsellipse, so folgt hiernach:

$$f = \frac{ab\pi}{c} . \frac{1+g^2}{g} z_1$$

und die Fläche F der Durchschnittsellipse in der Ebene (49):

$$F = \frac{ab\pi}{c} . \frac{1+g^2}{g} \frac{z_1}{\cos\gamma},$$

wobei γ den Winkel bezeichnet, welchen das aus dem Ursprung auf die Berührungsebene (49) gefällte Perpendikel p mit der Axe der z einschließt.

Nach (49) ist aber auch:

$$\frac{p}{\cos\gamma} = \frac{c^2 g^2}{z_1} \text{ oder } \frac{z_1}{\cos\gamma} = \frac{c^2 g^2}{p},$$

mithin:

(86) $$F = abc\pi \frac{g + g^3}{p}.$$

Durch eine ähnliche Betrachtung wie in §. 8 und §. 18 überzeugt man sich auch, daß der Berührungspunkt (x_1 y_1 z_1) der Mittelpunkt der Durchschnittsellipse ist.

§. 28.

Diejenige Ebene, welche das durch die Gleichung:

(87) $$-\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = k^2$$

dargestellte zweitheilige Hyperboloid in dem mit (x_1 y_1 z_1) correspondirenden Punkte berührt, ist zu jener (49) parallel und die Fläche F der Durchschnittsellipse mit dem eintheiligen Hyperboloid (82) wird offenbar durch die Formel (86) bestimmt, wenn man k an die Stelle von g setzt und gleichzeitig für p die Entfernung q des Ursprungs von der neuen Berührungsebene substituirt. Da die beiden tangirenden Ebenen zu correspondirenden Punkten gehören, so verhalten sich die Perpendikel p und q wie die Halbaxen oder es ist:

$$\frac{p}{q} = \frac{g}{k}, \quad q = \frac{kp}{g},$$

mithin:

(88) $$\mathrm{F} = abc\pi \frac{k + k^3}{q} = abc\pi \frac{1 + k^2}{p} g.$$

§. 29.

Durch den Ursprung der Coordinaten legen wir eine zur (49) parallele Ebene und suchen den Rauminhalt derjenigen Schichte des eintheiligen Hyperboloides (82) zu bestimmen, welche zwischen diesen zwei Ebenen vom Abstande p enthalten ist.

Zu dem Ende betrachten wir k als veränderliche Größe, welche nach und nach alle Werthe von 0 bis g annimmt; die den stetig aufeinander folgenden Hyperboloiden (87) entsprechenden Berührungsebenen, welche alle parallel sind zu (49), theilen das bezeichnete Volumen in eine unendliche Anzahl von Schichten von der Dicke dq und zwar ist:

$$dq = \frac{p}{g} dk.$$

Bezeichnen wir das zu bestimmende Volumen mit V, so ist also:

$$dV = \mathrm{F}.dq = abc\pi.(1 + k^2)\,dk$$

und wenn man zwischen den Grenzen 0 und g integrirt:

$$(89) \qquad V = \frac{1}{3} abc\pi (3g + g^3)$$

oder wenn man wieder den Axenkegel (33) einführt:

$$(90) \qquad V = K.g(3 + g^2).$$

Dieser Ausdruck für V ist unabhängig von den Coordinaten x_1, y_1, z_1, also ist das Volumen V für alle Punkte des Hyperboloides (82) von gleicher Größe.

Die durch den Ursprung gehende, zur (49) parallele Grenzebene, die Ebene der Kehlellipse und das eintheilige Hyperboloid (82) schließen zwei keilförmige Körperräume ein, welche einander gleich sind, so daß das Volumen V unverändert bleibt, wenn an die Stelle der gedachten Grenzebene, die Ebene der Kehlellipse oder irgend eine andere durch den Ursprung gehende das Hyperboloid (82) in einer Ellipse schneidende Ebene tritt.

Die Ergebnisse dieser Untersuchung vereinigen wir in folgendem

4. Lehrsatz.

Haben ein eintheiliges und ein zweitheiliges Hyperboloid eine gemeinschaftliche Assymptotenfläche, so sind alle begrenzten Schichten des ersten zwischen tangirenden Ebenen des zweiten Hyperboloides und einer beliebigen durch den Mittelpunkt der Flächen

gehenden Ebene von constantem Inhalt und der Berührungspunkt der ersteren Ebene ist der Mittelpunkt der Durchschnittsellipse.

Ist $g = 1$, so bezieht sich die Formel (90) auf das zu (82) conjugirte zweitheilige Hyperboloid, dessen Gleichung ist:

$$(45) \qquad -\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

und es wird:

$$(91) \qquad V = 4K = \frac{4}{3}abc\pi;$$

der Inhalt der Schichte ist dann immer gleich dem Inhalt des Ellipsoides von denselben Halbaxen.

§. 30.

Der Inhalt Kg_1 des Kegels, welcher die Durchschnittsellipse (86) zur Basis und den Ursprung zum Scheitel hat, wird durch die Gleichung bestimmt:

$$Kg_1 = \frac{1}{3}F.p$$

oder wenn man für F den Werth aus (86) substituirt:

$$(92) \qquad Kg_1 = K(g + g^3).$$

Bezeichnet Kg_2 den Inhalt des durch die Ebene (49) von der Assymptotenfläche abgeschnittenen Kegels, so hat man nach (64) im Sinne des dritten Lehrsatzes, da jetzt ag, bg, cg die Halbaxen des zweitheiligen Hyperboloides sind:

$$(93) \qquad Kg_2 = Kg^3,$$

also ist der ringförmige Raum R_1 zwischen dem eintheiligen Hyperboloid, der Assymptotenfläche und den beiden Grenzebenen:

$$(94) \qquad R_1 = 3K.g,$$

hingegen der ringförmige Raum R_1 zwischen dem eintheiligen Hyperboloid, dem Schnittkegel und den beiden Grenzebenen:

$$(95) \qquad R_1 = 2K.g.$$

Alle diese Volumen sind von der Lage des Punktes $(x_1\, y_1\, z_1)$ auf dem Hyperboloid (46) unabhängig, also für alle Berührungspunkte constant.

§. 31.

Um den Rauminhalt V der Schichte zu bestimmen, welche von einer beliebigen Mittelpunktsebene und einer gegebenen Ebene, deren Gleichung:

$$(9) \qquad z = Ax + By + C$$

begrenzt wird, ist die Größe g so zu bestimmen, daß das zweitheilige Hyperboloid (46) die Ebene (9) berührt. Dieses ist der Fall, wenn:

$$(68) \qquad g = \pm \frac{C}{\sqrt{c^2 - a^2A^2 - b^2B^2}},$$

wobei das Vorzeichen so zu wählen ist, daß g positiv wird. Die Realität von g stellt die Bedingung

$$(69) \qquad c^2 - a^2A^2 - b^2B^2 > 0,$$

deren geometrischen Sinn wir bereits in §. 23 kennen gelernt haben. Die zweite der dort aufgestellten Bedingungen ist hier nicht nothwendig da, wie aus den obigen Entwickelungen hervorgeht, für die Schichten am eintheiligen Hyperboloid g größer oder kleiner als die Einheit sein kann.

Mit diesem Werth von g gibt (90) den gesuchten Inhalt der Schichte und auch die übrigen Körperräume Kg_1, Kg_2, R_1, R_1, welche dieser Ebene (9) entsprechen, können nun nach den Formeln in §. 30 berechnet werden.

§. 32.

Der Inhalt Sch_1 einer Schichte des eintheiligen Hyperboloides, welche zwischen zwei gegebenen Ebenen

$$(9) \qquad z = Ax + By + C,$$

$$(41) \qquad z = A'x + B'y + C'$$

enthalten ist, kann nach dem Vorhergehenden auf folgende Art berechnet werden: Wenn die beiden Bedingungen:

(69) $$c^2 - a^2A^2 - b^2B^2 > 0,$$

(71) $$c^2 - a^2A'^2 - b^2B'^2 > 0$$

erfüllt sind, so schneiden beide Ebenen das eintheilige Hyperboloid in Ellipsen. Werden nun in:

(68) $$g = \pm \frac{C}{\sqrt{c^2 - a^2A^2 - b^2B^2}},$$

(73) $$g' = \pm \frac{C'}{\sqrt{c^2 - a^2A'^2 - b^2B'^2}},$$

die Vorzeichen so gewählt, daß g und g' positiv werden, so geben die beiden Gleichungen:

(90) $$V = K(3g + g^3),$$

(96) $$V' = K(3g' + g'^3)$$

die Inhalte der diesen Werthen entsprechenden Schichten, welche sich beide auf dieselbe willkürliche Mittelpunktsebene beziehen.

Haben C und C' ungleiche Vorzeichen, so liegen beide Ebenen nach der Axe der z genommen auf derselben Seite des Ursprungs und es ist, wenn $g > g'$

$$Sch_1 = V - V'$$

oder

(97) $$Sch_1 = K\{3(g - g') + (g^3 - g'^3)\}.$$

Haben C und C' ungleiche Vorzeichen, so schneiden die beiden Ebenen die z-Axe auf entgegengesetzten Seiten des Ursprungs und es ist:

$$Sch_1 = V + V'$$

oder

(98) $$Sch_1 = K\{3(g + g') + (g^3 + g'^3)\}.$$

IV. Das elliptische Paraboloid.

§. 33.

Ist der Ursprung der Coordinaten der Scheitel des elliptischen Paraboloides, liegt die eine Hauptaxe der Fläche in der positiven Halbaxe der z und hat der zur Ebene der xy parallele elliptische Schnitt im Abstand c die Halbaxen a und b, so ist die Gleichung desselben:

(99) $$\frac{z}{c} = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}.$$

Wird diese Fläche im Sinne der positiven z so verschoben, daß alle Punkte derselben Parallele zur Axe der z beschreiben, bis der Scheitel den Abstand $e = cg$ vom Ursprung hat, wobei also g eine positive Zahl bezeichnet, so ist die Gleichung dieses zweiten Paraboloides, welches von dem ersten umschlossen wird:

(100) $$\frac{z}{c} = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + g.$$

Durch eine den vorhergehenden ähnliche Untersuchung gelangt man in Bezug auf diese zwei Flächen zu folgendem

5. Lehrsatz.

Haben zwei gleichliegende elliptische Paraboloide dieselben Parameter, so schneidet jede das innere Paraboloid berührende Ebene von dem äußeren Paraboloid Segmente von constantem Inhalt ab und der Berührungspunkt liegt im Mittelpunkt der Durchschnittsellipse.

Bezeichnet S_p den Rauminhalt eines solchen Segmentes, so findet man:

(101) $$S_p = \frac{1}{2} abc\,n \,.\, g^2$$

oder wenn K die Bedeutung (33) hat:

$$S_p = \frac{3}{2} K . g^2 \text{ [1]}). \tag{102}$$

§. 34.

Durch dieselbe Formel wird der Inhalt eines Segmentes bestimmt, welches eine durch die Gleichung:

$$z = Ax + By + C \tag{9}$$

gegebene Ebene von der Fläche (99) abschneidet, wenn:

$$g = \frac{1}{4c^2}(a^2A^2 + b^2B^2 + 4cC); \tag{103}$$

hierbei ist wegen $g > 0$ nur die Bedingung nothwendig:

$$a^2A^2 + b^2B^2 + 4cC > 0, \tag{104}$$

welche Relation zugleich das analytische Kennzeichen ist, daß die Ebene (9) das Paraboloid (99) elliptisch schneidet.

Eine das Paraboloid (99) berührende Ebene, welche zu jener (9) parallel ist, hat die Gleichung:

$$z = Ax + By - \frac{a^2A^2 + b^2B^2}{4c}; \tag{105}$$

bezeichnet nun e die Entfernung der Durchschnitte der Ebenen (9) und (105) mit der Axe der z, so ist offenbar:

$$e = \frac{a^2A^2 + b^2B^2}{4c} + C,$$

mithin ist auch:

$$g = \frac{e}{c}, \tag{106}$$

womit die geometrische Bedeutung von g auch für diesen Fall gegeben ist und mit der früheren übereinstimmt.

---

[1]) Sind x', y', z' die Coordinaten des Berührungspunktes einer das äußere Paraboloid tangirenden Ebene, welche parallel zur schneidenden Ebene ist, so sind die Coordinaten des Schwerpunktes dieses Segmentes:

$$X = x',\ Y = y',\ Z = z' + \frac{2}{3} cg.$$

§. 35.

Sind die beiden Bedingungen zugleich erfüllt:

(104) $$a^2A^2 + b^2B^2 + 4cC > 0,$$

(107) $$a^2A'^2 + b^2B'^2 + 4cC' > 0,$$

so schneiden die beiden Ebenen, deren Gleichungen

(9) $$z = Ax + By + C,$$

(41) $$z = A'x + B'y + C'$$

sind, zugleich das Paraboloid (99) elliptisch und wenn gesetzt wird:

(103) $$g = \frac{1}{4c^2}(a^2A^2 + b^2B^2 + 4cC),$$

(108) $$g' = \frac{1}{4c^2}(a^2A'^2 + b^2B'^2 + 4cC'),$$

so sind die Rauminhalte der diesen Ebenen entsprechenden paraboloidischen Segmente beziehungsweise:

(102) $$S_p = \frac{3}{2}Kg^2,$$

(109) $$S'_p = \frac{3}{2}Kg'^2$$

und der Inhalt der zwischen diesen Ebenen enthaltenen Schichte, wenn $g > g'$ wird durch die Formel bestimmt:

(110) $$Sch_p = \frac{3}{2}K(g^2 - g'^2)$$

oder durch jene:

(111) $$Sch_p = \frac{1}{2}abc\pi(g^2 - g'^2)$$

wenn sich die Ebenen (9) und (41) außerhalb des Paraboloides durchschneiden.

Über Ratanhin und seine Verbindungen.

Von Dr. **Wilh. Friedr. Gintl,**

Docenten für Chemie an der Universität zu Prag.

In einer in dem LVIII. Bande d. Sitzungsberichte II. Abth. Oct.-Heft 1868 enthaltenen Abhandlung „Über einen Bestandtheil des Harzes von *Ferreira spectabilis* (Fr. Allem)", habe ich nachgewiesen, daß das aus dem Harze dieser Pflanze von Peckolt erhaltene „Angelin" mit dem von Ruge [1]) im käuflichen amerikanischen Ratanhinextracte aufgefundenen Ratanhin identisch sei. Obwohl die damals beigebrachten Belege mehr als hinreichend für die Sicherstellung der Identität beider Körper gewesen sein dürften, unternahm ich es dennoch mit dem mir noch zu Gebote stehenden Materiale weitere Versuche anzustellen, bei denen ich zunächst eine genauere Untersuchung der wichtigeren Verbindungen des Ratanhins im Auge hatte. Da die Resultate dieser meiner Arbeiten nicht nur eine Reihe weiterer Bestätigungen für die Identität des Angelins mit dem Ratanhin, soweit dieses von Ruge untersucht wurde, enthalten, sondern auch zur Kenntniß neuer Verbindungen dieses interessanten Körpers geführt haben, so glaube ich durch die Mittheilung derselben keinen unwillkommenen Beitrag zur Naturgeschichte des Ratanhins zu liefern.

Verhalten des Ratanhins gegen Basen.

Wie bereits durch die Untersuchungen Ruge's bekannt geworden, und auch schon in meiner oben citirten Abhandlung besprochen, vermag sich das Ratanhin mit Leichtigkeit mit stärkeren Basen zu vereinigen. Ich habe nun das aus dem Peckolt'schen Angelin gewonnene Ratanhin dazu benützt, mehrere Verbindungen desselben mit Basen darzustellen und dieselben zu untersuchen.

---

1) Siehe Vierteljahrschrift der naturforschenden Gesellschaft zu Zürich, VI. Jahrg. 3. Heft.

Ratanhin-Ammoniak. Ratanhin löst sich mit Leichtigkeit in Ätzammoniak zu einer farblosen stark alkalisch reagirenden Flüssigkeit auf. Aus der heiß bereiteten Lösung scheidet sich, wenn kein zu großer Überschuß von Ammon verwendet wurde, beim Erkalten ein großer Theil des Ratanhins in kleinen büschelförmig vereinigten Krystallnadeln aus. Die rückständige Flüssigkeit enthält Ratanhin und Ammoniak in wechselnden Verhältnissen, deren Größe von dem Grade der Abkühlung abhängt, welche die Lösung erfahren hat. Ich fand in keinem Falle ein Verhältniß, welches dem der Formeln $\Theta_{10}H_{13}N\Theta_3, NH_3$ oder $\Theta_{10}H_{13}N\Theta_3, 2NH_3$ nahe gekommen wäre, stets war die Menge des in der Lösung enthaltenen Ammons größer als es eine dieser Formeln verlangt hätte. So fand ich in einer auf $+18^\circ$ C. abgekühlten Flüssigkeit das Verhältniß von Ratanhin zum Ammoniak nahezu der Formel $\Theta_{10}H_{13}N\Theta_3 + 14NH_3$ entsprechend, in einer auf 10° C. abgekühlten ein einer Formel $\Theta_{10}H_{13}N\Theta_3 + 16NH_3$, in einer auf 0° C. abgekühlten ein einer Formel $\Theta_{10}H_{13}N\Theta_3 + 19NH_3$ nahezu entsprechendes Verhältniß. Beim Abdampfen, sei es bei höherer Temperatur, sei es ohne Temperaturerhöhung im Vacuum, hinterläßt diese Lösung stets reines, völlig Ammon freies Ratanhin. Trockenes Ratanhin nimmt in einer Atmosphäre trockenen Ammoniakgases nicht an Gewicht zu, ebensowenig erleidet es unter Einwirkung feuchten Ammoniakgases eine wesentliche Gewichtsvermehrung. Eine Ratanhin-Ammoniak Verbindung von fester Form existirt sonach nicht, aber es ist gleich unwahrscheinlich, daß eine solche etwa blos in Lösungen bestehende Verbindung existire, und es dürfte demnach außer allen Zweifel gestellt sein, daß sich Ammoniak überhaupt nicht in festen Verhältnissen mit Ratanhin zu verbinden vermag.

Ratanhin-Kalium, Ratanhin-Natrium. Beim Behandeln von Ratanhin mit Kali- oder Natronlauge löst sich dasselbe schon in der Kälte leicht zu einer farblosen völlig klaren Flüssigkeit von stark alkalischer Reaction. Die Lösungen hinterlassen beim Verdunsten im Vacuum amorphe leicht feucht werdende Massen von Ratanhin Kalium oder Ratanhin-Natrium. Dieselben sind an der Luft zerfließlich, in Alkohol zum Theile löslich, durch Ätheralkohol schwer zersetzbar, Kohlensäure in die Auflösung der Salze eingeleitet, scheidet daraus unter Bildung von doppeltkohlensauren Salzen Ratanhin ab. Die völlige Ausscheidung des Ratanhins erfolgt

erst, nachdem der gesammte Kali oder Natrongehalt der Flüssigkeit gänzlich in doppelkohlensaures Salz verwandelt ist. Wird die erhaltene Lösung des doppelkohlensauren Alkalis mit dem ausgeschiedenen Ratanhin nun wieder zum Sieden erhitzt, so löst sich dieses unter Kohlensäure-Entwicklung wieder völlig auf. Neutrale kohlensaure Alkalien vermögen das Ratanhin ebenfalls mit Leichtigkeit aufzulösen, ohne hiebei Kohlensäure abzugeben. — Es wurde sowohl die Kalium- als auch die Natriumverbindung analysirt. Die zu analysirenden Verbindungen wurden durch Erwärmen von Ratanhin mit einer zur Lösung voraussichtlich nicht zureichenden Menge der Alkalilauge, Erkalten lassen der erhaltenen Lösung und möglichst rasches Verdampfen, der von dem beim Erkalten ausgeschiedenen Ratanhin getrennten Flüssigkeit, im Vacuum, dargestellt. Die Analyse beider Verbindungen wurde, da die große Neigung derselben Feuchtigkeit anzuziehen eine Wägung illusorisch machte, in indirecter Weise ausgeführt. Es wurde zu diesem Ende ein Theil der im Vacuum getrockneten Substanz in Wasser gelöst und die klare Lösung in zwei genau gleiche Theile getheilt. In der einen Hälfte der Lösung wurde durch Versetzen derselben mit verdünnter Schwefelsäure im Überschuß, Eindampfen der Flüssigkeit und Glühen des Rückstandes (unter endlichem Zusatz von etwas kohlensaurem Ammoniumoxyd), der gesammte Kali- beziehungsweise Natrongehalt in schwefelsaures Salz verwandelt, welches gewogen und aus der gefundenen Menge desselben der Kali oder Natrongehalt berechnet wurde. Die andere Hälfte der Lösung wurde mit Chlorwasserstoffsäure im Überschusse versetzt, im Wasserbade verdampft und der Abdampfrückstand bei 110° C. getrocknet und gewogen. Um eine Controle zu ermöglichen, wurde zum Überflusse in dem getrockneten Gemenge des Chlormetalls mit dem chlorwasserstoffsauren Ratanhin der Chlorgehalt bestimmt. Aus den erhaltenen Zahlen ließ sich mit ziemlicher Sicherheit das Mengenverhältniß des Ratanhins zum Alkalimetall berechnen. Ich erhielt folgende Zahlen:

Hälfte *a)* der Lösung des Ratanhin-Kaliums lieferte 0·245 Grm., schwefelsaures Kali = 0·109 Grm. Kalium.

Hälfte *b)* derselben Lösung mit Chlorwasserstoffsäure neutralisirt lieferte 0·5314 Grm. des bei 110° C. getrockneten Gemenges von Chlorkalium und chlorwasserstoffsaurem Ratanhin. Dieses lieferte bei der Chlorbestimmung 0·6 Grm. Chlorsilber, was einem Chlor-

gehalte von 0·148344 Grm. entspricht. Zieht man von diesem Gesammtchlorgehalte die 0·0988 Grm. betragende, dem aus der Menge des erhaltenen schwefelsauren Salzes berechneten Kaliumgehalte entsprechende Chlormenge ab, so erübrigen 0·049544 Grm. Chlor gleich 0·051 Grm. Chlorwasserstoffsäure, welche dem vorhandenen chlorwasserstoffsauren Ratanhin angehören. Die Menge des in dem Salzgemenge enthaltenen Ratanhins berechnet sich sonach zu 0·2727 Grm. und das Verhältniß dieses zum Kalium ist also = 0·2727 : 0·109, d. i. = 100 : 39·97. Diese Zahlen führen zu der Formel $\Theta_{10}H_{11}Ka_2N\Theta_3$, welche ein Verhältniß = 100 : 40·11 verlangt. In derselben Weise wurde in einer anderen Partie der Kaliumverbindung ein Verhältniß von 100 Ratanhin zu 38·79 Kalium gefunden.

Als ich in ganz ähnlicher Weise bei der Analyse der, der Kaliumverbindung analog dargestellten Natriumverbindung verfuhr, erhielt ich Zahlen, die gleichfalls ziemlich gut mit der Formel $\Theta_{10}H_{11}Na_2N\Theta_3$ übereinstimmten. So fand ich in einer Partie der Verbindung das Verhältniß von Ratanhin zu Natrium = 100 : 23·02 in einer zweiten Partie = 100 : 22·74, während die Formel ein Verhältniß = 100 : 23·58 erfordert. Da der, so etwas zu hoch gefundene Ratanhingehalt sich leicht daraus erklärt, daß bei der Darstellung der Verbindungen unter Anwendung eines Überschusses von Ratanhin höchst wahrscheinlich ein Antheil dieses, im freien Zustande gelöst, in der Flüssigkeit enthalten gewesen sein dürfte, so möchte wohl kaum an der Existenz von Verbindungen, denen obige Formeln zukommen zu zweifeln sein. Andere Verbindungen des Ratanhins mit geringerem Metallgehalt, etwa den Formeln $\Theta_{10}H_{12}KaN\Theta_3$ und $\Theta_{10}H_{12}NaN\Theta_3$ entsprechend zusammengesetzt, darzustellen, gelang mir nicht, und als ich eine Lösung von Kalihydrat mässig verdünnt mit einem bedeutenden Überschusse von Ratanhin längere Zeit auf einer dem Siedepunkte nahen Temperatur erhielt, resultirte eine Flüssigkeit, welche bei einigem Stehen in der Kälte einen großen Theil Ratanhins ausschied, während sich in der nunmehr abfiltirten Lösung ein Salz nachweisen ließ, das einen wenig höheren Ratanhingehalt zeigte, als ihn die Formel $\Theta_{10}H_{11}Ka_2N\Theta_3$ fordert. Eben so wenig gelang es mir auf demselben Wege eine Metall-ärmere Natriumverbindung des Ratanhins zu erhalten, und ich bin sonach geneigt anzunehmen, daß Verbindungen des Ratanhins mit weniger als zwei Atomen Alkalimetall, wenn sie existiren, vielleicht nur in der

Siedhitze bestehen und beim Erkalten ihrer Lösungen unter Abscheidung von Ratanhin in die Verbindungen mit zwei Atomen Metall übergehen.

Ratanhin-Barium, Ratanhin-Strontinum, Ratanhin-Calcium, Ratanhin-Magnesium. Gleich den Metallen der Alkalien vermögen auch die Metalle der alkalischen Erden sich mit Ratanhin zu verbinden. Eine selbst verdünnte Barythydratlösung nimmt schon in der Kälte, leichter noch beim Erwärmen reichliche Mengen von Ratanhin auf. Die erhaltene Lösung ist farblos und reagirt stark alkalisch. Aus einer warm bereiteteten Lösung von Ratanhin in Barytwasser scheidet sich beim Erkalten ebenfalls ein Theil des Ratanhins wieder aus, dasselbe hält jedoch hartnäckig eine geringe Menge (nicht über 3—5 Pct.) Baryt zurück, die sich ihm nur durch längeres Waschen entziehen läßt. In der erkalteten Lösung findet sich nunmehr eine Bariumverbindung des Ratanhins, die sich selbst bei noch so starker Concentration der Lösung nicht ausscheidet. Beim vollkommenen Verdampfen der Flüssigkeit, das am besten im Vacuum über Schwefelsäure geschieht, hinterbleibt sie endlich als eine gummiähnliche, schwach gelb gefärbte Masse ohne Spur von Krystallisation. Sie ist leicht zu einem weißen wenig hygroskopischen Pulver zerreiblich. Im Wasser ist dieselbe äußerst leicht zu einer stark alkalisch reagirenden Flüssigkeit löslich, die rasch Ratanhin abzuscheiden beginnt. Alkohol vermag dagegen kaum eine Lösung zu bewerkstelligen, wohl aber führt er bald eine Zersetzung herbei. An der Luft nimmt die Verbindung leicht Kohlensäure auf und geht endlich in ein Gemenge von kohlensaurem Baryt und Ratanhin über. Wegen der Leichtigkeit, mit welcher schon durch den Kohlensäuregehalt der Luft eine solche Zersetzung herbeigeführt werden kann, muß man beim Abdampfen von Lösungen dieser Verbindung, für einen möglichst vollkommenen Ausschluß der Luft Sorge tragen. Behufs der Verwendung zur Analyse wurde die Verbindung auf zwei verschiedenen Wegen dargestellt. Eine Partie derselben (I) wurde durch mehrtägige Digestion von Ratanhin mit einer gesättigten Barythydratlösung in der Kälte, Abfiltriren der erhaltenen Lösung und Abdampfen derselben im Vacuum gewonnen. Eine zweite Partie (II) stellte ich durch Kochen von mäßig verdünntem Barytwasser mit überschüssigem Ratanhin dar. Die siedend heiße Lösung wurde abfiltrirt und durch zwei Tage in einem wohl verschlossenen Gefäße stehen

gelassen. Das während dieser Zeit abgeschiedene Ratanhin wurde durch neuerliche Filtration entfernt, und die so erhaltene Lösung gleichfalls im Vacuum über Schwefelsäure verdampft. Keine der beiden Substanzen zeigte unter dem Mikroskope auch nur Spuren von Krystallisation.

Die Analyse ergab folgende Resultate:

Substanz von der Darstellung I wurde zerrieben im Wasserstoffstrome bei 100° C. getrocknet. Nach zweistündigem Trocknen wurde das Gewicht constant. Es ergab sich ein Gewichtsverlust von 9·65 Pct.

Zur Barytbestimmung wurden 0·576 Grm. der bei 100° C. getrockneten Substanz im Platintiegel geglüht hierauf mit Schwefelsäure befeuchtet und wieder geglüht u. s. f. bis zum Constantbleiben des Gewichtes. Die Menge des so erhaltenen schwefelsauren Baryts betrug 0·40 Grm.

0·341 Grm. derselben, ebenfalls bei 100° C. im Wasserstoffstrome getrockneten Substanz, wurden mit chromsaurem Bleioxyd unter Vorlage einer Silberdrathspirale verbrannt. Es wurden erhalten 0·456 Grm. Kohlensäure und 0·1035 Grm. Wasser.

Die Substanz von der Darstellung II verlor im Wasserstoffstrome bei 100° C. getrocknet 9·45 Pct. Wasser.

Bei der Barytbestimmung wie oben, lieferten 0·431 Grm. der bei 100° C. getrockneten Substanz 0·2535 Grm. schwefelsauren Baryt.

0·282 Grm. dieser Substanz wie früher bei 100° C. trocken, lieferten bei der Elementaranalyse wie oben, 0·3875 Grm. Kohlensäure und 0·091 Grm. Wasser.

Diese Zahlen führen bezüglich beider, aus verschiedenen Darstellungsweisen herstammender Verbindungen, zu der Formel $\text{Ꞓ}_{10}H_{11}BaN\text{Ɵ}_{3} + 4aq$. Die bei 100° C. getr. Substanz ist demnach $\text{Ꞓ}_{10}H_{11}BaN\text{Ɵ}_{3}$, entspricht also derselben Formel zu welcher auch Ruge bei seiner Analyse der Lösung des Ratanhins in Barytwasser gelangt ist.

			Berechnet	Gefunden I	Gefunden II
$\text{Ꞓ}_{10}H_{11}BaN\text{Ɵ}_{3}$	=	330	90·20	—	—
4aq	=	36	9·80	9·65	9·45
Atg.	=	366	100·00	—	—

			Berechnet	Gefunden I	Gefunden II
C_{10}	=	120	36·36	36·40	37·49
H_{11}	=	11	3·33	3·37	3·59
N	=	14	4·26	—	—
O_3	=	48	14·54	—	—
Ba	=	137	41·51	40·80	39·15
Atg.	=	330	100·00	—	—

Die Abweichungen der gefundenen gegen die theoretischen Werthe finden ihre Erklärung auch hier wieder in dem Umstande, daß eine geringe Quantität des Ratanhins in freiem Zustande in die Lösung übergeht und also das Barytsalz begleitet und verunreinigt.

Die Existenz einer anderen, Barium-ärmeren Verbindung des Ratanhins, vermochte ich trotz wiederholter in dieser Richtung angestellter Versuche nicht nachzuweisen. Wie bereits aus den Ergebnissen der obigen Analyse hervorgeht, resultirt selbst beim Behandeln eines überschüssigen Ratanhin-Quantums mit Barytwasser, endlich auch die Bariumreichere Verbindung. Allerdings löst sich bei Siedhitze eine größere Quantität des Ratanhins auf, als der vorhandenen Barytmenge entspricht, indeß scheidet sich beim Erkalten wieder ein erheblicher Antheil desselben aus und die Lösung enthält nunmehr, wie die Analyse der Substanz II erweist, nur die Verbindung $C_{10}H_{11}BaNO_3$. Ratanhin zerlegt, wenn es mit in Wasser aufgeschlämmtem kohlensauren Bariumoxyd längere Zeit hindurch zum Sieden erhitzt wird, dieses endlich unter Entwicklung von Kohlensäure und Bildung einer schwach alkalisch reagirenden Lösung. Es lag die Vermuthung nahe, daß sich vielleicht unter diesen Umständen eine Barium-ärmere Verbindung erhalten ließe. Indeß bestätigte das Ergebniß der Analyse einer so dargestellten Verbindung diese Vermuthung nicht. Ich fand in derselben einen Bariumgehalt von 37·75 Pct., eine Zahl die der Formel $C_{10}H_{11}BaNO_3$, unendlich näher steht als einer anderen. Wahrscheinlich ist, daß auch die der Formel $C_{20}H_{22}BaN_2O_6$ entsprechende Verbindung, wenn sie, was sich wohl annehmen läßt, überhaupt besteht, nur in der Siedhitze der Flüssigkeit vorhanden ist und beim Erkalten ihrer Lösung, unter

Abscheidung von Ratanhin, in die Verbindung mit einem Atom Barium übergeht, nach der Gleichung

$$C_{20}H_{24}BaN_2O_6 = C_{10}H_{11}BaNO_3 + C_{10}H_{13}NO_3.$$

Ganz analog dem Verhalten des Ratanhins gegen Barythydrat und kohlensaures Bariumoxyd, ist auch das gegen die betreffenden Verbindungen des Strontiums, Calciums und Magnesiums. Auch mit diesen Metallen gelang es mir nur je eine Verbindung des Ratanhins darzustellen.

Das Ratanhin-Strontium $C_{10}H_{11}SrNO_3 + 4aq$. läßt sich sehr leicht durch Sättigen einer Strontianhydratlösung mit Ratanhin bei mäßiger Temperaturerhöhung erhalten. Die, von dem auch hier wieder beim Erkalten sich ausscheidenden Ratanhin, abfiltrirte Lösung trocknet beim Verdampfen im Vacuum zu einer dem Ratanhin-Barium völlig ähnlichen, amorphen Masse ein. Den Strontiumgehalt der bei 100° C. getrockneten Verbindung, welche bei dieser Temperatur 4 Atome Wasser abgibt, fand ich bei zwei, in ähnlicher Weise wie bei der Bariumverbindung ausgeführten Bestimmungen, einmal zu 30·01 Pct., ein zweitesmal zu 29·87 Pct. während die obige Formel, für die bei 100° C. getrocknete Verbindung, einen Strontiumgehalt von 31·31 Pct. erheischt.

Das Ratanhin-Calcium $C_{10}H_{11}CaNO_3 + (aq?)$ erhielt ich als eine im Wasser äußerst leicht lösliche und ziemlich hygroskopische, amorphe Masse, von gleichfalls stark alkalischer Reaction durch Digeriren von Ratanhin mit Kalkwasser in gelinder Wärme, Abfiltriren der Lösung von dem beim Erkalten ausgeschiedenen Ratanhin und Verdampfen der etwas schleimigen Flüssigkeit im Vacuum. Eine Bestimmung des Calciumgehaltes in der bei 100° C. getrockneten Verbindung, welche bei dieser Temperatur, wenn einmal im Vacuum getrocknet, nicht wesentlich an Gewicht verliert, lieferte von 0·721 Grm. Subst. 0·301 Grm. kohlensauren Calciumoxyds (in bekannter Weise durch Glühen des aus der Lösung gefällten oxals. Calciumoxydes erhalten), was einem Calciumgehalte von 16·64 Pct. entspricht, während die obige Formel 17·16 Pct. Calcium fordert.

Behufs der Darstellung der Magnesium-Verbindung verfuhr ich in der Weise, daß ich eine bei Siedhitze gesättigte wässrige

Ratanhinlösung mit feuchtem Magnesiumoxydhydrat durch längere Zeit zum Sieden erhitzte, während ich für Ersatz des verdunstenden Wassers Sorge trug. Nach mehrstündigem Sieden resultirte eine schwach alkalisch reagirende Flüssigkeit, welche von dem ungelöst gebliebenen Magnesiumoxydhydrat abfiltrirt und im Vacuum verdampft wurde.

In dem Maße, als die Flüssigkeit concentrirter wurde, schied sich aus derselben ein Haufwerk kleiner Kryställchen aus, die sich nach dem Abfiltriren und Auswaschen als fast völlig aschenfreies Ratanhin erwiesen. Der Rest der Flüssigkeit trocknete endlich zu einer weißen völlig amorphen Masse ein. Die Analyse dieser Substanz erwies einen Magnesiumgehalt, welcher dem aus der Formel $\Theta_{10}H_{11}MgN\Theta_3$ berechneten ziemlich nahe kam. 0·316 Grm. der bei 100° C. ohne wesentlichen Gewichtsverlust getrockneten Substanz, lieferten nach dem vollkommenen Einäschern eine Quantität von 0·0508 Grm. Magnesiumoxyd, was einem Gehalte von 9·62 Pct. an Magnesium entspricht, während die obige Formel 11·06 Pct. Magnesium fordert.

Von Verbindungen des Ratanhins mit anderen Metallen versuchte ich eine Aluminium,- eine Eisen- und eine Bleiverbindung darzustellen, ohne daß es mir indeß gelungen wäre Verbindungen mit diesen Metallen von constanter Zusammensetzung zu erhalten. Dagegen gelang es mir eine wohl charakterisirbare Silberverbindung zu erhalten. Zur Darstellung derselben folgte ich dem von Staedeler für die Herstellung der Silberverbindungen des Tyrosins angewandten Verfahren. Eine gesättigte Lösung von Ratanhin in Ammoniak wurde portionenweise zu einer mäßig concentrirten Auflösung von salpetersaurem Silberoxyd zugesetzt, und zwar so lange, als diese eben noch keinen deutlichen Geruch nach Ammon zeigte. Ich erhielt in dieser Weise einen schwerpulverigen, weißen Niederschlag, der unter dem Mikroskope gesehen, als aus langen spießigen Kryställchen bestehend sich erwies. In kaltem Wasser ist derselbe äußerst schwer löslich, mit Wasser erwärmt, löst sich ein Theil desselben auf, während der Rest durch Einfluß der Temperaturerhöhung zersetzt, in Folge der Ausscheidung von Silberoxyd eine braune Färbung anzunehmen beginnt. Ammon sowie Salpetersäure

lösen selbst im verdünnten Zustande die Verbindung mit Leichtigkeit auf. Die Lösung in Ammon erscheint Anfangs völlig klar, trübt sich aber bald in Folge einer eintretenden Ausscheidung metallischen Silbers. Auf 110° C. erwärmt, erleidet die Verbindung keine wesentliche Veränderung, über diese Temperatur hinaus, färbt sie sich braun und verglimmt endlich ziemlich rasch, ein Gemenge von Kohlensilber und einer schwammigen Kohle hinterlassend, das bei fortgesetztem Glühen unter Zutritt der Luft endlich in reines Silber verwandelt werden kann.

Zur Analyse wurde die lufttrockene, völlig weiß gebliebene Substanz zunächst bei einer Temperatur von 105° C. im Kohlensäurestrome getrocknet, wobei sie weder eine Farbenveränderung noch einen merkbaren Gewichtsverlust erlitt. Da, wie eine qualitative Analyse derselben ergab, keine Verunreinigung mit Ammon oder mit Salpetersäure zugegen war, so wurde neben der Elementaranalyse lediglich eine Silberbestimmung ausgeführt.

0·3242 Grm. bei 105° C. trockener Substanz lieferten mit chromsaurem Bleioxyd unter Vorlage einer Silberdrahtspirale verbrannt 0·3587 Grm. Kohlensäure und 0·0875 Grm. Wasser.

0·279 Grm. derselben Substanz lieferten 0·19 Grm. Chlorsilber.

Aus diesen Zahlen berechnet sich die Formel $\Theta_{10}H_{11}Ag_2N\Theta_3$

			Berechnet	Gefunden
Θ_{10}	=	120	29·34	30·17
H_{11}	=	11	2·69	2·99
Ag_2	=	216	52·81	51·25
N	=	14	3·42	—
Θ_3	=	48	11·74	—
Atg.	=	409	100·00	—

Diese Verbindung weicht von der von Staedeler erhaltenen analogen Tyrosinverbindung von der Formel $\Theta_9H_9Ag_2N\Theta_3 + 2aq$, wesentlich darin ab, daß sie kein Wasser enthält. Der etwas zu hoch gefundene Gehalt an Kohlenstoff und Wasserstoff spricht im Vereine mit dem niedriger gefundenen Silbergehalte dafür, daß der Verbindung eine geringe Quantität einer anderen, silberärmeren Verbindung oder freien Ratanhins beigemengt gewesen sei. Diese

Annahme gewinnt durch das Ergebniß meiner weiteren Versuche an Wahrscheinlichkeit. Als ich nämlich, mit dem Plane umgehend, die Darstellung einer, dem von Staedeler erhaltenen krystallinischen Tyrosinsilber analogen, Ratanhinverbindung zu versuchen, die von dem oben beschriebenen weißen Niederschlage der Verbindung $\Theta_{10}H_{11}Ag_2N\Theta_3$ abfiltrirte, schwach alkalisch reagirende Flüssigkeit, noch weiter mit ammoniakalischer Ratanhinlösung versetzte, erhielt ich neuerlich einen weißen, dießmal jedoch nicht so schwer pulverigen Niederschlag, der sich im Wasser etwas leichter löslich erwies, als dies bei dem erst erhaltenen der Fall war. Unter dem Mikroskope gesehen, erschien derselbe als ein deutliches Gemenge von zweierlei verschiedenen Kryställchen, deren einzelne mir mit den, bei der erst erhaltenen Silberverbindung beobachteten, Ähnlichkeit zu haben schienen. Wegen Mangel an Substanz, und ich verfügte leider nicht über eine genügende Menge reinen Ratanhins um den Versuch noch einmal anstellen zu können, mußte ich mich damit begnügen, lediglich den Silbergehalt dieser Verbindung zu bestimmen.

Ich erhielt folgende Resultate: 0·1395 Grm. Substanz, welche bei 100° C. im Kohlensäurestrome getrocknet, nichts an Gewicht verloren, hinterließen nach anhaltendem Glühen im Porzellantiegel, 0·052 Grm. metallischen Silbers und 0·1545 Grm. Substanz desgleichen, 0·0575 Grm. metallischen Silbers, was für die erste Bestimmung einem Silbergehalte von 37·26, für die zweite von 37·22 Procent entspricht; ein Gehalt, welcher mit einer allerdings nicht erklärten Differenz von 1·5 Pct. am ehesten auf die Formel $\Theta_{10}H_{12}AgN\Theta_3$ paßt, der ein Silbergehalt von 35·76 Pct. entspricht. Trotz dieser vielleicht nur zufälligen Annäherung, der durch den Versuch ermittelten Zahlen an die aus der Formel berechneten, und trotz der Wahrscheinlichkeit mit welcher, bei der Existenz einer Silberverbindung des Tyrosins von obiger Formel, auch die einer ähnlichen Ratanhinverbindung angenommen werden könnte, möchte ich doch, ehe weitere Versuche angestellt sind, die Existenz einer Ratanhinsilberverbindung von obiger Formel nur mit Vorbehalt angenommen haben, wobei ich namentlich auf die Thatsache Gewicht lege, daß, wie bereits im Vorhergehenden erwähnt, sich die analysirte Substanz bei der mikroskopischen Untersuchung als ein Gemenge von zweierlei verschiedenen Kryställchen erwiesen hatte. Als ich die von diesem

zweiten Niederschlage abfiltrirte Flüssigkeit, die nun schon deutlich ammoniakalisch roch, vorsichtig mit Salpetersäure neutralisirte, blieb sie Anfangs völlig klar und erst nach längerem Stehen schied sich aus derselben ein ziemlich voluminöses, aus feinen, zu kleinen Büschelchen vereinigten Krystallnadeln bestehendes Sediment ab, das sich bei der Analyse als nahezu reines, nur Spuren von Silber enthaltendes Ratanhin erwies. Da die neutrale Flüssigkeit, aus welcher sich dasselbe ausgeschieden hatte, noch reichlich Silbernitrat in Lösung enthielt, so ergibt sich hieraus, daß eine Ratanhinsilberverbindung von der Formel $\Theta_{10} H_{12} Ag N\Theta_3$, wenn sie existirt, unter jenen Verhältnissen unter welchen die analoge Tyrosinverbindung erhalten wird, nicht entstehe.

Verhalten des Ratanhins gegen Säuren.

Durch die Untersuchungen Ruges sowie durch meine bezüglichen Arbeiten, ist es bereits nachgewiesen, daß sich das Ratanhin mit stärkeren Mineralsäuren leicht, zu meist ziemlich beständigen Verbindungen zu vereinigen vermöge, ohne jedoch gleichzeitig die Fähigkeit zu besitzen, die Reaction der Säure aufzuheben. Bemerkenswerth ist, daß lediglich stärkere Mineralsäuren sich mit dem Ratanhin zu verbinden vermögen, während Verbindungen desselben mit selbst den stärksten organischen Säuren, entweder nicht existiren, oder doch sehr unbeständiger Natur sind. So vermögen zwar Oxalsäure, Essigsäure, Weinsäure und Citronensäure, die ich sämmtlich auf ihr Verhalten gegen Ratanhin untersuchte, schon in der Kälte, noch leichter beim Erwärmen Ratanhin aufzulösen, aber alle diese Lösungen scheiden, wenn bei höherer Temperatur bereitet, schon beim Erkalten, oder doch bei nachfolgender Concentration, den größten Theil des gelösten Ratanhins in Form der bekannten büschelförmigen Krystallgruppen, unverändert ab. Beim vollkommenen Verdampfen hinterlassen sie entweder, wenn die Säure eine flüchtige war, reines Ratanhin, oder bei Gegenwart einer nicht flüchtigen Säure, ein Gemenge von Ratanhin-freien Krystallen dieser mit reinem Ratanhin. Die Lösungen des Ratanhins in Säuren, seien es organische oder Mineralsäuren, werden durch mäßigen Alkoholzusatz nicht getrübt, wird hingegen eine größere Quantität von Alkohol zugefügt, so beginnt nach kurzer Zeit die Flüssigkeit sich zu trüben, und es erfolgt endlich eine fast voll-

ständige Ausscheidung des Ratanhins, die namentlich auf Zusatz von Äther wesentlich beschleunigt werden kann. Daß durch vorsichtige Neutralisation der sauer reagirenden Lösungen gleichfalls eine Ausscheidung des Ratanhins herbeigeführt werden kann, ist selbstverständlich.

Salpetersaures Ratanhin. Kalte, verdünnte Salpetersäure löst Ratanhin, ohne dasselbe zu verändern. Die wasserklare Lösung läßt auf Alkoholzusatz nur schwer einen Antheil des gelösten Ratanhin's fallen, welches jedoch auf Zusatz von Ätheralkohol fast vollständig aus der Lösung ausgefüllt werden kann. Einwirkung von höherer Temperatur verträgt die Lösung nicht, ohne sich alsbald unter Entwickelung von rothbraunen Dämpfen und unter endlicher Annahme einer gesättigt gelben Färbung zu zersetzen. Eben so wenig kann dieselbe eine stärkere Concentration, sei es durch freiwilliges Verdunsten, sei es durch Verdampfen im Vacuum über Schwefelsäure, erfahren, ohne gleichfalls eine Zersetzung zu erleiden. In beiden Fällen erfährt die Flüssigkeit eine mit dem Grade der Concentration zunehmende Gelbfärbung und trocknet endlich zu einer dunkelbraun gefärbten, zähen Masse ein, aus welcher sich kein unverändertes Ratanhin mehr abscheiden läßt. Obwohl sonach die Darstellung einer festen Verbindung des Ratanhin's mit Salpetersäure nicht gelingt, so ist die Existenz einer solchen doch kaum zweifelhaft, und wiederholte Bestimmungen, die ich Behufs der Ermittlung des Verhältnisses von Ratanhin zur Salpetersäure in verschiedenen kalt gesättigten Lösungen ausführte, ergaben Zahlen, welche einem Verhältnisse von 1 Atom Ratanhin zu 1 Atom Salpetersäurehydrat ziemlich nahe kamen; so daß sich, für das salpetersaure Salz, mit größter Wahrscheinlichkeit die Formel $\Theta_{10}H_{13}N\Theta_3 + NH\Theta_3$ aufstellen ließe. So fand ich einmal das Verhältniß von Ratanhin zu Salpetersäure = 100 : 40·5, bei einer zweiten Bestimmung = 100 : 38·25, bei einer dritten = 100 : 41·10, während die obige Formel ein Verhältniß von 100 : 32·30 fordert. Die Bestimmungen wurden in der Weise ausgeführt, daß in einer durch mehrtägige Digestion eines größeren Quantums Ratanhin mit einer zur Lösung des gesammten Ratanhin's voraussichtlich nicht zureichenden Menge mit dem dreifachen Volumen Wasser verdünnter Salpetersäure bereiteten Lösung der Verbindung, zunächst durch Neutralisation mit $^1/_{10}$ normalem Ammoniak die Menge der Säure ermittelt und

sodann durch Abdampfen der neutralen Lösung, das Ratanhin möglichst vollständig abgeschieden, und endlich bei 100° C. getrocknet und gewogen wurde.

Läßt man auf Ratanhin concentrirte Salpetersäure einwirken, so wird unter stürmischer, von massenhafter Untersalpetersäure-Entwicklung begleiteter, Reaction, sofort eine dunkelgelb bis braunroth gefärbte Lösung erhalten, die ohne Zweifel dasselbe Zersetzungsproduct enthält, wie es sich beim Erwärmen oder Abdampfen einer Lösung von salpetersaurem Ratanhin bildet. Diese Lösung scheidet selbst bei Syrupdicke keinerlei krystallinisches Sediment ab und ist übrigens mit Alkohol sowohl wie mit Wasser in allen Verhältnissen mischbar, mit diesen Flüssigkeiten liefernd, die selbst bei einem hohen Grade von Verdünnung noch eine deutlich gelbe Färbung zeigen. Wird eine concentrirte solche, durch Einwirkung von starker Salpetersäure auf Ratanhin entstandene Lösung, vorsichtig mit Ammon neutralisirt, so scheidet sich aus derselben ein brauner harzartiger Körper aus, welcher in Wasser etwas schwerer, in Ammon dagegen und Alkohol leicht mit gesättigt gelber Farbe löslich ist. Es gelang mir nicht denselben krystallisirt zu erhalten. Wird derselbe trocken einer geringen Temperaturerhöhung unterworfen, so verpufft er ziemlich lebhaft und hinterläßt eine geringe Menge einer voluminösen Kohle. Es scheint mir nicht unwahrscheinlich, daß dieser Körper ein Nitroderivat des Ratanhin's sei, und daß demnach in der durch Einwirkung der Salpetersäure auf Ratanhin ursprünglich entstehenden Lösung, ähnlich wie das von Staedeler für das Tyrosin nachgewiesen wurde, ein salpetersaures Nitro-Ratanhin oder Dinitro-Ratanhin, oder ein Gemenge beider Derivate enthalten sei. Leider muß ich die Erforschung dieser Verhältnisse auf einen Zeitpunkt verschieben, wo mich der Besitz einer genügenden Menge des schwer beizuschaffenden Materiales in die Lage versetzen wird, weitere Untersuchungen in dieser Richtung anzustellen. Es möchte mir nun aber noch gestattet sein, einiges über die von Ruge, als für das Ratanhin charakteristisch bezeichnete und auch in meiner, Eingangs citirten Abhandlung besprochenen Farben-Reaction, zu bemerken. Dieselbe tritt bekanntlich ein, wenn man, wie Ruge angibt, eine Partie, von mit Wasser zu einem dünnen Brei angerührtem Ratanhin mit möglichst wenig Salpetersäure versetzt und zum Sieden erhitzt, wo dann nach länger fortgesetztem Sieden die Anfangs farblose Flüs-

sigkeit allmählig eine rosenrothe, durch rubinroth in blau und endlich in grün übergehende, Färbung annimmt, und gleichzeitig eine deutlich rothe Fluoreszenz zu zeigen beginnt. Diese Reaction, die das mißliche hat, daß bei Anwendung der entsprechenden Salpetersäuremenge ein länger fortgesetztes Kochen nöthig ist um die charakteristische Farbenveränderung herbeizuführen, während bei irgend unvorsichtigem Zusatze von Salpetersäure, an Stelle des charakteristischen Farbenwechsels sofort eine Grünfärbung, oder noch leichter, eine Gelbfärbung der Flüssigkeit eintritt, welche letztere auch das Tyrosin unter ähnlichen Verhältnissen anzunehmen vermag, gelingt, wie ich zu beobachten Gelegenheit gehabt habe, weit leichter, wenn man an Stelle reiner Salpetersäure, eine untersalpetersäurehältige, also rothe, rauchende Säure verwendet. Wird von solcher auch nur eine Spur zu einem Ratanhinbrei zugesetzt, so nimmt die Flüssigkeit schon beim beginnenden Erwärmen jene charakteristische rosenrothe Färbung an, die bei weiter fortgesetztem Erhitzen ziemlich rasch in Blau und Grün und endlich in Gelb übergeht. Hat man rauchende Säure nicht zur Verfügung, so kann man, wie begreiflich, durch Zusatz eines Partikelchens von salpetrigsaurem Kali oder Natron zu einer mit gewöhnlicher Salpetersäure versetzten Probe, denselben Effect erzielen. Der Umstand, daß eine so geringe Menge von salpetriger Säure [1]) hinreicht, um eine verhältnißmäßig große Menge von Ratanhin zu verändern, verleitet mich zu der Annahme, daß man es bei dieser Reaction nicht mit einem, der Einwirkung von salpetriger Säure auf Amidobenzoesäure ähnlichen Vorgange zu thun habe, bei welchem das Ratanhin etwa nach der Gleichung:

$$\Theta_{10}H_{13}N\Theta_3 + N\Theta_2H = \Theta_{10}H_{12}\Theta_4 + N_2 + H_2\Theta$$

in eine neue Säure umgewandelt würde, sondern, daß möglicher Weise durch Einwirkung der salpetrigen Säure, lediglich eine Überführung des Ratanhin's in eine isomere Verbindung erfolge, ein Vor-

[1]) Und offenbar ist diese das wirksame Princip, denn abgesehen davon, daß, wie Ruge nachgewiesen hat, durch Einwirkung von salpetriger Säure allein auf Ratanhin dieselbe Reaction zu Stande kommt, tritt diese, wenn mit reiner Salpetersäure angestellt (dafür spricht die dann nöthige lange Dauer des Kochens) erst da ein, wo in Folge einer beginnenden oxydirenden Wirkung der Salpetersäure sich eine Partie von salpetriger Säure gebildet hat. Dieselbe Reaction kommt übrigens auch zu Stande, wenn man in eine mit etwas Salpetersäure versetzte Ratanhinlösung Stickstoffoxyd einleitet.

gang, der gleichfalls nicht ohne Analogie wäre. Ein solcher dem Ratanhin isomerer Köper möchte dann etwa dem Orceïn, von welchem er durch $3(\mathrm{CH_2})$ verschieden wäre, homolog sein.

$C_7H_7NO_3$	$C_{10}H_{13}NO_3$
Orceïn	Isom. des Ratanhins.

Jedenfalls ist es interessant, daß der, bei der in Rede stehenden Reaction des Ratanhin's zu Stande kommende Körper, der sich gleich dem Orceïn durch eine charakteristische Färbung auszeichnet, auf Zusatz von Schwefelwasserstoff in schwach alkalischer Lösung entfärbt wird, während erst auf Zusatz von Säuren die charakteristische Färbung wiederkehrt; genau so, wie dies bei dem Orceïn unter ähnlichen Umständen der Fall ist. Jedenfalls muß es einer weiteren Untersuchung überlassen bleiben, über diese Verhältnisse Klarheit zu verschaffen.

Chlorwasserstoffsaures Ratanhin. In Chlorwasserstoffsäure löst sich Ratanhin mit größter Leichtigkeit zu einer farblosen stets sauer reagierenden Flüssigkeit auf, die einen ziemlich bedeutenden Zusatz von Alkohol verträgt, ohne sich zu trüben oder Ratanhin auszuscheiden. Auf Zusatz von Äther-Alkohol in genügender Menge scheidet sich dagegen rasch der gesammte in Lösung befindliche Ratanhingehalt aus. Wird eine nicht zu verdünnte solche Lösung in der Kälte mit concentrirter Chlorwasserstoffsäure versetzt, so scheidet sich in Form eines weißen krystallinischen Sedimentes das chlorwasserstoffsaure Salz des Ratanhin's aus. Eben so leicht erhält man dieselbe Verbindung als eine weiße Salzmasse von deutlich krystallinischem Gefüge durch Abdampfen der Lösung im Wasserbade, was ohne Sorge geschehen kann, da selbst concentrirte Chlorwasserstoffsäure bei der Temperatur des kochenden Wassers keine Zersetzung des Ratanhins bewirkt. Es gelang mir auch, diese Verbindung in größeren säulenförmigen Krystallen zu erhalten, die sich durch eine völlige Farblosigkeit, sowie durch einen ziemlich lebhaften Glanz auszeichnen. Nach den krystallographischen Bestimmungen [1]), welche Herr Oberbergrath Ritter v. Zepharovich auszuführen die Güte hatte, gehören dieselben dem monoklinen Kry-

[1]) Die ausführliche Zusammenstellung der Resultate dieser Bestimmungen und Messungen, die sich auch auf das chlorwasserstoffsaure Tyrosin, dann das schwefelsaure Ratanhin und das schwefelsaure Tyrosin erstreckten, siehe d. Sitzungsberichte d. mathem.-naturw. Cl., II. Abth., April-Heft. Jahrg. 1869.



stallsysteme an. In wenig Wasser ist die Verbindung namentlich bei gelindem Erwärmen vollkommen löslich, wogegen größerer Wasserzusatz dieselbe unter Abscheidung von Ratanhin zersetzt. Ähnlich verhält sich auch Alkohol, welcher indeß nur geringe Mengen der Verbindung aufzulösen vermag und eine Lösung liefert, die schon nach kurzer Zeit Ratanhin auszuscheiden beginnt. Äther löst die Verbindung fast gar nicht auf, bewirkt dagegen namentlich beim Erwärmen eine Entziehung von Chlorwasserstoffsäure, in Folge deren eine Ausscheidung von Ratanhin und also ein durch diese bedingtes trübe und undurchsichtig werden der Krystalle eintritt. Es wurde sowohl eine Partie der größeren Krystalle (I) als auch das durch Zusatz von Chlorwasserstoffsäure aus der Lösung gefällte krystallinische Sediment (II) der Analyse unterworfen. Die Verbrennungen wurden mit chromsaurem Bleioxyd unter Vorlage einer Silberdrahtspirale ausgeführt.

Die Resultate sind folgende:

I) 0·3925 Grm. der lufttrockenen Substanz, welche selbst nach dreistündigem Trocknen im Kohlensäurestrome bei 110° C. nichts an Gewicht verlor, lieferten 0·245 Grm. an Chlorsilber.

0·207 Grm. derselben Substanz lieferten, wie oben lufttrocken verwendet, bei der Elementaranalyse 0·392 Grm. Kohlensäure und 0·1155 Grm. Wasser.

0·31275 Grm. derselben Substanz gaben bei der Stickstoffbestimmung 0·1299 Grm. Platin.

II) 0·21475 Grm. der lufttrockenen Substanz, die gleichfalls bei 110° C. im Kohlensäurestrome getrocknet, nichts an Gewicht verlor, lieferten 0·133 Gr. Chlorsilber und

0·25425 Grm. Substanz, bei der Verbrennung, 0·48275 Grm. Kohlensäure und 0·144 Grm. Wasser.

Diese Zahlen passen recht gut auf die Formel $C_{10}H_{13}NO_3 + ClH$.

			Berechnet	Gefunden I	Gefunden II
C_{10}	=	120	51·84	51·65	51·76
H_{14}	=	14	6·05	6·20	6·29
N	=	14	6·05	5·87	—
O_3	=	48	20·73	20·86	—
Cl	=	35·46	15·33	15·42	15·31
Atg.	—	231·46	100·00	100·00	—

Es enthält demnach auch die durch Zusatz von concentrirter Chlorwasserstoffsäure aus der Lösung ausgeschiedene Verbindung nur ein Atom Säure. Die Existenz einer zweiten, säurereicheren Verbindung des Ratanhins mit Chlorwasserstoffsäure nachzuweisen gelang mir nicht, wenigstens konnte ich in keiner Weise eine solche Verbindung von fester Form erhalten. Es scheint mir übrigens die Existenz einer solchen zweiten Verbindung, gegenüber der muthmaßlichen Constitution des Ratanhins überhaupt nicht wahrscheinlich, und wie Versuche ergeben haben, existirt auch in Lösungen, welche durch Einwirkung von Wasser auf die Verbindung $\Theta_{10}H_{13}N\Theta_3$, ClH unter Abscheidung von Ratanhin entstehen, keine der Formel $\Theta_{10}H_{13}N\Theta_3$, $_2$ClH entsprechende Verbindung, da ich bei wiederholten Bestimmungen die Menge des Chlorwasserstoffs im Verhältniß zu der des Ratanhins meist weit größer fand, als die Formel $\Theta_{10}H_{13}N\Theta_3 + 2ClH$ verlangt hätte.

Eine Auflösung von chlorwasserstoffsaurem Ratanhin wird durch Platinchlorid nicht gefällt, auch auf Zusatz von Alkohol oder Ätheralkohol kommt eine Ausscheidung eines Platindoppelsalzes nicht zu Stande. Läßt man jedoch eine mit einem Überschusse von Platinchlorid versetzte Lösung von chlorwasserstoffsaurem Ratanhin, langsam, etwa in einem Exsiccator über Schwefelsäure verdunsten, so scheiden sich nach längerer Zeit kleine, röthlichgelb gefärbte Kryställchen eines Platindoppelsalzes aus, die in Form und Farbe, kleinen Kryställchen von doppeltschromsaurem Kali nicht unähnlich sind. Dieselben sind luftbeständig und in Wasser, Alkohol und selbst in Äther, in letzterem freilich nur schwierig, löslich. Eine Zersetzung derselben findet hiebei nicht statt.

Ihre Analyse ergab folgende Zahlen:

1. 0·23775 Grm. Substanz bei 80° C. (welche Temperatur ohne wesentlichen Gewichtsverlust vertragen wird) im Kohlensäurestrome getrocknet, lieferten 0·0575 Grm. Platin.

2. 0·1725 Grm. derselben Substanz ebenso 0·04175 Grm. Platin.

1. 0·3065 Grm. derselben Substanz gleichfalls bei 80° C. trocken, lieferten bei der Chlorbestimmung 0·326 Grm. Chlorsilber, und

2. 0·251 Grm. Substanz ebenso 0·266 Grm. Chlorsilber.

1. 0·421 Grm. Substanz lieferten ferner bei der Stickstoffbestimmung 0·101 Grm. Platin und

2. 0·5325 Grm. Substanz ebenso 0 1275 Grm. Platin.

Von einer, aus einer anderen Darstellung herrührenden Partie, etwas größerer Kryställchen lieferten:

3. 0·1078 Grm. gleichfalls bei 80° C. ohne Gewichtsverlust getrockneter Substanz bei der Platinbestimmung 0·02625 Grm. Platin.

Aus diesen Zahlen berechnet sich die Formel

$$Pt, 2(C_{10}H_{13}NO_3, ClH) + Cl_4 = C_{10}H_{13}NO_3, ClH + PtCl_2$$

			Berechnet	Gefunden 1	Gefunden 2	Gefunden 3
C_{10}	=	120	29·90	—	—	—
H_{14}	=	14	3·47	—	—	—
N	=	14	3·47	3·39	3·38	—
O_3	=	48	11·95	—	—	—
Cl_3	=	106·38	26·56	26·31	26·25	—
Pt	=	98·94	24·65	24·26	24·20	24·35
Äq.	=	401·32	100·00	—	—	—

Eine Verbindung des chlorwasserstoffsauren Ratanhin's mit Goldchlorid zu erhalten, gelang mir nicht.

Schwefelsaures Ratanhin. Verdünnte Schwefelsäure löst schon bei gewöhnlicher Temperatur, leichter noch bei gelindem Erwärmen reichliche Mengen von Ratanhin zu einer farblosen, stark sauer reagirenden Flüssigkeit auf, aus welcher sich beim Verdunsten farblose Krystalle eines schwefelsauren Salzes abscheiden. Dieselben gehören nach den Bestimmungen des Herrn Ober-Bergrathes Ritter v. Zepharovich dem rhombischen Systeme an. Sie sind in Wasser ziemlich leicht löslich, werden aber durch eine größere Quantität Wasser, unter theilweiser Abscheidung von Ratanhin, zersetzt.

Alkohol löst wenig und bewirkt rasche Ausscheidung von Ratanhin.

Die Analyse dieser Verbindung führt zu der Formel

$$C_{10}H_{13}NO_3, SO_3H_2O$$

welche ein saures Salz repräsentirt.

1. 0·6535 Grm. Substanz bei 110° C. ohne beachtenswerthen Gewichtsverlust getrocknet, lieferten bei der Schwefelsäurebestimmung, 0·5182 Grm. schwefelsauren Baryt.

2. 0·1725 Grm. derselben gleichfalls bei 110° C. getrockneten Substanz 0·13625 Grm. schwefelsauren Baryt.

1. 0·289 Grm. gleichfalls bei 110° C. getrockneter Substanz, lieferten mit chromsaurem Bleioxyd verbrannt, 0·4352 Grm. Kohlensäure und 0·1387 Grm. Wasser.

			Berechnet	Gefunden I	Gefunden II
Є_{10}	=	120	40·96	41·07	—
H_{15}	=	15	5.12	5·33	—
N	=	14	4·77	—	—
Θ_4	=	64	21·85	—	—
$S\Theta_3$	=	80	27·30	27·22	27·12
Atg.	=	293	100·00	—	—

Concentrirte Schwefelsäure, wenn sie bei gewöhnlicher Temperatur auf Ratanhin einwirkt, verwandelt dasselbe sofort in ein Haufwerk kleiner weißer Kryställchen, die mit dem oben beschriebenen Salze völlig identisch sind.

Eine Partie dieser Kryställchen wurde durch Aufstreichen des Krystallbreies auf eine Bisquitplatte möglichst von anhängender Schwefelsäure befreit und in der bei 110° C. getrockneten Substanz der Schwefelsäuregehalt bestimmt. 0·3275 Grm. dieser Substanz lieferten 0·2675 Grm. schwefelsauren Baryt, woraus sich ein Gehalt von 28·04 Procent an Schwefelsäure berechnet.

Ob außer diesem sauren Salze des Ratanhins, welches nebenbei bemerkt, gleich den übrigen Verbindungen des Ratanhins mit Säuren einen rein sauren Geschmack besitzt, und durch Eisenchlorid nicht gefärbt wird, noch eine zweite Verbindung mit Schwefelsäure existirt, welche etwa der Formel ${}_2(\text{Є}_{10}H_{13}N\Theta_3)$, $S\Theta_3H_2\,\Theta$, d. i. $(\text{Є}_{10}H_{13}N\Theta_3SO_3HO)$ entspräche, muß ich vorläufig unentschieden lassen, obwohl die von mir in dieser Richtung angestellten Versuche, durchaus negative Resultate geliefert haben. Namentlich wurde meine Vermuthung, als existire eine solche Verbindung in einer durch Kochen von verdünnter Schwefelsäure mit einem

großen Überschusse von Ratanhin dargestellten Lösung, durch den Versuch nicht bestätigt, da ich in einer so bereiteten Lösung, welche beim Erkalten reichlich Ratanhin abschied, den Gehalt an Schwefelsäure bei weitem größer fand als die obige Formel verlangt hätte.

Läßt man concentrirte Schwefelsäure auf Ratanhin bei höherer Temperatur einwirken, so wird dasselbe, wie bereits Ruge nachgewiesen hat, unter vorübergehender Braunfärbung, in ein Gemenge einer einbasischen und einer zweibasischen, gepaarten Schwefelsäure, d. i. der einbasischen und zweibasischen Ratanhinschwefelsäure verwandelt. Bezüglich dieser Körper, welche auch durch Einwirkung höherer Temperatur aus dem sauren schwefelsauren Ratanhin, neben freiem Ratanhin entstehen, fand ich die Angaben Ruge's völlig bestätigt, und habe ich denselben nichts neues beizufügen.

Phosphorsaures Ratanhin. Mässig concentrirte Phosphorsäure löst beim Erwärmen Ratanhin ziemlich leicht zu einer farblosen, stark sauer schmeckenden Flüssigkeit auf, die durch Verdampfen auf dem Wasserbade endlich zu einem ziemlich zähen Syrup concentrirt werden kann, ohne daß hiebei eine krystallinische Ausscheidung zu beobachten wäre. Aus einer solchen syrupdicken Flüssigkeit, die bei Seite gesetzt, mehrere Wochen hindurch unbeachtet stehen geblieben war, hatten sich während dieser Zeit kleine glänzende Kryställchen abgeschieden, welche unter der Loupe betrachtet, als kurze anscheinend dem rhombischen Systeme angehörigen Prismen erschienen. Dieselben wurden von dem flüssig gebliebenen Antheile getrennt und durch Abpressen zwischen Fließpapier von anhängender Mutterlauge gereinigt. In Wasser erwiesen sie sich äußerst leicht, zu einer Anfangs klaren, bald aber durch ausgeschiedenes Ratanhin sich trübenden Flüssigkeit löslich. Alkohol bewirkte rasche Zersetzung. Da mir nur eine sehr geringe Quantität dieser Kryställchen zur Verfügung stand, mußte ich mich damit begnügen, lediglich eine Bestimmung des Phosphorsäuregehaltes auszuführen. Ich erhielt hiebei von 0·4205 Grm. Substanz die bei 100° C. ohne zu berücksichtigenden Gewichtsverlust getrocknet worden waren, 0.164 Grm. pyrophosphorsaure Magnesia. Es berechnet sich hieraus ein Phorphorsäuregehalt von 24·94 Procent, eine Zahl, welche gut mit der Formel $\Theta_{10}H_{13}N\Theta_3P\Theta_4H_3$ übereinstimmt.

		Berechnet	Gefunden
$2C_{10}H_{13}NO_3$	= 390	66·55	—
H_6O_3	= 54	9·21	—
P_2O_5	= 142	24·24	24·94
2At	= 586	100·00	—

Auch der von den Kryställchen getrennte flüssige Antheil war nach kurzer Zeit zu einem Haufwerk kleiner Kryställchen erstarrt, die gesammelt und durch kräftiges Abpressen zwischen Filtrirpapier möglichst vollständig von anhängender Mutterlauge befreit wurden. Eine Phosphorsäurebestimmung in diesen ergab einen etwas höheren Gehalt an Phosphorsäure als er in den erst erhaltenen Krystallen gefunden wurde

0·442 Grm. Substanz lieferten gleichfalls bei 100° C. getrocknet 0·1857 Grm. pyrophosphorsaurer Magnesia, was einem Gehalte von 26·87% an Phosphorsäure entspricht. Bei dem Umstande als durch das Abpressen zwischen Fließpapier eine völlige Entfernung der anhängenden, überschüssigen Phosphorsäure kaum erreicht worden sein kann, dürfte wohl anzunehmen sein, daß auch dieser Verbindung die obige Formel zukomme.

Es war mir bis jetzt, bei der verhältnißmäßig geringen Quantität an Substanz, welche mir zu Gebote stand, leider noch nicht möglich, über die Zersetzungsproducte, welche das Ratanhin unter Einwirkung von schmelzendem Alkalihydrat (Kochen mit Kalilauge zersetzt das Ratanhin nicht), so wie durch Einwirkung von Chlorgas liefert, ins Klare zu kommen. Eben so wenig habe ich aus gleichem Grunde an eine Untersuchung jenes flüchtigen Zersetzungsproductes denken können, welches durch Einwirkung höherer Temperatur aus dem Ratanhin entsteht.

Es kann demnach vorläufig von einer Feststellung der chemischen Constitution des Ratanhins nicht die Rede sein, und die von mir ermittelte Thatsache, daß das Ratanhin durch Einwirkung von nascirendem Wasserstoff weder in alkalischer noch in saurer Lösung verändert wird, ist eben so wenig geeignet einen sicheren Anhaltspunkt zu Schlüssen in diesem Sinne zu bieten, als es das negative Resultat des Versuches, durch Einführung von CH_2 an die Stelle

von 1H des Tyrosins, das Ratanhin aus jenem künstlich zu erhalten, vermag, an sich über diesen Punkt Licht zu verbreiten.

Bei alledem kann aber nach dem Verhalten, welches das Ratanhin gegen Basen einerseits und gegen Säuren anderseits zeigt, kein Zweifel darüber obwalten, daß es im Systeme in die Kategorie der Amidosäuren einzureihen sei. Ob es als solche, sich als Propylamid-Salicylsäure erweisen oder vielleicht als ein Abkömmling des bis jetzt noch nicht gekannten Gliedes der Salicylsäurereihe, von der Formel $\Theta_{10}H_{12}\Theta_3$, welches um ΘH_2 von der Phloretinsäure verschieden und mit der Oxycuminsäure isomer wäre, anzusehen sein wird, oder ob eine andere der vielen noch möglichen Gruppirungen der Elemente anzunehmen sein wird, darüber zu entscheiden bleibt weiteren Untersuchungen überlassen. Die geringe Basicität, die dem Ratanhin zukommt, scheint indeß schon jetzt nicht dafür zu sprechen, daß außer einem, das Ligament des Typus Ammoniakwasser bildenden zweiwerthigen Säureradikale auch noch ein selbstständiges Alkoholradikal in dem Complexe fungire.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

LX. BAND.

ZWEITE ABTHEILUNG.

9.

Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Physiologie, Meteorologie, physischen Geographie und Astronomie.

XXIII. SITZUNG VOM 4. NOVEMBER 1869.

Der Secretär legt folgende eingesendete Abhandlungen vor:

„Kritische Durchsicht der Ordnung der Flatterthiere oder Handflügler *(Chiroptera)*. Familie der Flughunde *(Cynopteri)*" II. Abtheilung, vom Herrn Dr. Leopold Jos. Fitzinger in Pest.

„Lehrsätze über Geraden im Raume", von Herrn Fr. Malý, Techniker in Wien.

Herr Dr. A. Boué überreicht eine Abhandlung: „Einige Berichtigungen zur Hahn'schen Karte der Flußgebiete des Drin und des Vardar in Nord-Albanien und Macedonien (1869)".

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Annales des mines. VIe Série. Tome XVI, 4e Livraison de 1869. Paris; 8°.

Apotheker-Verein, allgem. österr.: Zeitschrift. 7. Jahrgang, Nr. 21. Wien, 1869; 8°.

Archief, Nederlandsch, voor Genees- en Natuurkunde. Deel IV. 5e Aflevering. Utrecht, 1869; 8°.

Baratta, Gaetano, Studio geometrico sulla variazione e paragone degli angoli ecc. Napoli, 1869; 8°. — Trisezione di un angolo qualunque. Napoli, 1869; 8°.

Beobachtungen, Schweizerische meteorologische. September, October, November 1868. Zürich; 4°.

Bibliothèque Universelle et Revue Suisse: Archives des Sciences physiques et naturelles. N. P. Tome XXXVIe, Nr. 141. Genève, Lausanne, Neuchatel, 1869; 8°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXIX, Nrs. 15—16. Paris, 1869; 4°.

Cosmos. XVIIIe Année, 3e Série. Tome IV, 17e—18e Livraisons. Paris, 1869; 8°.

Delesse et de Lapparent, Extraits de géologie. 8°. — Revue de géologie pour les années 1866 et 1867. Paris, 1869; 8°.

Gesellschaft, Senckenbergische, in Frankfurt a/M: Bericht vom Juni 1868 bis Juni 1869. 8°.

— österr., für Meteorologie: Zeitschrift. IV. Band, Nr. 20—21. Wien, 1869; 8°.

— Naturforschende, in Zürich: Vierteljahrsschrift. XII. und XIII. Jahrgang. (1867 und 1868.) Zürich; 8°.

— Deutsche geologische: Zeitschrift. XXI. Band, 2. und 3. Heft. Berlin, 1869; 8°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Verhandlungen und Mittheilungen. XXX. Jahrg., Nr. 32—33. Wien, 1869; 8°.

Haidinger, Wilhelm Ritter von, das k. k. montanistische Museum und die Freunde der Naturwissenschaften in Wien in den Jahren 1840 bis 1850. Erinnerungen an die Vorarbeiten zur Gründung der k. k. geologischen Reichs-Anstalt. Wien, 1869; 8°.

Instituut, Koningkl., voor de Taal-, Land- en Volkenkunde van Nederlandsch Indië: III. Volgreeks IV. Deel, 1. Stuk. 's Gravenhage, 1869; 8°. — Catalogus der Bibliothek van het Indisch Genootschap. 's Gravenhage, 1869; 8°.

Lamy, A., Sur la fabrication de la soude au four tournant. Paris; 4°.

Landbote, Der steirische: 2. Jahrgang, Nr. 22. Graz, 1869; 4°.

Mittheilungen aus J. Perthes' geographischer Anstalt. Jahrgang 1869, IX. Heft. Gotha; 4°.

Peschka, Gust. Ad. V., Constructions-Verhältnisse der Schiebersteuerungen für Dampfmaschinen. Brünn, 1869; 8°. — Popper's Anti-Incrustator. Berlin, 1869; 8°.

Pest, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus dem Jahre 1868/9. 4° und 8°.

St. Petersburg, Direction du jardin de botanique: *Sertum Petropolitanum, seu incones et descriptiones plantarum, quae in horto botanico Imperiali Petropolitano floruerunt. Fasc. I—IV. Petropoli, 1846 et 1869; Folio.*

Realis, S., Note sur le nombre *e*. Paris, 1869; 8°.

Report on excisions of the head of the femur for gunshot injury. Washington, 1869; 4°.

Reichsanstalt, k. k. geologische: Verhandlungen. Jahrg. 1869, Nr. 12. Wien; 4°.

Revue des cours scientifiques et littéraires de la France et de l'étranger. VI° Année, Nrs. 47 — 48. Paris & Bruxelles, 1869; 4°.

Rittmann, Alexander, Grundzüge einer Geschichte der Krankheitslehre im Mittelalter. Brünn, 1868; 8°. — Die Cultur-Krankheiten der Völker. Brünn, 1867; 8°. — Culturgeschichtliche Abhandlungen über die Reformation der Heilkunst. 1. und 2. Heft. Brünn, 1869; 8°.

Schmidt, J. Christoph, Elemente zur Begründung einer mathematisch-physikalischen Organismenlehre, oder Mathesis allein ist Wissenschaft. München, 1869; 8°.

Scientifique Opinion. Nr. 51, Vol. II. London, 1869; 4°.

Settimanni, César, D'une nouvelle méthode pour déterminer la parallaxe du soleil. Florence, 1869; 8°.

Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux: Extraits des procès - verbaux des séances. Bordeaux, 1869; 8°.

Trautschold, H., Rede zur Säcularfeier der Geburt Alexander's von Humboldt. Moskau, 1869; 8°.

Vierteljahresschrift für wissenschaftl. Veterinärkunde. XXXII. Band, I. Heft. (Jahrg. 1869. III.) Wien; 8°.

Weyr, Emil, Theorie der mehrdeutigen geometrischen Elementargebilde und der algebraischen Curven und Flächen als deren Erzeugnisse. Leipzig, 1869; 8°.

Wiener Landwirthschaftliche Zeitung. XIX. Jahrg., Nr. 43—44. Wien, 1869; 4°.

— Medizin. Wochenschrift. XIX. Jahrg., Nr. 85—88. Wien, 1869; 4°.

Zeitschrift für Chemie, von Beilstein, Fittig & Hübner. XII. Jahrgang, N. F. V. Band, 19. Heft. Leipzig, 1869; 8°.

Untersuchungen über das Verhalten der Temperatur im Magen und im Rectum während der Verdauung.

Von Prof. M. Ritter v. Vintschgau u. M. Dietl, Med. Stud.

(Mit 3 Tafeln.)

(Vorgelegt in der Sitzung am 14. October 1869.)

Über das Verhalten der Temperatur im Magen während der Verdauung sind bis jetzt sehr wenige und nur unvollständige Versuche vorgenommen worden; für den Menschen besitzen wir bloß diejenigen, welche Beaumont an St. Martin anstellte, dagegen hat man bei Hunden mit Magenfisteln die Temperatur im Magen während der Verdauung wohl gemessen, ohne jedoch periodische, regelmäßige Beobachtungen vorzunehmen. Das Werk von Beaumont selbst war uns nicht zugänglich, und wir mußten uns in dieser Hinsicht mit dem begnügen, was wir darüber in den verschiedenen Büchern gefunden haben.

J. Müller führt in seiner Physiologie Folgendes an:

„Während der Verdauung ist die Temperatur im Magen nicht erhöht, wie Beaumont gezeigt hat; sie beträgt im Magen constant 100° F. und nimmt nur bei Anstrengung wie in anderen Theilen um einige Grade zu [1])".

Die Angaben von Nasse über die diesbezüglichen Beaumont'schen Versuche sind präciser, indem er sich darüber folgendermaßen äußert:

„Als Mittel erhält man aus den Messungen Beaumont's für den leeren Magen 30·311° und für den verdauenden 30·368° R. [2])".

Endlich geht aus der Angabe von Frerichs hervor, daß Beaumont das Thermometer nicht bloß senkrecht in die Magen-

---

[1]) J. Müller, Handbuch der Physiologie des Menschen. 4. Aufl. 1844 — I. Bd., S. 441.

[2]) G. Nasse, Thierische Wärme in Rud. Wagner's Handwörterbuch der Physiologie, IV. Bd., S. 57.



höhle eingeführt hat, sondern auch geneigt gegen den Pylorus zu. Frerichs erwähnt nämlich:

„.......ebenso stieg das Thermometer, wenn die Kugel von der Mitte des Magens zum Pylorustheil gebracht wurde [1])“.

Auch haben sowohl Frerichs, als auch Nasse die Temperatur im Magen des Hundes während der Verdauung gemessen, und beide berichten, daß während der Verdauung keine Temperaturzunahme stattfindet; besonders fügt Frerichs zu der obigen Angabe noch hinzu:

„...Bei unseren Hunden betrug die Temperatur in der Mitte des Magens 38—38·5°, von der Mitte entfernt stieg das Thermometer um $^1/_2$°“.

Eine andere literarische Aufzeichnung über diesen Gegenstand zu finden, waren wir nicht im Stande, so daß wir uns vor Allem die Aufgabe stellten, uns über den Gang der Temperatur im Magen während der Verdauung sicheren Aufschluß zu verschaffen.

Im Februar 1868 hat einer von uns (Vintschgau) an einem mittelgroßen Hunde nach der üblichen Methode eine Magenfistel angelegt; das Thier überstand die Operation sehr gut und erfreute sich bis zu den ersten Tagen Mai's l. J. der besten Gesundheit. Die Wundränder um die metallene Canüle sind vollständig vernarbt und die Bauchdecken, welche in den ersten Monaten nach der Operation etwas excoriirt waren, zeigen nun ein normales Ansehen. Anfangs Mai d. J. bekam das Thier eine heftige Conjunctivitis des rechten Auges; die Entzündung griff auch auf die Hornhaut über; heilte jedoch ziemlich rasch, so daß nach wenigen Wochen nur eine geringe diffuse Trübung zurückblieb, das Allgemeinbefinden war aber dabei durchaus nicht gestört.

Das Thermometer, dessen wir uns bedienten, war ein sehr empfindliches Instrument, dessen Theilung bis 44° C. reichte; jeder Grad ist in 10 Theile getheilt, deren Ablesung mit der größten Sicherheit und Zuverlässigkeit geschehen kann.

Die Entfernung der einzelnen Theilstriche ist ferner noch so groß, daß man sie nach dem Augenmaße immer noch in weitere zehn Theile theilen kann, wobei jedoch zu bemerken bleibt, daß wir

---

1) Wagner's Handwörterbuch der Physiologie, III. Bd., I. Abth., S. 797.



durchaus nicht behaupten wollen, es wären diese Hundertstel vollkommen verläßlich, da bekanntermaßen kleine Fehler in der Schätzung unvermeidlich sind; der Fehler kann aber nie größer sein als $^1/_{100}$ oder höchstens $^2/_{100}$; denn wir erlangten mit der Zeit durch die Übung eine gewisse Fertigkeit in dieser Abschätzung und controlirten uns auch meistens gegenseitig in den einzelnen Beobachtungen. Die Sicherheit konnte auch durch Anwendung einer Loupe noch erhöht werden.

Was die Vorsichtsmaßregeln betrifft, die wir beim Einführen des Thermometers angewendet, wollen wir nur Folgendes mittheilen:

Der Hund wurde auf einem Polster in die Rückenlage gebracht und vom Laboratoriumsdiener an den vier Füßen sanft gehalten [1]); in den ersten Tagen zeigte sich der Hund unruhig, später jedoch gewöhnte er sich so daran, daß er während der Beobachtung leicht schlummerte, und nur wenn Jemand ins Zimmer trat zu wedeln anfing.

Die äußere Öffnung der metallenen Canüle wurde mit einem durchbohrten Korkstöpsel geschlossen, das Lumen der Bohrung war nur so groß, daß das Thermometer ohne Reibung in die Magenhöhle eingeführt werden konnte. Da jedoch der Hund die üble Gewohnheit hatte, den hervorragenden Theil des Stöpsels abzubeißen, so wurde während der Nacht und zu jener Zeit, in welcher das Thier nicht unter Aufsicht sein konnte, der durchbohrte Stöpsel mit einem undurchbohrten vertauscht, und deßhalb warteten wir nach Einführung des durchbohrten Stöpsels 10—15 Minuten, ehe wir die Untersuchung begannen, damit die eingedrungene Luft dieselbe Temperatur erlange, welche der Magen vordem besaß.

Schon in den vorläufigen Versuchen, die wir unternahmen, gewannen wir die Überzeugung, daß es nicht gleichgiltig sei, bis zu welcher Tiefe das Thermometer eingeführt wird, und wir glaubten daher, auf Mittel sinnen zu müssen, um das Instrument immer bis in die gewünschte Tiefe einsenken zu können.

Wir bedienten uns zu dem Ende für die ganze Versuchsreihe gleich langer Stöpsel, und sorgten auch dafür, daß die Länge des

---

[1]) In den folgenden Erörterungen ist immer die Rückenlage des Hundes gemeint.



aus der Canüle hervorragenden Theiles immer beinahe dieselbe blieb.

Diese Vorsicht hat nur für den Vergleich der verschiedenen Versuche unter einander eine Bedeutung; denn bei ein- und demselben Versuche war auch vom Beginne bis zum Ende derselbe Stöpsel in Anwendung.

Ferner verfertigten wir uns aus Wachs kleine plattgedrückte Ringe, durch deren Öffnung das Thermometer mit einer geringen Reibung hindurchgeschoben werden konnte und die wir dort fixirten, wo die Theilung beginnt, nämlich 48 Millim. von der Spitze des Quecksilberbehälters.

Da aber die Canüle und der aus ihr hervorragende Theil des durchbohrten Stöpsels eine Gesammtlänge von 38 Millim. hatte, so ragte in die eigentliche Magenhöhle nur ein Theil des cylindrischen Quecksilberrecipienten, der andere Theil desselben mit dem verjüngten Theile der Thermometerröhre befand sich dagegen in dem weiten Lumen der Canüle — diese hat nämlich die Länge von 28 Millim. und einen Durchmesser von 20 Millim.

Um einen besseren Verschluß zwischen Korkstöpsel und Wachsring zu erzielen, wurde zwischen beide eine dünne Lage von Watta gelegt [1]).

Wir überzeugten uns jedoch recht bald, daß diese Einführungsmethode nicht verläßlich genug sei, um die Temperatur der Magenhöhle zu erhalten, und deßhalb wurde außer dieser Versuchsweise bei jeder Beobachtung noch eine andere in Anwendung gebracht. Wir ließen den Wachsring ganz bei Seite, führten das Thermometer sanft durch die kleine Bohrung des Korkstöpsels ein und notirten jedesmal den Punkt des Instrumentes, welcher sich in gleichem Niveau mit der äußeren Fläche des Stöpsels befand; die kleine Spalte, die noch zwischen Thermometerröhre und Stöpsel übrig blieb, wurde mit einer dickeren Schichte Watta bedeckt. Die Spitze des Thermometerreservoirs ruhte auf diese Weise bei leerem Magen auf dessen Schleimhaut; bei vollem Magen dagegen hielt die geringe Reibung zwischen Speisebrei und Glasröhre das Thermometer in der

[1]) Wenn wir in Folgendem die Worte „Thermometer mit Ring" gebrauchen, so versteht es sich immer, daß das Instrument auf die bezeichnete Weise eingeführt wurde.



gewünschten Höhenlage; wo dies nicht genügend war, schoben wir zwischen Stöpsel und Thermometer einen kleinen Holzspan, wodurch einem Tiefersinken des Instrumentes vorgebeugt wurde.

Auch ist noch zu erwähnen, daß, so weit es möglich war, das Thermometer senkrecht gehalten wurde.

Sobald die Quecksilbersäule nur noch langsam ihren Stand veränderte, notirten wir von Minute zu Minute, oder auch von halber zu halber Minute die betreffenden Daten.

Jede einzelne Beobachtung dauerte deßhalb mehrere Minuten, und zwar im Allgemeinen so lange, bis die Quecksilbersäule eine constante Temperatur anzeigte.

In manchen Fällen waren wir genöthigt, uns mit einer annähernd constanten Temperatur zu begnügen, was vorzugsweise dann der Fall war, wenn das Thermometer mit Ring in den leeren oder fast leeren Magen eingeführt wurde; in dem Falle war die Quecksilbersäule sehr großen Schwankungen unterworfen; dieselben waren aber bedeutend geringer und seltener, wenn bei leerem Magen die Spitze des Quecksilberbehälters die Schleimhaut berührte, und traten fast nie auf, wenn der Magen Nahrung enthielt.

In den Zwischenpausen wurde die Bohrung des Stöpsels mit einem kleinen hölzernen Stifte luftdicht geschlossen, so daß weder der Mageninhalt nach außen, noch die Luft nach innen dringen konnte.

Der Hund selbst blieb während der ganzen Versuchszeit im Laboratorium, und brachte seine Zeit theilweise schlafend, theilweise in mäßiger Bewegung zu; nie jedoch konnte er Wasser saufen, und wenn dies ja einmal vorkam, wurde es immer notirt.

Der Gang der Beobachtung wird am besten durch die zwei folgenden ausführlich mitgetheilten Versuche ersichtlich; nur das sei hier noch ausdrücklich erwähnt, daß auch die Temperatur der vorgesetzten Nahrung jedesmal bestimmt wurde.

Wir lassen nun die zwei Versuche folgen:

Versuch vom 18. Februar 1869.

1. Vor 9 Uhr Früh wird der Magen durch die Fistelöffnung entleert, er enthält etwas gallig gefärbten Schleim; die Canüle wird mit dem durchbohrten Stöpsel verschlossen.

2. 9^h 15^m das Thermometer 66 Mm. tief eingeführt; Temperatur 39·40 — 39·40 — 39·40.

9^h 20^m. Mit Ring; Temperatur: 38·72 — 38·72 — 38·71 — 38·72.

3. 9^h 32^m. Das Thermometer 72 Mm. tief eingeführt; Temperatur: 39·10 — 39·10 — 39·12 — 39·20 — 39·13.

9^h 47^m. (Unter denselben Umständen): 39·12 — 39·15 — 39·18 — 39·18 — 39·15 — 39·13.

9^h 59^m. Mit Ring; Temperatur: 38·50 — 38·52 — 38·52.

4. Der Inhalt zweier gewöhnlicher Leberwürste [1]) wird mit Wasser umgerührt, bis eine breiige Masse entsteht, erwärmt und in drei Theile getheilt; dieselben werden um 10^h 10^m dem Hunde nacheinander gereicht; binnen 7 Minuten hat er Alles gefressen. Die Temperatur der ersten und zweiten Portion beträgt 42°5, die der dritten 43°5 C.

Die Temperaturbestimmungen werden nun wieder aufgenommen.

5. 10^h 20^m. Das Thermometer 90 Mm. tief eingeführt: 39·25 — 39·23 — 39·23.

10^h 25^m. Mit Ring: 38·60 — 38·65 — 38·65 — 38·68.

6. 11^h 13^m. Thermometer 66 Mm. tief: 39·05 — 39·08 — 39·08 — 39·08.

84 Mm. tief: 39·10 — 39·10
66 „ „ 39·05 — 39·01 — 39·00
75 „ „ 39·05.

---

[1]) Der Inhalt der Leberwürste besteht aus einem Gemenge fein zerhackter Leber und mancherlei anderer Fleischabfälle, etwas Fett, Brot und wenig Gewürze. Wir haben diese Fütterung besonders darum gewählt, daß größere Fleischstücke, welche die Hunde bekanntlich sehr wenig oder gar nicht kauen, vermieden werden, und der Hund eine gemischte Nahrung erhalte; auf diese Weise näherten wir uns am meisten den Verhältnissen, wie sie beim Menschen vorkommen.

Der Inhalt der Würste wurde mit Wasser zu einer breiigen Masse umgerührt, bis 70 oder 80° C. erwärmt, und nach dem Abkühlen bis zur gewünschten Temperatur dem Hunde in einer oder mehreren Portionen vorgelegt. Wenn im Verlaufe der Abhandlung die Leberwürste als Nahrung angegeben werden, so ist immer diese Zubereitungsmethode befolgt.

Ohne wahrnehmbare Ursache schrie der Hund auf, es mußte daher diese Beobachtung unterbrochen werden; aus der Korkbohrung drang eine geringe Menge Chymus hervor.

11h 25m. Mit Ring: 38·60 — 38·61 — 38·62 — 38·62.

7. 12h 00m. Das Thermometer 66 Mm. tief: 38·65 — 38·65 — 38·65
90 Mm. tief: 38·72 — 38·72
66 „ „ 38·70 — 38 69 — 38·68.
12h 10m. Mit Ring: 38·15 — 38·20 — 38·20.

8. 1h 24m. Das Thermometer 66 Mm. tief: 38·55 — 38·55,
90 Mm. tief: 38·67 — 38·70 — 38·74.
1h 30m. Mit Ring: 38·30 — 38·30 — 38·30.

9. 2h 40m. Das Thermometer 66 Mm. tief: 39·05 — 39·08 — 39·08
90 Mm. tief: 39·13 — 39·14 — 39·14.
Mit Ring: 38·68 — 38·68 — 38·74 — 38·70.

Die beiden Temperaturangaben (38·74 — 38·70) wurden während eines unruhigen Verhaltens des Hundes beobachtet.

10. 4h 35m. Das Thermometer 69 Mm tief: 39·30 — 39·33 — 39·33 — 39·33
90 Mm. tief: 39·40 — 39·38 — 39·35.
4h 45m. Mit Ring: 38·90 — 38·85 — 38·90 — 38·96 — 38·85 — 38·85.

11. 5h 50m Das Thermometer 75 Mm. tief: 39·55 — 39·58 — 39·55 — 39·55 — 39·53
96 Mm. tief: 39·53 — 39·50 — 39·49.
5h 58m. Mit Ring: 38·95 — 38·70 — 38·85 — 38·90 — 38·75 — 38·85.

12. 6h 30m Das Thermometer 72 Mm. tief: 39·50 — 39·50 — 39·50
90 Mm. tief: 39·50 — 39·50.
6h 37m. Mit Ring: 39·20 — 39·30 — 39·30.

13. Der Magen wird durch die Fistelöffnung entleert; er enthält nur eine geringe Menge Speisereste mit Schleim gemischt. Es wird dem Hunde nun seine gewöhnliche Kost gereicht.

Versuch vom 19. Februar 1869.

1. 9h 00m. Durch die Fistelöffnung wird der Mageninhalt entleert, derselbe besteht aus gelb gefärbtem Schleim und sehr kleinen Resten von Kartoffeln, des Futters vom vorhergegangenen Abend. Es wird der durchbohrte Stöpsel eingelegt.

2. 9h 35m. Therm. 66 Mm. tief: 39·41 — 39·45 — 39·49
„ 78 „ „ 39·50 — 39·50.
9h 40m. Mit Ring: 39·01 — 39·00 — 38·85 — 38·85 — 38·70 — 38·68. (Jede halbe Minute notirt).

Nachdem ohne Ring eine so hohe Temperatur beobachtet und mit Ring dieselbe sehr schwankend gefunden wurde, so sahen wir uns veranlaßt, noch eine zweite Reihe von Messungen vorzunehmen.

3. 9h 52m. Thermometer 66 Mm. tief: 39·45 — 39·49 — 39·50 — 39·50.
9h 57m. Mit Ring: 38·90 — 38·90 — 38·93 — 38·95 — 38·93. (Jede halbe Minute notirt.)

4. Aus Brodkrume [1]) wird mit etwas Wasser ein mäßig dicker Brei bereitet und erwärmt; derselbe wird dem Hunde in zwei Portionen gereicht; die Temperatur der ersten ist 39 5°, die der zweiten 40·0. In wenigen Minuten hat der Hund die beiden Portionen verzehrt. Es wird nun zu den Messungen geschritten.

5. 10h 17m. Therm. 66 Mm. tief: 39·17 — 39·18 — 39·18
„ 84 „ „ 39·20 — 39·20 — 39·20.
10h 25m. Mit Ring: 38·90 — 38·90 — 38·90.

6. 11h 20m. Therm. 66 Mm. tief: 38·79 — 38·80 — 38·80
„ 87 „ „ 38·84 — 38·85 — 38·86
Mit Ring: 38·49 — 38·50 — 38·50 — 38·50 — 38·50. (Jede halbe Minute notirt.)

7. 12h 10m. Therm. 66 Mm. tief: 38·70 — 38·70 — 38·70
„ 78 „ „ 38·71 — 38·71.
12h 18m. Mit Ring: 38·28 — 38·30 — 38·31.

---

[1]) Die Brotrinde wurde absichtlich vermieden, da uns die Beobachtungen an unserem Fistelhunde gezeigt hatten, daß dieselbe sehr lange unverdaut im Magen verweile.



8. 1h 10m. Therm. 66 Mm. tief: 38·75 — 38·79 — 38·80
„ 84 „ „ 38·80 — 38·80 — 38·80.

1h 20m. Mit Ring: 38·45 — 38·48 — 38·50 — 38·50.

Der Hund mußte nun einige Zeit ohne Überwachung gelassen werden, es wurde daher der durchbohrte Stöpsel mit dem undurchbohrten vertauscht. Etwa 15 Minuten vor der nächsten Bestimmung wird der erstere wieder eingeführt.

9. 2h 30m. Therm. 66 Mm. tief: 39·00 — 38 99 — 39·10 — 39·06
Therm. 90 Mm. tief: 39·10 — 39·10.

2h 45m. Mit Ring sind die Schwankungen der Quecksilbersäule sehr bedeutend; eine constante Temperatur konnte nicht erhalten werden. Die beobachteten Zahlen sind: 38·35 — 38·25 — 38·55 — 38·10; einmal sogar 38·80.

10. 4h 05m. Therm. 66 Mm. tief: 39·00 — 39·00 — 39·00
„ 90 „ „ 39·07 — 39·10 — 39·10 — 39·10.

4h 10m. Mit Ring: 38·50 — 38·55 — 38·60 — 38·61 — 38·59.

Der Versuch wurde nun abgeschlossen, der Magen durch die Fistelöffnung entleert, er enthält etwas Schleim und eine sehr geringe Menge von flüssigem Speisebrei.

Für diese beiden Versuche sind auf Tafel I die Curven entworfen. An den senkrechten Ordinaten sind die Temperaturen bezeichnet, und zwar als Zehntelgrade der Centesimalscala; an den wagrechten Ordinaten die Zeit, und zwar entsprechend den Stunden, welche seit der Mahlzeit verstrichen sind. Die ausgezogene Linie gehört dem Versuche vom 18. Februar, die punktirte dem vom 19. Februar an [1]). Wir berücksichtigten hiefür nur jene Beobachtungen, welche ohne Wachsring und bei gleicher Tiefe des Thermometers vorgenommen wurden.

Die Zahl der Versuche in dieser Reihe beträgt sieben, die zwei ausführlich mitgetheilten inbegriffen. Es scheint uns jedoch überflüssig, auch die anderen fünf im Detail mitzutheilen, und wir

---

1) Die Temperatur des Magens oder Afters vor der Mahlzeit ist auf den Tafeln den Curven in einer eigenen Rubrik vorangestellt.



beschränken uns deſshalb auf eine tabellarische Zusammenstellung derselben.

Bei der Anfertigung der Tafeln muſsten wir einige willkürliche Annahmen [1]) machen, die jedoch, wie man leicht einsehen wird, dem Resultate der Versuche keinen Eintrag thun.

Da die Nahrung sehr häufig in mehreren Portionen gereicht wurde, um eine zu groſse Abkühlung derselben zu verhindern, und da zwischen der Darreichung der einzelnen Nahrungsportionen immer einige Minuten verstrichen und endlich der Hund ein bis zwei Minuten zum Verzehren derselben benöthigte, so nahmen wir als die Zeit der beginnenden Verdauung, also als Nullpunkt unserer Tafeln die mittlere Zeit an, welche zwischen dem Darreichen des ersten und Verzehren des letzten Nahrungstheiles verstrichen war.

Nach dieser Berechnungsweise entsteht wohl ein Fehler von einigen Minuten, der jedoch keinesfalls von Bedeutung sein kann, wo es sich im Ganzen um Stunden handelt.

Die zweite willkürliche Annahme bezieht sich auf die Zeit der Beobachtung selbst.

Jede Beobachtungsperiode muſste häufig auf mehrere Minuten ausgedehnt werden, und so haben wir auch hier wieder für die Tabellen die Mittelzeit zwischen der ersten und letzten Ablesung angenommen; auch dieser Fehler, der nur wenige Minuten betragen kann, stört die Resultate der Versuche in keiner Weise.

Selbst wenn sich diese beiden Fehlerquellen summiren, so kann der Gesammtfehler im schlimmsten Falle nur zehn Minuten betragen, und man ist wohl berechtigt anzunehmen, daſs in dieser kurzen Zeit die Temperaturveränderung in der Magenhöhle nur eine sehr geringe gewesen sei, so daſs diesem Fehler für die folgenden Tafeln keine groſse Bedeutung beizumessen ist.

In den Tabellen findet man auch die Tageszeit aufgenommen, zu welcher die einzelnen Ablesungen vorgenommen wurden; wir muſsten jedoch auch diesen Angaben dieselbe Annahme zu Grunde legen, wie für die Berechnung der Zeit, welche seit der Fütterung verstrichen war.

---

[1]) Die hier anzuführenden Annahmen gelten auch für alle anderen Tabellen, die wir in der Folge unserer Abhandlung mittheilen werden.



Dagegen wurde den Ablesungen bei Anwendung des Wachsringes am Thermometer in den Tabellen nicht Raum gegeben, da wir denselben einen geringeren Werth als den anderen beimessen und sie uns bloß im Großen und Ganzen als Controlsbeobachtungen über den Gang der Temperatur des Speisebreies dienten [1]).

Wurde das Thermometer verschieden tief in die Magenhöhle eingesenkt, so berücksichtigten wir bei der Entwerfung der Tabellen nur diejenigen Temperaturbestimmungen, welche beim Einführen des Instrumentes bis zu einer Tiefe von 66—75 Mm. erhalten wurde.

Innerhalb dieser Grenzen ruhte die Spitze des Quecksilberrecipienten bei leerem Magen auf der Schleimhaut.

Zum Schlusse sei noch ausdrücklich bemerkt, daß es zu einem besseren Einblick in den Gang der Temperatur unerläßlich ist, die Temperatur auch unmittelbar nach dem Fressen zu bestimmen; vom dritten Versuche an haben wir dem auch immer Rechnung getragen.

Die Temperaturbestimmungen nach beendigter oder fast beendigter Verdauung dienen andererseits selbstverständlich zur Controle der während der ganzen Verdauungszeit beobachteten Schwankungen.

---

1) Es wird beim Durchlesen der zwei oben ausführlich mitgetheilten Versuche wahrscheinlich nicht entgangen sein, daß die Beobachtungen „mit Ring" durchgehends, sowohl bei leerem als bei vollem Magen, eine um einige Zehntel niederere Temperatur liefern, als jene, bei denen das Thermometer ganz frei eingeführt wurde. Diese Erscheinung wiederholte sich ohne Ausnahme in allen anderen Versuchen, und erklärt sich von selbst, wenn man bedenkt, daß das Thermometer nur wenig in die Magenhöhle hineinragen konnte.

Wir wollten aber anfangs das Instrument nicht tiefer einführen, da es schon bei dieser geringen Tiefe oft vorkam, daß, sobald der Magen leer war, oder nur wenig Speisebrei enthielt, bei irgend einer Bewegung, besonders bei tiefer Respiration, die hintere Magenwand mit dem Thermometer in Berührung kam.

I. Versuch vom 8. Februar 1869.

Nahrung: zwei Leberwürste. — Temperatur derselben 38° C.

	Temperatur der Magenhöhle vor dem Fressen	Uhrzeit h m	Zeit nach dem Fressen h m	Temperatur der Magenhöhle nach dem Fressen
1.	39·40	10·21		
2.		10·30	Mahlzeit [1])	
3.		11·58	1·28	39·25 [2])
4.		12·12	1·42	39·25 [2])
5.		2·04	3·34	39·55 [3])
6.		2·26	3·56	39·51 [3])
7.		3·32	5·02	39·65
8.		4·33	6·03	39·51
9.		5·43	7·13	39·32
10.		6·48	8·18	39·40
11.		7·00	wird der Magen entleert, darauf	
12.				39·40

Beim Entleeren des Magens fand sich eine geringe Menge ziemlich flüssigen Speisebreies vor.

II. Versuch vom 10. Februar 1869.

Temperatur der Nahrung 38°. — Eine Leberwurst.

	Temperatur der Magenhöhle vor dem Fressen	Uhrzeit h m	Zeit nach dem Fressen h m	Temperatur der Magenhöhle nach dem Fressen
1.	39·31	10·15		
2.		10·30	Mahlzeit [4])	
3.		11·41	1·11	39·15
4.		12·25	1·55	39·20
5.		2·15	3·45	39·35 [5])
6.		3·16	4·46	39·32
7.		4·35	6·05	39·60
8.		5·32	7·02	39·50
9.		6·22	7·52	39·45

[1]) Unmittelbar nach dem Fressen wurde die Temperatur nicht gemessen.

[2]) Diese beiden Beobachtungsreihen (3 und 4) dauerten zusammen 40 Minuten, weil der Hund nach einiger Zeit unruhig zu werden anfing.

[3]) Auch diese beiden Beobachtungsreihen (5 und 6) wurden ununterbrochen fortgesetzt; nur zuletzt wurde das Thier unruhig.

[4]) Unmittelbar nach dem Fressen wurde die Temperatur nicht bestimmt.

[5]) Kurz vor dieser Beobachtung trank der Hund eine geringe Menge Wasser von 12° C.

III. Versuch vom 15. Februar 1869.

Temperatur der Nahrung 39·0°.

Zwei Leberwürste.

	Temperatur der Magenhöhle vor dem Fressen	Uhrzeit h m	Zeit nach dem Fressen h m	Temperatur der Magenhöhle nach dem Fressen
1.	39·55	9·42		
2.		10·17	Mahlzeit	
3.		10·38	0·21	39·50 [1])
4.		11·56	1·39	39·58
5.		1·25	3·08	39·35
6.		3·11	4·54	39·50
7.		4·23	6·06	39·35 [2])
8.		5·48	7·31	39·58
9.		6·47	8·30	39·50 [3])

IV. Versuch vom 16. Februar 1869.

Temperatur der Nahrung 38·7°.

Zwei Leberwürste.

	Temperatur der Magenhöhle vor dem Fressen	Uhrzeit h m	Zeit nach dem Fressen h m	Temperatur der Magenhöhle nach dem Fressen
1.	39·30	9·23		
2.		9·47	Mahlzeit	
3.		9·59	0·12	39·18 [4])
4.		11·08	1·21	39·12
5.		12·07	2·20	38·93
6.		1·17	3·30	39·10
7.		2·33	4·46	39·20
8.		3·38	5·51	39·20
9.		4·50	7·03	39·30
10.		5·50	8·03	39·47
11.		6·31	8·44	39·35

[1]) Die Beobachtung begann 5 Minuten nachdem der Hund mit dem Fressen fertig war, diesmal dauerte dasselbe etwas länger, weil der zubereitete Brei ziemlich dick war.

[2]) Der Hund war so durstig, daß er eine kleine Menge Wasser von 38·90° mit Begier trank.

[3]) Der Hund hatte die Nahrung nicht verdaut, worüber im Texte noch ausführlich gesprochen wird.

[4]) Die Beobachtung begann eigentlich 5 Minuten nachdem das Thier die letzte Portion verzehrt hatte.

V. Versuch vom 18. Februar 1869 [1]).

Temperatur der Nahrung 42°.

Zwei Leberwürste.

	Temperatur der Magenhöhle vor dem Fressen	Uhrzeit h m	Zeit nach dem Fressen h m	Temperatur der Magenhöhle nach dem Fressen
1.	39·15	9·50		
2.		10·14	Mahlzeit	
3.		10·22	0·08	39·20 [2])
4.		11·18	1·04	39·05
5.		12·04	1·50	38·68
6.		1·27	3·13	38·63
7.		2·43	4·29	39·10
8.		4·39	6·25	39·35
9.		5·54	7·40	39·53
10.		6·33	8·19	39·50

VI. Versuch vom 19. Februar.

Temperatur der Nahrung 39·5°.

Brotkrume.

	Temperatur der Magenhöhle vor dem Fressen	Uhrzeit h m	Zeit nach dem Fressen h m	Temperatur der Magenhöhle nach dem Fressen
1.	39·50	9·54		
2.		10·10	Mahlzeit	
3.		10·21	0·11	39·18 [3])
4.		11·24	1·14	38·83
5.		12·13	2·03	38·70
6.		1·15	3·05	38·80
7.		2·34	4·24	39·08
8.		4·08	5·58	39·05

[1]) Dieser Versuch, wie auch der vom 19. Februar sind bereits oben ausführlich mitgetheilt und hier nur der Übersicht wegen mit aufgenommen.

[2]) Beginn der Beobachtung wie beim vorhergehenden Versuch.

[3]) Beginn wie bei IV.

VII. Versuch vom 23. Februar.

Temperatur der Nahrung 44°.

Brotkrume.

	Temperatur der Magenhöhle vor dem Fressen	Uhrzeit h m	Zeit nach dem Fressen h m	Temperatur der Magenhöhle nach dem Fressen
1.	39·37	9·34		
2.	39·00	9·52		
3.		10·10	Mahlzeit	
4.		10·23	0·13	39·62 [1]
5.		11·47	1·37	39·20 [2]
6.		1·19	3·09	38·95
7.		2·33	4·23	39·14
8.		3·50	5·40	39·25
9.		4·54	6·44	39·32 [3]

Aus der tabellarischen Zusammenstellung dieser ersten Versuchsreihe ersieht man, daß beim Hunde im Beginne der Verdauung die Temperatur des Speisebreies abnimmt, ein Minimum erreicht, um dann wieder zu steigen, so zwar, daß die Temperatur allmählig nicht bloß jene Höhe erreicht, die vor der Verdauung vorhanden war, sondern diese sogar manchmal übersteigt.

Der Vorwurf der folgenden Betrachtung sei der, zu sehen, ob sich diese Angaben aus unseren Versuchen so deutlich herauslesen lassen.

Obwohl die zwei ersten Versuche (I und II) die Erniedrigung nach eingenommener Mahlzeit ganz deutlich zeigen, wollen wir sie doch nicht berücksichtigen, da man gegen dieselben die Einwendung machen kann, daß die Temperatur unmittelbar nach dem Fressen nicht gemessen wurde und so die zuverlässigste Vergleichstemperatur fehlt, um so mehr, als in diesen beiden Versuchen die dargereichte Nahrung nicht sehr warm war.

---

[1] Beim Einführen des Thermometers auf 108 Mm. war die Temperatur 39·42°.

[2] Beim tieferen Einführen keine Schwankungen.

[3] Im Magen nur noch wenig Schleim.

Im Versuche III finden wir fortwährende Temperaturschwankungen, so daß derselbe zur Begründung unseres Ausspruches nicht verwerthet werden kann. Wir theilten ihn nichts desto weniger mit, sowohl der Vollständigkeit halber, als auch darum, weil wir von der Überzeugung durchdrungen sind, daß nicht bloß jene Versuche anzuführen seien, welche für unsere Behauptung sprechen, sondern auch solche, welche dagegen zu sprechen scheinen, daß uns jedoch auch die Pflicht obliege, die Gründe der Abweichung von der Norm zu ermitteln.

Sobald nun eine Beziehung zwischen Verdauung und Temperaturveränderung während derselben besteht, so läßt sich auch a priori annehmen, daß Unregelmäßigkeiten und Störungen in der ersteren (als bedingendes Moment) auch die letztere alteriren müsse.

In der That finden wir über den Versuch III folgende Angaben in unserem Protokolle:

Die dargereichten Leberwürste wurden mit sehr wenig Wasser gemengt, so daß der entstandene Brei ziemlich dick war und der Hund denselben nur mühsam verschlucken konnte. Während der ganzen Versuchszeit wurde das Thier von heftigem Durste geplagt, so daß wir uns bewogen fanden, sechs Stunden nach begonnener Verdauung ihm eine kleine Menge Wasser von 38·9° darzureichen, das er trotz der verhältnißmäßig hohen Temperatur mit Begier trank.

8½ Stunden nach begonnener Verdauung entleerten wir den Magen und fanden eine verhältnißmäßig große Menge von Speiseresten; an den anderen Tagen dagegen, an denen ebenfalls zwei Leberwürste vorgesetzt wurden, enthielt der Magen schon in viel früherer Zeit nur Schleim und ganz wenig Speisereste, zum Zeichen, daß die Verdauung regelmäßig und vollständig stattgefunden hat. Von dem großen Durste des Hundes während des Versuches überzeugten wir uns weiterhin noch dadurch, daß das Thier nach Beendigung desselben eine ziemlich große Menge Wasser trank.

Die anderen vier Versuche bieten ohne Ausnahme ein Sinken der Temperatur des Speisebreies in der ersten Zeit der Verdauung. Die Erniedrigung der Temperatur beträgt durchschnittlich für die Versuche IV, V, VI 0·47° wenn man als Vergleichstemperatur jene

annimmt, die unmittelbar nach eingenommener Mahlzeit notirt wurde [1]).

Der Einwendung, daß die Erniedrigung der Temperatur durch die kälteren Speisen veranlaßt worden sei, läßt sich dadurch begegnen, daß eben als Vergleichstemperatur die unmittelbar nach der Mahlzeit beobachtete angenommen wurde und daß ferner die Erniedrigung auch dann Statt fand, wenn die Nahrungsmittel auf eine höhere Temperatur gebracht wurden, wie dies im Versuche V und VII geschah; daß in diesen beiden Versuchen während des Fressens eine Abkühlung stattfand, kann durchaus nicht geläugnet werden; wir fanden jedoch, daß unmittelbar nach der Mahlzeit die Temperatur des vollen Magens höher war, als jene des leeren, so daß die Erniedrigung im weiteren Verlaufe der Verdauung eine noch größere Bedeutung erlangt. Auch werden im Verlaufe dieser Abhandlung noch andere Versuche mitgetheilt werden, bei denen die vorgelegte Nahrung ebenfalls ziemlich warm war, nichts desto weniger aber die Erniedrigung der Temperatur in den ersten Stunden der Verdauung sehr deutlich hervortrat.

Nach Beseitigung dieser Einwendung können wir für unsere Betrachtung auch die Versuche I und II verwenden und sagen, daß bald nach eingenommener Mahlzeit eine Erniedrigung der Temperatur des Mageninhaltes beginnt, welche nach zwei bis drei Stunden ihr Maximum erreicht; ja sogar der Versuch III spricht nicht ganz gegen diese Schlußfolgerung. Wir fanden wohl $1^h\ 39^m$ nach eingenommener Mahlzeit eine kleine Erhöhung der Temperatur, diese beträgt aber nur $^8/_{100}$ eines Grades; $1^h\ 29^m$ später tritt jedoch eine Erniedrigung von $^{25}/_{100}$ ein.

Bis hieher war der Gang ein langsamerer, ohne von der Norm bedeutend abzuweichen, später erst treten die Unregelmäßigkeiten ein.

Die von uns an unserem Magenfistelhunde gewonnenen Resultate stimmen mit den gewöhnlichen Angaben über das Verhalten der Gesammttemperatur des menschlichen Körpers nach eingenommener Mahlzeit nicht überein. Wir glauben dieselben am besten durch die

---

1) Versuch VII mußte von dieser Berechnung ausgeschlossen werden, weil die dargereichte Nahrung eine ziemlich hohe Temperatur besaß.

wörtliche Anführung der dießbezüglichen Stelle aus Ludwig's Lehrbuch der Physiologie wiederzugeben [1]).

„Über die Art und Weise, wie die Nahrungsaufnahme die typische Tagesschwankung modificirt, ist Folgendes bekannt. Nach den Messungen von Lichtenfels-Fröhlich, Gierse, Hallmann und Bärensprung, welche ungefähr zu denselben Stunden auf gleiche Weise aßen, steigt die Wärme nach dem Frühstück an und erreicht 4—6 Stunden nach demselben ihr erstes Maximum, dann sinkt sie bis zur Hauptmahlzeit und steigt nach derselben, bis sie 1 ½ bis 2½ Stunden darnach ihr zweites Maximum erlangt; die Abendmahlzeit erzeugt aber kein neues Steigen, mit anderen Worten, sie vermag das Sinken in Folge der typischen Schwankung nicht aufzuhalten. — Bei J. Davy erreichte die Wärme zwei Stunden nach dem Frühstück ihr Maximum und sank von da ab; dieser absteigende Gang konnte durch die um 6 Uhr Abends eingenommene Hauptmahlzeit nicht in einen aufsteigenden verwandelt werden".

Da nun die Vermuthung sehr nahe lag, daß die Körpertemperatur des Hundes sich ähnlich verhalte, wie jene des Menschen, so haben wir dieselbe in der ersten Versuchsreihe nicht bestimmt, indem wir glaubten, es bloß mit einer localen Erniedrigung der Temperatur zu thun zu haben; dies ist auch der Grund, daß in unseren früheren Angaben immer von einer Erhöhung oder Erniedrigung der Temperatur des Mageninhalts die Rede ist. Ja, wir versuchten sogar, ob es uns gelinge, bei der künstlichen Verdauung der Albuminsubstanzen eine Abnahme der Temperatur nachzuweisen, sind aber in dieser Richtung bis jetzt zu keinem befriedigenden Resultate gelangt, was wohl leicht begreiflich ist, wenn man bedenkt, daß es sich jedenfalls um eine Erniedrigung von kaum einem Zehntelgrad handeln kann, und daß bei solchen Bestimmungen die zu umgehenden Fehlerquellen ziemlich groß und zahlreich sind. Wir geben jedoch die Hoffnung nicht auf, Mittel zu finden, darüber fehlerfreie Versuche anzustellen, um so weniger, als der hypothetischen Annahme, daß bei der Umwandlung der Albuminsubstanzen in Peptone Wärme gebunden werde, theoretisch sich keine Einwendung machen läßt; wir werden sogar später einige

[1]) C. Ludwig, Lehrbuch der Physiol. des Menschen, 2. Aufl., II. Bd., S. 726.



Beobachtungen anführen, welche für diese Vermuthung zu sprechen scheinen.

Vor Allem lag uns jedoch nun daran, mit voller Sicherheit zu ermitteln, ob die Körpertemperatur des Hundes während der Verdauung sich gleich wie jene des Menschen verhalte, und dies gab den Anstoß zu einer zweiten Reihe von Versuchen an demselben Magenfistelhund, bei denen die Temperatur sowohl im Magen, als auch im Rectum bestimmt wurde.

Wir verwendeten zu den Temperaturbestimmungen dasselbe Thermometer, das uns zu den früheren Versuchen diente; der Hund wurde ganz in derselben Weise wie früher behandelt, so daß diese zweite Reihe mit der ersten in jeder Beziehung verglichen werden kann.

Es sei nur noch erwähnt, daß das Thermometer in das Rectum immer bis zu ein und derselben Tiefe (48 Mm.) eingeführt wurde, da es uns bald auffiel, daß eine verschiedene Tiefe beim Einführen des Instrumentes eine kleine Veränderung im Stande der Quecksilbersäule bedinge; so war also diese Vorsichtsmaßregel geboten, um nicht die Vergleichung der einzelnen Zahlen untereinander illusorisch zu machen. Zugleich wurde der Einfluß der vollständigen Ruhe insoferne berücksichtigt, als wir besonders für den After nur jene Temperaturangaben nahmen, bei welchen noch kein Sinken bemerkbar war.

Auch für diese Versuche beschränken wir uns auf eine tabellarische Zusammenstellung, welche im Allgemeinen ganz der der ersten Versuchsreihe analog ist, so daß uns nur einige kurze Zusätze erübrigen.

Wir bestimmten die Temperatur im Magen und im Rectum in kurzen Intervallen nach einander, berechneten jedoch bei der Entwerfung der Tabellen die mittlere Zeit für beide Bestimmungen gesondert, obwohl in vielen Fällen der Unterschied nur 5 oder 6 Minuten beträgt.

Außerdem bestimmten wir auch in den letzten Versuchen die Pulsfrequenz [1]), und da die Zählung unmittelbar nach Beendigung der

[1]) Wir zählten gewöhnlich die Pulsschläge durch 3 Minuten und gewannen daraus das Mittel. Bei diesem Hunde (mit der Magenfistel) war der Rythmus der Pulsschläge vor dem Fressen und nach fast vollendeter Verdauung unregelmäßig; die Gesammtzahlen für je eine Minute differirten jedoch nicht beträchtlich. Während der Verdauung war der Rythmus viel regelmäßiger.



Beobachtung, sei es der Magen- oder der Rectumtemperatur vorgenommen wurde, so stellten wir sie zu jener Beobachtung, welche derselben unmittelbar voranging.

Endlich wurde auch nicht unterlassen, die Temperatur des Zimmers zu notiren, in dem die Versuche vorgenommen wurden.

Wir lassen nun die Tabellen folgen:

VIII. Versuch vom 12. Mai 1869.

Temperatur der Nahrung 40·50°.

Leberwürste.

		Uhrzeit h m	Zeit nach dem Fressen h m	Temperatur des Magens	Temperatur des Rectums
1	Vor d. Fressen	10·08	—	—	39·44
2		10·16	—	39·45	—
3	Mahlzeit . .	10·37	—	—	—
4	N. d. Fressen	10·45	0·08	39·40	—
		10·54	0·17	—	39·46
5		11·41	1·04	—	39·40
		11·46	1·09	39·40	—
		11·58	1·21	—	39·30
6		12·00	2·23	—	39·00
		1·11	2·34	39·00	—
		1·22	2·45	—	38·99
7		2·53	4·15	—	39·31
		2·57	4·21	39·24	—
		3·02	4·26	—	39·26
8		3·51	5·14	—	39·08
		4·00	5·23	39·19	—
		4·08	5·31	—	39·06
9		5·03	6·26	—	39·09
		5·11	6·36	39·13	—
		5·18	6·42	—	38·99
10		5·55	7·19	—	39·28
		6·01	7·23	39·39	—
11		6·40	8·03	—	39·40
		6·48	8·11	39·47	—
		6·53	8·16	—	39·38

Die Verdauung ist vollständig beendet.

IX. Versuch vom 14. Mai 1869.

Temperatur der Nahrung 42°.
Leberwürste.

		Uhrzeit h m	Zeit nach dem Fressen h m	Temperatur des Magens	Temperatur des Rectums
1	Vor d. Fressen	10·00	—	—	39·19
2		10·09	—	39·11	—
3		10·15	—	—	39·00
4	Mahlzeit . .	10·38	—	—	—
5	N. d. Fressen	10·46	0·08	—	39·30
		10·56	0·16	39·59	—
		11·05	0·25	—	39·22
6		11·52	1·12	—	39·23
		11·57	1·17	39·19	—
		12·06	1·26	—	39·06
7		1·23	2·43	—	39·06
		1·34	2·54	39·00	—
		1·44	3·03	—	39·20
8		2·57	4·18	—	39·31
		3·05	4·25	39·20	—
		3·14	4·35	—	39·36
9		4·00	5·20	—	39·31
		4·07	5·28	39·29	—
		4·22	5·38	—	39 23
10		5·04	6·24	—	38·95
		5·10	6·32	39·11	—
		5·17	6·37	—	38·97
11		6·17	7·37	—	39·31
		6·25	7·45	39·30	—
		6·33	7 53	—	39·21

Die Zimmertemperatur schwankte zwischen 20·9° und 21·7° C.

X. Versuch vom 26. Mai 1869.

Temperatur der Nahrung 41°.
Leberwürste.

		Uhrzeit h m	Zeit nach dem Fressen h m	Temperatur des Magens	Temperatur des Rectums	Puls
1	Vor d. Fressen	9·18	—	—	39·13	
2		9·23	—	39·02	—	72
3	Mahlzeit . .	9·40	—	—	—	
4	N. d. Fressen	9·45	0·05	39·72	—	
		9·52	0·12	—	39·05	82
5		10·52	1·14	—	39·10	
		11·01	1·20	38·98	—	103
6		11·51	2·13	—	38·70	
		11·58	2·18	38·80	—	102
7		1·11	3·31	—	39·04	
		1·16	3·36	39·00	—	102
8		2·33	4·53	—	39·36	
		2·42	5·02	39·30	—	
		2·51	5·11	—	39·40	100
9		3·33	5·55	—	39·10	
		3·41	5·59	39·33	—	92
10		4·42	7·03	—	39·04	
		4·49	7·07	39·11	—	82
11		5·47	8·08	—	39·00	
		5·53	8·13	39·25	—	75

Mit Abschluß der Beobachtung findet man im Magen nur noch wenige Speisereste.

Die Zimmertemperatur schwankte zwischen 21° und 22·5° C.

Um einen noch deutlicheren Einblick in den Gang der Temperatur zu ermöglichen, entwarfen wir für diesen Versuch eine Curve (Taf. II).

welche nach denselben Principien angelegt ist, wie die frühere, nur gehört hier die ausgezogene Linie dem Magen, die punktirte dem Rectum an.

XI. Versuch vom 5. Juni 1869.

Temperatur der Nahrung 44°.

Reine Fleischkost.

		Uhrzeit h m	Zeit nach dem Fressen h m	Temperatur des Magens	Temperatur des Rectums	Puls
1	Vor d. Fressen	11·50	—	39·35	—	
2		11·56	—	—	39·49	84
3	Mahlzeit . .	12·23	—	—	—	
4	N. d. Fressen	12·35	0·12	—	39·30	
		12·42	0·19	40·93	—	100
5		1·13	0·50	—	39·26	
		1·20	0·57	39·57	—	99
6		2·15	1·52	—	39·29	
		2·25	2·02	39·30	—	110
7		3·18	2·55	—	39·30	
		3·23	3·00	39·29	—	110
8		4·12	3·49	—	39·40	
		4·18	3·55	39·30	—	102
9		5·20	4·57	39·60	—	
		5·28	5·05	—	39·69	104
10		6·19	5·56	—	39·78	
		6·27	6·04	39·80	—	105
11		7·33	7·10	—	39·43	
		7·41	7·18	39·53	—	105

Die Zimmertemperatur schwankte zwischen 21·5° und 22°.

Weitere Angaben über diesen Versuch enthält der folgende Text. (Siehe S. 725.)

XII. Versuch vom 12. Juni 1869.

Temperatur der Nahrung 40·8°.

Klein gehacktes, durch längere Zeit gekochtes Fleisch.

		Uhrzeit	Zeit nach dem Fressen	Temperatur des Magens	Temperatur des Rectums	Puls
		h m	h m			
1	Vor d. Fressen	11·42	—	—	39·70	
2		11·52	—	39·68	—	118
3	Mahlzeit . .	12·22	—	—	—	
4	N. d. Fressen	12·28	0·06	—	39·42	
		12·36	0·14	39·18	—	113
5		1·02	0·40	—	39·09	
		1·08	0·46	39·11	—	99?
6		1·42	1·20	—	39·23	
		1·49	1·27	39·19	—	104
		2·17	1·55	—	39·13	
7		2·46	2·24	—	39·16	
		2·52	2·30	39·27	—	112
8		3·38	3·16	—	39·13	
		3·43	3·21	39·23	—	100
9		4·33	4·11	—	39·23	
		4·40	4·18	39·40	—	114
10		5·36	5·14	—	39·10	
		5·42	5·20	39·30	—	108
11		6·09	5·47	—	39·40	
		6·17	5·55	39·60	—	122

Die Zimmertemperatur schwankte zwischen 20·2° und 21·1°.

Auch für diesen Versuch enthält der Text weitere Angaben. (Siehe S. 727.)

Diese neuen fünf Versuche erweisen ganz deutlich, daß die Körpertemperatur, im Rectum gemessen, während der Verdauung im Allgemeinen ganz denselben Gang zeigt, wie die Temperatur im Magen und daß sie ebenso wie diese in den ersten Stunden nach der Mahlzeit eine Erniedrigung erfährt, erst später aber eine Erhöhung eintritt. Es ist wohl wahr, daß nicht in allen fünf Versuchen dieser Gang der Temperatur gleich präcise ausgeprägt ist; diese Unregelmäßigkeiten sollen jedoch später noch einer eingehenden Betrachtung unterzogen werden.

Auf Grundlage dieser neuen Erfahrung konnten wir zur Bekräftigung des erhaltenen Resultates auch die Beobachtungen über den Gang der Körpertemperatur nach der Mahlzeit an einem anderen Hund, ohne Magenfistel, in den Kreis unserer Untersuchungen ziehen. Bei diesen konnte natürlich der Magen nicht entleert werden, und darum reichten wir dem Hunde am Tage vor dem Versuche nicht seine gewöhnliche Nahrung, weil uns von den Beobachtungen am Magenfistelhunde her bekannt war, daß Kartoffelstücke und Brotrinde oft sehr lange unverdaut in der Magenhöhle bleiben, sondern fütterten ihn mit Leberwurst und Brotkrume und nahmen auch zugleich, um das Thier daran zu gewöhnen, die Temperaturbestimmungen im Rectum und die Pulszählungen vor [1]).

Der Hund blieb im Allgemeinen ruhig, winselte höchstens, so lange das Thermometer im Rectum steckte; jenes konnte zwar nicht so tief in das Rectum eingeführt werden wie beim Fistelhunde, immerhin aber tief genug (40 Mm.), um jede Fehlerquelle auszuschließen.

Von den fünf an diesem Hunde vorgenommenen Versuchen folgt nun die tabellarische Zusammenstellung:

---

1) Bei diesem zweiten Hunde war wohl der Rythmus des Pulses regelmäßiger, dagegen wechselte die Frequenz desselben in den einzelnen Minuten der Beobachtung so sehr, daß die gewonnenen Mittelzahlen eben nur als approximativ richtig zu betrachten sind.

XIII. Versuch vom 29. Mai 1869.

Temperatur der Nahrung 40°0.

Leberwürste.

	Uhrzeit	Zeit nach dem Fressen	Temperatur im Rectum	Puls
	h m	h m		
Vor dem Fressen	9·00	—	39·58	102
	9·20	—	39·65	102
Mahlzeit . . .	9·28	—	—	
Nach dem Fressen	9·36	0·08	39·79	110
	10·36	1·08	39·21	120
	11·33	2·04	39·79	118
	12·07	2·40	39·20	120
	1·00	3·35	38·95	110
	2·03	4·35	39·19	105
	3·02	5·34	39·47	106
	4·02	6·34	39·28	106
	4·59	7·31	39·10	97
	6·00	8·32	39·45	108

Die Zimmertemperatur schwankte zwischen 22·5° und 24·5°.

Indem nun zufolge der an dem Magenfistelhunde gewonnenen Erfahrungen anzunehmen war, daß 8½ Stunden nach eingenommener Mahlzeit der Magen beinahe vollkommen leer sei, entschlossen wir uns, unmittelbar an den vorhergehenden Versuch einen zweiten anzuschließen. Der Hund wurde nämlich neuerdings mit Leberwürsten gefüttert und die Temperatur im Rectum bestimmt.

Der Versuch fällt in die späteren Abendstunden und wurde erst gegen Mitternacht unterbrochen.

XIV. Versuch am 29. Mai.

Temperatur der Nahrung 42·5°.

Leberwürste.

	Uhrzeit h m	Zeit nach dem Fressen h m	Temperatur im Rectum	Puls
Vor dem Fressen .	6·00		39·45	108
Mahlzeit	6·17	—	—	—
Nach dem Fressen	6·21	0·05	39·74	115
	7·20	1·04	39·24	128
	8·14	1·58	39·12	122
	9·17	3·01	38·90	128
	10·33	4·18	38·89	128
	11·58	5·42	39·02	127

Die Zimmertemperatur schwankte zwischen 24°5 und 24°8.

XV. Versuch am 5. Juni 1869.

Temperatur der Nahrung 44°.

Reine Fleischkost.

	Uhrzeit h m	Zeit nach dem Fressen h m	Temperatur im Rectum	Puls
Vor dem Fressen .	11·41	—	39·68	106
Mahlzeit	12·23	—	—	—
Nach dem Fressen	12·28	0·05	39·44	106
	1·02	0·39	39·17	108
	2·00	1·37	39·25	115
	3·03	2·40	39·16	110
	4·03	3·40	39·36	119
	5·07	4·44	39·23	108
	6·07	5·44	39·27	112

Die Zimmertemperatur schwankte zwischen 21·5° und 22·0°.

XVI. Versuch am 9. Juni 1869.

Temperatur der Nahrung 40·75°.

Leberwürste.

	Uhrzeit h m	Zeit nach dem Fressen h m	Temperatur im Rectum	Puls
Vor dem Fressen .	12·28	—	39·81	103
Mahlzeit	12·58	—	—	—
Nach dem Fressen	1·22	0·24	39·60	108
	1·48	0·50	39·41	123
	2·42	1·44	39·29	123
	3·35	2·37	39·30	122
	4·28	3·30	38·26	118
	5·10	4·12	39·40	113
	6·22	5·24	39·50	117
	7·26	6·28	39·01	106

Die Zimmertemperatur schwankte zwischen 21°5 und 22°7.

XVII. Versuch vom 12. Juni 1869.

Temperatur der Nahrung 41·0°.

Klein gehacktes, durch längere Zeit gekochtes Fleisch.

	Uhrzeit h m	Zeit nach dem Fressen h m	Temperatur im Rectum	Puls
Vor dem Fressen .	12·02	—	39·08	110
Mahlzeit	12·21	—	—	—
Nach dem Fressen	12·44	0·23	39·13	121
	1·17	0·56	38·95	112
	2·00	1·39	38·85	102
	3·06	2·45	39·29	119
	3·50	3·29	39·01	103
	4·50	4·29	39·28	102
	5·50	5·29	39·30	105
	6·30	6·09	39·59	112

Die Zimmertemperatur schwankte zwischen 20·5° und 21·1.°

Für die Versuche XIII und XIV ist auf Tafel III die Curve entworfen und zwar nach denselben Principien, wie die früheren; nur sei noch angedeutet, daß zwischen der letzten Temperaturbestimmung des Versuches XIII und der ersten Bestimmung nach der Mahlzeit im Versuche XIV nicht mehr als $^1/_2$ Stunde verstrich, in welches Intervall die zweite Mahlzeit fiel. — Für den Versuch XIV berechneten wir die „Zeit nach dem Fressen" ebenfalls vom Momente der zweiten Fütterung an [1]).

So lehrt uns denn auch die Betrachtung dieser Versuchsreihe unzweideutig, daß in den ersten Stunden der Verdauung nicht blos die Temperatur des Mageninhalts, sondern auch die Gesammttemperatur des Körpers (im Rectum gemessen) eine Erniedrigung erfährt, auf welche erst später ein langsames Steigen folgt.

Der Gegenstand der folgenden Erörterungen sei die Bestätigung dieser Angabe auf Grundlage der Ergebnisse und die Eruirung jener Momente, welche eine Abweichung von der Norm veranlaßten.

Die Versuche VIII, IX, X, XIV und XVI lassen an Klarheit der Deutung nichts zu wünschen übrig und bestätigen in jeder Hinsicht unsere Angabe.

Die Versuche XI (Magenfistelhund) und XV (Hund ohne Magenfistel) bieten jedoch einige Abweichungen dar. Da nun die Versuchsbedingungen bei beiden Thieren ganz gleich waren, so mögen auch die Versuche selbst unter Einem besprochen werden.

Die Nahrung der Hunde bestand aus grob zerhacktem rohem Rindfleisch, welches mit wenig warmen Wasser übergossen und mit demselben in Berührung gelassen wurde, damit jenes die erforderliche Temperatur (44°) erlange. Beide Hunde fraßen das Fleisch sehr gierig.

Im Versuche XI (Magenfistelhund) finden wir, daß die Erniedrigung der Temperatur während der Verdauung im Vergleich zu jener, welche zuvor im Magen beobachtet wurde, nur 0·06° beträgt, daß jedoch das Minimum sehr lange, nicht weniger als zwei volle Stunden beziehungsweise bis vier Stunden nach eingenommener Mahlzeit andauerte. Die Temperatur des Rectums zeigt, ob zwar die Nahrung ziemlich warm war, ein fast momentanes Sinken der

---

1) Der punktirte Theil der Curve im Versuche XIII. bezieht sich auf eine später zu erwähnende Abnormität.



Temperatur, denn 12 Minuten nach der Mahlzeit betrug die Erniedrigung 0·19, welcher tiefe Stand ziemlich lange (3 Stunden) anhielt.

Die Ursache dieser Abweichung vom gewöhnlichen Gange erhellt alsbald aus Folgendem:

Beim Einführen des Thermometers in den Magen nahmen wir öfters, besonders im späteren Verlaufe des Versuches, beim Öffnen der Korkbohrung einen deutlichen Geruch nach Schwefelwasserstoffgas wahr, welches durch die Fistelöffnung entwich.

Nachdem der Versuch beinahe 7³/₄ Stunden gedauert hatte, enthielt der Magen wohl noch ein gutes Drittel der halbverdauten Speisen, die einen höchst widrigen, penetranten fauligen Geruch besaßen, so daß wir mit voller Berechtigung annehmen können, daß die Verdauung sehr schlecht vor sich ging.

Bei dem zweiten Hunde (ohne Magenfistel) finden wir ebenfalls trotz der ziemlich warmen Speise, eine rasche und auffallende Erniedrigung der Körpertemperatur; 5 Minuten nach eingenommener Mahlzeit war sie bereits um 0·24° gesunken. Einen Grund dieser Erscheinung können wir nicht angeben.

Im weiteren Verlaufe des Versuches bietet die Körpertemperatur fortwährende Schwankungen dar, die uns jedoch nicht überraschen konnten; denn wir konnten mit Recht vermuthen, daß auch der zweite Hund, wie der erste diese Fleischkost nicht ordentlich verdaut habe.

Diese beiden Versuche können daher weder für noch gegen das aufgestellte Gesetz verwerthet werden.

Wir wollen nun die Versuche XII und XVII näher ins Auge fassen, die am 12. Juni gleichzeitig an beiden Hunden unter gleichen Versuchsbedingungen vorgenommen wurden.

Die Nahrung bestand diesmal aus klein zerschnittenem Fleische, welches in siedend heisses Wasser gegeben und darin längere Zeit gekocht wurde. Sowohl die Fleischbrühe als auch das Fleisch selbst, wurde den Thieren gereicht, die Temperatur betrug 41°.

Der Versuch am Hunde ohne Magenfistel (XVII) zeigt blos die Anomalie, daß zu Ende der dritten Stunde eine starke Erhöhung der Temperatur beobachtet wurde.

Diese Erhöhung scheint uns jedoch mit der Verdauung durchaus in keinem Zusammenhange zu stehen und eine andere Ursache zu haben; leider kann man nicht bestimmen, wann sie begann, weil die vorher-

gehende Beobachtung etwas weit abliegt (66 Minuten); jedenfalls war aber 44 Minuten darnach die Temperatur wieder im Sinken. Mit Beginn der Beobachtung gingen aus dem After zwei Bandwurmglieder (von *Taenia canina s. cucumerina)* ab.

Möglicherweise hat dieser Umstand eine locale Erhöhung der Temperatur bedungen. Im Verlaufe unserer Untersuchung sahen wir manchmal während den Messungen einzelne Bandwurmglieder abgehen, mit welcher Erscheinung bisweilen eine Temperaturerhöhung zusammenfiel, bisweilen jedoch keine Veränderung Statt fand.

Eigenthümlich ist für den Versuch noch der Umstand, daß in diesem Falle mit der Temperatur auch die Pulsfrequenz gleichen Schritt hielt, wodurch zwischen beiden ein vollkommener Parallelismus entsteht.

In einer ähnlichen Beobachtung, die später besprochen werden soll, fanden wir keine Änderung in der Pulsfrequenz.

Von der oben angegebenen Temperaturschwankung abgesehen, ist der Verlauf des Versuches regelmäßig wie bei den übrigen, und dient daher ebenfalls zur Bestätigung der oben angeführten Resultate.

Der an demselben Tage (12. Juni) vorgenommene Versuch XII am Fistelhunde erweist folgende Abweichung von der Norm:

Obwohl die Nahrung eine Temperatur von 40·8 hatte, findet man doch, daß das Thermometer im Mageninhalte 14 Minuten nach der Mahlzeit nur 39·18 anzeigte, daß also eine Erniedrigung von 1·62 Statt fand; berücksichtigen wir die Temperatur vor und unmittelbar nach dem Fressen, so ergibt sich eine Erniedrigung von 0·50°. Es bleibt aber zu bemerken, daß nicht in allen Schichten des Mageninhaltes diese starke Erniedrigung beobachtet wurde, denn in jenen, welche der Magenschleimhaut zunächst lagen, also in einer Tiefe von 114 Mm., wurde eine Temperatur von 39·38 gefunden.

Wir erwähnen diese Erscheinung, ohne uns in eine Erklärung derselben einzulassen, weil sie mit der eigentlichen Verdauung nichts gemein hat..

Wichtiger ist der Umstand, daß das Minimum der Temperatur sehr bald, nämlich bereits 46 Minuten nach eingenommener Mahlzeit eintrat, und daß von da an ein sehr langsames Steigen erfolgte, welches erst im Verlaufe der sechsten Stunde sehr beträchtlich wurde. Dasselbe Verhalten zeigt auch die Körpertemperatur.

Wenn auch dieser Versuch nicht den schönen Typus der übrigen zeigt, spricht er doch nicht gegen unsere Thesis, und zeigt, will man auch nicht mehr zugeben, daß kurz nach eingenommener Mahlzeit keine Erhöhung Statt findet.

Nun erübrigt uns noch den XIII. Versuch vom 29. Mai (am Hunde ohne Magenfistel) zu betrachten.

Die einzige Unregelmäßigkeit, welche dieser Versuch zeigt, besteht, wie man aus der graphischen Darstellung (punktirter Theil der Curve Taf. III) entnehmen kann, darin, daß $2^h\ 04^m$ nach eingenommener Mahlzeit die Temperatur im Rectum um 0·58° stieg. Wir finden also auch hier eine ähnliche Erscheinung wie im XVII. Versuch (12. Juni); nur können wir diesmal mit Bestimmtheit sagen, daß die Erhöhung nur eine kurzdauernde war, da, wie Tabelle und Curve ausweisen, die drei betreffenden Beobachtungen ziemlich rasch folgten. Der Puls zeigte keine Schwankung. Auch in diesem Falle gingen während der Beobachtung zwei Bandwurmglieder ab; über die mögliche Bedeutung dieser Erscheinung verweisen wir auf Seite 31.

Nach Erwägung aller dieser Einzelnheiten halten wir uns zu der Behauptung berechtigt, daß unter den vielen unter den verschiedensten Bedingungen vorgenommenen Versuchen sich nicht einer finde, der, sobald die Verdauung regelmäßig vor sich ging, gegen das oben aufgestellte Gesetz spräche.

Es ließe sich vielleicht die Vermuthung aussprechen, daß die von uns beobachtete Erniedrigung der Temperatur mit einem typischen Sinken zusammenfalle, ähnlich dem, welches Lichtenfels und Fröhlich [1]) bis um die Mittagszeit beobachteten, wenn der Mensch sich jeder Nahrungsaufnahme enthielt. Dieselben geben nämlich an:

„Bei beiden Beobachtern hört nach der fünfzehnten Hungerstunde, d. i. gerade um Mittagszeit, das fernere Sinken der Temperatur freiwillig auf, und die Temperatur fängt merkwürdigerweise, ohne daß eine äußere Ursache auf sie gewirkt hätte, zu steigen an, und zwar continuirlich bis in die zwanzigste Stunde“.

---

[1]) R. Lichtenfels und R. Fröhlich, Beobachtungen über die Gesetze des Ganges der Pulsfrequenz und Körperwärme etc. Denkschriften der kais. Akad. der Wissensch. mathem.-naturw. Classe III. Bd., 2. Abth., S. 143.



Nachdem nun Lichtenfels und Fröhlich blos an sich selbst die einschlägigen Versuche vorgenommen haben, blieb uns nichts anderes übrig, als an unserem Magenfistelhunde ähnliche Versuche vorzunehmen.

Über das Ergebniß derselben werden wir bei einer anderen Gelegenheit berichten; für den jetzigen Zweck hat nur der Umstand Interesse, daß in zwei Versuchen, die unter ähnlichen Bedingungen vorgenommen wurden, wie die von Lichtenfels und Fröhlich, bis in die vierzehnte Hungerstunde, die zwischen 11^h — 1^h fiel, ebenfalls ein Sinken der Körpertemperatur beobachtet wurde.

Sieht man nun unsere Verdauungsversuche an, so wird man finden, daß in den Versuchen I bis X und im Versuche XIII die niedrigste Temperatur im Magen und im After ebenfalls zwischen 11^h 30^m und 1^h 30^m falle, so daß die oben ausgesprochene Vermuthung eine Berechtigung zu haben scheint. Dieselbe verliert aber jeden Anhaltspunkt, sobald man die Zeitverhältnisse der letzten Versuche berücksichtigt.

Die Versuche I bis X und der Versuch XIII wurden Vormittags zwischen $9\frac{1}{2}$ und $10\frac{1}{2}$ begonnen, und so mußte natürlich die stärkste Erniedrigung der Temperatur zwischen $11\frac{1}{2}^h$ bis $1\frac{1}{2}^h$ fallen.

Wir begannen deshalb die Versuche XI, XII, XIV bis XVII sämmtlich später und zwar die meisten zwischen 12^h und 1^h, so daß jetzt die niedrigste Temperatur ebenfalls später eintreten mußte, wie eben bei allen anderen gelungenen Beobachtungen. Für jene Versuche, in welchen dieses Verrücken des Minimums aus dem oder jenem Grunde nicht präcise ausgesprochen ist, erlangt die Thatsache eine große Bedeutung, daß in dem Zeitraume, in welchem in Folge der typischen Schwankung eine Erhöhung hätte Statt finden sollen, dieselbe vollständig ausblieb.

Nachdem wir auf diese Weise alle Einwendungen beseitigt zu haben glauben, wollen wir noch einige weitere Punkte berücksichtigen und dann am Ende dieser Abhandlung die Ergebnisse der anderen Forscher am Menschen besprechen.

Bei der Betrachtung unserer Versuche drängt sich die Frage auf, in welcher Stunde nach der Mahlzeit eigentlich das Minimum der Temperatur und in welcher das Maximum eintrete. Bei der Erörterung dieser Angelegenheit müssen selbstverständlich jene Ver-

suche unberücksichtigt bleiben, in denen erwiesenermaßen die Verdauung nicht regelmäßig vor sich ging.

Aus der folgenden Tabelle kann man die Zeit nach der Mahlzeit ersehen, in welcher im Magen oder im After die niedrigste Temperatur beobachtet wurde.

Versuchs-Nummer	Zeit des Minimums der Temperatur nach der Nahrungseinnahme	
	für den Magen	für den After
I	$1^h\ 28^m — 1^h\ 42^m$	
II	$1^h\ 11^m$	
IV	$2^h\ 20^m$	
V	$3^h\ 13^m$	
VI	$2^h\ 03^m$	
VII	$3^h\ 09^m$	
VIII	$2^h\ 34^m$	$2^h\ 45^m$
IX	$2^h\ 54^m$	$1^h\ 26^m — 2^h\ 43^m$
X	$2^h\ 18^m$	$2^h\ 13^m$
XII	$0^h\ 46^m$	$0^h\ 40^m$
XIII		$3^h\ 35^m$
XIV		$3^h\ 01^m — 4^h\ 18^m$
XVI		$3^h\ 30^m$

Aus dieser bündigen Zusammenstellung ersieht man, daß das Minimum der Temperatur im Magen gewöhnlich zwischen der zweiten und dritten Stunde nach der Mahlzeit, selten zwischen der ersten und zweiten oder zwischen der dritten und der folgenden halben Stunde beobachtet wurde.

Für die Temperatur im After ergeben unsere Beobachtungen, daß sich das Minimum nie nach der vierten und nie vor der ersten Stunde, am häufigsten in der dritten bis vierten Stunde nach der Mahlzeit eingestellt hat.

Wir sprechen uns in dieser Hinsicht mit der größten Zurückhaltung aus, da unsere Versuche nicht zahlreich genug sind, um

genauere Zahlen aus ihnen ableiten zu können, auf Grund deren man im Stande wäre, weitere Schlüsse zu bauen.

Was das Maximum betrifft, so läßt es sich ungemein schwer angeben, wann dieses erreicht wird, denn schon ein flüchtiger Überblick zeigt, daß die Temperatur sowohl im Magen als auch im After verhältnißmäßig langsam steigt; auch wäre es nothwendig gewesen, alle Versuche bis in jene Periode auszudehnen, in welcher die Verdauung vollendet war; denn einige unserer Versuche, bei denen dies geschah, erweisen, daß sich dann sowohl im Magen, als auch im After ein Sinken der Temperatur geltend mache. Das geht jedoch aus unseren Versuchen deutlich hervor, daß das Maximum der Temperatur für Magen und After nie vor der vierten Stunde, am häufigsten zwischen der fünften und sechsten Stunde nach der Mahlzeit eintrat.

Nachdem die Temperatur des Körpers beim Hunde für gewöhnlich erst zwischen der zweiten und dritten Stunde nach der Mahlzeit zu steigen anfängt, so kann man wohl behaupten, daß die Erhöhung der Temperatur dann beginnt, wenn bereits eine hinreichende Quantität verdauter Nahrung absorbirt und ins Blut übergeführt wurde, so daß die Temperaturserhöhung des Körpers nicht so sehr mit der Verdauung, wohl aber mit der Aufsaugung gleichen Schritt hält. Ja, es wäre möglich, daß die Erhöhung der Körpertemperatur mit jener Erhöhung der Temperatur in Verbindung stünde, welche von Bernard während der Verdauung in der Leber gefunden wurde, was sich leichter entscheiden ließe, wenn Bernard die Zeit nach begonnener Verdauung genauer angegeben und sich nicht mit den allgemeinen Ausdrücken: *en digestion*, *en pleine digestion* begnügt hätte.

Eine weitere Frage bezieht sich auf die Größe der Temperaturerniedrigung.

Auch bei dieser Betrachtung müssen natürlich jene Versuche ausgeschlossen bleiben, bei denen eine unregelmäßige Verdauung nachgewiesen ist; anderseits hat man für die Vergleichstemperatur die Wahl zwischen jener, die vor der Nahrungseinnahme und jener, die unmittelbar nach derselben beobachtet wurde.

Beschränken wir uns auf die Vergleichung mit jener Temperatur, die vor dem Fressen vorhanden war, um der Temperatur der Nahrung keinen so großen Einfluß auf die Vergleichung selbst zu

gestatten, so sieht man, daß die Unterschiede sowohl für den Magen als auch für das Rectum ziemlich beträchtlich sind; denn es ergibt sich für den Magen ein Unterschied zwischen 0·11° und 0·80°, im Rectum dagegen schwankt er zwischen 0·03° und 0·70°.

In jenen Versuchen, in welchen die Nahrungstemperatur nur um einen oder zwei Grade höher oder niedriger war als die Körpertemperatur, ist auch der Vergleich mit der unmittelbar nach der Mahlzeit beobachteten Temperatur gerechtfertigt. Wir finden für diese Fälle den Unterschied für den Magen zwischen 0·25° und 0·75°, für das Rectum zwischen 0·28° und 0·47°.

Als wir oben über die Entwerfung der Curven und Tabellen sprachen, erwähnten wir unter Anderem, daß wir immer blos die Temperatur des Speisebreies berücksichtigten, welche beim Einführen des Thermometers bis zu derselben Tiefe beobachtet wurde. Schon die ausführlich mitgetheilten Versuche zeigen aber, daß wir es selten unterlassen haben, das Instrument mehr oder weniger tief einzuführen und dies geschah auch bei allen tabellarisch zusammengestellten Versuchen.

Bei genauer Durchmusterung unserer Versuchsprotokolle finden wir nun, daß man beim Tieferführen des Thermometers bald eine gleiche, bald eine niedere, bald eine höhere Temperatur gefunden, als in jener Tiefe, die wir zum alseitigen Vergleiche gewählt haben (66 bis 78 Mm.). Wir wollen nun diese Angabe mit einigen wenigen von den vielen uns zu Gebote stehenden Beispielen belegen. Wir unterlassen natürlich die Aufzeichnung jener Beobachtungen, bei denen wir trotz des verschieden tiefen Standes des Thermometers immer dieselbe Temperatur erhielten. Die mitzutheilenden Beobachtungen gewinnen dadurch an Wichtigkeit, daß bei derselben Beobachtungsreihe das Thermometer aus der Magenhöhle nicht herausgenommen, sondern einfach mit dem Finger tiefer gedrückt oder höher gezogen wurde, so daß die Ablesungen auch etwas rascher aufeinanderfolgen konnten, und dieselben, wenn auch nur wenige vorgenommen wurden, doch verläßlich sind.

Wir beginnen mit jenen Beobachtungen, bei welchen eine Erniedrigung der Temperatur Statt fand.

I. Versuch, 8. Februar.

5^h 40^m Nachmittag. — 7 Stunden 15 Minuten nach der Mahlzeit:
Thermometer 78 Mm. tief: 39·35 — 39·35 — 39·35
„ 84 „ „ 39·31 — 39·30 — 39·25

IV. Versuch, 16. Februar.

12^h 00^m Mittag. — 2 Stunden 15 Minuten nach der Mahlzeit:
Thermometer 90 Mm. tief: 38·93
„ 117 „ „ 38·80 — 38·75 — 38·80
„ 90 „ „ 38·95
„ 72 „ „ 38·90
„ 117 „ „ 38·82 — 38·82.
5^h 45^m Nachmittag. — 8 Stunden nach der Mahlzeit:
Thermometer 78 Mm. tief: 39·48 — 39·48
„ 90 „ „ 39·38 — 39·36 — 39·34.

IX. Versuch vom 14. Mai.

4^h 05^m Nachmittags. — 5 Stunden 25 Minuten nach der Mahlzeit:
Thermometer 78 Mm. tief: 39·28 — 39·29 — 39·28 — 39·29
„ 102 „ „ 39·22 — 39·21 — 39·21.
5^h 07^m Nachmittags. — 6 Stunden 25 Minuten nach der Mahlzeit:
Thermometer 78 Mm. tief: 39·11 — 39·11
„ 90 „ „ 39·08 — 39·08.
6^h 23^m Nachmittags. — 7 Stunden 40 Minuten nach der Mahlzeit:
Thermometer 78 Mm. tief: 39·30 — 39·31 — 39·30
„ 102 „ „ 39·22 — 39·22 — 39·21.

X. Versuch vom 26. Mai.

1^h 14^m Nachmittags. — 3 Stunden 35 Minuten nach der Mahlzeit:
Thermometer 78 Mm. tief: 39·00 — 39·00
„ 120 „ „ 38·95 — 38·93.
Das Thier nießt und das Thermometer zeigt augenblicklich 39·00, obwohl das Instrument in dieselbe Lage zurückgebracht wurde.

3h 38m Nachmittags. — 6 Stunden nach der Mahlzeit:
Thermometer 78 Mm. tief: 39·33 — 39·33
„ 120 „ „ 39·12 — 39·10.

Dem Hunde wird etwas Ammoniak unter die Nase gehalten, er macht nur leichte Nießbewegungen; augenblicklich darauf:
Thermometer 120 Mm. tief: 39·14 — 39·20
„ 78 „ „ 39·25.

5h 31 Nachmittags. — 8 Stunden 10 Minuten nach der Mahlzeit:
Thermometer 78 Mm. tief: 39·25 — 39·25
„ 84 „ „ 39·21 — 39·21.

In Folgendem nun einige andere Beispiele, bei welchem dagegen beim Tiefereinführen des Thermometers eine Erhöhung beobachtet wurde.

I. Versuch vom 8. Februar.

12h 10m Mittags. — 1 Stunde 40 Minuten nach der Mahlzeit:
Thermometer 84 Mm. tief: 39·25 — 39·25
„ 93 „ „ 39·30 — 39·30.

6h 45m Nachmittags. — 8 Stunden 15 Minuten nach der Mahlzeit:
Thermometer 84 Mm. tief: 39·40 — 39·40 — 39·41
„ 102 „ „ 39·48 — 39·48 — 39·48.

V. Versuch vom 18. Februar.

11h 13m Vormittags. — 1 Stunde nach der Mahlzeit:
Thermometer 66 Mm. tief: 39·08 — 39·08
„ 84 „ „ 39·10 — 39·10
„ 66 „ „ 39·01 — 39·00
„ 75 „ „ 39·05.

12h 00m Mittags. — 1 Stunde 45 Minuten nach der Mahlzeit:
Thermometer 66 Mm. tief: 38·65 — 38·65
„ 90 „ „ 39·72 — 38·72
„ 66 „ „ 38·69 — 38·68.

1h 24m Nachmittags. — 3 Stunden 10 Minuten nach der Mahlzeit:
Thermometer 66 Mm. tief: 38·55 — 38·55
„ 90 „ „ 38·70 — 38·74.

2h 40m Nachmittags. — 4 Stunden 25 Minuten nach der Mahlzeit:
Thermometer 66 Mm. tief: 39·08 — 39·08
" 90 " " 39·13 — 39·14 — 39·14.

IX. Versuch vom 14. Mai.

1h 30m Nachmittags. — 2 Stunden 50 Minuten nach der Mahlzeit
Thermometer 78 Mm. tief: 38·98 — 39·00
Thermometer 114 " " 39·05 — 39·05 — 39·05
" 78 " " 39·01.

X. Versuch vom 26. Mai.

10h 58m Vormittag. — 1 Stunde 18 Minuten nach der Mahlzeit:
Thermometer 78 Mm. tief: 38·98 — 38·98 — 38·98
" 120 " " 39·05.

Schon aus diesen wenigen Beispielen, und umsomehr aus der Gesammtmenge der diesbezüglichen Beobachtungen erhellt, daß sowohl die Erniedrigung als auch die Erhöhung der Temperatur beim Tiefeinführen des Thermometers höchst schwankende Verhältnisse darbieten; oft beobachtet man eine Erniedrigung, manchmal selbst um 0·28°, oft dagegen eine Erhöhung, sogar um 0·20°, und in anderen Fällen wiederum findet man gar keinen Unterschied. Man sieht ferner, daß diese wechselnden Befunde sowohl in einem und demselben Versuche, als auch unter den verschiedensten Zeitverhältnissen vorkommen, daß also weder die Erniedrigung noch die Erhöhung der Temperatur in der Nähe der Schleimhaut in irgend einer Beziehung zur Stunde nach der Mahlzeit steht und daß insoferne auch kein Zusammenhang mit der Erniedrigung und Erhöhung der Körpertemperatur angenommen werden kann. Es steht ferner auch die Thatsache fest, daß eine kräftige und plötzliche Bewegung des Zwerchfells, durch die nothwendigerweise auch der Magen sammt Inhalt eine Erschütterung erfahren muß, im Stande ist, eine Temperaturerhöhung jener Schicht des Speisebreies herbeizuführen, die in unmittelbarer Nähe der Schleimhaut gelegen ist, auch wenn die Lage des Thermometers unverändert blieb.

Obwohl es nun scheint, daß für alle diese Erscheinungen sich schwer ein gesetzmäßiger Zusammenhang finden lasse, so dürfte ein

solcher doch plausibel werden, wenn man der nachstehenden Betrachtung folgt.

Bei der Gestalt, welche unser Thermometer besitzt und bei der Einführungsweise desselben in die Magenhöhle, kann es die Magenschleimhaut nur mit seiner Spitze berühren, so daß wir, besonders wenn der Magen mit Nahrung gefüllt ist und das Thermometer bis zur Berührung der Schleimhaut selbst eingeführt wurde, niemals über die eigentliche Temperatur derselben Aufschluß erhielten, sondern blos derjenigen Schichten des Speisebreies, welche sich der Schleimhaut am nächsten befanden, denn von diesen allein wird der Quecksilberbehälter allseitig umgeben. Was die Eigentemperatur der Schleimhaut betrifft, können wir uns daher nur auf die Beobachtung stützen, daß sie während der Verdauung röther erscheint, als bei leerem Magen, so daß man wohl berechtigt ist, anzunehmen, daß auch ihre Temperatur etwas höher sei, wofür noch die Thatsache spricht, daß auch in anderen drüsigen Organen eine Erhöhung der Temperatur während ihrer Thätigkeit gefunden wurde.

Es kann nun einerseits keinem Zweifel unterliegen, daß die Umwandlung der Albuminsubstanzen in Peptone am raschesten und ergiebigsten in der Nähe der Schleimhaut vor sich gehe, und es wird andererseits allgemein angenommen, daß der Übergang der Nahrung in das Duodenum, nicht allmählig, der fortschreitenden Verdauung gemäß, sondern in gewissen Perioden geschehe.

Faßt man nun alle diese Punkte ins Auge und berücksichtigt man zugleich, daß diejenige Schicht, in welcher eine niedere Temperatur so häufig beobachtet wurde, zwischen zwei Lagen liegt, nämlich der Magenschleimhaut und der mittleren Schicht des Speisebreies, welche letztere in den bezüglichen Fällen eine höhere Temperatur inne hat, so kann man die Ursache der Temperaturerniedrigung nur in die erstgenannte, der Schleimhaut anliegende Schicht des Speisebreies versetzen.

Wir haben auch bereits oben die naheliegende Vermuthung ausgesprochen, daß bei der Umwandlung der Albuminsubstanzen in Peptone eine gewisse Menge Wärme latent werde, und erwähnt, daß sich gegen diese Annahme vom theoretischen Standpunkte zwar nichts einwenden lasse, daß es uns bis jetzt aber nicht geglückt sei, dafür den experimentellen Beweis zu liefern, was wir sehr bedauern müssen,

da unsere Erklärung durch diesen Beweis die sicherste Grundlage erhalten hätte.

Gehen wir nun auf Grundlage der eben erörterten Punkte an die praktische Anwendung derselben auf die beobachteten Erscheinungen.

Sobald die Nahrungen mit der Magenschleimhaut in Berührung kommen, beginnt eine Hyperämie und mit ihr auch eine Erhöhung der Temperatur der Magenschleimhaut, so daß nach und nach auch die zunächstliegenden Schichten des Speisebreies eine Temperaturerhöhung erfahren können. Gleichzeitig hat auch die Secretion des Magensaftes begonnen, wodurch die Umwandlung der Albuminsubstanzen in Peptone eingeleitet wird; ist diese Umwandlung energisch genug, so wird von da an keine weitere Erhöhung der Temperatur Statt finden, sie wird sogar nach und nach sinken, und falls die Umwandlung hinlänglich rasch fortschreitet, wird man statt einer mit der mittleren Schicht gleichen Temperatur eine niedrigere finden.

Wird nun diese schon verdaute Schicht durch was immer für eine Ursache entfernt, so treten neue Lagen des Speisebreies mit höherer Temperatur an die Stelle der ersteren, um nun denselben Cyklus von Temperaturabstufungen durchzumachen, wie die so eben entfernten.

Wird die der Magenschleimhaut anliegende verdaute Schicht dagegen nicht entfernt, so muß sie nach und nach die Temperatur der Schleimhaut annehmen.

Unsere Erklärung enthält freilich noch viel hypothetisches; wir sind aber nicht im Stande, an ihre Stelle eine andere, bessere zu setzen; zur Unterstützung derselben sei noch Folgendes angeführt:

Unter den angeführten Beispielen findet sich auch eines aus dem Versuche vom 26. Mai (X). Wir sehen dort, daß in Folge des Nießens die Temperatur der tieferen Schicht des Speisebreies um 0·07 stieg, und können uns dies nicht anders erklären, als daß durch die Nießbewegung die in der Nähe der Schleimhaut befindliche Speisebreischicht entfernt wurde. Ist dies richtig, so mußte man dieselbe Erscheinung beobachten, wenn der Hund zum Nießen gezwungen wurde. Wir nahmen daher im Verlaufe desselben Versuches Anlaß, dieses Experiment vorzunehmen; wir gaben dem Hunde etwas Ammoniak zu riechen, worauf einige Nießbewegungen und

alsbald auch Steigen der Temperatur in der tieferen Schichte des Speisebreies erfolgte, während die höheren Schichten ihre Temperatur nicht veränderten, sondern sich nachher fast eben so warm zeigten, wie früher, und wir hätten bei fortgesetzter Beobachtung gewiß die frühere Temperatur erhalten.

Nachdem von vielen Beobachtern der Einfluß der Ruhe und Bewegung der Körpertemperatur studirt wurde, und die Resultate eine erfreuliche Übereinstimmung zeigen, nachdem ferner der Einfluß vieler anderer, äußerlich oder innerlich auf den Körper wirkender Ursachen oder der im Organismus selbst vor sich gehenden Lebensprocesse in den Kreis der Beobachtung gezogen ward und endlich wir mit der vorliegenden Arbeit besonders die Beziehung zwischen Verdauung und Temperatursveränderung des Körpers klarer beleuchtet zu haben glauben, schien es uns von besonderem Interesse, von allen den angegebenen Momenten hauptsächlich die momentane Wirkung einer verhältnißmäßig kalten oder warmen Nahrung eingehender zu betrachten. Wir wollen dadurch zeigen, wie wichtig für Versuche solcher Art, wie die unserigen, die Angabe der Temperatur der Nahrung sei, welch große Fehlerquellen aus der Vernachlässigung dieser Vorsichtsmaßregeln erwachsen und wie erschwert unter solchen Umständen die Vergleichung und Würdigung anderweitig unternommener Versuche werde. Zugleich bestätigten wir dadurch die diesbezüglichen Beobachtungen von Lichtenfels und Fröhlich, die sich bei der Besprechung des Einflusses des kalten Wassers auf die Körpertemperatur folgendermaßen äußern [1]:

„Es ist gewiß, daß auch die Körpertemperatur auf sehr kurze Zeit herabgesetzt wird; indeß kann in den hierüber angegebenen Versuchen die örtliche Wirkung des Wassers auf die Temperatur des Mundes von der Gesammtwirkung nicht vollkommen getrennt werden“.

Die Messungen scheinen nämlich in der Mundhöhle vorgenommen worden zu sein.

---

[1]) R. Lichtenfels und R. Fröhlich, l. c. S. 132.



Schon aus den oben mitgetheilten Versuchen läßt sich entnehmen, daß in der ersten Zeit nach der Nahrungsaufnahme die Körpertemperatur von jener der Nahrung beeinflußt wurde; wir verweisen in dieser Beziehung auf die Versuche VIII, IX, XIII, XIV, XVII, bei welchen nach der Aufnahme der warmen Nahrung die Temperatur im After etwas stieg; wir wollen dagegen auch nicht verschweigen, daß in einigen anderen Versuchen X, XI, XII, XIV, XVI trotz der höheren Temperatur der Nahrung die des Körpers nicht stieg, sondern im Gegentheil eine größere oder geringere Erniedrigung erfuhr. Die letztgenannten Versuche wurden oben bereits eines Weiteren besprochen.

Um nun für die Entscheidung dieser Frage ganz reine Versuche zur Verfügung zu haben, entschlossen wir uns, eine besondere Versuchsreihe zu beginnen, um den Einfluß der Temperatur der Nahrung oder der Getränke auf die Gesammttemperatur des Körpers festzustellen.

Zu diesen Experimenten eignete sich ganz vorzüglich unser Fistelhund.

Versuch vom 6. Juli am Fistelhunde.

Beobachtung im Rectum.

1. Um 3^h 55^m 39·53 — 39·55 — 39·51 — 39·44 —[1]
39·41 — 39·40 — 39·36 — 39·35 —
39·34. 4^h 05^m.

Die Temperatur des Rectums hatte mit 39·55 ihr Maximum erreicht; das besonders später langsam folgende Sinken ist auf Rechnung der vollkommenen Ruhe zu setzen, in welcher der Hund während der ganzen Untersuchung verharrte.

2. Nun wurden 4^h 06^m durch die Bohrung des Stöpsels vorsichtig 150 Grm. Wasser von 12°5 gegossen, davon floß jedoch ein Theil seitlich an der Canüle wieder heraus; der Hund blieb dabei ganz ruhig, das Thermometer wurde von Beginn her aus dem Rectum nicht herausgenommen. Auf diese Weise läßt

[1]) In dieser wie in allen folgenden Beobachtungen wurde die Körpertemperatur immer von Minute zu Minute notirt.

sich der ganze Verlauf, wie er nun mitgetheilt wird, sehr genau verfolgen.

3. 4^h 07^m (Ununterbrochener Anschluß an Serie 1).

39·33 — 39·32 — 39·22 — 39·12 — 39·10
39·10 — 39·05 — 39·01 — 38·98 — 38·93
38·90 — 38·86 — 38·83 — 38·83 — 38·82
38·81 — 38·80 — 38·80 — 38·79 — 38·79
38·80 — 38·80 — 38·80 — 38·80 — 38·81
38·82 — 38·83 — 38·84 — 38·84. 4^h 35^m.

Schon in der dritten Minute beginnt das Sinken, welches im Allgemeinen anfangs sehr rasch, später langsamer erfolgt; nach 19 Minuten hat die Temperaturerniedrigung ihr Maximum erreicht, und von nun beginnt langsam und allmählig das Steigen. Die Erniedrigung der ersten 19 Minuten betrug im Ganzen 0·54°.

In diesem Falle wirken zwei Momente vereint auf das Sinken: die vollkommene Ruhe des Hundes und die niedrige Temperatur des Wassers; daß die letztere unvergleichlich mehr dazu beiträgt, erweist ganz deutlich die Vergleichung der ersten und zweiten Zahlenreihe, wobei wir darauf aufmerksam machen, daß das Eingießen des Wassers in die Magenhöhle dann vorgenommen wurde, als die Körpertemperatur nur noch succesive um 0·01 sank, so daß man annehmen muß, daß in der folgenden kurzen Zeit sich kein auffallendes Sinken mehr gezeigt hätte.

4. Um 5^h 44^m wird eine neue Beobachtung im Rectum begonnen, sie ergibt:

39·42 — 39·50 — 39·53 — 39·55 — 39·50
39·48 — 39·42 — 39·40 — 39·40 — 39·39
39·39. 5^h 55^m.

Sie ist der obigen sub 1 gleichzustellen.

5. Um 6^h 00^m verzehrt der Hund eine aus Blut und Vegetabilien bestehende Nahrung (Blutwurst) von der Temperatur 49° und brauchte dazu drei Minuten. Unmittelbar daran schließt sich folgende Beobachtung:

6. 6^h 03^m. 39·49 — 39·60 — 39·62 — 39·62 — 39·62
39·59 — 39·57 — 39·52 — 39·51. 6^h 13^m.
und 8 Minuten später:

7. 6^h 21^m. 39·48 — 39·50 — 39·51 — 39·51 — 39·50
39·50 — 39·50. 6^h 27^m.

Dieser Versuch zeigt also, daß die hohe Temperatur trotz der hier als hemmendes Moment wirkenden Ruhe ein Steigen der Körpertemperatur bewirkt.

Versuch vom 7. Juli.

Temperatur im Rectum:

8. Um 4^h 24^m. 39·75 — 39·80 — 39·80 — 39·76 — 39·70
39·70 — 39·74. 4^h 32^m.

9. Um 4^h 32^m.5 werden 100 Grm. Wasser von 46° in den Magen gegossen, die weiteren Versuchsbedingungen waren durchgehends wie oben unter 1.

Die ununterbrochen fortgesetzte Beobachtung ergibt:

4^h 33^m. 39·68 — 39·69 — 39·69 — 39·70 — 39·70
39·70 — 39·70 — 39·71 — 39·71 — 39·76
39·80 — 39·80 — 39·81 — 39·80 — 39·76
39·76 — 39·77 — 39·73 — 39·71 — 39·71
39·69 — 39·68 — 39·63. 4^h 55^m.

Am Ende der Beobachtung enthielt der Magen fast noch die ganze Menge des eingegossenen Wassers.

Dieser Versuch erscheint uns einer näheren Betrachtung werth.

In der ersten sub 8 angeführten Zahlenreihe findet man die Wirkung der Ruhe des Hundes in einem Sinken ausgeprägt, welches binnen 8 Minuten 0·12° beträgt; bei längerem Beobachten hätte dasselbe wahrscheinlich noch weiter angehalten.

Ein oder höchstens zwei Minuten nach dem Eingießen des warmen Wassers trat schon die Temperaturerhöhung ein und erreichte in 12 Minuten das Maximum; die Erhöhung betrug 0·13°.

Daß die Erhöhung der Körpertemperatur nicht kräftiger wurde, hängt von mehreren Umständen ab. Zum ersten war der Unterschied zwischen der Körpertemperatur des Hundes und jener des eingegossenen Wassers bloß 6·32°, und zudem ist die Wassermenge nicht beträchtlich; zweitens ist nicht zu vergessen, daß die Temperatur des Hundes schon an und für sich eine ziemlich hohe war, so daß die nachfolgende Erhöhung in keinem Falle hätte eine große sein können; drittens kommt noch dazu die Ruhe des Hundes während der Beobachtung, durch welche das Steigen der Temperatur wenigstens verlangsamt wird.

10. Nachdem der Hund für einige Zeit frei gelassen war, wiederholten wir den Versuch mit kaltem Wasser.

Beginn der Beobachtung um

5^h 30^m 39·84 — 39·90 — 39·90 — 39·93 — 39·90
39·90 — 39·90 — 39·89 — 39·88 — 39·84
39·82 — 39·80 — 39·80 — 39·80. 5^h 45^m.

11. Um 5^h 45^m werden durch die Fistelöffnung 100 Grm. Wasser von 12·5° eingegossen.

5^h 46^m 39·81 — 39·79 — 39·70 — 39·60 — 39·61
39·57 — 39·55 — 39·49 — 39·40 — 39·37
39·28 — 39·28 — 39·27 — 39·26 — 39·23
39·21 — 39·20 — 39·20 — 39·19 — 39·19
39·19 — 39·19 — 39·19 — 39·20 — 39·20
39·21 — 39·22 — 39·25. 6^h 13^m.

Diese Serie stimmt mit der sub 3 angeführten so vollkommen überein, daß uns nur die Bemerkung hinzuzufügen bleibt, daß in diesem Falle die Temperatur um 0·62, also etwas mehr als in dem früheren analogen Versuche, gesunken ist.

Auf dieselbe Weise wurden an dem zweiten Hunde (ohne Magenfistel) Temperaturbestimmungen vorgenommen; die vorgelegte Nahrung war zur gewünschten Temperatur abgekühlt.

Temperaturbestimmung im Rectum:

1. 4^h 51^m 39·40 — 39·65 — 39·72 — 39·73 — 39·70
39·70. 4^h 57^m.

2. Um $5^h\ 00^m$ verzehrt der Hund 275 Grm. einer aus Blut und Vegetabilien bestehende Nahrung von 15°5.
3. Die Temperaturbestimmung wird allsogleich wieder aufgenommen; sie ergibt:

$5^h\ 02^m$ 39·30 — 39 30 — 39·28 — 39·21 — 39·20
39·20 — 39·18 — 39·15 — 39·13 — 39·10
391·0 — 39·08 — 39·05 — 39·01 — 39·00
39·00 — 38·99 — 38·98 — 38·96 — 38·90
38·90 — 38·89 — 38·89 — 38·89 — 38·89
38·89 — 38·89 — 38·89 — 38·89 — 38·89
38·89 — 38·89. $5^h\ 34^m$

Auch dieser Versuch erweist, wie die analogen früheren, daß durch kalte Speisen die Körpertemperatur herabgesetzt wird. Wir sind jedoch hier nicht im Stande mit vollkommener Sicherheit anzugeben, wann eigentlich das Sinken der Temperatur begann, denn zwischen der letzten Bestimmung vor und der ersten nach dem Fressen liegt ein kurzes Intervall von 7 Minuten, und es ist nicht leicht denkbar, daß die kalte Nahrung allein binnen 3 Minuten ein Sinken der Temperatur um 0·40° bedungen habe. Leichter läßt sich annehmen, daß vor dem Fressen irgend eine weiter nicht bestimmbare Ursache die Erhöhung der Temperatur verursachte. Wir mußten deßhalb als Vergleichstemperatur die annehmen, welche unmittelbar nach dem Fressen sich ergab.

Die Körpertemperatur erreichte auch hier nach 24 Minuten den niedrigsten Stand; der Unterschied beträgt 0·41°. Diese starke Erniedrigung hält zum Unterschiede von den früheren Versuchen mit bloßem kalten Wasser sehr lange an, so daß, obwohl die Beobachtung durch 11 Minuten fortgesetzt wurde, nicht die geringste Erhöhung eintrat, was wohl darin seinen Grund hat, daß die Menge der verabreichten Nahrung beinahe dreimal so groß war, als jene des eingegossenen Wassers; auch ist es möglich, daß das Verharren in der tieferen Temperatur der bereits eingeleiteten Verdauung angehöre, durch welche sonach das Steigen, wenn nicht verhindert, so doch verzögert werden kann.

So ergänzen also diese letzten Versuche, wie bereits bemerkt, die Angaben von Lichtenfels und Fröhlich, welche sich auf die Erniedrigung der Temperatur nach der Aufnahme kalter Speisen

beziehen, und bestätigen jene von Braune[1]) am Menschen gewonnenen Erfahrungen, daß nämlich durch die Aufnahme von warmen Speisen die Körpertemperatur eine mit dem Thermometer nachweisbare Erhöhung erfährt, so daß das Wärmegefühl, welches darnach gewöhnlich eintritt, in der besagten Erhöhung eine hinreichende Begründung findet, doch sei hier ausdrücklich bemerkt, daß Braune die Temperatur der Speisen nicht mit dem Thermometer gemessen, sondern nur beiläufig geschätzt hat.

Wir wollen nun zum Schlusse einen Einblick in jene Versuche nehmen, welche andere Forscher beim Menschen anstellten, um daran einige Bemerkungen zu knüpfen.

Von allen Physiologen werden bei Besprechung der thierischen Wärme die Arbeiten von J. Davy und die von Hallmann angeführt, ohne daß sie jedoch eine weitere Quelle angeben. Wir gaben uns alle Mühe die Abhandlungen dieser beiden Forscher ausfindig zu machen, aber die Bücher und Zeitschriften, welche uns zu Gebote standen, enthielten keine Angaben, die von uns hätten benützt werden können, und die Tabellen, welche in Ludwigs Physiologie aus den Beobachtungen Davy's über den täglichen Gang der Körpertemperatur bei Aufnahme von Nahrung mitgetheilt wird, ist für eine eingehende Kritik nicht geeignet, weil sich die Beobachtungen in sehr verschiedenen Zeitintervallen folgen. Wir bedauern dies um so mehr, weil J. Davy, der englischen Sitte gemäß, die Hauptmahlzeit um 6·5^h (wahrscheinlich 6^h 30^m) und eine Stunde darnach, also um 7·5^h (wahrscheinlich 7^h 30^m), den Thee nahm. Es liegen somit andere Mahlzeitstunden vor, als bei den deutschen Beobachtern. In der obgenannten Tabelle finden wir ferner, daß die Körpertemperatur trotz Mittagessen und Thee in der ersten Stunde weiter sank, was zu Gunsten unserer Angaben sprechen könnte; leider verliert diese Zahl jede Bedeutung, wenn man bedenkt, daß in den nächstfolgenden vier Stunden keine weitere Beobachtung mehr gemacht wurde, so daß ebenfalls der geringen Erhöhung von 0·22 (im Vergleich zur Beobachtung von 7·5^h), welche um 11 Uhr Nachts erhalten wurde, kein Werth beigelegt werden kann.

---

[1]) Dr. Wilh. Braune, Ein Fall von anus praeternaturalis, mit Beiträgen zur Physiologie der Verdauung; Virchow's Arch. für pathol. Anat. etc. 1860, 19. Bd. S. 484.



Die Dissertation von Gierse war uns bis jetzt auch nicht zugänglich, und der Auszug, der sich in dem Bericht über die Fortschritte der Physiologie im Jahre 1842 in Müller's Archiv, Jahrgang 1843 findet, enthält leider keine auf unsere Untersuchung sich beziehenden Daten.

Dagegen können wir uns eingehender mit den Beobachtungen von Bärensprung[1]) und mit jenen von Lichtenfels und Fröhlich beschäftigen.

Bärensprung hat seine eigene Temperatur unter der Achsel vom December 1849 bis März 1850 43mal gemessen und die für je zweistündige Zeiträume gewonnenen Mittelzahlen in einer Tabelle S. 160 zusammengestellt. Es ist nun ersichtlich, daß die Beobachtungen, auf diese Weise vorgenommen, durchaus nicht genügend sind, um ein Bild des Temperaturganges unter dem Einfluß der Nahrung zu gewinnen, ja man wäre berechtigt zu zweifeln, ob die einzelnen berechneten Mittelzahlen überhaupt verläßlich genug sind, da die Zahl der Beobachtungen für jede Tageszeit eine sehr beschränkte ist, ja sich manchmal auf eine einzige reducirt. Bärensprung betrachtet die Temperaturerhöhung nach dem Schlafe und nach der Mittagsmahlzeit nicht von dieser Ursache bedungen, wohl aber als eine typische, wie aus folgenden Worten (S. 163), die sich auf die Mahlzeit beziehen, deutlich hervorgeht:

„Auf der anderen Seite mußte die Abendmahlzeit eine ähnliche Steigerung der Temperatur nach sich ziehen, wie die Mittagsmahlzeit, wenn wirklich die Aufnahme und Assimilation der Nahrungsmittel als Ursache derselben betrachtet werden konnte, was nicht der Fall ist. Als ich mich des Mittagsbrodes zur gewohnten Stunde enthielt, fand nichtsdestoweniger eine Zunahme der Temperatur statt, wenngleich weniger schnell, als dies an anderen Tagen zu geschehen pflegte. Man sieht hieraus, daß die Undulationen der Temperatur typische sind, und durch eine Veränderung der Lebensweise wohl modificirt aber nicht aufgehoben werden können.“

---

[1]) F. v. Bärensprung, Untersuchungen über die Temperaturverhältnisse des Foetus und des erwachsenen Menschen im gesunden und kranken Zustande, 1. Art. Müller's Arch. für Anat., Physiol. etc. Jahrg. 1851.

Unsere oben angeführten Versuche zeigen aber zur Genüge, daß der typische Gang der Körpertemperatur in Folge der Verdauung und Absorption eine so eingreifende Änderung erleiden kann, daß derselbe nicht mehr erkennbar ist.

Die Messungen von Lichtenfels und Fröhlich zeugen von einer großen Sorgfalt und sind so eingetheilt, daß man sie ganz gut zu weiteren Betrachtungen benützen kann.

Bevor wir an dieselben gehen, ist es unerläßlich, einige unsere Erörterungen zunächst berührende Stellen hier anzuführen. Lichtenfels und Fröhlich schreiben (S. 119):

„Vergleicht man den Gang des Pulses und der Temperatur aufmerksam, so wird man finden, daß im Allgemeinen die Curve des Pulses in Rücksicht auf jene der Temperatur etwa um eine Stunde von rechts nach links verschoben ist, oder nicht bildlich gesprochen, heißt dies: daß der Puls seine größte Steigerung im Beginne der Verdauung erfährt, die Temperatur aber erst dann, wenn die Verdauung theilweise vorüber ist. Da nun aber der Puls, wie wir gesehen haben, in der zweiten und besonders in der dritten Stunde nach jeder Nahrungseinnahme mit Beschleunigung von seiner Höhe wieder herabsinkt, so folgt hieraus klar, daß einem Sinken des Pulses keineswegs ein Sinken der Körperwärme werde entsprechen müssen, und wir sehen dieses ausgedrückt in Fig 3 und auch 4, wo in den Vormittagsstunden, besonders (4—5) (5—6) der Puls seinen tiefsten Stand einnimmt, die Temperatur aber noch keineswegs sinkt, sondern hoch über der Abscissenaxe steht. Ja wir haben uns sogar durch besondere Versuchsreihen überzeugt, daß die Temperatur im Beginne der Verdauung, d. i. von 0′ — 15′ nach dem Mittagsessen, meist etwas herabsinkt“; und ferner (S. 127):

„. . . . . diese Steigerung (nämlich der Pulsfrequenz und der Körperwärme) tritt, wie man aus Fig. 5 ersieht, nicht für beide gleichzeitig ein, sondern das Maximum der Steigerung tritt für die Körperwärme durchaus 1—1 $1/2$ Stunde später ein. — 2. In der sinkenden Bewegung entsprechen sich Puls und Körperwärme nicht. Denn für den Puls tritt die sinkende Bewegung schon in der zweiten Stunde nach einer Nahrungseinnahme ein und wird allemal in der dritten Stunde eine sehr beschleunigte; hingegen tritt für die Körperwärme in der zweiten Stunde erst das Maximum der Steigerung ein, und während in den folgenden Stunden, der dritten bis sechsten, der

Puls sehr rasch bis zur Abscissenaxe herabsinkt oder sich dieser bedeutend nähert, bleibt die Körperwärme hoch über dieser Axe fortwährend stehen".

Aus den angegebenen Zeilen geht hervor, daß auch Lichtenfels und Fröhlich das Sinken der Temperatur nach der Mahlzeit nicht entgangen ist. Sie haben demselben jedoch keinen großen Werth beigemessen, weil sie als Ausgangstemperatur jene genommen haben, die früh Morgens vor dem Frühstück beobachtet wurde. Wenn man aber auf Grund der Taf. IX, S. 126 als Ausgangspunkt jene Temperatur nimmt, die unmittelbar vor einer Mahlzeit gefunden wurde, so begegnet man folgendem Resultate:

Der Morgenkaffee bedingte eine kleine Erhöhung — was nichts Auffälliges ist, da man den Kaffee ziemlich warm trinkt und die Menge der festen Nahrung, die dabei genossen wurde, wahrscheinlich eine geringe war; 1—2 Stunden nach dem Frühstück steigt die Temperatur um 0·14° im Vergleich mit der Temperatur, die kurz nach dem Frühstück beobachtet wurde. Für das Mittagsessen wollen wir die von ihnen angegebenen Zahlen anführen.

Vor dem Mittagsessen	$n + 0{\cdot}400 = n'$
0′ — 30″ n. d. Mittagsessen	$n + 0{\cdot}350 = n' - 0{\cdot}050$
30″ — 1½ St. „ „ „	$n + 0{\cdot}340 = n' - 0{\cdot}060$
1½ — 2½ „ „ „ „	$n + 0{\cdot}530 = n' + 0{\cdot}130$ [1]

Diese Zahlen zeigen ganz deutlich die Übereinstimmung mit dem Gang der Temperatur, wie wir ihn an unseren Hunden beobachteten.

Ungefähr einen ähnlichen Gang fanden Lichtenfels und Fröhlich für den Abendkaffee; wir geben auch hiefür die betreffenden Zahlen wieder.

Vor dem Abendkaffee	$n + 0{\cdot}460 = n''$
0′ — 60″ nach dem Abendkaffee	$n + 0{\cdot}370 = n'' - 0{\cdot}090$
1 — 2 St. „ „ „	$n + 0{\cdot}480 = n'' + 0{\cdot}020$ [1]

[1] Die letzte Columne wurde von uns eingeschaltet, um die Differenzen zwischen der Temperatur vor dem Essen mit den Beobachtungen nach dem Essen deutlicher hervortreten zu machen.



So sprechen also die Angaben der erwähnten Forscher keineswegs gegen unsere Behauptung, im Gegentheile, sie bekräftigen dieselbe, und hätten Lichtenfels und Fröhlich die Beobachtungen kurz nach dem Mittagsessen in kleineren Zeitintervallen vorgenommen und wäre das Sinken beim Beobachter *B* auch so deutlich hervorgetreten, wie beim Beobachter *A*, bei welchem ersteren die Temperatur in den ersten $1^1/_2$ Stunden nach dem Mittagsessen als stationär betrachtet werden kann, so hätten sie ganz gewiß dem Sinken der Temperatur in diesem Zeitraume einen größeren Werth beigelegt.

Nachdem die vorliegende Arbeit bereits gedruckt war, kamen uns die interessanten Untersuchungen von Jürgensen „zur Lehre von der Behandlung fiberhafter Krankheiten mittelst des kalten Wassers, theoretische Vorstudien [1])" unter die Hände. Sie datiren vom Jahre 1867, und wir bedauern sehr, daß wir nicht früher darauf aufmerksam wurden, da dieselben mit den unseren theilweise in besonderer Beziehung stehen und wir dieselben einer eingehenderen Besprechung unterzogen hätten. Wir werden jedoch bei nächster Gelegenheit diese Arbeit verwerthen und beschränken uns für jetzt auf die Anführung folgender zwei Stellen, durch welche Jürgensen den Einfluß der Nahrungsaufnahme auf die Körpertemperatur kennzeichnet:

„Zum Beleg für den Satz, daß die Nahrungszufuhr die Körperwärme steigen macht, kann ich daher nur die beiden Thatsachen anführen, daß zur Periode des Minimums, wo sonst nie eine Erhöhung sich gezeigt hat, diese eingetreten ist, und daß nach Nahrungsaufnahme, welche einer langen Nahrungsentziehung folgte, so hohe Werthe erreicht wurden, wie dieselben bei dieser Versuchsperson sonst nicht vorkamen (S. 214).

„ . . . . . Nahrungsaufnahme bewirkt freilich im Allgemeinen eine Erhöhung der Temperatur, der typische Verlauf ist aber nicht

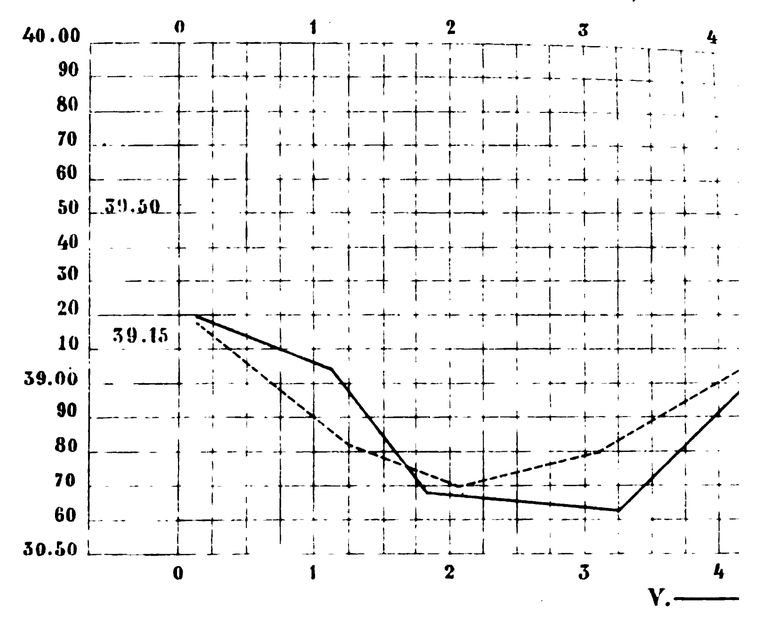
---

[1]) Deutsches Archiv f. klin. Medicin III. B., 1. H.

Vintschgau u. Dietl. Untersuchungen über die Temperatur im Magen.

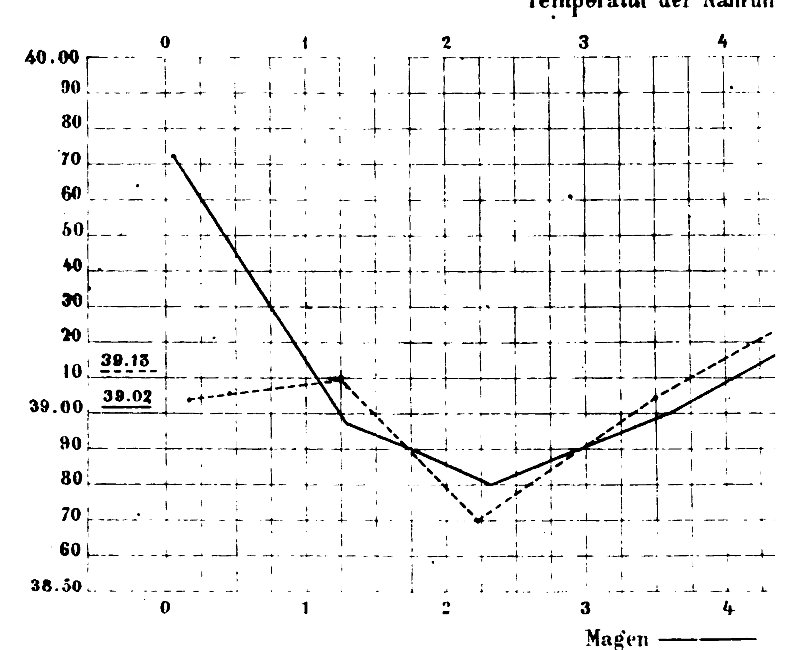
V. Versuch vom 18. Febr. 1869.

Temperatur der Nahrung 42° (2 Leberwürste.)



X. Versuch. vom

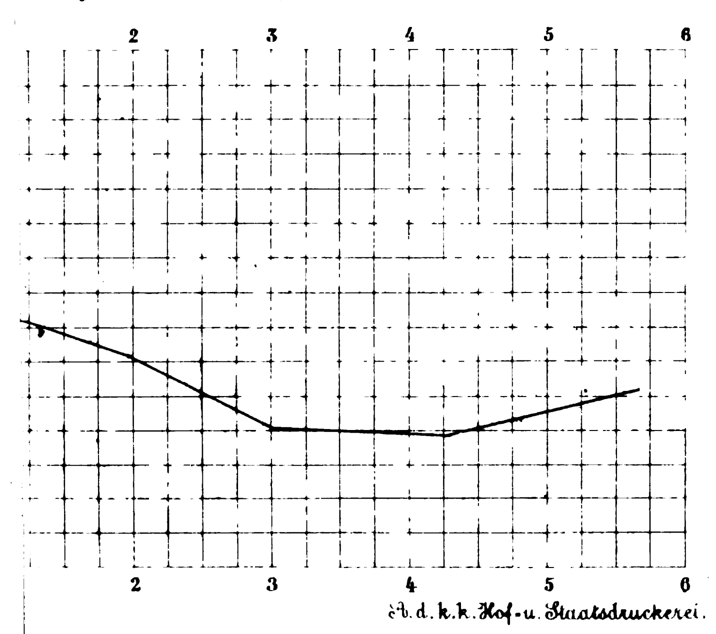
Temperatur der Nahrun



Taf. III.

XIV. Versuch vom 29. Mai 1869.

Temperatur der Nahrung 42.5 (Leberwürste.)



A. d. k. k. Hof- u. Staatsdruckerei.

von den Zeiten, wo Nahrungsaufnahme stattfand, abzuleiten. Er muß daher anderen bisher noch unbekannten Ursachen seine Entstehung verdanken (S. 222).

Wir müssen jedoch noch hinzusetzen, daß bei der Betrachtung der einzelnen Zahlen hie und da, ähnlich wie bei Lichtenfels und Fröhlich, auch Belege für unsere Beobachtungsresultate an Hunden zu finden sind, und daß auch Jürgensen die Temperatur der eingenommenen Nahrung nicht in Rücksicht gezogen zu haben scheint.

XXIV. SITZUNG VOM 11. NOVEMBER 1869.

In Verhinderung des Präsidenten führt Herr Hofrath A. Freiherr v. Ettingshausen den Vorsitz.

Herr Prof. Dr. V. v. Lang überreicht eine Abhandlung: „Über die Lichtgeschwindigkeit im Quarze".

Herr Director Dr. C. Jelinek übergibt eine Abhandlung: „Über die Leistungen eines in der k. k. Centralanstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus befindlichen registrirenden Thermometers von Hipp."

Herr Dr. Fr. Steindachner legt eine Abhandlung: „Zur Fischfauna des Senegal" vor.

Herr Prof. D. L. Ditscheiner überreicht eine Abhandlung: „Über die Dispersion der optischen Axen bei rhombischen Krystallen."

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Académie Impériale des Sciences de St. Pétersbourg: Mémoires. Tome XV, Nr. 2. St. Pétersbourg, 1869; 8°. (Russisch.)

Akademie der Wissenschaften, Königl. Preuss., zu Berlin: Monatsbericht. Juli 1869. Berlin; 8°.

Annalen der Chemie & Pharmacie von Wöhler, Liebig & Kopp. N. R. Band LXXVI, Heft 1. Leipzig & Heidelberg, 1869; 8°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1777—1778. (Band 75, 1.) Altona, 1869; 4°.

Bericht des k. k. Krankenhauses Wieden vom Solarjahre 1868. Wien, 1869; 4°.

Bibliothèque Universelle et Revue Suisse: Archives des Sciences physiques et naturelles. N. P. Tome XXXVI, Nr. 142. Genève, Lausanne, Neuchatel, 1869: 8°.

Borre, Alf. Preudhomme de, Description d'une nouvelle espèce américaine du genre Caïman (Alligator). 8°. — Description d'un jeune individu de la *Dermatemys Mawii*, espèce américaine de la famille des Elodites. 8°.

Chevalier, Arthur, Hygiène de la vue. (2ᵉ édition.) Paris, 1862; 8°. — Etude sur la vie et les travaux scientifiques de Charles Chevalier, Ingénieur-Opticien. Paris, 1862; 8°. — L'étudiant micrographe, traité théorique et pratique du microscope et des préparations. (2ᵉ édition.) Paris, 1865; 8°. — Le trichinoscope et ses applications aux usages domestiques et à l'examen des Trichines. Paris, 1866; 8°. — L'étudiant photographique. Paris; 8°. — Manuel de l'étudiant oculiste. Paris, 1868; 8°. — L'art de conserver la vue. Paris, 1869; 8°. — Catalogue explicatif et illustré des instruments d'optique etc. Paris, 1869; 4°. — Prix-courant des microscopes perfectionnés. Paris, 1869; 4°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXIX, Nr. 17. Paris, 1869; 4°.

Cosmos. XVIIIᵉ Année, 3ᵉ Série. Tome V, 19ᵉ Livraison. Paris, 1869; 8°.

Denza, Francesco, Le Aurore polari del 1869 ed i fenomeni cosmici che la accompagnarono. Torino, 1869; kl. 8°.

Durège, H., Über fortgesetztes Tangentenziehen an Curven dritter Ordnung mit einem Doppel- oder Rückkehrpunkte. Prag, 1869; 4°.

Ferrini, Giovanni, Del tifo esantematico e della sua comparsa in Tunesi nell' inverno dell' anno 1868. Milano, 1869; 8°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Verhandlungen und Mittheilungen. XXX. Jahrg., Nr. 34. Wien, 1869; 8°.

Gore, G., On Hydrofluoric Acid. London, 1869; 4°.

Gruber, Wenzel, Über die Halsrippen des Menschen mit vergleichend-anatomischen Bemerkungen. St. Petersburg, Riga, Leipzig, 1869; 4°.

Istituto, R., Veneto di Scienze, Lettere ed Arti: Atti. Tomo XIV°, Serie IIIᵃ, Disp. 9ᵃ. Venezia, 1868—1869; 8°.

Jahrbuch, Neues, für Pharmacie und verwandte Fächer von **Vorwerk**. Band XXXII, Heft 3. Speyer, 1869; 8°.

Kenngott, A., Beobachtungen an Dünnschliffen eines kaukasischen Obsidians. St. Petersburg, 1869; 8°.

Kudelka, Jos., Die Gesetze der Lichtbrechung. 8°.

Lamy, A., Sur un nouveau pyromètre. Paris, 1869; 4°.

Linder, Note sur les variations séculaires du magnetisme terrestre. Bordeaux, 1869; 8°. — Du rôle de l'attractrion universelle et de la résistance de l'éther dans les variations de forme des comètes, à propos de la théorie cométaire de M. Tyndall. Paris, 1869; 4°.

Lombardi Antonio M[a]., Discorso agrario. Foggia, 1869; 4°.

Lotos. XIX. Jahrgang, September—October 1869. Prag; 8°.

Maack, G. A., Die bis jetzt bekannten fossilen Schildkröten und die im oberen Jura bei Kehlheim (Bayern) und Hannover neu aufgefundenen ältesten Arten derselben. Cassel, 1869; 4°.

Merian, Peter, Über die Grenze zwischen Jura- und Kreideformation. Basel, 1868; 8°.

Mittheilungen des k. k. Artillerie-Comité. Jahrgang 1869, 6. Heft. Wien; 8°.

Musée Teyler: Archives. Vol. II., Fasc. 3[e]. Harlem, Paris, Leipzig, 1869; 4°.

Nature, A weekly illustrated Journal of Science. Vol. I, Nr. 1. London, 1869; 4°.

Observaciones magnéticas y meteorológicas en la Habana. 30 de Noviembre de 1867 a 30 de Noviembre de 1868. Habana, 1869; 8°.

Paladini, Cesare, Tentativo intorno ad una geometria a più di tre dimensioni. Sondrio, 1869; 8°.

Peretti, Paolo, Sull' albuminato di ferro ed alcuni saggi chimici sull' albume di nuovo. Roma, 1869; 8°.

Programme der Gymnasien zu Bistritz, Hermannstadt und Vinkovci. Für 1868/69. 4° & 8°.

Revue des cours scientifiques et littéraires de la France et de l'étranger. VI[e] Année, Nr. 49. Paris & Bruxelles, 1869; 4°.

Société Impériale des Naturalistes de Moscou: Bulletin. Année 1869. Tome XLII, Nr. 3. Moscou; 8°.

Wiener Landwirthschaftliche Zeitung. XIX. Jahrgang, Nr. 45. Wien, 1869; 4°.

— Medizin. Wochenschrift. XIX. Jahrgang, Nr. 89—90. Wien, 1869; 4°.

Wiesner, Julius, Die technisch verwendeten Gummiarten, Harze und Balsame. Erlangen, 1869; 8°.

Zantedeschi, Cav. Francesco, Sulla riduzione della lignite e della torba in buon carbone inglese. Venezia, 1869; 8°. — Annotazioni alla tipografia atmosferica della statistica italiana teorica e pratica del cav. avv. Luigi Guala. Padova, 1869; 8°.

Über die Leistungen eines an der k. k. Centralanstalt für Meteorologie u. E. befindlichen registrirenden Thermometers von Hipp.

Von dem w. M. Dr. C. Jelinek.

Unter den Apparaten, welche das k. k. Handelsministerium auf Antrag der Adria-Commission der kais. Akademie zur Ausrüstung der Stationen an der Küste des adriatischen Meeres ankaufte, befand sich auch ein für die Station Lesina bestimmter Thermograph von Hipp. Da einige Änderungen an dem Apparate wünschenswerth erschienen, so wurde ein zweiter ähnlicher Apparat bei Hipp in Neuchatel bestellt, an welchem die gewünschten Änderungen bereits angebracht waren, und nach dem Muster dieses Apparates wurde der ältere für Lesina bestimmte Thermograph von den Herren Mayer & Wolff in Wien umgeändert.

Das Princip des Hipp'schen Thermographen ist bekannt. Eine Spirale aus zwei verschiedenen Metallen — Messing und Stahl — bestehend, ist mit einem leichten Index in Verbindung. Da die Spirale bei Änderungen der Temperatur sich erweitert oder zusammenzieht und für jede gegebene Temperatur eine bestimmte Lage einnimmt, so ist auch die Stellung des Index bei verschiedenen Temperaturen eine andere und läßt sich aus der Stellung des Index auf die jeweilige Temperatur schließen. Der Hauptfehler ähnlicher Apparate, die Reibung, ist bei dem Hipp'schen Apparate dadurch vermieden, daß das Niederdrücken des Index, wobei die Spitze des letzteren einen Punkt in den darunter befindlichen Papierstreifen einsticht, mittelst Elektricität bewirkt wird. Der Strom wird von einer Pendeluhr alle 10 Minuten geschlossen und in der Zwischenzeit zwischen zwei solchen Registrirungen ist der Index der Thermographen vollkommen frei. Der früher erwähnte Papierstreifen

wird nicht durch ein Uhrwerk, sondern durch den Elektromagneten bewegt, welcher beim Schließen und Öffnen des Stromes ein gezähntes Rad um je einen Zahn vorwärts dreht. An dem Rahmen, welcher beim Anziehen des Ankers die Spitze des Index gegen das Papier drückt, befindet sich noch eine fixe Spitze, welche gleichfalls alle 10 Minuten einen Punkt markirt. Die Reihenfolge dieser Punkte bildet eine Gerade, gewissermaßen die Abscissen-Axe, von welcher aus die Ordinaten, d. h. die Entfernungen der von dem beweglichen Index herrührenden Marken gemessen werden.

Herr Hipp hat zur Messung dieser Ordinaten, oder eigentlich der entsprechenden Kreisbogen, einen kleinen Apparat, von ihm „Releveur" genannt, construirt, mittelst dessen die Messung etwas bequemer ausfällt. Da Herr Hipp den für die Centralanstalt bestellten Releveur noch nicht geliefert hat, so werden einstweilen die Ordinaten mittelst eines feinen Millimeter-Maßstabes gemessen.

Die früher erwähnte Verbesserung, welche Herr Hipp an seinem Thermographen anbrachte, besteht darin, daß die metallische Spirale, welche früher oberhalb des den übrigen Apparat einschließenden Kästchens, und zwar in der Mitte der Deckelplatte angebracht war, nun mehrere Zolle weit außerhalb des Kästchens sich befindet. Das äußere Ende der Spirale ist festgeschraubt, das innere Ende ist mit einer leichten stählernen Axe in Verbindung, welche — durch ein Messingrohr geschützt — in das Innere des Kästchens hineinreicht und durch ein Hebelwerk die Drehung des früher erwähnten Zeigers bewirkt. Tritt nämlich eine Temperaturänderung ein, so muß, da das äußere Ende der Spirale befestigt ist, eine Erweiterung oder Zusammenziehung der Spirale auf das innere Ende und daher auf die Stahlaxe wirken und eine Drehung der letzteren und damit auch jene des beweglichen Index mit sich bringen.

Herr Professor A. Hirsch, Director der Sternwarte zu Neuchatel, hat die Güte gehabt, den für Wien bestimmten Thermographen vor seiner Absendung durch mehrere Tage zu prüfen, indem er denselben in das Innere eines sogenannten Hipp'schen Ofens zur Erzielung einer gleichmäßigen, wenig veränderlichen Temperatur brachte, in dessen Inneren ein Normalthermometer angebracht war.

Die Bestimmungen des Herrn Prof. Hirsch sind folgende:

Tag	Stunde	Normal- Thermometer	Metall- Thermometer	Tag	Stunde	Normal- Thermometer	Metall- Thermometer
26. Februar	4	7·5	245	28. Februar	8	17·0	396
„ „	5	7·3	239	1. März	4	24·8	514
„ „	6	7·2	236	„ „	5	23·8	497
„ „	7	7·1	235	„ „	6	24·6	510
„ „	8	7·0	235	„ „	7	23·8	501
„ „	9	7·0	236	„ „	8	24·4	506
„ „	19	6·8	232	„ „	9	24·0	501
„ „	20	6·8	232	„ „	10	24·0	504
„ „	21	6·8	233	„ „	19	24·1	504
„ „	22	7·0	233	„ „	20	24·4	507
„ „	23	7·0	234	„ „	21	24·0	500
27. „	1	16·1	378	„ „	22	25·0	516
„ „	2	17·1	398	„ „	23	24·1	504
„ „	3	16·2	384	2. „	0	24·0	502
„ „	4	15·2	369	„ „	1	24·0	501
„ „	5	14·2	351	„ „	3	30·8	611
„ „	6	13·4	336	„ „	4	31·0	617
„ „	9	12·6	323	„ „	5	30·8	610
„ „	19	12·2	315	„ „	6	31·2	621
„ „	20	12·8	325	„ „	7	30·6	608
„ „	21	12·8	324	„ „	8	31·0	617
„ „	23	12·6	323	„ „	9	30·9	613
28. „	0	12·4	319	„ „	19	30·9	613
„ „	1	12·1	315	„ „	20	31·4	621
„ „	3	20·8	457	„ „	21	30·9	613
„ „	4	19·9	441	„ „	23	31·0	612
„ „	5	18·2	420	3. „	0	31·2	617
„ „	6	16·8	395	„ „	1	31·0	615
„ „	7	15·8	377				

Die Stunden sind astronomisch gezählt; unter den Angaben des Metall-Thermometers hat man jene durch die Hipp'sche Ablese-Maschine (Releveur) erhaltenen zu verstehen.

Faßt man die obigen Beobachtungen in fünf Gruppen zusammen, so erhält man folgende Mittelwerthe:

Normal-Thermometer	7°05	13°59	18°30	24°27	30°98
Metall- „	235·5	338·7	415·7	504·9	614·6

Hieraus erhält man zunächst folgende Gleichungen zur Bestimmung des Werthes eines Theiles H der Ablese-Maschine:

$$
\begin{array}{lll}
6^\circ 54 = 103\cdot 2^{H}; & & 1^\circ = 15\cdot 8^{H} \\
4\cdot 71 = 77\cdot 0\;; & & 1 = 16\cdot 3 \\
5\cdot 97 = 89\cdot 2\;; & & 1 = 14\cdot 9 \\
6\cdot 71 = 109\cdot 7\;; & & 1 = 16\cdot 3 \\
\hline
 & & 1^\circ = 15\cdot 8^{H} \text{ oder } 1^{H} = 0^\circ 063.
\end{array}
$$

Wenn man mit Hilfe dieser Werthe die obigen Beobachtungsreihen auf ihre mittleren Temperaturen reducirt, aus der Übereinstimmung der einzelnen Ablesungen das Gewicht jeder der fünf Reihen bestimmt und dann nach der Methode der kleinsten Quadrate aus den fünf Gleichungen die beiden Constanten des Instrumentes bestimmt, so erhält man:

für den Nullpunkt ..... $18^\circ 0 = 408^{H}6 \pm 0\cdot 9$
für die Bewegung ..... $1 = 15\cdot 81 \pm 0\cdot 9$ oder $1^{H} = 0^\circ 0632$,

so daß die Gleichung des Instrumentes folgende ist:

$$t = 18^\circ 0 + 0^\circ 0632\,(H - 408^{H}6).$$

Berechnet man damit rückwärts die obigen Ablesungen des Metall-Thermometers (H) und vergleicht die so erhaltenen Temperaturen (t) mit den wahren, vom Normal-Thermometer angezeigten Temperaturen (T), so kommt

H	$0\cdot 0632 \times (H-408\cdot 6)$	t	$(T-t)^2$	H	$0\cdot 6632 \times (H-408\cdot 6)$	t	$(T-t)^2$
26. Februar.				27. Februar.			
245	−10·3	7°7	0·04	378	−1·9	16°1	0·00
239	−10·7	7·3	0·00	398	−0·7	17·3	0·04
236	−10·9	7·1	0·01	384	−1·6	16·4	0·04
235	−11·0	7·0	0·01	369	−2·5	15·5	0·09
235	−11·0	7·0	0·00	351	−3·6	14·4	0·04
236	−10·9	7·1	0·01	336	−4·6	13·4	0·00
232	−11·2	6·8	0·00	323	−5·4	12·6	0·00
232	−11·2	6·8	0·00	315	−5·9	12·1	0·01
233	−11·1	6·9	0·01	325	−5·3	12·7	0·01
233	−11·1	6·9	0·01	324	−5·3	12·7	0·01
234	−11·0	7·0	0·00	323	−5·4	12·6	0·00

H	0·0632 × (H—408·6)	t	(T—t)²	H	0·0632 × (H—408·6)	t	(T—t)²
	28. Februar.				2. März.		
319	—5·7	12°3	0·01	501	+ 5·8	23°8	0·04
315	—5·9	12·1	0·00	611	+12·8	30·8	0·00
457	+3·1	21·1	0·09	617	+13·2	31·2	0·04
441	+2·0	20·0	0·01	610	+12·7	30·7	0·01
420	+0·7	18·7	0·25	621	+13·4	31·4	0·04
395	—0·9	17·1	0·09	608	+12·6	30·6	0·00
377	—2·0	16·0	0·04	617	+13·2	31·2	0·04
396	—0·8	17·2	0·04	613	+12·9	30·9	0·00
				613	+12·9	30·9	0·00
	1. März.			621	+13·4	31·4	0·00
514	+6·7	24·7	0·01	613	+12·9	30·9	0·00
497	+5·6	23·6	0·04	612	+12·9	30·9	0·01
510	+6·4	24·4	0·00	617	+13·2	31·2	0·00
501	+5·8	23·8	0·00	615	+13·1	31·1	0·01
506	+6·2	24·2	0·04				
501	+5·8	23·8	0·04				
504	+6·0	24·0	0·00				
504	+6·0	24·0	0·01				
507	+6·3	24·3	0·01				
500	—5·8	23·8	0·04				
516	+6·8	24·8	0·04				
504	+6·0	24·0	0·01				
502	+5·9	23·9	0·01				

Es folgt daraus für die 57 Beobachtungen eine Fehler-Quadratsumme = 1°30, woraus sich ergibt, daß der wahrscheinliche Fehler einer nach obiger Formel reducirten Angabe des Registrir-Thermometers = ± 0°1 ist, wovon die Hälfte wenigstens vom Ablesungsfehler des Normalthermometers herrühren mag.

So weit reicht die Untersuchung des Herrn Prof. Dr. A. Hirsch. Sie zeigt, daß das Hipp'sche Registrir-Thermometer unter günstigen Umständen nahe dieselbe Sicherheit gewährt, wie ein gutes Normal-Thermometer.

Bei der wirklichen Anwendung des Hipp'schen Registrir-Thermometers zur Bestimmung der Lufttemperatur werden sich wohl die günstigen Verhältnisse, wie dieselben bei den eben angeführten Versuchen statt fanden, kaum annähernd herstellen lassen. Ist es

auch als ein wesentlicher Vortheil zu erachten, daß die thermometrische Spirale von dem eigentlichen Körper des Instrumentes etwas mehr — bei dem an der Centralanstalt befindlichen Exemplare um 11 Centimeter — absteht, so wird doch in allen Fällen ein gewöhnliches Quecksilber-Thermometer freier exponirt werden können, als der Registrir-Apparat mit seinem sehr zarten Mechanismus, der gegen die Unbilden der Witterung, insbesondere gegen das Eindringen von Regen und Schnee sorgfältig geschützt werden muß. Zu diesen ungünstigen Verhältnissen, die wohl überall mehr oder weniger stattfinden werden, treten an der Centralanstalt in Wien noch die speciellen sehr unvortheilhaften Verhältnisse des Locales hinzu, welches ein einziges gegen Norden gerichtetes Fenster besitzt, das bereits von dem Kreil'schen Kupferdraht-Thermographen, dem Psychrometer, dem Maximum- und Minimum-Thermometer und dem Verdunstungsmesser in Anspruch genommen wird. Die Zahlenwerthe, welche ich mit dem Hipp'schen Registrir-Thermometer erhalten habe, werden daher sehr wesentlich durch die ungünstige Aufstellung des Apparates beeinflußt sein. Da derselbe dazu bestimmt ist, die Lufttemperatur jener Stunden zu finden, an welchen nicht direct beobachtet wird, die directen Beobachtungen aber an dem trockenen Thermometer des Psychrometers angestellt werden, so wurden sämmtliche Vergleichungen des Hipp'schen Thermographen mit diesem Thermometer ausgeführt, obgleich die Exposition beider nicht dieselbe ist, indem das trockene Thermometer des Psychrometers 50, die Spirale des Hipp'schen Apparates blos 11 Centimeter von der Wand absteht. Das Anbringen und Ablesen eines eigenen Thermometers in unmittelbarer Nähe der thermischen Spirale wird durch die Localverhältnisse ungemein schwierig gemacht.

Es wurden nun für die Stunden 1 Uhr Nachmittags und 6 Uhr Morgens, welche nahezu das Maximum und Minimum der Temperatur ergeben, die gleichzeitigen directen Ablesungen mit den Ordinaten der Curven des Hipp'schen Apparates verglichen. Bildet man die Differenzen der direct beobachteten Temperaturen (in Reaumur'schen Graden) einerseits, die Differenzen der mit einem Millimeter-Maßstabe gemessenen Ordinaten andererseits, so ergeben sich folgende Verhältnisse:

Datum	Differenzen der		Datum	Differenzen der	
	Temp. R.	Ordinaten		Temp. R.	Ordinaten
		mm			mm
28. August	7°2	9·0	15. September	6°5	9·3
29. „	10·6	14·0	16. „	8·8	11·3
30. „	7·3	7·9	17. „	5·5	7·4
31. „	2·2	3·3	18. „	13·2	16·8
1. September	6·2	8·8	19. „	10·8	13·7
2. „	7·3	10·1	20. „	3·3	4·2
3. „	4·0	4·6	21. „	4·5	5·7
4. „	10·4	14·0	22. „	3·3	3·9
5. „	10·0	13·5	23. „	5·2	6·1
6. „	8·2	9·9	24. „	2·8	3·5
7. „	5·7	6·9	25. „	2·8	3·5
8. „	7·6	10·5	26. „	11·2	13·5
9. „	10·1	6·9	27. „	8·3	10·5
10. „	9·6	10·5	28. „	9·0	12·3
11. „	7·8	14·3	29. „	10·2	14·1
12. „	8·9	11·7	30. „	10·3	13·5
13. „	6·0	7·9	1. October	10·8	14·1
14. „	3·1	4·9			

Faßt man je fünf dieser Werthe in Gruppen zusammen und bildet die entsprechenden Summen, so erhält man:

	Temp.	Ordinaten		
I.	33°5	43·0	oder 1 Millim. d. Zeichnung =	0°779 R.
II.	39·9	52·1		0·766 „
III.	40·8	54·8		0·745 „
IV.	33·3	45·1		0·738 „
V.	37·3	47·8		0·780 „
VI.	25·3	30·5		0·829 „
VII.	48·6	64·5		0·753 „
Summe	258·7	337·8		0·766 „

Das letzte Resultat

1 Millimeter der Zeichnung = 0·766 R.

ist aus dem Verhältnisse der beiden Hauptsummen abgeleitet und dürfte hinreichend sicher bestimmt sein.

Mittelst dieser Verhältnißzahl ist man nun im Stande, für jede in Millimetern gemessene Ordinate des Thermographen die entsprechende Anzahl Grade anzugeben. Hat man für die betreffende Zeit eine directe Beobachtung am trockenen Thermometer des Psychrometers, so läßt sich die der Abscissenaxe oder fixen Linie entsprechende Temperatur bestimmen. Diese Temperatur sollte in allen Fällen dieselbe sein; in Folge der störenden Einflüsse, welche oben erwähnt wurden, wird man jedoch verschiedene Werthe für diese Constante finden. Bei der Aufstellung des Apparates an der Centralanstalt liefern eigentlich diese verschiedenen der Abscissenlinie entsprechenden Werthe nicht so sehr ein Maß der Leistungsfähigkeit des Apparates, als vielmehr für die Bedeutung der störenden Einflüsse, insbesondere der verschiedenen Aufstellung.

Die Werthe der Null-Linie oder Abscissen-Axe für die Zeit vom 28. August bis 15. October l. J. waren nun folgende:

Datum	6 U. M.	0 U Mitt.	10 U. Ab.	Datum	6 U. M.	0 U Mitt.	10 U. Ab.
28. August	13·1	13·7	12·9	22. Sept.	11·5	12·8	11·8
29. „	13·0	13·2	12·6	23. „	12·4	13·0	13·1
30. „	11·7	12·5	12·2	24. „	13·3	13·5	13·2
31. „	12·5	12·1	12·5	25. „	13·4	13·3	13·2
1. Sept.	13·5	12·8	13·2	26 „	13·2	14·7	12·8
2. „	13·0	12·8	12·8	27. „	13·2	14·1	13·4
3. „	12·3	12·0	13·1	28. „	13·4	12·5	12·7
4. „	13·4	12·7	13·2	29. „	13·5	13·0	12·0
5. „	13·2	12·9	12·9	30. „	12·8	13·3	14·7?
6. „	12·6	13·2	12·8	1. October.	13·2	13·4	12·7
7. „	13·0	13·4	13·7	2. „	13·2	12·8	12·5
8. „	13·3	12·9	12·2	3. „	13·2	12·9	13·2
9. „	13·4	12·9	12·5	4. „	13·7	12·9	13·2
10. „	13·3	12·7	12·2	5. „	13·2	13·3	13·1
11. „	12·7	12·8	12·6	6. „	12·4	12·2	13·0
12. „	13·1	12·7	11·5	7. „	12·4	12·7	12·3
13. „	13·1	12·5	12·0	8. „	12·4	12·0	13·2
14. „	13·1	12·5	12·3	9. „	13·4	13·3	13·5
15. „	13·2	12·9	12·9	10. „	13·8	13·5	13·8
16. „	13·2	13·4	12·3	11. „	13·1	13·2	13·7
17. „	13·0	13·5	13·0	12. „	13·4	13·5	13·3
18. „	13·1	13·5	12·4	13. „	13·7	13·5	15·7?
19. „	13·0	13·2	13·0	14. „	13·3	13·6	13·4
20. „	12·3	13·6	13·0	15. „	12·9	13·3	13·3
21. „	13·4	13·7	12·3				

Nach dem, was über die Aufstellung des Thermographen gesagt wurde, dürfen die Abweichungen, auf welche man in der mitgetheilten Tabelle stoßt, nicht befremden. Um dieselben aber größtentheils unschädlich zu machen, wird bei der Reduction der Zeichnung des Registrir-Apparates folgendes Verfahren beobachtet:

Der Zusammenhang zwischen der in Millimetern gemessenen Ordinate (H) des Registrir-Apparates und der Temperatur T des gewöhnlichen Quecksilber-Thermometers wird durch die lineare Gleichung

$$F = a + bH$$

gegeben, in welcher der Werth der Constante b gleich

$$0 \cdot 766$$

der oben angeführten Bestimmung gemäß angenommen wird. Für jede Stunde, zu welcher direct beobachtet wird, für welche man also den Werth von T kennt, liefert die obige Gleichung, da man H immer messen kann, den Werth der Constante a. Fallen nun zwei solche Bestimmungen z. B. für 10 Uhr Abends (a_{10}) und 6 Uhr Morgens (a_{18}) verschieden aus, so wird der Unterschied $a_{18}-a_{10}$ proportional auf die einzelnen Stunden vertheilt.

Man nimmt also für die Constante a und zwar für die verschiedenen Stunden 10, 11 ..... 18 Uhr Werthe a_{10}, a_{11} .... a_{18} an, welche nach einer arithmetischen Progression fortschreiten und man kann wohl sicher sein, daß auf diese Weise der größte Theil der früher erwähnten Anomalien unschädlich gemacht wird.

Es war mir nun von Interesse mit den obigen Ergebnissen jene zu vergleichen, welche man mit ähnlichen Apparaten an anderen Observatorien erhalten hatte. Es befindet sich ein ähnlicher, von Salleron ausgeführter Thermograph an der k. Sternwarte zu Modena, und Hr. Director Domenico Ragona hat jüngst in einer eigenen Abhandlung [1]) die Beschreibung dieses Apparates, so wie die Resultate derselben für den Monat Mai 1859 mitgetheilt.

---

[1]) Prof. Domenico Ragona, Descrizione dell'Igrotermografo del R. Osservatorio di Modena.

Ein selbstregistrirendes Spiral-Thermometer befindet sich ferner unter den autographen Instrumenten der Sternwarte zu Bern [1]), und für dieses hat Herr Director H. Wild die Monatmittel mehrerer Jahrgänge mit jenen aus den directen Beobachtungen abgeleiteten verglichen [2]). Prof. Ragona leitet in der früher erwähnten Abhandlung S. 11 die Relation zwischen der Temperatur (T) und den Angaben des Registrir-Apparates (G) ab und findet dafür einen Ausdruck der zweiten Ordnung

$$T = 0 \cdot 63136\, G - 0 \cdot 0020334\, G^2,$$

und indem er mit dieser Formel die Angaben des Thermographen in Temperaturgrade verwandelt, leitet er die tägliche Änderung der Temperatur für den betrachteten Monat [3]) ab. Er findet hiedurch, daß „die metallische Spirale ganz genau den täglichen Temperaturgang wiedergibt, indem man wie nach den directen Beobachtungen das Maximum gegen 4 Uhr Nachmittags, das Minimum gegen 5 Uhr Morgens erhält". Auch in der Übereinstimmung des 24stündigen vom Thermographen gelieferten Mittels mit dem aus den directen Beobachtungen mittelst geeigneter Stunden-Combinationen erhaltenen findet Ragona einen Beweis, daß der Apparat befriedigend functionire.

Sowohl die Untersuchungen des Hrn. Prof. Wild (welche übrigens ein anderes Ziel verfolgen) als jene des Hrn. Prof. Ragona scheinen mir nicht geeignet, über den Grad der Übereinstimmung des Registrirapparates mit dem gewöhnlichen Thermometer Aufschluß zu geben.

Zunächst ist es klar, daß der Registrirapparat nicht dazu bestimmt ist, absolute Bestimmungen zu liefern, und wenn sich der Werth des Nullpunktes, wie dies aus den Untersuchungen Wild's hervorgeht, langsam verändert, so thut dies der Verwendbarkeit des Apparates wenig oder keinen Eintrag.

---

[1]) H. Wild, die selbstregistrirenden Instrumente der Sternwarte zu Bern, in Dr. Carl's Repertorium für phys. Technik.

[2]) Schweizerische meteorologische Beobachtungen, III. Jahrgang, S. IX und X.

[3]) Mai 1869. Prof. Ragona hatte eben erst den Registrirapparat von Salleron erhalten und aufgestellt.



Dagegen gewährt die Vergleichung der Monatmittel keine Einsicht in die Größe der an den einzelnen Tagen auftretenden Differenzen zwischen dem Registrirapparat und dem gewöhnlichen Thermometer. Hier kann nur eine individuelle Vergleichung Aufschluß geben.

Aus ähnlichen Gründen scheint mir der indirecte Schluß Ragona's aus der Regelmäßigkeit des täglichen Temperaturganges auf das befriedigende Functioniren des Thermographen nicht ganz statthaft. Auch die störenden Einflüsse wirken zum großen Theile gesetzmäßig, und man wird sicher auch bei einem unvollkommenen Registrirapparate am Schlusse des Monates im Durchschnitte einen gesetzmäßigen Gang der betreffenden Zahlenwerthe erhalten.

Ich habe nun selbst die directen Vergleichungen der Angaben der Registrirapparate zu Modena und Bern für einzelne Tage und Beobachtungen durchgeführt, indem ich das hiefür erforderliche Material der Meteorologia Italiana, welche für Modena die Temperaturen der Stunden 9 Uhr Morg., 3 Uhr Nachm. und 9 Uhr Abends enthält, und den schweizerischen meteorologischen Beobachtungen, welche neben den 24stündigen Angaben des Thermographen jene der directen Beobachtung um 7 Uhr Morg. und 1 Uhr Nachm. enthalten, entnommen habe.

Bei Modena mußte sich die Vergleichung aus dem früher angeführten Grunde auf den Monat Mai 1869 beschränken; für Bern wählte ich die vier Monate Jänner, April, Juli, October 1867 aus, mußte aber wieder die Stunde 1 Uhr auslassen, da nach dem jetzt bei der Reduction der Autographenzeichnungen zu Bern befolgten Verfahren die Stunde 1 Uhr zur Bestimmung des Werthes der Normallinie verwendet, also von Tag zu Tag eine vollkommene Übereinstimmung der directen Ablesung um 1 Uhr Nachm. und dem Werthe der entsprechenden Ordinate des Thermographen hergestellt wird. In Bern wird also der Werth der Null-Linie von Tag zu Tag neu bestimmt, während Ragona für den ganzen Monat Mai 1869 eine und dieselbe Gleichung, also denselben Werth der Null-Linie anwendete. Aus diesem Grunde ist es erklärlich, wenn die Differenzen zu Modena größer ausfallen, als zu Bern.

Ich lasse nun zum Schlusse in einer kleinen Tafel die von mir berechneten Unterschiede zwischen den Angaben der Thermographen zu Modena und Bern und den entsprechenden directen Ablesungen

folgen. Es wird sich hieraus zeigen, daß die zu Wien gefundenen Schwankungen des Werthes der Null-Linie durchaus nicht größer sind, als die für die Thermographen zu Modena und Bern sich ergebenden Unterschiede von den Resultaten der directen Beobachtung.

Unterschiede zwischen dem direct beobachteten Thermometer (*T*) und dem Registrirapparat (*R*).

In Graden Celsius.

T — R

Datum	Modena Mai 1869			Bern 1867, Stunde 7 Uhr M.			
	9 U. M.	3 U. N.	9 U. Ab.	Jänner	April	Juli	October
1.	+0°8	−0°6	−1°9	−0°7	+0°6	+1°0	+0°7
2.	+3·3	+3·1	−0·4	+0·6	+0·9	+1·2	−0·1
3.	+2·1	+0·1	−1·0	+1·3	+0·1	−0·5	+0·1
4.	+1·7	+1·6	−1·7	+0·3	+0·5	+2·1	+0·9
5.	+1·1	+1·7	−1·1	−1·4	+0·1	+0·2	−0·3
6.	+1·3	−0·1	−1·1	0·0	+0·2	+0·2	−0·1
7.	+1·8	+1·9	−1·0	0·0	+1·1	+0·5	−0·2
8.	+0·7	−1·8	+0·2	+0·3	+1·0	+0·1	+0·1
9.	+2·0	+1·3	−1·7	+1·3	−0·3	+0·2	−0·3
10.	+1·2	+1·1	−1·8	0·0	+0·6	+2·1	−0·6
11.	+1·8	+0·5	−1·9	+0·1	−0·7	+0·1	−0·3
12.	+1·2	+1·0	−1·8	+0·4	+0·8	0·0	+0·2
13.	+0·5	+1·2	−2·3	+0·9	+0·1	−0·2	+0·8
14.	+1·7	−0·4	−1·6	−0·1	+1 0	+1·0	−1·4
15.	+1·3	−1·0	−2·4	−0·3	+0·1	+0·3	−1·0
16.	+1·6	+0·3	−2·9	−0·1	−0·1	0·0	−0·9
17.	+0·6	+2·3	−2·3	−0·4	+0·3	+0·8	−0·5
18.	−0·4	+0·3	−2·9	−0·8	−0·2	−0·2	+0·2
19.	−0·9	+1·2	−2·3	−0·1	+0·3	+0·3	−0·2
20.	+0·4	+0·4	+0·2	−1·5	+0·8	−0·7	−0·2
21.	−0·4	−0·7	−2·2	+1·5	−0·4	+0·8	−0·3
22.	+0·2	+1·4	−3·7	−0·1	0·0	−0·3	−0·3

Datum	Modena Mai 1869			Bern 1867, Stunde 7 Uhr M.			
	9 U. M.	3 U. N.	9 U. Ab.	Jänner	April	Juli	October
23.	+1°0	—1°7	—2°0	+0°3	+1°7	0°0	+0°2
24.	+0·4	—0·7	—1·6	—0·3	+2·8	+0·4	—1·1
25.	—0·5	—0·1	—1·9	—0·2	—0·3	0·0	—0·4
26.	+0·7	+1·2	—2·7	0·0	+0·1	—0·5	—0·9
27.	+1·0	+0·8	—2·9	—0·2	—0·1	+2·4	—0·3
28.	+0·4	+1·0	—2·5	—0·9	+0·2	+0·2	+0·9
29.	+0·7	+1·7	—3·6	—0·5	+0·5	+0·9	—0·3
30.	+0·6	+0·7	—3·6	+0·9	—0·7	+1·1	—1·0
31.	+0·4	—0·2	—3·0	—0·2		—0·6	—0·5

Über die Lichtgeschwindigkeit im Quarze.

Von dem w. M. Viktor v. Lang.

Die Geschwindigkeit einer ebenen Lichtwelle in einem gewöhnlichen einaxigen Krystalle ist gegeben durch die Gleichung

$$(a^2-q^2)\,(a^2\cos\rho^2+c^2\sin\rho^2-q^2)=0\quad\ldots\quad(1)$$

worin ρ den Winkel bedeutet, welchen die Normale der Lichtwelle mit der optischen Axe des Krystalles bildet. Nennen wir n den Brechungsquotienten der Welle für diese Richtung, so gibt Gleichung 1) durch Division mit der Geschwindigkeit V des Lichtes in Luft

$$\left(\frac{1}{\omega^2}-\frac{1}{n^2}\right)\left(\frac{\cos\rho^2}{\omega^2}+\frac{\sin\rho^2}{\varepsilon^2}-\frac{1}{n^2}\right)=0\quad\ldots\quad(2)$$

worin jetzt $\omega=\frac{V}{a}$ den ordentlichen, $\varepsilon=\frac{V}{c}$ aber den ausserordentlichen Brechungsquotienten bedeutet. Die Gleichung 2) ist nämlich in Bezug auf $\frac{1}{n^2}$ vom zweiten Grade und es gibt daher zwei Wellen, eine ordentliche mit dem constanten Brechungsquotienten

$$n=\omega\quad\ldots\ldots\ldots\quad(3)$$

und eine ausserordentliche Welle, deren Brechungsquotient gegeben ist durch

$$\frac{1}{n'^2}=\frac{\cos\rho^2}{\omega^2}+\frac{\sin\rho^2}{\varepsilon^2}\quad\ldots\ldots\quad(4)$$

Der ausserordentliche Brechungsquotient schwankt also zwischen den beiden Werthen ω und ε, indem er den ersteren Werth für die Richtung der optischen Axe annimmt, nach welcher Richtung somit keine Doppelbrechung stattfindet.

Das eben Gesagte gilt aber nicht mehr für einaxige Krystalle, welche die Erscheinungen der Circular-Polarisation zeigen. Solche

Krystalle, wie z. B. der Quarz, lassen längs ihrer optischen Axe zwei Wellen hindurch, die verschiedene Geschwindigkeit haben, sie zeigen also auch nach der Axe doppeltbrechende Eigenschaften.

Man hat dies dadurch zu erklären versucht, daß man der Constante ω in Gleichung 3) einen andern Werth beigelegt hat, wie in Gleichung 4); man erhält dann allerdings längs der Axe zwei Wellen mit verschiedener Geschwindigkeit, und hat für andere Richtungen noch immer eine Welle mit constanter Geschwindigkeit und eine Welle deren Geschwindigkeit, wie der Radius einer Ellipse variirt.

Diese Annahme ist jedoch nicht richtig, und man hat vielmehr zufolge von Differentialgleichungen, welche ich in Poggendorff's Annalen Bd. 119, 1863 mittheilte für circular polarisirende Krystalle den rechten Theil der Gleichung 1) durch eine Größe zu ersetzen, die nur senkrecht zur Axe, also für $\rho = 90^0$ verschwindet, wozu genügt, daß sie mit cos ρ multiplicirt ist. In der That wird diese Gleichung

$$(a^2 - q^2)\,(a^2 \cos \rho^2 + c^2 \sin \rho^2 - q^2) = q^2 f^2 \cos \rho^4 \quad . \; . \; . \; (5)$$

wobei beide Theile homogen sind, wie man leicht einsieht, wenn man zu den von ρ freien Gliedern sich den Factor cos 0^2 dazu denkt.

Durch f ist eine neue Constante bezeichnet, welche eben für die Circular-Polarisation charakteristisch ist, da Gleichung 5) in die Gleichung 1) übergeht, sobald wir $f = 0$ setzen. Nennen wir φ das Verhältniss von V zu f, so gibt die letzte Gleichung

$$\left(\frac{1}{\omega^2} - \frac{1}{n^2}\right)\left(\frac{\cos \rho^2}{\omega^2} - \frac{\sin \rho^2}{\varepsilon^2} - \frac{1}{n^2}\right) = \frac{\cos \rho^4}{\varphi^2\, n^2} \quad . \; . \; . \; (6)$$

welche Gleichung mit Bezug auf $\frac{1}{n^2}$ noch immer vom zweiten Grade ist. Es hat daher auch keine Schwierigkeit, die Brechungsquotienten der beiden Wellen in diesem Falle zu entwickeln; man kann aber hiebei das n^2 im rechten Theile der letzten Gleichung als constant betrachten, da ja das ganze Glied, wie die Erfahrung lehrt, sehr klein ist und mit wachsendem ρ rasch abnimmt. Da nun dies Glied hauptsächlich für $\rho = 0$ Bedeutung hat und in diesem Falle n nahezu gleich ω wird, so kann man im zweiten Theile der letzten Gleichung einfach $n = \omega$ setzen. Schreiben wir dann noch zur Abkürzung

$$\chi^2 = \varphi\omega \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

wo χ also eine constante Größe ist, so wird die letzte Gleichung

$$\left(\frac{1}{\omega^2}-\frac{1}{n^2}\right)\left(\frac{\cos\rho^2}{\omega^2}+\frac{\sin\rho^2}{\varepsilon^2}-\frac{1}{n^2}\right)=\frac{\cos\rho^4}{\chi^4} \quad \ldots (8)$$

welche nach $\frac{1}{n^2}$ aufgelöst, hiefür gibt

$$\frac{1}{n^2}=\frac{1}{\omega^2}-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\omega^2}-\frac{1}{\varepsilon^2}\right)\sin\rho^2 \pm \sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{1}{\omega^2}-\frac{1}{\varepsilon^2}\right)\sin\rho^4+\frac{\cos\rho^4}{\chi^4}} \quad (9)$$

Das obere Zeichen entspricht hier der ordentlichen Welle, das untere der außerordentlichen, wenn wir diese Bezeichnung auch jetzt noch beibehalten, wo es wenigstens in der Nähe der Axe eigentlich keine ordentliche Welle mit constanter Geschwindigkeit mehr gibt.

Mit Hilfe der Gleichung 9) kann man die Differenz der Brechungsquotienten der beiden Wellen für jede beliebige Richtung ρ bestimmen. Die betreffende Gleichung wurde schon von Cauchy ohne Ableitung veröffentlicht und ihre Übereinstimmung mit der Beobachtung von Jamin durch sorgfältige Versuche am Quarze nachgewiesen. Von dieser Differenz hängt nämlich der Gangunterschied der beiden Wellen ab, welcher von Jamin mit Hilfe des von ihm wesentlich vervollkommten Compensators bestimmt wurde. Hiedurch ist wohl schon ein großer Beweis dafür gegeben, daß die Gleichung 9) wirklich die Erscheinung der Natur darstellt.

Im Nachfolgenden habe ich nun eine directe Bestätigung der Formel 9) versucht, indem ich die Brechungsquotienten im Quarze für verschiedene Werthe von ρ wirklich gemessen habe. Ursprünglich hatte ich diese Versuche schon vor Jahren mit der Absicht begonnen, wenigstens experimentell etwas über die Änderung der Brechungsquotienten in der Nähe der Axe zu erfahren, da theoretisch nur jene Formel für deren Differenz bekannt war. Nachdem es mir jedoch gelungen war, die allgemeinen Differentialgleichungen für die Lichtbewegung in circular polarisirenden einaxigen Medien aufzufinden und daraus die Formel 9) für die Geschwindigkeit der beiden Wellen abzuleiten, handelte es sich nur mehr darum, diese Formel auch zu verificiren.

Ich benützte dazu ein Quarzprisma von Soleil, dessen beide Seiten nahezu gleich geneigt zur optischen Axe sind. Die Höhe des ganzen Prisma beträgt 39 Millim. Die Breite der brechenden Fläche 8 Millim. Letztere Flächen erwiesen sich aber bei starker Vergrösserung nicht eben genug, ich ließ diese Flächen daher von Herrn Steinheil erst eben schleifen, was derselbe auch in ausgezeichneter Weise ausführte.

Zur Winkelmessung diente der Horizontalkreis eines geodätischen Repetitionstheodoliten, welcher von Herrn Director C. v. Littrow mir gütigst zur Verfügung gestellt wurde. Um den Kreis zu dem gedachten Zwecke benützen zu können, wurde mit dem außerhalb befindlichen Limbus ein Beobachtungs-Fernrohr, dagegen mit dem Dreifuße des Instrumentes ein Collimator verbunden. Letzterer enthält wie das Fernrohr eine achromatische Objectivlinse von 25 Millim. Durchmesser und 170 Millim. Brennweite, in deren Brennpunkt sich ein Fadenkreuz befindet, das von außen noch durch ein mattes Glas geschützt ist. Das Fernrohr vergrößert ungefähr 11mal. Die Axe der Alhidade, welche durch die des Limbus hindurch geht, wurde an ihrem unteren Ende mit einer Klemmvorrichtung versehen, welche gestattet die Alhidade gegen den Dreifuß fest zu stellen; eine schon vorhandene Klemme gestattet dasselbe für das Beobachtungsfernrohr. Beide Klemmen sind mit Mikrometerschrauben versehen. Oben trägt die Axe der Alhidade ein kleines Tischchen, welches mittelst einer Klemmschraube höher und niedriger gestellt werden kann; dann aber ist auf diesem Tischchen eine Platte angebracht, die auf einen fixen Punkt und auf zwei Stellschrauben ruht, wodurch das auf die Platte gestellte Prisma mit seiner Kante parallel der Drehungsaxe gemacht werden kann.

Der Limbus, welcher 12 Zoll Durchmesser hat, ist von 5 zu 5 Minuten getheilt; die vier Nonien der Alhidade sind offenbar mit der Absicht verfertigt, daß 75 Theilstriche derselben gleich 74 Strichen des Limbus seien, so daß man am Nonius 4 Secunden ablesen könnte. Dies ist aber nicht genau der Fall, sondern man muß, wie aus den folgenden Versuchen hervorgeht, die Ablesung am Nonius statt mit 4 mit 3·93344 multipliciren, um die richtige Anzahl von Secunden zu erhalten.

Die mit diesem Instrumente angestellten Beobachtungen zerfallen in zwei Classen, in solche, die angestellt wurden, um die

Größe des Prismenwinkels zu finden und in solche, welche für verschiedene Einfallswinkel, die Ablenkung des Lichtes gaben.

Bestimmung des brechenden Winkels.

Da die Seiten des benutzten Prisma nicht parallel der optischen Axe sind, so ist der Winkel desselben abhängig von der Temperatur und es ist daher nicht nur bei der Bestimmung des brechenden Winkels selbst, sondern auch bei der Messung der Ablenkung des Lichtes die Temperatur zu berücksichtigen.

Hiezu genügt es nicht die Temperatur bei jeder Messung zu notiren, da ein solches Quarzprisma bei der Änderung der Zimmertemperatur sicherlich Stunden braucht, um die geänderte Temperatur anzunehmen. Es bleibt daher nur übrig die Temperatur des Zimmers selbst möglichst constant zu erhalten. Zu dem Zwecke wurden für's Erste die Beobachtungen nur bei Tage gemacht, um zur Ablesung keiner künstlichen Lichtquelle zu bedürfen, welche die Temperatur des Zimmers beeinflussen würde. Dann wurden die Läden des Zimmers immer geschlossen gehalten und nur geöffnet, wenn es sich eben um die Ablesung handelte. So gelang es die Temperatur durch eine Reihe trüber Tage im Monat Juni dieses Jahres fast bis auf Zehntelgrade constant auf 16° R. zu erhalten; als später heitere Tage kamen, stieg die Temperatur des Zimmers, welches für einige Stunden der Sonne ausgesetzt ist. Diese Tage wurden benutzt, um den brechenden Winkel auch bei etwas höherer Temperatur zu bestimmen und so die Änderungen desselben in der Nähe von 16° genauer angeben zu können. Bei den Anfangs October angestellten Versuchen konnte die Zimmertemperatur nur dadurch auf nahezu 16° erhalten werden, daß eine Gasflamme Tag und Nacht brennen gelassen wurde. Diese Methode erwies sich aber als ganz zweckmäßig, um die Zimmertemperatur constant zu erhalten, besonders wenn man nicht die Mühe scheut, zu verschiedenen Zeiten den Gaszutritt nach dem Stande der Temperatur zu reguliren.

Die Messung des brechenden Winkels geschah nun auf folgende Art. Das Beobachtungs-Fernrohr wurde entweder links oder rechts unter einem Winkel von beiläufig 90° gegen den Collimator festgestellt, das Fadenkreuz des letzteren aber durch eine Linse beleuchtet, welche Licht von einer Öffnung im gegenüber liegenden Fenster-

laden erhielt. Es versteht sich, daß das Fernrohr auf unendlich eingestellt und seine Axe mit Hilfe einer planparallelen Glasplatte senkrecht zur Drehungsaxe gerichtet wurde. Es ist dann leicht, auch das Fadenkreuz des Collimator in den Brennpunkt seines Objectives zu bringen und die Axe des Collimators senkrecht zur Drehungsaxe zu machen. Nachdem das Quarzprisma mit Wachs auf dem Tischchen befestigt war, wurden seine beiden Seiten ebenfalls parallel der Drehungsaxe gemacht, indem man abwechselnd für beide Flächen das Spiegelbild des Collimator-Fadenkreuzes mit dem im Fernrohr durch die Stellschrauben des Tischchens zur Coincidenz brachte. Ist dies geschehen, so besteht die Messung darin, daß man diese Übereinstimmung der Fadenkreuze für beide Flächen nacheinander mit Hilfe der Alhidaden-Mikrometerschraube bewerkstelligt. Die Differenz der Ablesungen in beiden Stellungen gibt das Supplement des brechenden Winkels.

Um aber die Reductionszahl für die Ablesungen der Nonien zu finden, wurde folgender Weg eingeschlagen: Da das Supplement des brechenden Winkels beiläufig $110^\circ\ 6'\ 44''$ beträgt, so ist die Differenz für die beiden Stellungen des Nullpunktes eines Nonius entweder $110^\circ\ 5'$ oder $110^\circ\ 10'$. Im ersteren Falle ist noch die Differenz D der Nonius-Ablesungen zu der Ablesung am Limbus hinzu zu addiren, im zweiten Falle ist die Differenz D' der Angaben des Nonius zu subtrahiren. Natürlich ist in beiden Fällen die Differenz der Nonius-Ablesungen erst mit der Reductionszahl K zu multipliciren; man hat daher die Gleichung

$$110^\circ\ 5' + KD = 110^\circ\ 10' - KD'$$

woraus

$$K = \frac{300''}{D + D'}$$

folgt. Es kommt also nur darauf an, die Stellung des Prisma so zu wählen, daß einmal die Differenz der Ablesungen des Nonius positiv, das andere Mal negativ wird. Man braucht zu diesem Zwecke nur einmal die erste Fläche so zu stellen, daß bei der richtigen Einstellung die Ablesung am Anfange des Nonius stattfindet, dann bei einer zweiten Winkelmessung bringt man die zweite Fläche in eine eben solche Position.

Es folgen nun die zur Bestimmung des brechenden Winkels ausgeführten Beobachtungen. Die angegebenen Zahlen sind die Summe der Ablesungen aller vier Nonien bei jeder Einstellung. Die beiden Flächen wurden in der Regel mehreremale, und zwar immer abwechselnd in der angegebenen Ordnung eingestellt. Bei solchen wiederholten Beobachtungen sind in der letzten Reihe die Mittel der Ablesungen für beide Flächen angegeben und die Differenz dieser Mittel ist schließlich noch durch vier getheilt, um den einem Nonius entsprechenden Werth zu erhalten.

Was die angegebenen Temperaturen betrifft, so sind sie bis zum 25. Juli an einem Thermometer nach Réaumur gemessen, an dem genannten Tage wurde das Thermometer zerschlagen; die folgenden Temperaturen sind an einem Thermometer nach Celsius bestimmt und wurden auf das erste Thermometer umgerechnet. Es waren nämlich früher zufällig gleichzeitig einige Ablesungen an beiden Thermometern gemacht worden. Da aber diese gleichzeitigen Temperatur-Bestimmungen nicht mit der gehörigen Sorgfalt gemacht worden waren, so ist es immerhin möglich, daß die späteren Temperaturen durch die Umrechnung etwa um $^1/_{10}$ Grad unrichtig wurden; es sind aber überhaupt die Zehntelgrade nur geschätzt.

16. Juni, 9 Uhr, 17·2° R., Fernrohr rechts:

I.	36				
	143·5				
	107·5				
	26·88				
II.	204·5	207	205·5		205·67
	13	12	13·5	12	12·63
					193·04
					48·26
III.	209·5	211			210·25
	17·5	16·5			17·0
					193·25
					48·31
IV.	26·5	25	27		26·17
	134	136	134·5		134·83
					108·66
					27·17

17. Juni, 9 Uhr, 16·7° R., Fernrohr links:

I.	27	28			27·5
	226	228			227·0
					199·5
					49·88
II.	11	9	7·5	9·5	9·25
	121	118	120·5		119·83
					110·58
					27·65

18. Juni, 9 Uhr, 16·3° R., Fernrohr rechts:

I.	15·5	16		15·75
	215	214		214·50
				198·75
				49·69
II.	27	26		26·50
	132·5	135·5	133	133·67
				107·17
				26·79

5 Uhr, 16·7° R., Fernrohr links:

III.	1·5	1·5	1·50
	199	197·5	198.25
			196·75
			49·19
IV.	9	11	10·0
	115	116	115·5
			105·5
			26·38

19. Juni, 9 Uhr, 16·2° R., Fernrohr links:

I.	35	35	35
	237	237	237
			202
			50·50
II.	23	23	23
	138	138	138
			105
			26·25
III.	15	16	15·50
	214·5	213	213·75
			198·25
			49·56

IV.	11	11·5	12·5	11·67
	116·5	117·5		117·00
				105·33
				26·33
V.	13	12	13	12·67
	210·5	212		211·25
				198·58
				49·65
VI.	36	35·5	36	35·83
	234	236	237	235·67
				199·84
				49·98

21. Juni, 11 Uhr, 16·2° R., Fernrohr rechts:

I.	8	3·5	5	7	5·88
	207·5	207·5	206·5		207·17
					201·29
					50·32
II.	11·5	11·5	10	11·5	11·13
		119	119·5	120·5	119·67
					108·54
					27·14

25. Juli, 9 Uhr, 18·8° R.:

I.	25	24·5	24·5		24·67
		141	140		140·50
					115·83
					28·96
II.	26	28·5	27·5		27·33
	220·5	220·5	219		220·00
					192·67
					48·17
III.	38·5	36·5	37	35	36·75
	232	233·5	230	232·5	232·00
					195·25
					48·81
IV.	20	19	19		19·33
	131	129·5	130		130·17
					110·84
					27·71
V.	41·5	42			41·75
	233	236	233·5		234·12
					192·37
					48·09

VI.	33·5	32		32·75
	143	144·5		143·75
				111·00
				27·75

28. Juli, 9 Uhr, 19·2° R.:

I.	4	2	2·5	2·83
	114	113·5	113	113·50
				110·67
				27·67
II.	18	20·5	19·5	19·33
	211·5	213·5	212	212·33
				193·00
				48·25

29. Juli, 8 Uhr, 20·0° R.:

I.	16·5	18·5	16	17·00
	208	208·5	208	120·17
				191·17
				47·79
II.	28	28·5	27·5	28·00
	143	140	141	141·33
				113·33
				28·33

30. Juli, 8 Uhr, 26·5° R.:

I.	18·5	16·5	17·5	17·5
	211	211		211·0
				193·5
				48·38
II.	22	22		22·0
	134·5	134·5		134·5
				112·5
				28·13
III.	222	222·5	222	222·17
	33	32·5	32	32·50
				189·67
				47·42
IV.	19·5	18		18·75
	133	131·5		132·25
				113·50
				28·38

31. Juli, 8 Uhr, 20·7° R.:

I.	22	22	22
	138·5	138	138·25
			116·25
			29·06
II.	22	22	22
	214	214	214
			192
			48·00.

Ordnet man diese Beobachtungen nach der Temperatur, so erhält man folgende Übersicht:

t	D	D'
16·2	26·25	50·50
	26·33	50·32
	27·14	49·98
		49·65
		49·56
16·3	26·79	49·69
16·7	26·38	49·88
	27·65	49·19
17·2	26·88	48·26
	27·17	48·01
18·8	27·71	48·81
	27·75	48·17
	28·96	48·09
19·2	27·67	48·25
20·0	28·33	47·79
20·5	28·13	47·42
	28·38	48·38
20·7	29·06	48·00.

Aus diesen Beobachtungen wurden zunächst 4 Normalbeobachtungen gebildet, indem aus solchen Beobachtungen, die sich nur wenig in der Temperatur unterscheiden, das Mittel genommen wurde. Faßt man nun die Beobachtungen so zusammen, wie es durch die Klammern in der Übersicht angegeben ist, so erhält man folgendes System zusammen gehöriger Werthe:

t	D	D'
16·22	26·63	49·95
16·95	27·02	48·91
18·90	28·02	48·17
20·43	28·48	47·90

Betrachtet man D und D' als lineare Functionen der Temperatur, also von der Form

$$A + Bt$$

und berechnet die Constanten nach der Methode der kleinsten Quadrate aus den vorstehenden Normalbeobachtungen, so wird

$$D' = 56{\cdot}834 - 0{\cdot}4470\, t$$
$$D = 19{\cdot}435 + 0{\cdot}4470\, t.$$

Diese Formeln geben aber

t	D	D' gerechnet
16·22	26·69	49.58
16·95	27·02	49·26
18·90	27·89	48·39
20·43	28·57	47·70.

Das Resultat der Rechnung ist auch insoferne befriedigend, als der Factor von t in beiden Formeln bis auf vier Decimalstellen gleich wird, indem nur so die Länge der Nonien, welche durch die Summe von D und D' repräsentirt wird, für jede Temperatur gleich ausfällt. Man hat für diese Summe

$$D + D' = 76{\cdot}269$$

und folglich für die Reductionszahl der Nonien auf Secunden

$$K = \frac{300}{76{\cdot}269} = 3{\cdot}93344.$$

Für das Supplement des brechenden Winkels erhält man jetzt

$$110^\circ\ 10' - 3{\cdot}9334\ (56{\cdot}834 - 0{\cdot}447\ t),$$

für den Winkel selbst aber

$$A = 69^\circ\ 53'\ 43''553 - 1''7583\, t.$$

Hieraus erhält man für die nachstehenden bei den späteren Messungen beobachteten Temperaturen folgende Werthe des brechenden Winkels

t	A
15·7	69°53' 15"95
15·8	15·77
15·9	15·60
16·0	69 53 15·42
16·1	15·24
16·2	15·07
16·3	69 53 14·89
16·4	14·72
16·5	14·54.

Da die Neigungen der beiden Prismenflächen zur morphologischen Axe des Quarzes wenigstens nahezu bekannt sind, so läßt sich leicht aus der Änderung des Prismenwinkel durch die Temperatur die Änderung berechnen, welche das Längenverhältniß zweier Linien erfährt, die beziehungsweise senkrecht und parallel der optischen Axe sind, da nämlich jede Seite zur Axe gleich geneigt ist, so bildet sie mit derselben einen Winkel gleich $90° - \frac{A}{2}$, so daß, wenn wir

$$a = c \cot\left(90° - \frac{A}{2}\right) = c \tan\frac{A}{2}$$

setzen, die Linie a parallel der Axe, c jedoch senkrecht dazu ist. Für das Verhältniß dieser zwei Linien haben wir somit

$$\frac{a}{c} = \tan\left(39° \; 56' \; 51''78 - 0''87915 \, t\right),$$

hieraus erhält man für $t = 0°$

$$\frac{a}{c} = \tan 39° \; 56' \; 51''78 = 0{\cdot}8375412$$

für $t = 80°$ R. aber

$$\frac{a}{c} = \tan 39° \; 55' \; 41''23 = 0{\cdot}8369684.$$

Die absolute Änderung des Verhältnisses $\frac{a}{c}$ für einen Temperatur-Unterschied von 80° R. oder 100° C. beträgt somit — 0·0005728, die relative daher

$$-\frac{0{\cdot}0005728}{0{\cdot}8375412} = -\,0{\cdot}0006839.$$

Nach den Messungen von Pfaff, welcher die lineare Ausdehnung des Quarzes parallel und senkrecht zur Axe direct bestimmte, hat man für die letzte Grösse

$$\left(\frac{1{\cdot}0008073}{1{\cdot}0015147} - 1\right) = -\,0{\cdot}0007063,$$

während nach Fizeau's Messungen diese Größe gleich

$$\left(\frac{1\cdot000781}{1\cdot001419} - 1\right) = - 0\cdot0006303$$

ist. Die Übereinstimmung der von mir gefundenen Zahl mit den Zahlen von Pfaff und Fizeau ist gewiß sehr befriedigend, zumal meine Beobachtungen sich nur auf ein Temperatur-Intervall von 4°5 R. erstrecken.

Messung der Ablenkung bei verschiedenen Einfallswinkeln.

Das Prisma blieb bei diesen Versuchen in derselben Stellung wie bei den vorhergehenden, auch wurde immer dieselbe Fläche als Einfallsfläche benützt. Die Beleuchtung des Fadenkreuzes geschah in diesem Falle durch eine nicht leuchtende Gasflamme, in welche Chlornatrium gehalten wurde. Auf diese Weise bestand das durch das Prisma entworfene Spectrum nur aus einer homogenen Lichtscheibe mit einem Fadenkreuze, welches das Bild des Collimator-Fadenkreuzes mit seiner Blendung ist. Auf diese Weise läßt sich die Ablenkung viel schärfer beobachten als mit einer homogen beleuchteten Spalte, welche letztere Methode auch noch viel unbequemer ist, da man das schmale Bild der Spalte viel schwerer mit dem Fernrohre findet, als das der breiten Blendung. Natürlich geht aber die von mir befolgte Methode nur bei homogener Beleuchtung.

Im Spectrum erschien der Verticalfaden des Kreuzes doppelt entsprechend der ordentlichen und der ausserordentlichen Welle. Für die Intensität dieser beiden Fadenbilder ist der Umstand hinderlich, daß die Lichtscheiben für die ordentliche und außerordentliche Welle sich fast ganz decken. Dadurch ist an der Stelle des Fadenbildes der ordentlichen Welle Licht von der außerordentlichen Welle und umgekehrt. Es ist also zweckmäßig immer eine Welle wegzubringen, um das Fadenbild der anderen dunkler zu haben. Zu dem Zwecke wurde zwischen die Flamme und den Collimator ein Nicol'sches Prisma und ein Viertel-Undulations-Glimmerplättchen gestellt, dessen Hauptschnitte unter 45° gegen die Hauptschnitte des Nicol's standen. Auf diese Weise gelangt nur circular polarisirtes

Licht in den Collimator, und es erscheint im Spectrum nur eine Welle und das ihr entsprechende Fadenbild. Man braucht dann das Glimmerplättchen nur um 90° zu drehen, so wird das auffallende Licht im entgegengesetzten Sinne circular polarisirt und die andere Welle verschwindet.

Bei der Messung wurde zunächst das Prisma mit der Alhidadenklemme festgestellt, dann das Fernrohr nach einander eingestellt auf das abgelenkte Fadenkreuz der ordentlichen, dann der ausserordentlichen Welle, auf das Fadenkreuz des Collimator und auf das von der Einfallsfläche reflectirte Bild des Collimatorkreuzes. Die Differenzen der zwei ersten Beobachtungen gegen die dritte geben die Ablenkungen D, D' der ordentlichen und ausserordentlichen Welle, während die halbe Differenz der dritten und vierten Beobachtung den zugehörigen Einfallswinkel i repräsentirt. Aus diesen Winkeln und aus der Größe A der brechenden Karte, findet man den Brechungswinkel r, welchen die gebrochene Wellennormale mit dem Loth auf die Einfallsfläche macht, aus der Gleichung

$$\tan\left(\frac{A}{2} - r\right) = \tan\frac{A}{2}\tan\left(i - \frac{A+D}{2}\right)\cot\frac{A+D}{2}$$

für den der Richtung r entsprechenden Brechungsquotienten aber ist dann

$$n = \frac{\sin i}{\sin r}.$$

Die Beobachtungen geschahen bei fünf bestimmten Stellungen des Prisma, abgesehen von den kleinen Änderungen, welche nach jeder Messung in der Stellung des Prisma gegen den Limbus vorgenommen wurden, um zufällige Fehler der Theilung und ähnliche Einflüsse zu eliminiren. Von diesen fünf Stellungen entspricht eine dem Minimum der Ablenkung, zwei aber den größten Ablenkungen, die sich noch zu beiden Seiten des Minimums beobachten ließen. Zwischen diesen drei Stellungen wurden noch zwei intermediäre gewählt. Für die beiden extremen Stellungen habe ich die Messung unzählige Male wiederholt, aber immer sehr widersprechende Angaben enthalten. Zuletzt kam ich auf den wahrscheinlichen Grund dieser Erscheinung. Ich hatte nämlich das Prisma so auf das Tischchen befestigt, daß beim Minimum der Ablenkung das Spectrum

möglichst deutlich war und wollte nun das Prisma in dieser Lage befestigt lassen. Allein in den beiden extremen Stellungen gingen dann durch das Prisma nur mehr die Randstrahlen des aus dem Collimator tretenden Lichtes. Ich versah also nach der Kirchhoff'schen Methode die beiden Objective mit Deckel, die in der Mitte einen verticalen Spalt hatten und befestigte das Prisma so, daß das Spectrum möglichst gut war. Dann wurden die Deckel wieder fortgenommen und jetzt gaben die Messungen auch für die beiden extremen Fälle ziemlich übereinstimmende Resultate, so daß von da an in die nachfolgende Aufzählung nur drei Messungen nicht aufgenommen wurden, bei denen offenbare Fehler vorgefallen sind. In Betreff der drei anderen Stellungen sind sämmtliche angestellte Beobachtungen im nachfolgenden angeführt. In dieser Aufzählung sind für jede Beobachtung der Einfallswinkel und die beiden Ablenkungswinkel angegeben. Zur Seite stehen die daraus berechneten Größen des Winkels $\left(\frac{A}{2} - r\right)$ und des Brechungsquotienten. Bei diesen Beobachtungen konnten nur immer zwei gegenüberliegende Nonien abgelesen werden, da die andern zwei durch Fernrohr oder Collimator verdeckt waren.

In Betreff der Temperatur-Angaben wurde schon bei den Versuchen zur Bestimmung des brechenden Winkels das Nöthige gesagt.

22. Juni, 9 Uhr, 16°0 R.:

I.	62°21'18"67		
	54 29 3·96	+0°3'44"37	1·544176
	39·36	37·79	246
II.	62 26 36·37		
	54 29 12·80	+0 5 39·95	1·544189
	51·15	32·84	265

12 Uhr, 16°1 R.:

III.	62 27 37·87		
	54 29 13·71	+0 6 2·51	1·544190
	45·08	5 56·67	252
IV.	62 27 21·64		
	54 29 10·76	+0 5 57·08	1·544184
	53·12	49·17	268

6 Uhr. 16°2 R.:

V.	56°45'45"24		
	55 30 39·34	—2° 8'52"13	1·544189
	31 32·43	59·35	270
VI.	56 39 40·33		
	55 33 17·73	—2 11 26·35	1·544186
	55·10	31·45	245
VII.	68 47 5·38		
	55 33 24·54	+2 11 29·55	1·544192
	59·94	21·41	276
VIII.	68 51 31·46		
	55 34 42·31	+2 12 48·49	1·544184
	35 18·69	40·15	266

23. Juni, 11 Uhr, 15°9 R.:

I.	62 14 22·14		
	54 29 5·92	+0 1 10·54	1·544188
	51·15	1·40	277
II.	62 16 33·42		
	54 29 5·90	+0 1 58·97	1·544187
	44·27	51·90	262

4 Uhr, 16°2 R.:

III.	62 20 17·25		
	54 29 12·80	+0 3 20·27	1·544199
	44·27	14·49	261
IV.	62 15 0·00		
	54 29 11·81	+0 1 23·59	1·544200
	46·23	17.09	269

24. Juni, 9 Uhr, 16°0 R.:

I.	56 10 39·33		
	55 46 59·97	—2 23 47·97	1·544195
	47 43·24	53·57	261
II.	56 13 39·36		
	55 45 29·51	—2 22 30·86	1·544194
	46 13·83	36·64	261
III.	69 24 8.86		
	55 45 17·70	+2 22 13·02	1·544209
	42·28	7·29	369
IV.	69 22 34.92		
	55 44 35·34	+2 21 48·76	1·544183
	45 12·78	40·07	268

12 Uhr, 16°1 R.:

V.	62 2 16·23		
	54 29 7·81	—0 3 17·36	1·544189
	42·30	23·69	257

VI.	62°11'14"76		
	54 29 7·93	+0° 0' 1" 2	1·544196
	39·40	−0 0 4· 6	256
VII.	62 12 40·82		
	54 28 57·97	+0 0 34·69	1·544174
	29 35·34	27·78	249
VIII.	61 55 49·17		
	54 29 12·80	—0 5 40·91	1·544190
	29 46·23	47·03	255

5 Uhr, 16°2 R.:

IX.	61 58 26·08		
	54 29 7·71	—0 4 42·13	1·544185
	50·16	50·04	170
X.	62 2 2·92		
	54 29 14·76	—0 3 23·52	1·544204
	49·18	29·77	271

25. Juni, 11 Uhr, 15°9 R.:

I.	61 6 51·61		
	54 31 12·78	—0 24 5·03	1·544198
	48·18	11·28	266
II.	61 6 46·37		
	54 31 6·88	—0 24 5·92	1·544186
	47·20	13·00	263
III.	63 16 7·85		
	54 30 59·00	+0 23 34·92	1·544180
	31 32·44	28·47	249
IV.	63 18 43·72		
	54 31 8·91	+0 24 30·46	1·544181
	44·31	23·64	253

1 Uhr, 16°0 R.:

V.	70 16 25·56		
	56 3 15·69	+2 36 56·27	1·544194
	59·04	45·99	294
VI.	70 11 9·82		
	56 1 21·62	+2 35 29·01	1·544195
	1 54·07	21·42	269
VII.	55 43 56·08		
	56 1 9·90	—2 35 17·19	1·544200
	2 6·93	24·33	285
VIII.	55 34 33·94		
	56 6 18·67	—2 39 18·82	1·544183
	7 12·83	25·50	262

26. Juni, 11 Uhr, 16°1 R.:

I.	56°22'21"65		
	55 41 19·65	−2°18'48"39	1·544197
	42 5·87	54·53	269
II.	56 16 45·71		
	55 44 0·02	−2 21 11·48	1·544196
	45·25	17.40	266
III.	69 20 21·63		
	55 43 57·06	+2 21 9·29	1·544196
	44 40·33	20 59·26	294
IV.	69 14 59·01		
	55 42 14·79	+2 19 35·85	1·544201
	48·22	28·17	277

7. October, 10 Uhr, 16°2 R.:

I.	49 54 55·08		
	65 12 6·93	−5 14 36·71	1·544201
	16 24·64	44·06	298
II.	49 55 23·60		
	65 9 16·73	−5 14 22·79	1·544199
	13 25·60	29·97	293

8. October, 4 Uhr, 15°9 R.:

I.	80 0 34·42		
	61 13 5·85	+4 40 54·46	1·544193
	50·18	42·22	303
II.	79 55 6·89		
	61 9 21·65	+4 40 6·01	1·544196
	10 3·94	39 54·43	300
III.	79 49 39·84		
	61 5 44·26	+4 39 15·85	1·544212
	6 19·67	6·08	300

9. October, 10 Uhr, 16°1 R.:

I.	79 56 51·12		
	61 10 35·40	+4 40 20·91	1·544201
	11 14·73	9·90	299
II.	79 55 58·02		
	61 10 0·00	+4 40 12·79	1·544204
	39·34	1·94	302
III.	79 57 35·90		
	61 11 3·92	+4 40 28·11	1·544195
	43·25	17·26	294

10. October, 10 Uhr, 16°5 R.:

I.	78°39'52"63		
	60 19 15·75	+4°28'20"24	1·544216
	52·13	10·39	305
II.	79 34 29·02		
	60 55 19·67	+4 37 0·56	1·544201
	59·01	36 49·74	301

11. October, 9 Uhr, 15°7 R.:

I.	79 34 28·04		
	60 55 20·75	+4 36 59·67	1·544204
	56 1·97	48·60	203
II.	79 51 29·52		
	61 7 1·03	4 39 31·68	1·544215
	36·43	21·83	303

4 Uhr, 16°0 R.:

III.	79 51 25·59		
	61 6 56·11	+4 39 31·72	1·544211
	7 29·55	22·49	295
IV.	79 51 30·51		
	61 7 0·04	+4 39 32·28	1·544212
	34·47	22·80	298

12. October, 9 Uhr, 15°8 R.:

I.	79 51 28·54		
	61 7 2·01	+4 39 31·00	1·544220
	39·38	20·69	313
II.	80 27 30·99		
	61 32 2·01	+4 44 42·58	1·544214
	40·36	31·98	309

4 Uhr, 15°9 R.:

III.	50 25 46·71		
	63 1 3·92	−4 59 52·00	1·544205
	3 45·19	59·25	299
IV.	50 17 51·64		
	63 28 39·37	−5 3 38·46	1·544205
	31 47·26	46·22	306

13. October, 9 Uhr, 15°9 R.:

I.	50 17 47·21		
	63 28 56·09	−5 3 40·58	1·544205
	59·06	48·15	304
II.	50 14 40·33		
	43 40 22·62	−5 5 9·17	1·544196
	43 42·31	17·02	299

4 Uhr, 16°1 R.:

III.	50° 14' 38"37		
	63 40 23·57	—5° 5' 9"81	1·544196
	43 43·30	17·63	298
IV.	50 17 40·33		
	63 29 24·93	—5 3 43·97	1·544209
	32 4·96	50·57	295

14. October, 9 Uhr. 15°8 R.:

I.	50 17 41·31		
	63 29 20·67	—5 3 43·54	1·544206
	32 36·43	51·61	311
II.	50 15 25·57		
	63 37 53·07	—5 4 48·48	1·544208
	46 56·06	55·82	303

4 Uhr, 16°1 R.:

III.	50 15 26·06		
	63 37 55·03	—5 4 48·29	1·544214
	40 39·33	54·97	298
IV.	50 13 7·40		
	63 46 41·36	—5 5 54·08	1·544207
	49 59·02	6 1·79	307

17. October, 9 Uhr, 15°9 R.:

I.	79 22 42·78		
	60 47 31·51	+4 35 10·02	1·544219
	48 9·87	34 59·42	315
II.	79 37 7·38		
	60 57 10·86	+4 37 23·25	1·544210
	50·20	12·47	308

11 Uhr, 15°9 R.:

III.	79 37 5·91		
	60 57 10·76	+4 37 22·82	1·544212
	47·25	12·79	303
IV.	80 10 57·04		
	61 20 27·53	+4 42 21·68	1·544217
	21 7·85	10·53	317

4 Uhr, 15°9 R.:

V.	80 18 30·51		
	61 25 43·27	4 43 26·48	1·544216
	26 22·60	15·60	314.

In den vorstehenden Beobachtungen sind die Winkel $\left(\frac{A}{2}-r\right)$ bis auf Hunderttheile einer Secunde berechnet, um die Brechungsquotienten bis auf sechs Decimalstellen genau zu bekommen. Diese Genauigkeit ist aber vollkommen überflüssig, wenn wir Brechungsquotienten mit einander vergleichen, die zu verschiedenen Werthen von $\left(\frac{A}{2}-r\right)$ gehören. Die vorstehenden Beobachtungen zerfallen nämlich, wie schon gesagt in fünf Gruppen, innerhalb welcher kein Zusammenhang zwischen den Brechungsquotienten und den Winkeln $\left(\frac{A}{2}-r\right)$ zu entdecken ist, so daß wir für eine solche Gruppe annehmen können, das Mittel der Brechungsquotienten gehöre auch zum Mittel der Winkel $\left(\frac{A}{2}-r\right)$. Und zwar wollen wir, um für die ordentlichen und ausserordentlichen Brechungsquotienten keine verschiedenen Winkel $\left(\frac{A}{2}-r\right)$ zu erhalten, aus den Winkeln $\left(\frac{A}{2}-r\right)$ zweier zusammengehöriger Brechungsquotienten immer das Mittel nehmen. Hiernach haben wir also folgende fünf Gruppen von Beobachtungen:

I. Gruppe.

$\frac{A}{2}-r$	n	n'	t
+4°28'3	1.544216	1·544305	16°5R.
35·1	219	315	15·9
36·9	204	303	15·7
36·9	201	301	16·5
37·3	212	303	15·9
37·3	210	308	15·9
39·2	212	300	15·9
39·4	220	313	15·8
39·4	215	303	15·7
39·5	211	295	16·0
39·6	212	298	16·0
40·0	196	300	15·9
40·1	204	302	16·1
40·2	201	299	16·1
40·4	195	294	16·1
40·8	193	303	15·9
42·3	217	317	15·9
43·4	216	314	15·9
44·6	214	309	15·8
+4°39'0	1·5442088	1·5443043	16°0

II. Gruppe.

+2°11'4	1·544192	1·544276	16°2
12·7	184	266	16·2
19·5	201	277	16·1
21·1	196	294	16·1
21·7	183	268	16·0
22·2	209	269	16·0
35·4	195	269	16·0
36·9	194	294	16·0
+2°22'6	1·5441942	1·5442766	16·1

III. Gruppe.

+0°24'5	1·544181	1·544253	15°9
23·5	180	249	15·9
5·0	190	252	16·1
5·9	185	269	16·1
5·7	190	255	16·1
5·6	189	265	16·0
3·7	176	246	16·0
3·6	199	261	16·2
1·9	187	262	15·9
1·3	200	269	16·2
1·1	188	277	15·9
0·5	174	249	16·1
—0° 0·1	196	255	16·1
3·3	189	257	16·1
3·4	204	271	16·2
4·8	185	170	16·2
24·1	198	266	15·9
24·2	186	263	15·9
+0° 1'2	1·5441887	1·5442605	16·1

IV. Gruppe.

—2° 8·9	1·544189	1·544270	16°2
1'·5	186	245	16·2
18·9	197	269	16·1
17·2	196	266	16·1
22·8	194	261	16·0
23·8	195	261	16·0
35·3	200	285	16·0
25·4	183	262	16·0
—2°20·5	1·5441925	1·5442649	16·1

V. Gruppe.

$-4°59'9$	1·544205	1·544299	15°9
5 3·7	205	306	15·9
3·7	205	304	15·9
3·8	206	311	15·8
3·8	209	295	16·1
4·9	214	298	16·1
4·9	208	303	15·8
5·2	196	299	15·9
5·2	196	298	16·1
5·9	207	307	16·1
14·7	201	298	16·2
14·4	199	293	16·2
$-5°\ 5'8$	1·5442043	1·5443009	16·0.

Demzufolge haben wir also folgende fünf Normalbeobachtungen, deren Temperaturen wohl als gleich betrachtet werden können:

$\frac{A}{2}-r$	n	n'
$+4°39'0$	1·5442088	1·5443043
+2 22·6	1942	2766
+0 1·2	1887	2605
—2 20·5	1925	2649
—5 5·8	2043	3009.

Statt dieser Winkel $\left(\frac{A}{2}-r\right)$ wurden vorerst fünf andere gewählt, die gleichweit von einander abstehen, doch so nahe an den vorstehenden Werthen liegen, dass die zugehörigen Brechungsquotienten durch einfache Proportionalität gefunden werden können. Man erhält so

$\frac{A}{2}-r$	n	n'
$+4°44'2$	1·5442094	1·5443054
+2 22·7	1942	2766
+0 1·2	1887	2605
—2 20·3	1925	2649
—4 41·8	2026	2957.

Man kann jetzt leicht die Brechungsquotienten als eine Reihe berechnen, die nach steigenden Potenzen des Winkels $\left(\frac{A}{2}-r\right)$ fortschreitet. Am leichtesten stellt sich die Rechnung, wenn man statt des Winkels $\frac{A}{2}-r$ einen Winkel x wählt, für welchen

$$x = \frac{\left(\frac{A}{2} - r\right) - 1'2}{141'5}$$

ist, indem die Werthe von x für die letzten fünf Beobachtungen alsdann $+2$, $+1$, 0, -1, -2 werden. So findet man für den außerordentlichen Brechungsquotienten den Ausdruck

$$n' = 1\cdot5442605 + \frac{1}{24.10^7}\left[1678x + 2479x^2 - 274x^3 - 19x^4\right].$$

Den Werth von x, für welchen der ausserordentliche Brechungsquotient ein Minimum wird, erhält man nach den Regeln der Differentialrechnung aus der Gleichung

$$0 = 1678 + 4958x - 822x^2 - 76x^3,$$

welche $x = -0\cdot321$ gibt. Diesem Werth von x entspricht ein Winkel $\frac{A}{2} - r = -141'5x + 1'2 = -44'2$. Da aber der Brechungsquotient nur dann ein Minimum wird, wenn die Wellennormale mit der optischen Axe zusammenfällt, so sollte der letzte Winkel die Lage der optischen Axe in dem benützten Quarzprisma bestimmen.

Berechnet man auf dieselbe Weise die ordentlichen Brechungsquotienten, so erhält man für dieselben die Formel

$$n = 1\cdot544187 + \frac{1}{12.10^7}\left[68x + 571x^2 + 34x^3 - 13x^4\right]$$

welche ihr Minimum für $x = -0\cdot06$ erreicht. In diesem Falle erhält man also für die Lage der optischen Axe $\frac{A}{2} - r = -141'5x + 1'2$ $= -7'3$, welcher Werth allerdings ziemlich von dem früher gefundenen abweicht. Dies ist freilich sehr begreiflich, da die Brechungsquotienten in der Nähe des Minimums sich sehr wenig ändern, die Brechungsquotienten für entferntere Lagen sich aber nicht mehr so gut bestimmen lassen. Unter diesen Umständen bleibt wohl nichts anderes übrig, als aus den beiden Winkeln $-44'2$ und $-7'3$ das Mittel zu nehmen, so daß der Winkel $\frac{A}{2} - r$ für die Richtung der optischen Axe gleich $-25'8$ wird.

Für den Winkel ρ, welchen die Wellennormale des durchgehenden Lichtes mit der optischen Axe bildet, hat man jetzt

$$\rho = \left(\frac{A}{2} - r\right) - (-25'8) = \left(\frac{A}{2} - r\right) + 25'8$$

und die fünf Normalbeobachtungen geben nach der Größe des Winkels ρ geordnet

ρ	n	n'
0°27'0	1·5441887	1·5442605
1 54·7	1925	2649
2 48·4	1942	2766
4 40·0	2043	3043
5 4·8	2088	3009

das Zeichen von ρ ist hiebei gleichgiltig, da der Brechungsquotient in beiden Fällen denselben Werth haben soll.

Zur Vergleichung dieser Zahlen mit der Theorie muß man die Größen ω, ε und χ kennen; von diesen wurden die Größen ω und χ aus der ersten Beobachtung berechnet, für die Größe ε aber, welche für Beobachtungen nahe an der Axe von geringem Einflusse ist, wurden die Beobachtungen Rudberg's insoferne benützt, als nach denselben für die Fraunhofer'sche Linie D $\varepsilon - \omega = 0{\cdot}00910$ ist. Die Berechnung von ω und χ geschah aber auf folgende Weise. Nach Gleichung 9) hat man

$$(10) \quad \cdot \cdot \begin{cases} \frac{1}{2}\left(\frac{1}{n^2} + \frac{1}{n'^2}\right) = \frac{1}{\omega^2} - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\omega^2} - \frac{1}{\varepsilon^2}\right)\sin\rho^2 \\ \frac{1}{4}\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2}\right)^2 = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{\omega^2} - \frac{1}{\varepsilon^2}\right)^2 \sin\rho^4 + \frac{\cos\rho^4}{\chi^4} \end{cases}$$

setzt man nun näherungsweise für $\rho = 0°27'0$, $\omega = \frac{n + n'}{2} =$ $1{\cdot}5442246$, so wird $\varepsilon = 1{\cdot}5442246 + 0{\cdot}0091 = 1{\cdot}5533246$ und somit

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\varepsilon^2} - \frac{1}{\omega^2}\right)\sin\rho^2 = \frac{0{\cdot}15}{10^6}$$

$$\frac{1}{4}\left(\frac{1}{\varepsilon^2} - \frac{1}{\omega^2}\right)^2 \sin\rho^4 = \frac{0{\cdot}02317}{10^{12}}.$$

Dem zufolge geben die zwei Gleichungen 10)

$$\omega = 1{\cdot}5442243$$
$$\chi = 226{\cdot}495$$

wozu dann noch $\varepsilon = 1{\cdot}5433243$

kommt. Diesen Größen entsprechen die zur Rechnung nöthigen Daten

$$\frac{1}{\omega^2} = 0\cdot41935249$$

$$\log\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\omega^2}-\frac{1}{\varepsilon^2}\right) = 0\cdot38908365-3$$

$$\log\frac{1}{\chi^4} = 0\cdot57976565-10,$$

welche für die früheren Winkel ρ nachstehende Werthe geben.

Ordentlicher Brechungsquotient:

ρ	Rechnung	Beob.-Rechn.
0°27'0	1·5441887	
1 54·7	1936	—0·0000011
2 48·4	1977	—0·0000035
4 40·0	2075	—0·0000032
5 4·8	2094	—0·0000006.

Aussserordentlicher Brechungsquotient:

ρ	Rechnung	Beob.-Rechn.
0°27'0	1·5442605	
1 54·7	2656	—0·0000007
2 48·4	2726	+0·0000040
4 40·0	3007	+0·0000002
5 4·8	3100	—0·0000057.

Die Übereinstimmung zwischen Beobachtung und Theorie ist wohl im Ganzen ziemlich befriedigend. Es wäre leicht, die Fehlersummen noch kleiner zu machen, indem man die Fehler auf alle Beobachtungen vertheilt, ich habe aber vorgezogen, die Rechnung bloß auf die erste Beobachtung zu basiren, da dieselbe bei weitem das größte Vertrauen verdient. Unwiderleglich ist jedenfalls bewiesen, daß es in der Nähe der Axe beim Quarze keine Welle mit constanter Geschwindigkeit mehr gibt, auch die außerordentliche Welle ändert sich nach einem anderen Gesetze als wie bei den gewöhnlichen einaxigen Körpern. Es ergibt sich dies aus der nachfolgenden Tabelle, welche die berechneten Brechungsquotienten von fünf zu fünf Grade enthält und zwar auch für den Fall, daß $\chi = \infty$ gesetzt wird, wodurch das charakteristische der Circularpolarisation verschwindet.

ρ	n	n'	n' für $\chi = \infty$
0°	1·5441884	1·5442602	1·5442243
5	2093	43081	42929
10	2200	45009	44965
15	2225	48309	48290
20	2234	52816	52806
25	2242	58382	58380.

Für $\chi = \infty$ müßte natürlich n immer gleich $\omega = 1\cdot5442243$ sein. Man sieht aus dieser Tabelle ferner, daß bei einer Neigung von 25° zur optischen Axe die Wirkung der Circularpolarisation auch schon bis in die siebente Decimalstelle der Brechungsquotienten verschwindet.

Die Differenz der Brechungsquotienten in der Richtung der optischen Axe beträgt nach den vorhergehenden Zahlen

$$n'_0 - n_0 = 0\cdot0000718.$$

Man kann diese Größe auch aus dem Drehungswinkel δ bestimmen, welchen die Polarisationsebene eines Lichtstrahles erfährt, der parallel der Axe durch eine Quarzplatte von bekannter Dicke d hindurchgeht. Man hat nämlich für den Drehungswinkel

$$\delta = \frac{d}{\lambda}(n'_0 - n_0)\, 180^0,$$

wo λ die Wellenlänge des Lichtes in der Luft bedeutet. Für $d = 1$ Millim. und für die Fraunhofer'sche Linie D hat man nach Stefan $\delta = 21^\circ 79$, so daß, da nach Fraunhofer für die genannte Linie $\lambda = 0\cdot0005888$ Millim. ist, die letzte Gleichung

$$n'_0 - n_0 = 0\cdot0000713$$

gibt. Broch gibt für denselben Winkel $21^\circ 67$, woraus

$$n'_0 - n_0 = 0\cdot0000709$$

folgt, was mit meinen Beobachtungen weniger gut stimmt, als der von Stefan gefundene Werth.

Über die Dispersion der optischen Axen bei rhombischen Krystallen.

Von L. Ditscheiner.

Ein unmittelbarer Zusammenhang zwischen der Größe des Winkels der optischen Axen für eine bestimmte Farbe und der ihr entsprechenden Wellenlänge bei rhombischen Krystallen ist bis nun nicht in Betracht gezogen worden. Der Grund hiefür mag wohl darin liegen, daß eben ein solcher gesetzmäßiger Zusammenhang an den aus den drei Hauptbrechungsquotienten gerechneten Axenwinkel an den wenigen genauer untersuchten und einem Vergleiche zu Grunde zu legenden Substanzen sich nicht ergibt. So ist an den von Rudberg aus seinen Brechungsquotienten berechneten Axenwinkel für Arragonit und Topas nicht einmal ein continuirliches Größer- und Kleinerwerden derselben bei einem Abnehmen der entsprechenden Wellenlänge zu bemerken. Im Gegentheile ist das Spiel dieser Winkel ein so unregelmäßiges, daß man etwa vom rothen Ende des Spectrums gegen das violette fortschreitend anfangs ein Wachsen dann wieder ein Abnehmen und abermals ein Wachsen der optischen Axenwinkel u. s. w. oder auch umgekehrt findet. Eine solche Unregelmäßigkeit kann nun in der Natur nicht gut angenommen werden. Aber auch die directen Beobachtungen an den scheinbaren Axenwinkel lassen eine solche Veränderlichkeit des wahren Axenwinkels nicht erwarten, denn sie müßte sich auch an ihnen zeigen. Wenn man nämlich nach der von Kirchhoff (Pogg. Ann. 108, 167) angegebenen Methode das Axenbild durch das Spectrum, sei es nun unter Anwendung einer Arragonit- oder Topasplatte, oder irgend einer andern, wandern läßt, so bemerkt man ein ganz gleichmäßiges Fortschreiten desselben in stets gleicher Richtung bei stets im gleichen Sinne eingeleiteten Drehen der Krystallplatte und keine wiederholte oder nur einfache Umkehr desselben, wie dies nothwendig der Fall sein müßte, wären die oben angeführten Axenwinkel der Natur entsprechend.

Besser als bei den Rudberg'schen Zahlen stellt sich das Wachsen der optischen Axenwinkel beim Fortschreiten von Roth gegen Violett an den von Heusser (Pogg. Ann. 87, 454.) für den Schwerspath gegebenen Daten. Aber auch hier zeigt sich dasselbe keineswegs so gesetzmäßig, daß auf einen einfachen Zusammenhang geschlossen werden könnte. So ist der Unterschied in den optischen Axenwinkel für die Fraunhofer'schen Linien *B* und *C* 0° 17′ 46″, während er für jene *C* und *D* nur 4′ 22″, für *F* und *G* nur 24′ 9″ beträgt.

Wenn man bedenkt, daß die vielleicht allerdings nur kleinen aber jedenfalls schon in der fünften, vielleicht schon in der vierten Decimale auftretenden Fehler in den angegebenen Hauptbrechungsquotienten die Ursache dieses Schwankens der optischen Axenwinkel ist, wenn man ferner bedenkt, daß diese Hauptbrechungsquotienten in erster Annäherung dem Cauchy'schen Dispersionsgesetz folgen müssen und auch thatsächlich folgen, so läßt sich erwarten, daß durch Anwendung eben solcher nach der Cauchy'schen Formel corrigirten Brechungsquotienten Axenwinkel erhalten werden, welche ein viel klareres Bild über die Abhängigkeit des optischen Axenwinkels von der Wellenlänge geben als die aus den unmittelbaren Beobachtungswerthen erhaltenen.

Nach der Cauchy'schen Formel lassen sich die Hauptbrechungsquotienten in folgender Weise darstellen.

$$\mu_\alpha = a_\alpha + b_\alpha \frac{1}{\lambda^2}$$

$$\mu_\beta = a_\beta + b_\beta \frac{1}{\lambda^2}$$

$$\mu_\gamma = a_\gamma + b_\gamma \frac{1}{\lambda^2}.$$

Bezeichnet man mit φ den wahren, mit φ_1 aber den scheinbaren optischen Axenwinkel, so hat man bekanntlich:

$$\cos\frac{\varphi}{2} = \frac{\mu_\alpha}{\mu_\beta}\sqrt{\frac{\mu_\beta^2-\mu_\gamma^2}{\mu_\alpha^2-\mu_\gamma^2}}$$

$$\cos\frac{\varphi_1}{2} = \mu_\alpha\sqrt{\frac{\mu_\beta^2-\mu_\gamma^2}{\mu_\alpha^2-\mu_\gamma^2}},$$

wobei voraus gesetzt ist, daß $\mu_\alpha > \mu_\beta > \mu_\gamma$ ist.

Wenn man nun in diese letzteren Formeln die obigen Werthe für μ_α, μ_β und μ_γ substituirt und bei der weiteren Entwicklung berücksichtigt, daß die Glieder, welche höhere als die ersten Potenzen von $\frac{1}{\lambda^2}$ enthalten, nur sehr klein, also zu vernachlässigen sind, namentlich bei denjenigen unter dem Wurzelzeichen, da die Coëfficienten dieser Potenzen nur verhältnißmäßig kleine Differenzen sind, so erhält man schließlich Werthe von der Form:

$$\cos\frac{\varphi}{2} = M + N.\frac{1}{\lambda^2}$$

$$\cos\frac{\varphi_1}{2} = M_1 + N_1.\frac{1}{\lambda^2}$$

oder auch:

$$\frac{\varphi}{2} = A + B.\frac{1}{\lambda^2}$$

$$\frac{\varphi_1}{2} = A_1 + B_1.\frac{1}{\lambda^2}.$$

Es läßt sich also, in erster Annäherung wenigstens und wie zu erwarten auch in den meisten Fällen, der wahre wie der scheinbare optische Axenwinkel durch eine ähnliche Dispersionsformel darstellen, wie der Brechungsquotient und der Winkel, um welchen die Polarisationsebene bei gewissen Substanzen gedreht wird. Es wird diese Dispersionsformel namentlich bestätigt durch die besten, weil directen Beobachtungen Kirchhoff's (a. a. O.) am Arragonite.

Im Folgenden sind diejenigen Daten zusammengestellt, aus welchen hervorgehen soll, daß dieses Dispersionsgesetz bei den genauer untersuchten Krystallen Anwendung finden kann. Ich bemerke hier nur, daß die Dispersionsformel für die Hauptbrechungsquotienten bis auf die siebente Decimale gerechnet sind und in den mit ihnen berechneten Werthen derselben noch die sechste Decimale beibehalten wurde. Es mußte in diesem letzteren Falle bis zur sechsten Stelle gegangen werden, weil die durch Correction der fünften Decimale eintretenden Fehler in den berechneten Axenwinkel sich schon so merklich äußern, daß sie das Dispersionsgesetz beinahe völlig verdecken. Ja in vielen Fällen bringt schon eine Correction an der sechsten nach der siebenten Decimale Fehler in die Axenwinkel, welche eine halbe Minute betragen, also schon einen merklich ungün-

stigen Einfluß nehmen können, wenn gleichzeitig die Dispersion eine geringe, wie dies ja auch meistens in der Natur der Fall ist.

Für den Schwerspath fand Heusser (Pogg. Ann. 87) folgende Werthe:

	μ_α	μ_β	μ_γ	φ
B	1·64415	1·63370	1·63258	36°25′29″
C	1·64521	1·63476	1·63362	36 43 15
D	1·64797	1·63745	1·63630	36 47 37
E	1·65167	1·64093	1·63972	37 19 11
F	1·65484	1·64393	1·64266	37 51 36
G	1·66060	1·64960	1·64829	38 15 47
H	1·66560	1·65436	1·65301	38 25 44

Die aus allen diesen Werthen gerechneten Dispersionsformeln sind:

$$\mu_\alpha = 1\cdot6333849 + 5087\cdot07 \frac{1}{\lambda^2}$$

$$\mu_\beta = 1\cdot6233030 + 4910\cdot33 \frac{1}{\lambda^2}\ ^{1})$$

$$\mu_\gamma = 1\cdot6222990 + 4853\cdot72 \frac{1}{\lambda^2}$$

und aus ihnen ergibt sich:

	μ_α	μ_β	μ_γ	$\frac{\varphi}{2}$
B	1·644122	1·633667	1·632543	18°14′37″
C	1·645166	1·634675	1·633540	18 17 51
D	1·647988	1·637399	1·636233	18 26 59
E	1·651644	1·640928	1·639721	18 38 47
F	1·654846	1·644018	1·642775	18 48 46
G	1·660681	1·649651	1·648343	19 6 2
H	1·665593	1·654392	1·653030	19 19 31

Mit Zugrundelegung aller dieser Werthe von $\frac{\varphi}{2}$ erhält man folgende Formel:

$$\frac{\varphi}{2} = 17^\circ 7019 + 259702\cdot0 \frac{1}{\lambda^2}.$$

[1]) Bei diesen Dispersionsformeln sind folgende Werthe für die Wellenlänge λ zu Grunde gelegt: *B* 688·33, *C* 657·11, *D* 590·21, *E* 527·83, *F* 486·87, *G* 431·70 und *H* 397·42 in Millionstel des Millimeters (Sitzb 52. Bd.).

Aus ihr berechnen sich folgende Werthe:

	$\frac{\varphi}{2}$		
B	18°	15'	7"
C	18	18	13
D	18	26	51
E	18	38	35
F	18	47	52
G	19	5	44
H	19	20	44

welche genügend mit den aus dem corrigirten Brechungsquotienten gerechneten Werthen übereinstimmen. Die auftretenden Differenzen sind nicht sehr groß und finden ihre Erklärung wohl zum größten Theile in den den Brechungsquotienten durch Correction der sechsten Decimale noch anhaftenden Fehlern.

Für den Topas gibt Rudberg folgende Werthe:

	μ_α	μ_β	μ_γ	$\frac{\varphi}{2}$		
B	1·61791	1·61049	1·60840	56°	7'	20"
C	1·61880	1·61144	1·60935	56	18	52
D	1·62109	1·61375	1·61161	56	58	44
E	1·62408	1·61668	1·61452	56	58	28
F	1·62652	1·61914	1·61701	56	42	10
G	1·63123	1·62365	1·62154	55	50	40
H	1·63506	1·62745	1·62539	55	11	0

Ihnen entsprechen folgende Dispersionsformeln:

$$\mu_\alpha = 1\cdot6092748 + 4095\cdot397 \frac{1}{\lambda^2}$$

$$\mu_\beta = 1\cdot6019170 + 4107\cdot262 \frac{1}{\lambda^2}$$

$$\mu_\gamma = 1\cdot5996771 + 4107\cdot075 \frac{1}{\lambda^2},$$

aus welchen sich ergibt:

	μ_α	μ_β	μ_γ	$\frac{\varphi}{2}$
B	1·617919	1·610586	1·608346	60°57′58″
C	1·618759	1·611429	1·609189	60 57 30
D	1·621031	1·613708	1·611467	60 56 28
E	1·623975	1·616659	1·614419	60 56 9
F	1·626552	1·619244	1·617003	60 55 0
G	1·631250	1·623956	1·621715	60 53 38
H	1·635204	1·627922	1·625681	60 52 27

Aus den beiden Grenzwerthen von $\frac{\varphi}{2}$ für die Fraunhofer-schen Linien *B* und *H* ist die folgende Dispersionsformel gerechnet:

$$\varphi = 61°00791 - 21123 \cdot 6 \frac{1}{\lambda^2},$$

welche, in genügender Übereinstimmung mit obigen Werthen, gibt:

	$\frac{\varphi}{2}$
C	60° 57′ 22″
D	60 56 50
E	60 55 55
F	60 55 8
G	60 53 40

Für den Arragonit hat man nach Rudberg's Messungen:

	μ_α	μ_β	μ_γ	φ
B	1·68061	1·67631	1·52749	17°58′22″
C	1·68203	1·67779	1·52820	17 47 58
D	1·68589	1·68157	1·53013	17 50 26
E	1·69084	1·68634	1·53264	18 3 14
F	1·69515	1·69053	1·53479	18 9 20
G	1·70318	1·69836	1·53882	18 17 24
H	1·71011	1·70509	1·54226	18 26 52

Diesen Angaben entsprechen folgende Dispersionsformeln:

$$\mu_\alpha = 1\cdot6658778 + 6964\cdot481 . \frac{1}{\lambda^2}$$

$$\mu_\beta = 1\cdot6617620 + 6852\cdot050 . \frac{1}{\lambda^2}$$

$$\mu_\gamma = 1\cdot5202397 + 3456\cdot855 . \frac{1}{\lambda^2} .$$

Mit Zugrundelegung dieser Dispersionsformel erhält man folgende Werthe:

	μ_α	μ_β	μ_γ	$\frac{\varphi}{2}$		
B	1·680577	1·676225	1·527536	9°	3′	21″
C	1·682007	1·677631	1·528246	9	3	18
D	1·685871	1·681433	1·530163	9	3	19
E	1·690876	1·686357	1·532648	9	3	17
F	1·695259	1·690669	1·534823	9	3	18
G	1·703248	1·698530	1·538789	3	3	20
H	1·709973	1·705146	1·542127	9	3	21

Die Dispersionsformel für die optischen Axenwinkel wäre somit:

$$\varphi = 9° \; 3' \; 20'' .$$

Es würde sich sonach ergeben, daß beim Arragonit gar keine Dispersion der optischen Axen anzunehmen ist, da die geringen Differenzen in den Axenwinkel gegenüber den Fehlern der zur Berechnung verwendeten Daten verschwinden. Das ist nun, wie andere Beobachtungen Heusser's (Pogg. Ann. 87. 454.) und Kirchhoff's (a. a. O.) lehren, keineswegs der Fall. Da nicht gut anzunehmen ist, daß die von Rudberg einerseits, Kirchhoff und Heusser andererseits untersuchten Arragonite solche Verschiedenheiten in ihrem optischen Verhalten zeigen, so liegt aller Wahrscheinlichkeit der Grund des fehlerhaften Rechnungsresultates in den auf dasselbe großen Einfluß nehmenden, vielleicht nur geringen Fehlern der Rudberg-schen Hauptbrechungsquotienten. Keineswegs widerspricht dieses Resultat jedoch dem aufgestellten Dispersionsgesetz.

Glücklicherweise sind wir jedoch durch die directen Beobachtungen von Kirchhoff über den scheinbaren Axenwinkel in der Lage, auch für den Arragonit die Stichhaltigkeit der Dispersionsformel, fast in noch schärferer Weise, darlegen zu können, als dies beim Schwerspath und Topas der Fall war.

Für die eine Seite der von Kirchhoff verwendeten Arragonitplatte gibt derselbe folgende Werthe für den scheinbaren und wahren optischen Axenwinkel

	$\frac{\varphi_1}{2}$	$\frac{\varphi}{2}$
B	15° 17' 55"	9° 2' 42"
C	15 20 5	9 3 28
D	15 25 50	9 5 34
E	15 33 25	9 8 23
F	15 40 30	9 11 7
G	15 53 10	9 15 45
H	16 4 45	9 20 10

Allerdings ist auch hier bei Berechnung des wahren Axenwinkels $\frac{\varphi}{2}$ der Rudberg'sche Brechungsquotient μ_β in Anwendung gebracht worden, aber es ist hier ersichtlich der in ihm etwa liegende Fehler von weit geringerem Einfluß als dies bei der Berechnung des Axenwinkels aus allen drei Hauptbrechungsquotienten der Fall ist.

Aus diesen Zahlen ergeben sich folgende Dispersionsformeln:

$$\frac{\varphi_1}{2} = 14^\circ 90389 + 184019 \cdot 5 \frac{1}{\lambda^2}$$

$$\frac{\varphi}{2} = 8^\circ 89476 + 69228 \cdot 50 \frac{1}{\lambda^2}.$$

Die folgenden mit Hilfe dieser Dispersionsformeln gerechneten Winkel ergeben auch hier die Übereinstimmung zwischen Beobachtung und Rechnung.

	$\frac{\varphi_1}{2}$	$\frac{\varphi}{2}$
B	15°17′33″	9° 2′27″
C	15 19 48	9 3 16
D	15 25 56	9 5 36
E	15 33 52	9 8 35
F	15 40 49	9 11 12
G	15 53 29	9 15 59
H	16 5 20	9 19 59

Eine eben solche Übereinstimmung ergibt sich für die zweite Seite der Platte. Für diese gibt Kirchhoff folgende Zahlen:

	$\frac{\varphi_1}{2}$	$\frac{\varphi}{2}$
B	15°18′50″	9° 2′41″
C	15 21 15	9 3 35
D	15 27 10	9 5 36
E	15 34 45	9 8 28
F	15 41 30	9 11 5
G	15 54 25	9 15 54
H	16 7 0	9 20 52

Wenn man mit Zugrundelegung aller Werthe von $\frac{\varphi_1}{2}$ und $\frac{\varphi}{2}$, mit Ausnahme jener für *H*, denen höchst wahrscheinlich, wie Kirchhoff selbst angibt, ein etwas größerer Beobachtungsfehler anhaftet, die Dispersionsformeln rechnet, so erhält man:

$$\frac{\varphi_1}{2} = 14^\circ 92132 + 183760 \cdot 2 \frac{1}{\lambda^2}$$

$$\frac{\varphi}{2} = 8^\circ 89985 + 67881 \cdot 02 \frac{1}{\lambda^2}$$

und aus ihnen:

	$\frac{\varphi_1}{2}$	$\frac{\varphi}{2}$
B	15°18′33″	9° 2′35″
C	15 20 49	9 3 25
D	15 26 55	9 5 47
E	15 34 51	9 8 37
F	15 41 47	9 11 10
G	15 54 26	9 15 51
H	16 5 5	9 19 47.

XXV. SITZUNG VOM 18. NOVEMBER 1869.

Das k. und k. Ministerium des Äußern übermittelt mit Note vom 17. Nov. l. J. ein vom k. und k. Consul in Bombay eingesendetes Exemplar einer Abhandlung über normale Windrichtungen in Bombay, von Charles Chambers, Superintendent des Regierungs-Observatoriums in Colaba.

Der Secretär legt folgende eingesendete Abhandlungen vor:

„Anthracit-Lager in Kärnthen" vom Herrn Dr. Fr. Unger in Graz;

„Ein praecorneales Gefäßnetz am Menschenauge" und „Ein insulärer Schaltknochen im Seitenwandbein", beide vom Herrn Hofrathe und Prof. Dr. J. Hyrtl.

Herr Dr. Ig. Hauke, Inhaber eines Kranken-Kinder-Ordinations-Institutes in Wien, hinterlegt ein versiegeltes Schreiben zur Wahrung seiner Priorität.

Herr Director Dr. C. Jelinek macht eine für den Anzeiger bestimmte vorläufige Mittheilung über den orkanartigen Sturm vom 14. November d. J. in Wien.

Derselbe überreicht ferner eine Abhandlung des Herrn Prof. B. Lapschin in Odessa: „Über das specifische Gewicht des Wassers des Schwarzen Meeres, ferner über die Wärmeleitungsfähigkeit des Korkes und dessen Anwendung zur Construction eines Bathometers".

Herr Director G. Tschermak legt eine Abhandlung: „Über ein neues Salz von Hallstatt" vor.

Derselbe übergibt ferner eine Arbeit des Herrn G. Hauenschild, betreffend die „mikroskopische Untersuchung des Predazzites und Pencatites".

Herr Prof. Dr. Jul. Wiesner legt eine Abhandlung: „Über den Ursprung und die Vermehrung der Bacterien“ von Herrn Dr. A. Polotebnow aus St. Petersburg vor.

Herr Dr. S. Stern, Privatdocent an der medicinischen Facultät der Wiener Universität überreicht eine Abhandlung, betitelt: „Beiträge zur Theorie des gemeinen (nicht musikalischen) Schalles als Object-Merkmale mit Rücksicht auf die speciellen Bedürfnisse der medicinischen Diagnostik“.

Herr Prof. E. Ludwig legt eine von ihm gemeinschaftlich mit Herrn Th. Hein ausgeführte Abhandlung: „Synthese des Hydroxylamins“ vor.

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Akademie der Wissenschaften, Königl. Preuss., zu Berlin: Monatsbericht. August 1869. Berlin; 8°.

Apotheker-Verein, Allgem. österr.: Zeitschrift. 7. Jahrgang, Nr. 22. Wien, 1869; 8°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXIX, Nr. 18. Paris, 1869; 4°.

Cosmos. XVIIIe Année. 3e Série. Tome V, 20e Livraison. Paris, 1869; 8°.

Fellöcker, Sigmund, Geschichte der Sternwarte der Benedictiner-Abtei Kremsmünster. Linz, 1864; 4°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Verhandlungen und Mittheilungen. XXX. Jahrg., Nr. 35. Wien, 1869; 8°.

Landbote, Der steirische. II. Jahrgang, Nr. 23. Graz, 1869; 4°.

Nature. Vol. I, Nr. 2. London, 1869; 4°.

Osservatorio del R. Collegio Carlo Alberto in Moncalieri: Bullettino meteorologico. Vol. IV, Nr. 8. Torino. 1869; 4°.

Reden, gehalten bei der feierlichen Inauguration des für das Studienjahr 1869/70 gewählten Rectors des k. k. polytechnischen Institutes, Dr. Adalbert Fuchs, am 12. October 1869. Wien; 8°.

Reichsanstalt, k. k. geologische: Verhandlungen. Jahrg. 1869. Nr. 13. Wien; 4°.

Revue des cours scientifiques et littéraires de la France et de l'étranger. VI° Année, Nr. 50. Paris & Bruxelles, 1869; 4°.

Wiener Landwirthschaftliche Zeitung. XIX. Jahrgang, Nr. 46. Wien, 1869; 4°.

— Medizin. Wochenschrift. XIX. Jahrgang, Nr. 91 — 92. Wien, 1869; 4°.

Zeitschrift des österr. Ingenieur- und Architekten-Vereines. XXI. Jahrgang, 8. und 9. Heft. Wien, 1869; 4°.

Synthese des Hydroxylamines.

Von E. Ludwig und Th. Hein.

Durch die Einwirkung von Zinn und Salzsäure auf Salpetersäure-Äthyläther erhielt W. Lossen[1]) neben anderen Producten die chlorwasserstoffsaure Verbindung einer Base NH_3O,HCl, welche er Hydroxylamin nannte; es ist uns gelungen, diesen Körper synthetisch durch directe Addition von Wasserstoff zu Stickoxyd darzustellen, indem wir unter geeigneten Bedingungen Stickoxyd und nascirenden Wasserstoff auf einander reagiren ließen.

$$NO + H_3 = NH_3O.$$

Das zu unseren Versuchen verwendete Stickoxyd wurde aus einer sauren Lösung von Eisenvitriol und Salpetersäure bereitet, durch Waschen mit Wasser und Kalilauge sorgfältig gereinigt; als Quelle für den nascirenden Wasserstoff eignet sich am besten Zinn und verdünnte Salzsäure. Entweder erhitzt man das Metall mit der Säure zum Kochen oder man bewirkt die Lösung des Metalles in der verdünnten Säure bei gewöhnlicher Temperatur dadurch, daß man eine kleine Quantität Platinchlorid zusetzt; der letztere Weg ist für den vorliegenden Zweck der bequemere, in Bezug auf Ausbeute sind beide gleich gut.

Statt Zinn läßt sich auch granulirtes Blei anwenden, wenn man der Salzsäure Platinchlorid zusetzt; Versuche, die wir mit Zink und Salzsäure anstellten, ergaben ein negatives Resultat, die Reaction scheint in diesem Falle zu energisch zu sein, so, daß das gebildete Hydroxylamin durch den nascirenden Wasserstoff sofort in Ammoniak verwandelt wird.

---

[1]) Zeitschrift für Chemie, neue Folge I, 551 und Annalen der Chemie und Pharmacie, VI. Suppl. Bd. 220.

Der von uns zur Synthese des Hydroxylamines angewendete Apparat war folgendermaßen eingerichtet: In einem Glas-Gasometer wurde das reine Stickoxydgas angesammelt und aus demselben durch den Druck einer entsprechend hohen Wassersäule im langsamen, regelmäßigen Strome durch ein System von vier bis sechs mit einander verbundenen Kolben geleitet, welche die kochende Mischung von granulirtem Zinn und verdünnter Salzsäure enthielten, oder, wenn wir bei gewöhnlicher Temperatur arbeiteten, waren Zinn und Salzsäure mit der Platinchloridlösung in vier etwa vierzig Cmt. hohen Cylindern vertheilt, welche durch seitliche nahe am Boden befindliche Tubulaturen mit einander vereiniget waren; zweckmäßig verbindet man mit dem letzten Cylinder noch zwei bis drei große Kolben mit Eisenvitriollösung, um das entweichende, bei der Reaction nicht verbrauchte Stickoxyd zu absorbiren; durch Auskochen der Lösung läßt sich dasselbe wieder gewinnen und für neue Operationen nutzbar machen.

Am Beginne der Reaction tritt bedeutende Erwärmung ein, nach etwa zweistündigem Durchleiten des Stickoxydgases ist der Proceß beendet; die vom ungelösten Zinn abgegossene Flüssigkeit wird mit Wasser verdünnt, das Zinn durch Einleiten von Schwefelwasserstoff vollständig entfernt und die vom Schwefelzinn abfiltrirte Flüssigkeit im Wasserbade zur Trockene verdampft. Die trockene Salzmasse, welche etwa zur Hälfte aus Chlorammonium besteht und immer auch eine kleine Menge Eisenchlorid enthält, wird zur Entfernung des letzteren mit kaltem absoluten Alkohol gewaschen, sodann mit absolutem Alkohol ausgekocht, wobei das Chlorammonium zum großen Theile ungelöst bleibt, während das salzsaure Hydroxylamin in Lösung geht; der in der Lösung enthaltene Salmiak wird durch eine alkoholische Platinchlorid-Lösung als Platinsalmiak gefällt und abfiltrirt, im Filtrate hat man reines salzsaures Hydroxylamin mit dem überschüssig zugesetzten Platinchlorid; durch Hinzufügen einer genügenden Quantität von wasserfreiem Äther scheidet sich das salzsaure Hydroxylamin in kleinen Krystallen ab, welche mit Äther gewaschen und aus absolutem Alkohol umkrystallisirt werden.

Die nach dem beschriebenen Vorgange erhaltene Verbindung zeigt alle von W. Lossen (l. c.) angegebenen Reactionen des salzsauren Hydroxylamines, dessen chemische Zusammensetzung und Krystallform.

Die Analyse der Verbindung ergab folgende Resultate:

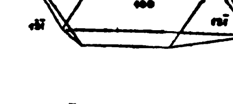
I. 0·368 Grm. Substanz gaben 0·7676 Grm. Chlorsilber und 0·0003 Grm. metall. Silber, entspr. 0·190 Grm. Chlor, oder 51·6 pCt.

II. 0·2012 Grm. Substanz gaben 0·4158 Grm. Chlorsilber und 0·0017 Grm. metall. Silber, entspr. 0·1033 Grm. oder 51·3 pCt. Chlor.

III. 0·253 Grm. Substanz gaben nach der Methode von Dumas bei 20° und 0·7532 Mtr. Barometerstand feucht gemessen 45·5 CC. = 0·05158 Grm. = 20·4 pCt. Stickstoff.

	Berechnet für NH_3O, HCl		Gefunden		
			I.	II.	III.
N	14	20·14			
H_4	4	5·76			20·4
Cl	35·5	51·08	51·6	51·3	
O	16	23·02			
		100·00			

Herr A. Březina, Assistent am kaiserl. Hof-Mineralien-Cabinete hatte die Güte die krystallographische Bestimmung an Krystallen vorzunehmen, welche durch langsames Verdampfen einer alkoholischen Lösung erhalten wurden; die nebenstehende Figur macht die Form der gemessenen Krystalle ersichtlich, als Resultat der Messungen theilt uns Herr A. Březina folgendes mit: „Krystallform identisch mit der von v. Lang am Lossen'schen Präparate beobachteten. Octaëder ähnliche Krystalle, durch (100) (001) (Ī21) gebildet.



	Březina		v. Lang
(100) (001)	87° 6		87°16
(12Ī) (Ī21)	83 20	approx.	82 58

Es ist somit die Identität der von uns aus Stickoxyd und Wasserstoff dargestellten Verbindung mit dem Lossen'schen Hydroxylamin erwiesen.

Die Bildung des Hydroxylamines aus Salpetersäure-Äthyläther durch Einwirkung von Zinn und Salzsäure, dürfte aller Wahrscheinlichkeit nach im Endprocesse auf die von uns beobachtete Reaction

zurückführbar sein; Lossen nimmt an (l. c.), daß der Salpetersäure-Äthyläther zunächst in Alkohol und Salpetersäure zerfällt, und daß das Hydroxylamin durch die Einwirkung der Salpetersäure auf Zinn und Salzsäure entsteht.

Durch das Zinn wird aus der Salpetersäure zum Theile wenigstens Stickoxyd gebildet, Zinn und Salzsäure liefern den Wasserstoff, und so sind die Bedingungen geliefert, unter denen wir die directe Bildung des Hydroxylamines durch Addition beobachtet haben.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

LX. BAND.

ZWEITE ABTHEILUNG.

10.

Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Physiologie, Meteorologie, physischen Geographie und Astronomie.

XXVI. SITZUNG VOM 2. DECEMBER 1869.

Herr Prof. Dr. V. Ritter v. Zepharovich in Prag übersendet die 4. Reihe seiner „Mineralogischen Mittheilungen".

Herr Director K. v. Littrow theilt mit, daß Herr W. Tempel in Marseille am 28. November abermals einen teleskopischen Kometen entdeckt habe und daß dieser an der k. k. Wiener Sternwarte durch Herrn Prof. Dr. Edm. Weiß constatirt worden sei.

Herr Prof. Dr. V. v. Lang überreicht eine Abhandlung des Herrn Aristides Březina, betitelt: „Entwickelung der tetartosymmetrischen Abtheilung des hexagonalen Krystallsystems, nebst Bemerkungen über das Auftreten der Circularpolarisation".

Herr Prof. Dr. F. Ritter v. Hochstetter übergibt die dritte Mittheilung über „die Erdbebenfluth im Pacifischen Ocean vom 13. bis 18. August 1868".

Herr Custos Dr. A. Schrauf legt den ersten Theil seiner „Studien an der Mineralspecies Labradorit" vor.

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Accademia Gioenia di Scienze naturali di Catania: Atti. Serie III^a, Tomo II & III. Catania, 1868 & 1869; 4°. — Relazione dei lavori scientifici. 1866, 1867, 1868. Catania, 1869; 4°. — Aradas, Andrea, Elogio accademico del Prof. Cav. Carlo Gemmellaro. Catania, 1869; 4°.

American Journal of Science and Arts. Vol. XLVIII, Nr. 143. New Haven, 1869; 8°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1779—1781. Altona, 1869; 4°.

Ateneo Veneto: Atti. Serie II., Vol. V. punt. 4^a. Venezia, 1869; 8°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXIX, Nrs. 19—20. Paris, 1869; 4°.

Cosmos. XVIII° Année. 3° Série. Tome V, 21°—22° Livraisons. Paris, 1869; 8°.

Eichwald, Eduard v., Die *Lethaea Rossica* und ihre Gegner. I. Nachtrag. Moskau, 1868: 8°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Verhandlungen und Mittheilungen. XXX. Jahrg. Nr. 36—37. Wien, 1869; 8°.

Graber, Vitus, Die meteorologischen Verhältnisse von Vinkovci im Jahrescyclus vom 1. August 1868 bis 31. Juli 1869. Essek, 1869; 8°.

Isis: Sitzungsberichte. Jahrgang 1869, Nr. 7—9. Dresden; 8°.

Istituto, R., Veneto di Scienze, Lettere ed Arti: Atti. Tomo XIV°, Serie III°, Disp. 10°. Venezia, 1868—69; 8°.

Jahres-Bericht des ersten Wiener Lehrervereines „Die Volksschule". 1869. Wien; 8°.

Kořistka, Carl, und J. Krejčí, Archiv für die naturwissenschaftliche Landesdurchforschung von Böhmen. I. Bd. Prag, 1869; 4°.

Landbote, Der steirische. 2. Jahrgang, Nr. 24. Graz, 1869; 4°.

Moniteur scientifique. Tome XI°, Année 1869, 310° Livraison. Paris; 4°.

Mühry, A., Allgemeines Klima der Schweiz. gr. 8°.

Nature. Vol. I, Nr. 3—4. London, 1869; 4°.

Peschka, Gustav Ad. V., Dimensionirung von Maschinentheilen, welche im Maschinenwesen eine vielseitige Verwendung finden. Brünn, 1869; 8°.

Plantamour, E., Résumé météorologique de l'année 1868 pour Genève et le Grand Saint-Bernard. Genève, 1869; 8°.

Reichsanstalt, k. k. geologische: Jahrbuch. Jahrgang 1869, XIX. Band, Nr. 3. Wien; 4°. —Verhandlungen. Jahrgang 1869, Nr. 14—15. Wien; 4°.

Revue des cours scientifiques et littéraires de la France et de l'étranger. VI° Année, Nrs. 51—52. Paris & Bruxelles, 1869; 4°.

Société botanique de France: Bulletin. Tome XVI°, 1869. Session extraordinaire à Pontarlier, Juillet 1869. Paris; 8°.

Verhandlungen der vom norddeutschen Bundeskanzleramt zusammenberufenen Commission für die Vorberathung der für die Beobachtung des Venusdurchgangs von 1874 zu ergreifenden Maßregeln. Berlin, 1869; Fol.

Wiener Landwirthschaftliche Zeitung. XIX. Jahrgang, Nr. 47 bis 48. Wien, 1869; 4°.

— Medizin. Wochenschrift. XIX. Jahrgang, Nr. 93—96. Wien, 1869; 4°.

Die Erdbebenfluth im Pazifischen Ocean vom 13. bis 18. August 1868, nach Beobachtungen an der Küste von Australien.

Von dem c. M. Prof. Dr. Ferdinand v. Hochstetter.

(Mit 1 Tafel.)

(Dritte Mittheilung.)

Bei den früheren Mittheilungen, welche ich der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften über die Erdbebenfluth im Pazifischen Ocean im Jahre 1868 zu machen die Ehre hatte [1]), hatte ich Veranlassung zu bemerken, daß genauere Nachrichten über dieses Ereigniß, namentlich von der Küste von Australien von größter Wichtigkeit wären. Ich wandte mich deßhalb brieflich nach Sydney und erhielt durch die gütige Vermittlung des Herrn Gerard Krefft am Australian Museum von Herrn G. R. Smalley, Governement Astronomer in Sydney, ein Document zugeschickt, das in so authentischer Weise als man nur wünschen kann, über die Meeresschwankungen, welche in Folge des Erdbebens in Peru, in Port Jackson, dem Hafen von Sydney, sich bemerkbar machten, Aufschluß gibt.

Es sind dieß nämlich Copien der Blätter des selbstregistrirenden Fluthmessers („self registering tide gauge"), der beim Fort Denison (Pinchgut Island) im Hafen von Sydney aufgestellt ist. Die Blätter beziehen sich auf die ganze Periode der Störungen im Meeresniveau vom 14. bis 19. August und sind ein so überaus wichtiges und vielsagendes Document für dieses Naturereigniß, daß ich mir nicht versagen kann, eine Copie dieser Blätter in verkleinertem Maßstabe hier mitzutheilen.

Die Originalblätter sind Papierbögen von 0·38 Met. Höhe und 0·50 Met. Länge, die durch rothe Linien in Quadrate von 0·04 Met.

---

[1]) Siehe den LVIII. Bd. d. Sitzb. II. Abth. Nov.-Heft 1868 und LIX. II. Abth. Jänner-heft 1869.

Seite eingetheilt sind. Die Horizontallinien geben englische Fuße an und zwar von 1—9 Fuß, da die Gezeiten im Port Jackson innerhalb dieser Grenzen schwanken; die einzelnen Fuße sind durch blaue Horizontallinien noch weiter in 12 Zolle eingetheilt. Die verticalen Linien theilen die Stunden ab, und zwar hat jedes Blatt 12 Stunden von 9 Uhr bis wieder 9 Uhr, nach mitterer Sydney-Zeit; diese Stunden sind durch blaue Verticallinien noch weiter in 10 Minuten eingetheilt. Eine blaue Curve, welche der Apparat auf diesen Bögen beschreibt, entspricht den ersten 12 Stunden von 9 A. M bis 9 P. M., eine rothe Curve den zweiten 12 Stunden von 9 P. M bis 9 A. M. Die vorliegenden Blätter zeigen in dieser Weise die Fluthcurven vom 14. August 9ʰ A. M bis 19. August 9ʰ A. M.

Obwohl nun diese Curven für sich selbst sprechen und keine weitere Erklärung nothwendig machen, kann ich mich doch einiger weniger Bemerkungen nicht enthalten. Am 14. August zeigt die Fluthcurve durch den ungestörten Zug einer regelmäßigen Wellenlinie noch das ungestörte allmählige Steigen und Fallen des Wasserniveaus an. Die erste Störung wird bemerkbar am 15. August 2ʰ A. M. und gibt sich durch ein etwas rascheres Steigen des Wassers zu erkennen, das gleich darauf wieder fällt, um von neuem zu steigen und wieder ebenso rasch zu fallen u. s. f. Von diesem Zeitpunkt an ist der regelmäßige Verlauf der Gezeiten gestört; die Fluthcurve erscheint von 2ʰ an in der eigenthümlichsten Weise gezackt, und allen diesen Spitzen oder Zacken entsprechen ebenso viel einzelne Wellen von verschiedener Höhe, aber von einer durchschnittlichen Zeitdauer von 28—29 Minuten, Wellen, die also in rascher Aufeinanderfolge in den Hafen von Sydney eindrangen, und das Niveau des Wassers abwechselnd fallen und steigen machten. Jedoch vermochten diese kleineren Wellen den Gang der Ebbe und Fluth oder der großen lunaren Fluthwelle nicht so weit zu stören, daß diese selbst verwischt worden wäre. Die große lunare Welle erscheint durch die kleineren Erdbebenwellen nur wie gekräuselt; die letzteren sind am 15. und 16. August so deutlich ausgesprochen, daß man die einzelnen Wellen zählen kann: am 15. August 48 von 2ʰ Morgens an, am 16. August 51 einzelne Wellen; schon am 17. August werden viele der kleineren Wellen undeutlich, es lassen sich nur etwa 40 noch erkennen, am 18. August sind nur mehr 31 Wellen deutlich, und am 19. August nimmt die Fluthcurve wieder fast ihren

regelmäßigen Verlauf, so daß man also im Ganzen während der 4 Tage, an welchen die Schwankungen des Meeresniveaus andauerten, ungefähr 170 einzelne Wellen zählen kann. Besonders bemerkenswerth ist, daß die größeren Schwankungen zur Zeit des Hochwassers eintraten, oder kurz vor und kurz nach demselben. Die größte Störung trat ein 5 Stunden, nachdem die ersten Schwankungen überhaupt bemerkbar wurden, nämlich um $6^h\ 55^m$ A. M. am 15. August. Um diese Zeit, 2 Stunden nach Hochwasser, sank das Wasserniveau in 17 Minuten rasch um 1 Fuß 10 Zoll, und stieg gleich darauf wieder in 11 bis 12 Minuten um 1 Fuß 9 Zoll, während bei einem regelmäßigen Verlauf der Gezeiten das Wasser in diesem Zeitintervall von 28—29 Minuten langsam um 3 bis 4 Zoll hätte fallen müssen. Diese erste Hauptwelle, welche gegen 7^h A. M. am 15. August in den Port Jackson eindrang, ist es auch, die in ihrer Fortpflanzungsgeschwindigkeit, wenn wir sie von Arica an der Küste von Südamerika um $5^h\ 15^m$ P. M. am 13. August ausgehen lassen, vollkommen übereinstimmt mit der Welle, die nahezu auf demselben Weg am 15. August $6^h\ 30^m$ bei dem etwas östlicher gelegenen Newcastle an der australischen Küste ankam, wie ich in den früheren Mittheilungen über diesen Gegenstand gezeigt habe. Nichtsdestoweniger ist es eine höchst bemerkenswerthe Thatsache, daß dieser ersten Hauptwelle 12 kleinere Wellen vorauseilten, deren erste und zwar eine positive Welle, der keine negative vorausging, 5 Stunden früher an der Küste von Australien ankam, eine Thatsache, die wohl einer weiteren Discussion werth wäre, wenn von anderen Localitäten entsprechende Beobachtungen vorliegen würden. Eine ähnliche Thatsache scheint allerdings der in meiner zweiten Mittheilung wiedergegebene Bericht von Honolulu zu enthalten, der von einem Steigen des Meeres schon um 9^h am 13. August Abends spricht, also 3 Stunden früher, als die größeren Meeresschwankungen eintraten, die am 14. und 15. fortdauerten.

Wie weit der Gang der lunaren Fluth durch die gleichzeitige Erdbebenfluth gestört oder nicht gestört wurde, läßt sich auch aus der folgenden Tabelle erkennen, welche für die Tage vom 16. bis 19. August die Zeit des Eintrittes, so wie das Niveau von Tiefwasser und Hochwasser in Zahlenwerthen angibt, wie sie sich aus den Curven des selbstregistrirenden Fluthmessers ablesen lassen.

Tabelle.

Datum	Ebbe	Höhe engl. Fuß	Fluth	Höhe engl. Fuß	Zeitintervall	Niveau-Diff.	Bemerkungen
14. August	10h 35m A. M.	4' 5"			6h 20m	3' 10"5	Ungestörte Gezeiten.
			4h 55m P. M.	8' 3"5	6 50	4	
	11 45 P. M.	4 3"5			5 49	3 4·5	
15. August			5 34 A. M.	7 8"	5 32	3 2	Erste Störung 2h A. M. bemerkbar und dann fortdauernd den ganzen Tag, der Fluthmesser zeigt 48 einzelne Wellen an, größte Störung um 6h 55m A. M. bis 7h 23m A. M.
	11 6 A. M.	4 6"			6	5 1	
			5 6 P. M.	9 7	7 49	5 5	
16. August	0 55 A. M.	4 2			5 27	3 5·5	Störungen den ganzen Tag über, der Fluthmesser zeigt 51 einzelne Wellen an.
			6 22 A. M.	7 7"5	6 38	3 4·7	
	1 P. M.	4 3			5 40	5 1·5	
			6 40 P. M.	9 4·5	7 40	5 7·	
17. August	2 A. M.	3 9"5			5h 35	4	Störungen den ganzen Tag andauernd, der Fluthmesser zeigt 40 deutlich einzelne Wellen an.
			7 35 A. M.	7 9·5	5 40	3 9	
	1 15 P. M.	4 0·5			6 50	5 4·5	
			8 5 P. M.	9 5"	6 55	5 10·7	
18. August	3 A. M.	3 6·3			5 15	4 4	Störungen den ganzen Tag andauernd aber schwächer werdend, der Fluthmesser deutet noch 31 Wellen erkennbar an.
			8 15 A. M.	7 10"	6 20	3 8·2	
	2 35 P. M.	4 1·8			5 50	5 5.2	
			8 25 P. M.	9 7	7 20		
19. August	3 45 A. M.	3 6·7					Die Schwankungen im Meeresniveau verlieren sich allmählig und die Gezeiten nehmen wieder ihren regelmäßigen Verlauf.

Aus den Zahlenwerthen dieser Tabelle, so wie aus den Curven läßt sich ferner die allerdings längst schon bekannte Thatsache erkennen, daß die zwei Tagesfluthen verschieden sind an Höhe und Zeitdauer, und daß der höheren Fluth die tiefere Ebbe unmittelbar folgt. An den genannten Tagen waren die Nachmittagsfluthen die höchsten, die Mitternachtsebben die tiefsten. Die Nachmittagsfluthen waren durchschnittlich um 1 Fuß 9 Zoll höher als die Vormittagsfluthen (am 15. August um 1′ 11″, am 16. um 1′ 9″, am 17. um 1′ 7·5, am 19. um 1′ 9″), und diese Differenz in der Höhe der Nachmittags- und Vormittagsfluthen beträgt merkwürdigerweise genau so viel, als die größte Störung im Meeresniveau durch die Erdbebenwelle am 15. August 7^h A. M. Ich wollte diese Thatsache besonders hervorheben, wenn ich auch keinen Causalzusammenhang dafür finden kann.

Schließlich füge ich zur Vervollständigung des von mir gesammelten Materiales noch ausführlichere Nachrichten über die Erscheinungen auf der Insel Oparo bei, die ich in meiner zweiten Mittheilung nur kurz berührt habe.

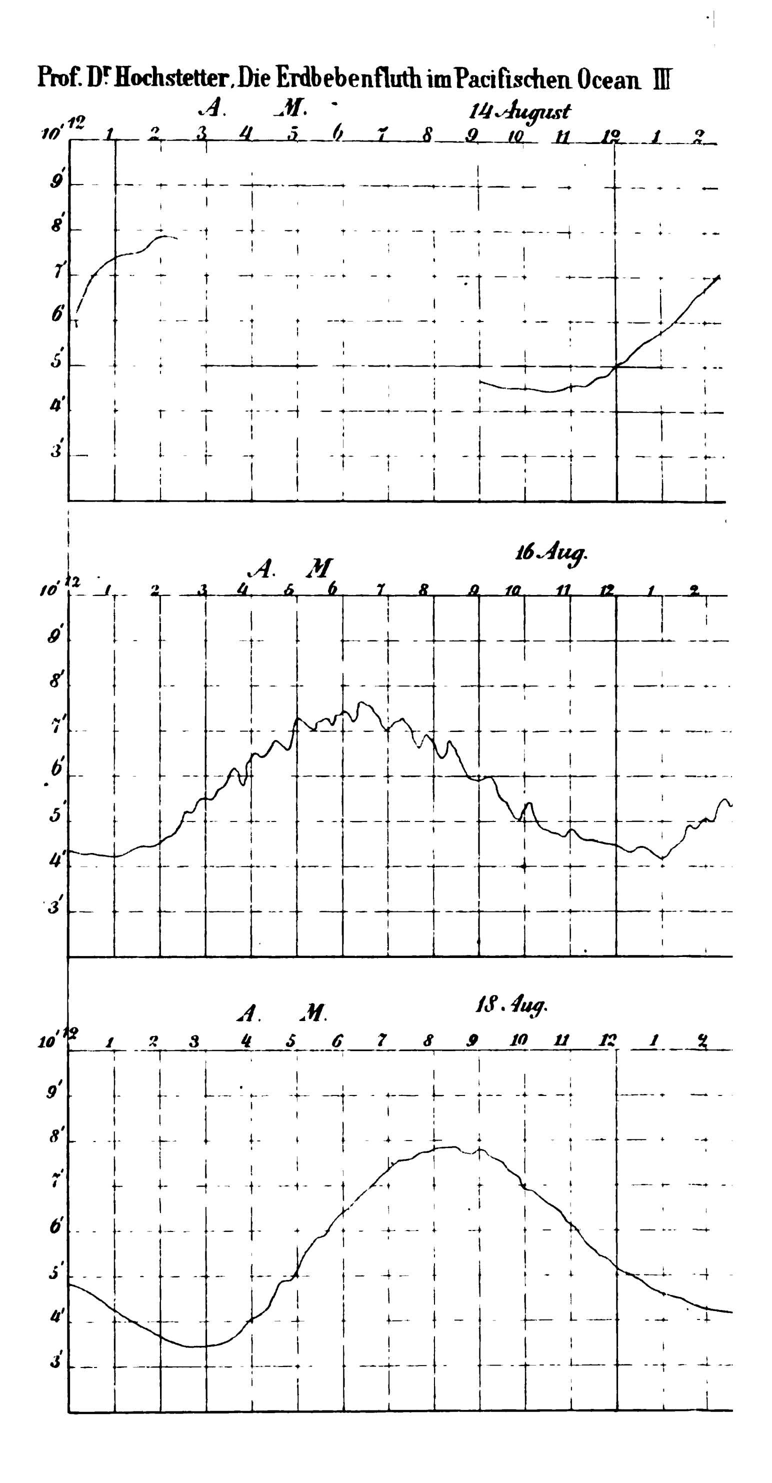
Insel Oparo oder Rapa (27° 40′ s. Br. 144° 17′ W. v. Gr., 4057 Seemeilen von Arica). Schiffslieutenant Xavier Caillet berichtet über die Fluthphänomene auf dieser als Kohlenstation der zwischen Panama und Neu-Seeland verkehrenden Dampfer bekannten und neuerdings unter französisches Protectorat gestellten Insel an seinen Bruder M. V. Caillet in Paris[1]): „In der Nacht vom 13. auf den 14. August gegen 11^h 30^m p. m. wurden die Bewohner von Rapa aufgeschreckt durch eine Fluth, die plötzlich in ihre Hütten eindrang. Diese dauerte nur eine Minute, aber sie genügte, um die Boote und alle leichten Gegenstände wegzuschwemmen.

Gegen Mitternacht hörten wir ein großes Wogengeräusch in der Ferne, dem gleich darauf ein Getöse am Eingange der Bai folgte. Fast im selben Augenblicke kam eine zweite Fluth, weniger stark als die erste, welche aber dennoch den Strand und die Straße überschwemmte. Gleichzeitig hörte man einen Felseinsturz von der Berg-

---

[1]) Note sur la Propagation, a travers l'ocean Pacifique, des ondulations formées au Pérou par le Tremblement de Terre du 13 Aout; par M. v. Caillet, examinateur de la Marine im Bulletin Hebdomadaire Nr. 107 vom 14. Februar 1869.

Prof. Dr. Hochstetter, Die Erdbebenfluth im Pacifischen Ocean III



seite, ohne jedoch einen Erdbebenstoß zu verspüren. Das Fluthphänomen kehrte neunmal wieder, in Zeitintervallen von ungefähr 20 Minuten zwischen jeder Fluth und an Stärke jedesmal abnehmend. Bei Tag war die Bai wie gewöhnlich glatt wie ein Spiegel, indessen zeigten Seepflanzen und Schiffstrümmer durch ihre Bewegung, daß das Wasser tief aufgeregt gewesen. Zwei Schiffe, die sich gegen ONO. im offenen Meere befanden, haben nichts Außerordentliches bemerkt. Die Schiffer, welche Abends zuvor nach Hause gekommen, hatten draußen eine schwache Brise von Südwest und ruhiges Meer gefunden. Übrigens war es die ganze Nacht hindurch ruhig in der Bai und das Wetter blieb schön; das Aneroid-Barometer hielt sich auf 29·5 (749 Millim.). Ich schreibe dieses Phänomen einer unterseeischen Hebung zu, welche im offenen Meere stattgefunden haben muß. Am Morgen hat man eine Menge Fische auf dem Trockenen gefunden".

Da die Zeitdifferenz zwischen Arica und Rapa 4 Stunden 56 Minuten beträgt, so ist 13. August 11^h 30^m p. m. in Rapa nach Arica-Zeit 14. Aug. 4^h 26^m a. m., und es ergibt sich somit für die Reise der ersten Welle bis Rapa, da wir 5^h 15^m p. m. bei allen unseren bisherigen Berechnungen als den Zeitpunkt des Abganges der ersten Welle von Arica angenommen haben, eine Zeitdauer von 11 Stunden und 11 Minuten, woraus sich die Geschwindigkeit der Welle nach obiger Distanz mit 362 Seemeilen per Stunde oder 610·9 engl. Fuß in der Secunde berechnet [1]). Diese Geschwindigkeit stimmt beinahe vollständig überein mit der auf der wenig südlicher gelegenen Route nach den Chatam-Inseln, die zu 360 Seemeilen per Stunde gefunden wurde. Da die Wogen in Zeitintervallen von 20 Minuten sich folgten, so muß die Breite jeder einzelnen Woge 120 Seemeilen betragen haben. Auch auf dieser Route stimmt die Geschwindigkeit der Erdbebenwelle mit der der lunaren Fluthwelle vollständig überein.

---

1) M. V. Caillet nimmt bei seiner Berechnung 5^h als den Zeitpunkt der Katastrophe für Arica an und findet daher als Geschwindigkeit in der oben angeführten Abhandlung 355 Seemeilen per Stunde oder 183 Meter in der Secunde.



XXVII. SITZUNG VOM 9. DECEMBER 1869.

Herr Dr. Leopold Jos. Fitzinger übersendet eine Abhandlung: „Kritische Durchsicht der Ordnung der Flatterthiere oder Handflügler *(Chiroptera)*. Familie der Kammnasen *(Rhinolophi)*. I. Abtheilung".

Die Direction des k. k. Unter-Gymnasiums zu Horn dankt, mit Zuschrift vom 1. December l. J., für die dieser Lehranstalt zugemittelten Separatabdrücke.

Herr Director Dr. G. Tschermak überreicht eine Abhandlung: „Über die Form und Zusammensetzung der Feldspathe".

Herr Dr. J. Peyritsch legt eine Abhandlung: „Über Bildungsabweichungen bei Umbelliferen" vor.

Herr Custos Dr. A. Schrauf übergibt eine Notiz über das Vorkommen des Brookit in Eisenglanz von Piz Cavradi, südlich von Chiamut im Tavetschthale Graubündens.

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Akademie der Wissenschaften, Königl. Preuss., zu Berlin: Monatsbericht. September und October 1869. Berlin; 8°.

Annalen der Chemie und Pharmacie von Wöhler, Liebig & Kopp. N. R. VII. Supplementband, Heft 1. Leipzig & Heidelberg, 1869; 8°.

Apotheker-Verein, allgem. österr.: Zeitschrift. 7. Jahrgang, Nr. 23. Wien, 1869; 8°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1782. Altona, 1869; 4°.

Bauzeitung, Allgemeine. XXXIII. u. XXXIV. Jahrgang. IV. bis XII. Heft. Nebst Atlas. Wien, 1868/9; 4°. u. Fol.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXIX, Nr. 21. Paris, 1869; 4°.

Cosmos. XVIIIe Année. 3e Serie, Tome VI, 23e Livraison. Paris, 1869; 8°.

Gesellschaft, k. k. geographische, in Wien: Mittheilungen. N. F. 3, Nr. 1. Wien, 1870; 8°.

— österr., für Meteorologie: Zeitschrift. IV. Band. Nr. 22—23. Wien, 1869; 8°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Verhandlungen und Mittheilungen. XXX. Jahrg., Nr. 38. Wien, 1869; 8°.

Jahrbuch, Neues, für Pharmacie und verwandte Fächer, von Vorwerk. Band XXXII, Heft 4. Speyer, 1869; 8°.

Lotos. XIX. Jahrgang, November 1869. Prag; 8°.

Mittheilungen aus J. Perthes' geographischer Anstalt. Jahrgang 1869, X. Heft. Gotha; 4°.

Moniteur scientifique. Tome XIe, Année 1869, 311e Livraison. Paris; 4°.

Nature. Vol. I, Nr. 5. London, 1869; 4°.

Pictet, F. J., Rapport sur l'état de la question relative aux limites de la période Jurassique et de la période crétacée. (Archives des Sciences de la Biblioth. Univers. Nov. 1869.) 8°.

Revue des cours scientifiques et littéraires de la France et de l'étranger. VIIe Année, Nr. 1. Paris & Bruxelles, 1869: 4°.

Société Impériale des Naturalistes de Moscou: Bulletin. Année 1869, Tome XLII, Nr. 1. Moscou; 8°.

— des Sciences naturelles de Neuchatel: Bulletin. Tome VIII, 2e cahier. Neuchatel, 1869; 8°.

— botanique de France: Bulletin. Tome XVIe, 1869. Revue bibliographique D. Paris; 8°.

Society, The Asiatic, of Bengal: Journal 1869. Part I, Nr. 2; Part II, Nrs. 2—3. Calcutta; 8°. — Proceedings 1869. Nrs. V bis VII. May—July. Calcutta; 8°.

Wiener Landwirthschaftliche Zeitung. XIX. Jahrgang, Nr. 49. Wien, 1869; 4°.

— Medizin. Wochenschrift. XIX. Jahrgang, Nr. 97—98. Wien, 1869; 4°.

Zeitschrift für Chemie von Beilstein, Fittig & Hübner. XII. Jahrgang. N. F. V. Band, 20.—22 Heft. Leipzig, 1869; 8°.

XXVIII. SITZUNG VOM 16. DECEMBER 1869.

Herr Prof. Dr. A. E. Reuss übergibt eine Abhandlung: „Bryozoi fossili italiani", 3ª contribuzione, von Herrn Dr. A. Manzoni.

Herr Prof. Dr. A. Winckler überreicht eine Abhandlung: „Über einige zur Theorie der bestimmten Integrale gehörigen Formeln und Methoden".

Herr Prof. Dr. Ew. Hering legt eine Abhandlung vor: „Über den Einfluß der Athmung auf den Kreislauf. I. Über Athembewegungen des Gefäßsystems".

Herr Director K. v. Littrow übergibt eine für den Anzeiger bestimmte Notiz über die Elemente des Kometen III. 1869 von Herrn Dr. Tiele in Bonn.

Herr Dr. Th. Oppolzer überreicht die zweite Abhandlung „Über die Bestimmung einer Kometenbahn".

Herr Dr. F. Steindachner legt die II. Abtheilung seiner Abhandlung: „Zur Fischfauna des Senegal" vor.

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Académie Royale des Sciences, des Lettres et des Beaux-Arts de Belgique: Mémoires. Tome XXXVII. Bruxelles. 1869; 4°. — Bulletin. 37ᵉ Année, 2ᵉ Série, Tomes XXV—XXVI. 1868. Bruxelles; 8°. — Annuaire. XXVᵉ Année. 1869. Bruxelles; 8°. — Compte-rendu de la Commission Royale d'histoire. Tome Xᵉ, 2ᵉ—5ᵉ Bulletins. Bruxelles, 1868; 8°.

American Journal of Science and Arts. Vol. LXVIII, Nr. 142. New Haven, 1869; 8°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1783 (Bd. 75, Nr. 7.) Altona, 1869; 4°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXIX, Nr. 22. Paris, 1869; 4°.

Cosmos. XVIII° Année. 3°. Série, Tome VI, 24°. Livraison. Paris, 1869; 8°.

Gesellschaft, Königl. bayer. botanische, in Regensburg: Flora. XIX.—XXV. Jahrgang. Regensburg, 1861—1867; 8°. — Repertorium der periodischen Literatur. I.—III. Jahrg. 1864 bis 1866. Regensburg; 8°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Verhandlungen und Mittheilungen. XXX. Jahrg. Nr. 39. Wien, 1869; 8°.

Göttingen, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus dem Jahre 1868/9. 4°. u. 8°.

Landbote, Der steirische. 2. Jahrg., Nr. 25. Graz, 1869; 4°.

Magazijn voor Landbow en Kruidkunde. N. R. VIII. Deel, 5. Aflevering. Utrecht, 1868; 8°.

Musée Teyler: Archives. Vol. I, Fasc. 4°, 1869; Vol. II, Fasc. 1ʳ—2°, 1869. Harlem, Paris, Leipzig; 4°.

Nature. Vol. I, Nr. 6. London, 1869; 4°.

Observatoire Royal de Bruxelles: Observations des phénomènes périodiques pendant les années 1865 et 1866. 4°.

Quetelet, Ad., Physique sociale ou essai sur le développement des facultés de l'homme. Tome I. Bruxelles, Paris, St. Pétersbourg, 1869; 8°. — Taille de l'homme à Venise pour l'âge de vingt ans. 8°. — Progrès des travaux statistiques. 8°.

Revue des cours scientiques et littéraires de la France et de l'étranger. VII° Année, Nr. 2. Paris & Bruxelles, 1869; 4°.

Société géologique de France: Bulletin. 2° Série. Tome XXV, Nr. 4. Paris, 1867 à 1868; 8°.

Society, The Royal, of London: Philosophical Transactions. Vol. 158, Parts I & II. London, 1868 & 1869; 4°. — Proceedings. Vol. XVI, Nrs. 101—104; Vol. XVII, Nrs. 105—108. London. 1869; 8°. — Catalogue of Scientifique Papers. (1800—1863.) Vol. II. London, 1868; 4°. — The Flora and Fauna of the Silurian Period. By John J. Bigsby. London, 1868; 4°. — Materials for a Fauna and Flora of Swansea and the Neighbourhood. By L. W. Dillwyn. Swansea, 1848; kl. 4°.

Society, The Asiatic, of Bengal: Journal. Part I, Nr. 1. 1869. Calcutta; 8°. — Proceedings. 1869, Nr. 4. Calcutta; 8°. — *Bibliotheca Indica*. Old Series. Nrs. 220—221. 1867 & 1868; New Series. Nrs. 110—163. 1867—1869. Calcutta; 4°. & 8°.

Wiener Landwirthschaftl. Zeitung. XIX. Jahrgang, Nr. 50. Wien, 1869; 4°.

— Medizin. Wochenschrift. XIX. Jahrgang, Nr. 99—100. Wien, 1869; 8°.

Würzburg, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus den Jahren 1866—1869. 4° & 8°.

Über den Einfluß der Athmung auf den Kreislauf.

Erste Mittheilung.

Über Athembewegungen des Gefässsystems.

Von **Ewald Hering.**

(Mit 3 Tafeln.)

Im Laufe der zwei letzten Jahre sind in dem von mir geleiteten Laboratorium mannigfache Erfahrungen über den in der Aufschrift bezeichneten Gegenstand gesammelt worden, zum Theil bei Gelegenheit von Versuchen, welche zunächst zur Entscheidung ganz anderer Fragen angestellt wurden. Dabei haben nicht nur viele Angaben anderer Forscher, welche seither noch vereinzelt dastanden, Bestätigung gefunden, sondern es haben sich auch neue Thatsachen und neue Gesichtspunkte erschlossen. Der Gegenstand ist an sich ein höchst verwickelter, und das mir vorliegende Versuchsmaterial sehr umfangreich. Zu einer monographischen Darstellung ist der Gegenstand jedoch noch nicht hinreichend reif, weßhalb ich es vorziehe, in einzelnen kürzeren Mittheilungen dasjenige zu veröffentlichen, was mir von besonderem Interesse erschienen ist. Bei den Untersuchungen selbst bin ich von den Herren Béla de Machik, Sustschinsky, Horvath, Toldt und Kratschmer in der erfolgreichsten Weise unterstützt worden, und was insbesondere den Inhalt der vorliegenden ersten Mittheilung betrifft, so ist derselbe das Ergebniß von Untersuchungen, an welchen Herr Dr. Horvath aus Kiew hervorragenden Antheil genommen hat.

§. 1.

Historisches.

Die Beziehungen zwischen Athmung und Kreislauf sind bereits nach zwei Seiten hin Gegenstand experimenteller Forschung gewesen. Einerseits nämlich hat man den Einfluß der Athembewegungen auf den Blutdruck und die Schlagfolge des Herzens untersucht, und dabei besonders die verschiedene Spannung der Lungenluft bei der Ein- und Ausathmung, so wie die hiedurch bedingten Veränderungen desjenigen Druckes berücksichtigt, unter welchem die im Brustkasten eingeschlossenen Theile stehen. Andererseits ist auf die Änderungen aufmerksam gemacht worden, welche sich bei tieferen Störungen des Blutgaswechsels und insbesondere bei der Erstickung im Blutdrucke und in der Herzthätigkeit zeigen, und zwar auch dann, wenn durch Lähmung der Versuchsthiere mit Curare die spontanen Athembewegungen ausgeschlossen sind.

Aus der Reihe hierhergehöriger Untersuchungen seien für jetzt nur die wenigen erwähnt, welche in nächster Beziehung zu dem Inhalte dieser ersten Mittheilung stehen, während die übrigen später berücksichtigt werden sollen.

Zunächst ist hier eine kurze Mittheilung Thiry's „über das Verhalten der Gefäßnerven bei Störungen der Respiration“ [1]) anzuführen. Derselbe beobachtete am bloßgelegten Herzen von Säugethieren bei Unterbrechung der künstlichen Respiration „eine dauernde, rasch oder nur allmählig eintretende starke Erweiterung des Herzens, sowohl wenn die Vagi durchschnitten, als wenn sie unversehrt waren“.

Thiry bezog diese Eiweiterung auf „ein dem Blutstrome sich entgegenstellendes Hinderniß“, welches er in der Contraction der kleinen Arterien zu finden glaubte. In der That sah er an curarisirten Kaninchen „alle kleineren Arterien, deren man ansichtig werden kann, bis zum Verschwinden ihres Lumens contrahirt“, am besten

1) Medic. Centralblatt 1864 Nr. 46. p. 722.

dann, wenn er die Erstickung nicht blos durch Aussetzen der künstlichen Athmung, sondern durch Athmung eines Gemisches von $^1/_3$ Kohlensäure und $^2/_3$ Sauerstoff herbeiführte. „Der Erfolg war der nämliche und nicht minder mächtig, als bei Tetanisirung des Halsmarkes“, welche bekanntlich, wie Ludwig und Thiry zeigten, ebenfalls Contraction der kleinen Arterien bis zur Undurchgängigkeit herbeiführt.

Thiry versprach endlich die Mittheilung weiterer Beobachtungen zum Beweise dafür, „daß in dem erwähnten Versuche das mit Kohlensäure beladene Blut nicht durch directe Einwirkung im Vorbeiströmen die Gefäßmuskeln zur Contraction veranlaßte, sondern daß dieses indirect durch Erregung vielleicht sämmtlicher Gefäßnerven vom centralen Nervensystem aus *(Medulla oblongata)* geschah“.

Sein vorzeitiger Tod hat die Erfüllung dieses Versprechens vereitelt, aber offenbar handelte es sich um Wiederholung der Versuche an Thieren, deren Halsmark durchschnitten war.

Schon vor Thiry hatte Traube nicht nur die vom ersteren beschriebene Erweiterung des Herzens an Kaninchen beobachtet, denen er ein Gasgemenge von 31% Sauerstoff, 28% Kohlensäure und 41% Stickstoff wiederholt eingeblasen hatte[1]), sondern auch gesehen, daß bei curarisirten Thieren, denen nach Durchschneidung der Vagi Einblasungen eines kohlensäurehaltigen Gasgemenges gemacht wurden, der Blutdruck in die Höhe ging[2]). Er hatte jedoch die erstere Erscheinung unerklärt gelassen, die letztere dagegen daraus erklärt, daß die Kohlensäure erregend auf das muskulomotorische Nervensystem des Herzens wirke. Überhaupt hatte dieser Forscher sich, wie bekannt, sehr vielfach mit den Erscheinungen beschäftigt, welche bei Störungen der Athmung im Kreislauf eintreten, dabei aber seine Aufmerksamkeit ausschließlich dem Herzen zugewendet. Die Untersuchung Ludwig's und Thiry's über die Wirkung der Halsmarkreizung auf die Gefäße führte ihn zu einer anderen Deutung des zum Theil schon früher Gesehenen. In Folge dessen gab er im Jahre 1865 eine Mittheilung „über periodische

---

[1]) Medic. Centralzeitung v. 14. Mai 1862.

[2]) Medic. Centralzeitung v. 9. December 1863.

Thätigkeitsäußerungen des vasomotorischen und Hemmungs-Nervencentrums[1]."

„Wenn, sagt Traube, bei einem durch Worara bewegungslos gemachten Thiere, dem die Vagi durchschnitten sind, die (bis dahin regelmäßig unterhaltene) künstliche Respiration suspendirt wird, so steigt der Druck im Aortensystem, oft über das Doppelte der ursprünglichen Höhe."

„Dieses Ansteigen kann mehrere (2—3) Minuten dauern, und während desselben zeigt die Druckcurve, obgleich das Thier bewegungslos da liegt, und auch die passiven Bewegungen des Brustkastens aufgehört haben, regelmäßige, große, wellenförmige Schwankungen. Die Zahl dieser Wellen kann sich bis auf sieben in der Minute belaufen und ihre Höhe mehr als 40 Mm. betragen."

„Der auf- und absteigende Theil einer Welle kann gleiche Länge und gleiche Neigung haben. Wenn dies nicht der Fall ist, dann ist der aufsteigende Theil stets kürzer und steiler, als der absteigende. Die Pulsfrequenz (i. e. die Zahl der Herzcontractionen in der Zeiteinheit) ist im auf- und absteigenden Theil der Welle gleich groß."

„Hat die Suspension 2—3 Minuten gedauert, so beginnt der Druck zu sinken; doch können dann noch 1—2 Minuten verfließen, ehe der linke Ventrikel zu schlagen aufhört. In diesem Zeitraum (d. h. von dem Augenblick, wo der Druck zu sinken beginnt, bis zu dem Augenblick, wo der linke Ventrikel zu schlagen aufhört) verschwinden die beschriebenen wellenförmigen Schwankungen; man beobachtet höchstens noch eine oder zwei im Beginne dieses Zeitraums, welche überdies flacher sind, als die vorhergegangenen Wellen."

„Wird zu der Zeit, wo der linke Ventrikel abzusterben droht, die künstliche Respiration wieder aufgenommen, so gehen Druck- und Pulsfrequenz von Neuem und mit großer Geschwindigkeit in die Höhe, auch stets weit über die vor der Suspension beobachteten Werthe hinaus. Dann kommt ein Zeitraum der allmähligen Ausgleichung, in welchem Druck- und Pulsfrequenz langsam ihrem ursprünglichen Stande sich nähern. In diesem Zeitraum beobachtet

---

1) Medic. Centralblatt 1865 Nr. 56. p. 881.

man, außer den regelmäßigen Schwankungen der Druckcurve, welche von den Einblasungen und von den Herzcontractionen abhängig sind, eine dritte Art größerer Wellen, bisweilen nur zwei in der Minute, an denen die beiden anderen Wellenarten sich als Erhebungen zweiter und dritter Ordnung darstellen."

In der Erklärung dieser von ihm schon früher beobachteten Erscheinungen schließt sich Traube nunmehr an Thiry an. Er fand nämlich weiter: 1. „Daß, wenn bei narcotisirten Thieren, denen das Rückenmark zwischen dem ersten und zweiten Halswirbel zerquetscht und die Vagi durchschnitten sind, die künstliche Respiration suspendirt wird, der Druck nur unbedeutend oder gar nicht mehr in die Höhe geht, und schon nach kurzer Zeit zu sinken beginnt. 2. Daß dann auch die großen periodischen Schwankungen der Druckcurven wegfallen, welche man sonst während und nach der Suspension beobachtet". „Hieraus ergiebt sich", fährt Traube fort, „nicht nur direct die Richtigkeit der Erklärung, welche Thiry von dem Ansteigen des Druckes im Aortensystem bei Unterbrechung der künstlichen Respiration gab, sondern auch der Schluß, daß das in der *Medulla oblongata* befindliche Centrum des vasomotorischen Nervensystems unter dem erregenden Einfluß der Kohlensäure in eine periodische Thätigkeit gerathen kann, mit anderen Worten, daß die Kohlensäure durch ihre erregende Wirkung auf das vasomotorische Nervencentrum abwechselnd und in rhythmischer Weise Contraction und Erschlaffung der Körperarterien hervorzurufen vermag. Daß diese Wirkung der Kohlensäure nicht darauf beruht, daß sie abwechselnd in größerer und geringerer Menge dem vasomotorischen Nervencentrum zugeführt wird, liegt auf der Hand. Denn unzweifelhaft wächst ja der Gehalt des Blutes an Kohlensäure mit der Zeit der Erstickung, d. h. mit der Zeit, die seit dem Augenblick der Uenterbrchung der künstlichen Respiration verflossen ist. Einen directen Beweis aber für die Richtigkeit unserer Ansicht liefert die Thatsache, daß solche große Schwankungen der Druckcurve, wie sie nach langen Suspensionen der künstlichen Respiration zum Vorschein kommen, sich auch bei Kohlensäureeinblasungen, d. h. bei Einblasungen eines Gasgemenges einstellen, das 20 Perc. und mehr Kohlensäure enthält. Wenn solche Einblasungen bei worarisirten Thieren, denen die Vagi durchschnitten sind, gemacht werden, dann zeigt die Druckcurve ebenfalls große wellenförmige Schwankungen,

an denen die respiratorischen und cardialen Elevationen als untergeordnete Erhebungen zweiter und dritter Ordnung sich darstellen. Die periodische Contraction und Erschlaffung der Körperarterien unter dem Einfluß der Kohlensäure hängt also von der abwechselnden Erregung und Ermüdung des vasomotorischen Nervencentrums ab".

Thiry und Traube stimmen also darin überein, daß die bei der Erstickung eintretende Steigerung des arteriellen Blutdruckes durch eine Erregung eines in der *Medulla oblongata* angenommenen vasomotorischen Nervencentrums und die dadurch bedingte Contraction der kleinen Arterien hervorgerufen werde. Traube erweitert, in Hinblick auf das von ihm beobachtete wellenförmige Ansteigen des Druckes, diese Hypothese noch dahin, daß er eine rhythmisch abwechselnde Erregung und Ermüdung des vasomotorischen Nervencentrums annimmt. Beide sehen übrigens in der Kohlensäure den wirkenden Reiz.

Gegen die Hypothese Thiry's sprach sich im Jahre 1866 Pokrowsky[1]) mit Entschiedenheit aus. Derselbe machte Erstickungsversuche an Kaninchen, welche er Wasserstoff oder Kohlenoxyd oder endlich ein Gemisch von Kohlensäure und atmosphärischer Luft activ oder passiv athmen ließ. Er beobachtete an Thieren, deren Vagi unversehrt waren, als erste Folge ein Ansteigen des Blutdruckes unter Zunahme der Pulsfrequenz, hierauf die aus den Versuchen von Traube und von Landois bekannte starke Vagusreizung, bei welcher die Herzschläge viel seltener wurden, und, wie Pokrowsky angibt, der Blutdruck absank. Erst jetzt, d. h. gleichzeitig mit einer starken Abnahme des arteriellen Blutdruckes, sah er die Arterien sich zusammenziehen, während dieselben vorher, nämlich so lange der Blutdruck erhöht war, ihr Kaliber nicht zu ändern schienen oder sich sogar ausdehnten. Demnach behauptet Pokrowsky, daß die Contraction der kleinen Arterien nicht die Ursache der anfänglichen Blutdrucksteigerung bei der Erstickung sein könne, daß vielmehr die kleinen Arterien erst dann sich verengern, wenn ein durch die starke Verzögerung der Herzschläge bedingtes Absinken des Blutdruckes ihren Collaps herbeiführe. Das anfängliche Steigen des

---

[1]) Reichert und Du Bois-Reymond, Archiv für Physiol. 1866. S. 59.

Blutdruckes erklärt Pokrowski aus der gesteigerten Pulsfrequenz, welche er gleichzeitig mit jenem beobachtete.

Eine im Jahre 1867 erschienene Arbeit von v. Bezold und Gescheidlen „über die Locomotion des Blutes durch die glatten Muskeln der Gefäße“ [1]) enthält Versuche, welche ebenfalls hierher gehören. Die genannten Forscher schnürten bei curarisirten Thieren das bloßgelegte Herz an der Basis zusammen, so daß das Gefäßsystem von den Herzkammern vollständig abgesperrt war, und maßen nach Ablauf von 1—2 Minuten den Blutdruck gleichzeitig im *Truncus anonymus* und in der *Vena cava inf.* oder in der *Vena jugul. ext.* Denselben Versuch wiederholten sie an Thieren, denen zuvor das Halsmark durchschnitten war. Es ergab sich, daß bei unversehrtem Rückenmarke 1—2 Minuten nach der Abschnürung des Herzens die Differenz zwischen arteriellem und venösem Blutdrucke „im Mittel“ aus allen Versuchen gleich Null, dagegen bei durchschnittenem Halsmarke der arterielle Blutdruck den venösen „im Mittel“ aus allen Versuchen um 43 Mm. (Lösung von kohlensaurem Natron) übertraf. Öfter überstieg bei unversehrtem Halsmark sogar die unter den genannten Umständen gemessene Spannung des Venenblutes die gleichzeitig gemessene Spannung des arteriellen. Die Verfasser schlossen hieraus, daß nach Abschnürung des Herzens das Blut aus dem arteriellen in das venöse System nicht blos durch die Elasticität der Gefäßwände, sondern durch eine vitale Contraction der Gefäßmuskeln hinübergetrieben werde, sofern nämlich das Rückenmark nicht durchschnitten sei, und demnach die durch die Aufhebung der Circulation bedingte Erregung des vasomotorischen Nervencentrums noch auf die Gefäßmuskeln wirken könne. Da die Aufhebung der Circulation in mancher Hinsicht einer Erstickung gleichkommt, so war es nothwendig, dieser Versuche hier kurz zu gedenken.

Die Versuche Traube's wurden 1868 von Kowalewsky und Adamük wieder aufgenommen [2]). Sie schnürten, wie v. Bezold und Gescheidlen, das Herz vom Gefäßsysteme ab und beobachteten, daß der in Folge dessen stark (z. B. von 137 auf 22 Mm. in der *Art. crur.*) abgesunkene Blutdruck sich später wieder (von 22 auf 42 Mm.) hob, oder daß wenigstens statt dieser Steigerung eine zeit-

[1]) Untersuchungen aus d. physiol. Laboratorium in Würzburg. Leipzig 1867.

[2]) Med. Centralblatt 1868 Nr. 37.

weilige Verzögerung im Sinken des Arteriendruckes bei der Herstellung des hydraulischen Gleichgewichtes in dem vom Herzen isolirten Gefäßsysteme eintrat." Aus diesem von der Herzthätigkeit völlig unabhängigen Steigen des arteriellen Blutdruckes schlossen sie im Einklang mit Thiry und Traube, aber im Widerspruch mit Pokrowsky, daß während der Erstickung eine erhöhte Contraction der Gefäßmuskeln eintritt. Sie frugen sich ferner, „ob die Erregung, welche diese Contraction hervorruft, centralen Ursprungs sei", wie dies Thiry und Traube annahmen. Zu diesem Zwecke durchschnitten sie curarisirten Thieren das Mark zwischen Atlas und zweitem Brustwirbel, sowie die Vagi und Sympathici am Halse, und erstickten die Thiere durch Aussetzen der künstlichen Athmung. Waren dabei Herz und Gefäßsystem noch in ungestörter Verbindung, so fanden sie, im Gegensatz zu Traube, ein wellenförmiges Ansteigen des arteriellen Blutdruckes während der Erstickung, aber dasselbe trat stets später ein, als bei unversehrtem Halsmarke, zum Theil erst 2—2, 5 Minuten nach dem Aussetzen der Ventilation. Die Wellen dieses Steigens waren niedriger und länger, und das Maximum der ganzen Curve kleiner. Wurde nach Durchschneidung des Halsmarkes und der oben genannten Nerven das Herz abgeschnürt, so trat ebenfalls nach dem starken Abfall ein schwaches Wiederansteigen des arteriellen Blutdruckes ein, welches jedoch keinen wellenförmigen Charakter hatte; hieraus schlossen die Verfasser, daß man bei der Erstickung nicht mit Traube die Ursache des vermehrten Tonus der Gefäße einzig und allein in der Erregung eines höher als der Atlas gelegnen vasomotorischen Centrums zu suchen hat".

Nehmen wir Pokrowsky aus, so stimmen alle angeführten Forscher darin überein, daß bei der Erstickung, gleichviel, ob dieselbe durch Aussetzen der künstlichen Athmung, oder durch Einblasen sauerstoffloser oder kohlensäurereicher Luft, oder durch Aufhebung der Blutcirculation herbeigeführt wird, eine vitale Gefäßcontraction eintritt. Dieselbe ist nach Thiry, Traube, v. Bezold und Gescheidlen bedingt durch eine unter den genannten Umständen eintretende Erregung eines oberhalb des Rückenmarkes angenommenen vasomotorischen Centrums, wähend Kowalewsky und Adamük zwar die Möglichkeit einer solchen Erregung eines vasomotorischen Centrums nicht bestreiten, aber auf eine von diesem Cen-

trum unabhängige vitale Gefäßcontraction das Hauptgewicht legen. Pokrowsky allein sucht die Ursache der bei der Erstickung eintretenden Blutdrucksteigerungen in einer erhöhten Thätigkeit des Herzens.

Was die bekannte Annahme Traube's und Thiry's betrifft, daß die Kohlensäure es sei, welche ebenso das vasomotorische, wie das Athmungscentrum in Erregung bringe, so werden wir in unserer Mittheilung von derselben ganz absehen und die Frage nach dem Stoffe im Blute, welcher den eigentlichen Reiz abgibt, ganz unerörtert lassen. Wir begnügen uns hier damit, zu wissen, daß die gesteigerte Venosität des Arterienblutes diejenigen Erscheinungen herbeiführt, welche die Dyspnoe und die Erstickung charakterisiren.

Der Ausdruck „Venosität des Blutes" aber bedarf einer näheren Erläuterung. Das Blut in den Arterien ist unter normalen Verhältnissen nicht absolut arteriell, denn wir können es, wie Rosenthal zeigte, durch künstliche Ventilation der Lunge noch arterieller machen. Ebensowenig ist für gewöhnlich das Blut im rechten Herzen absolut venös; wir können es durch Beeinträchtigung des Luftwechsels noch venöser machen. Als absolut arterielles Blut aber kann man das Blut in den Arterien eines Thieres bezeichnen, bei welchem durch ergiebige künstliche Ventilation die spontanen Athembewegungen völlig aufgehoben sind, kurzum, das Blut eines apnoischen Thieres.

Als absolut venöses Blut läßt sich dagegen das Blut eines soeben erstickten Thieres bezeichnen, welches ebensowenig athmet wie das apnoische Thier, aber aus einem ganz anderen Grunde, nämlich wegen Lähmung des nervösen Centralorganes für die Athembewegung (Rosenthal). Das Venenblut des normal athmenden Thieres ist also nur relativ venös, sein Arterienblut nur relativ arteriell. Bei jeder Beeinträchtigung des Gaswechsels in der Lunge entfernt sich nun das Arterienblut immer mehr von der Beschaffenheit des absolut arteriellen Blutes des apnoischen Thieres, das venöse nähert sich immer mehr dem absolut venösen Blute des eben erstickten Thieres.

Uns interessirt hier insbesondere die jeweilige Beschaffenheit des Arterienblutes, denn von ihr hängt das Auftreten oder Verschwinden der Erscheinungen ab, welche wir untersuchen wollen.

Wir möchten nun vorschlagen, vier Hauptarten von Arterienblut zu unterscheiden und dieselben der Kürze wegen mit besonderen Namen zu belegen:

1. Das apnoische Arterienblut, welches so absolut arteriell ist, daß das Athembedürfniß und damit die spontane Athembewegung aufhört.

2. Das eupnoische Arterienblut, wie es sich in den Arterien eines in ganz normaler Weise athmenden Thieres findet.

3. Das dyspnoische Arterienblut, welches sich dem Venenblute des normal athmenden Thieres mehr oder weniger nähert, und mit einem erhöhten Athembedürfniß auch erhöhte Frequenz oder Tiefe der spontanen Athembewegung veranlaßt.

4. Das Erstickungsblut, wie es sich in den Gefäßen eines soeben erstickten Thieres findet.

Wenn man bei einem curarisirten Thiere die künstliche Athmung unterhält, so kann man in vielen Fällen das Arterienblut apnoisch machen. Mindert man dann die Ventilation mehr und mehr, so wird das Arterienblut successiv eupnoisch, dyspnoisch und schließlich einige Zeit nach vollständig aufgehobener Ventilation zum Erstickungsblute.

§. 2.

Beschreibung der von Traube entdeckten wellenförmigen Schwankungen des Blutdruckes.

Es handelt sich, wie man sieht, in den oben auszugsweise mitgetheilten Arbeiten um eine ganze Reihe an sich verschiedener, aber doch in mancher Beziehung unter einander zusammenhängender Thatsachen. Nur eine derselben soll den besonderen Gegenstand dieser ersten Mittheilung bilden, nämlich das Auftreten regelmäßiger, wellenförmiger Schwankungen des Blutdruckes curarisirter Thiere, welche keine spontanen Athembewegungen mehr ausführen, und deren Vagi und Sympathici am Halse durchschnitten sind.

Traube hat solche „Wellen" der Blutdruckcurve bereits gesehen, jedoch nur bei der Erstickung, und für diesen besonderen Fall trefflich beschrieben. Wir halten es nicht für überflüssig, einige

Abbildungen des Phänomens zu geben (Curve I, II, III, V und VI) und die Darstellung Traube's in einigen Punkten zu ergänzen.

Sowohl Hunde als auch Katzen und Kaninchen zeigen nach der Curarisirung und Durchschneidung beider Vagi das wellenförmige Ansteigen des Druckes nach dem Aussetzen der künstlichen Athmung, aber weniger gut, wenn der ganze Versuch noch nicht lange gedauert, das Thier überhaupt noch nicht stärker erschöpft ist, als wenn beides der Fall ist. Ersteren Falls nämlich steigt der Druck nach dem Aufhören der Einblasungen oft so rasch an, daß die Deutlichkeit der Wellen verwischt wird, oder letztere gar nicht nachzuweisen sind. Je erschöpfter die Thiere sind, desto langsamer entwickelt sich die Drucksteigerung, desto deutlicher sind bis zu einem gewissen Grade der Erschöpfung die wellenförmigen Schwankungen. Ist das Thier allzusehr erschöpft, so werden die Wellen des Blutdruckes wieder undeutlicher. Bei Kaninchen sowohl, als auch, wenngleich seltener, bei Katzen, am seltensten bei Hunden kommt es vor, daß eine regelmäßige rhythmische Wiederkehr der Wellen gar nicht nachzuweisen ist.

Das Auftreten der Wellen ist keineswegs nur an das mehr oder weniger bald vorübergehende Stadium der Drucksteigerung nach dem Aussetzen der Ventilation geknüpft, sondern es zeigen sich regelmäßige rhythmische Schwankungen des Blutdruckes unter besonderen Umständen auch während der künstlichen Athmung, und zwar auf die Dauer, ohne daß dabei der Blutdruck, abgesehen von diesen wellenförmigen Schwankungen, zu größerer Höhe ansteigt. Hiefür geben die Curven IV und VII Beispiele.

Bedingung für den Eintritt der beschriebenen rhythmischen Hebungen und Senkungen des Blutdruckes ist ein gewisser Grad von Venosität des arteriellen Blutes. Um also die Wellen nicht blos vorübergehend, sondern auf die Dauer hervortreten zu lassen, muß man die Ventilation der Lunge langsam einschränken und dann, sobald die Wellen eingetreten sind, auf einem gewissen Grade der Einschränkung dauernd erhalten, was bei einiger Vertrautheit mit der Sache gelingt. Es versteht sich, daß dasselbe zu erreichen sein würde, wenn man zwar den Rhythmus und Umfang der künstlichen Athmung nicht änderte,

dafür aber ein, den Gaswechsel in der Lunge nicht genügend unterhaltendes Gasgemisch zur Ventilation benützte. Nur wäre diese Methode viel umständlicher.

Bekanntlich bewirkt das rhythmische Einblasen von Luft in die Lunge ebenfalls rhythmische Schwankungen des arteriellen Blutdruckes. Wenn es nun darauf ankommt, die oben erwähnten sozusagen natürlichen rhythmischen Schwankungen des Blutdruckes trotz der gleichzeitigen künstlichen Athmung deutlich zu erkennen, muß man dafür Sorge tragen, daß die durch die Ventilation erzeugten künstlichen Schwankungen die ersteren nicht zu sehr stören. Man erreicht dies am besten durch eine äußerst frequente Ventilation, bei welcher aber jede Einblasung einen sehr geringen Umfang hat, so daß trotz der Häufigkeit der Einblasungen doch das arterielle Blut eine gewisse Venosität behält und nicht apnoisch werden kann.

Auf den großen Wellen der natürlichen Blutdruckschwankungen zeigen sich dann die künstlich hervorgerufenen kleinen und häufigen Schwankungen als secundäre Wellen aufgesetzt, und auf diesen wieder, als tertiäre Wellen, die durch den Herzschlag bedingten Schwankungen.

Mit wachsender Dauer des Versuchs wird es immer leichter, das Arterienblut des Thieres, trotz der fortgesetzten Ventilation, auf dem zum Auftreten der Wellen nöthigen Grad der Venosität zu erhalten. Häufig bekommt man nach längerem Experimentiren an ein und demselben Thiere sehr schöne wellenförmige Curven, ohne sonderliche Mühe auf die Regelung der Ventilation zu verwenden, während man zu Anfang des Versuchs die Wellen nicht auf die Dauer erhalten konnte. Das Thier reagirt anfangs noch zu stark auf jede Änderung der künstlichen Athmung: jedes Zuviel der Ventilation bringt die bereits vorhandenen Wellen wieder zum Verschwinden; jedes Zuwenig läßt den Blutdruck dauernd ansteigen, und nur bei einem ganz bestimmten Grade der Ventilation zeigen sich die Wellen auf die Dauer, ohne daß der durchschnittliche Blutdruck steigt oder fällt. Die mit der Dauer des Versuchs wachsende Langsamkeit der Reaction des Thieres gegen die Änderung der künstlichen Athmung bedingt es auch, daß die schon längere Zeit benützten Thiere nach dem völligen Aussetzen der Ventilation nur ein sehr allmähliges Steigen des Blutdruckes zeigen, wobei sich dann meist

eine ganze Reihe der erwähnten Wellen auf der Blutdruckcurve entwickeln kann (Curve I und III).

An den Curven nun, welche regelmäßige Wellen zeigen, ohne daß der Blutdruck im Großen und Ganzen sich ändert oder mindestens nicht stark ansteigt, bemerkt man, daß der aufsteigende Theil einer Welle in der Regel kürzer ist, als der absteigende (Curve VII). Viel seltener sind der aufsteigende und absteigende Schenkel einer Welle gleich lang (Curve IV), äußerst selten ist der letzte länger als der erste.

Die Zeitlänge der Wellen ist ziemlich verschieden; sie schwankte bei Hunden zwischen 5″ und 15″, die mittlere Dauer näherte sich viel mehr der ersten als der zweiten Zahl; bei Katzen zwischen 3″ und 7″. Auch bei einem und demselben Thiere ist die Zeitlänge der Wellen durchaus nicht constant und ändert sich gewöhnlich, wenn die Venosität des Arterienblutes steigt oder fällt. Bei der Erstickung sind die letzten Wellen immer viel länger als die vorhergehenden. Den wesentlichsten Einfluß auf die Länge der Wellen zeigt die Größe der Thiere, insofern die erstere mit der letzteren zunimmt.

Die Höhe der Wellen zeigt noch viel größere Verschiedenheiten. An den höchsten betrug die Druckdifferenz zwischen dem Gipfel und dem tiefsten Punkte der Welle bei Hunden im Maximum 50 Mm. Abgesehen von andern noch unbekannten Bedingungen, welche die Höhe der Wellen bestimmen, hängt dieselbe erstens in der ausgesprochensten Weise von dem jeweiligen Zustande des Blutes ab. Bei apnoischem Arterienblute fehlen die Wellen, wie gesagt, ganz; je mehr sich aber das Blut vom apnoischen Zustande entfernt und dem stark dyspnoischen nähert, desto deutlicher, d. h. also höher, werden die Wellen. Überschreitet die Dyspnoe einen gewissen Grad, so werden die Wellen wieder seichter und zugleich länger. Zweitens hat die Größe des Thieres einen deutlichen Einfluß auf die Höhe der Wellen.

Was den durchschnittlichen Blutdruck betrifft, als dessen Schwankungen sich die beschriebenen Wellen darstellen, so wächst bei einem und demselben Thiere im Allgemeinen der Blutdruck mit der größern Deutlichkeit oder Höhe der Wellen, jedoch nur bis zu einem gewissen Grade, und immer vorausgesetzt, daß das Steigen des Blutdruckes durch wachsende Dyspnoe des Thieres und nicht

durch andere Umstände, z. B. die Reizung sensibler Nerven bedingt ist. Ist in Folge der Dyspnoe der Blutdruck über ein gewisses Maß hinausgestiegen, so werden die Wellen, wie schon erwähnt, wieder seichter, während der Blutdruck noch etwas steigen kann.

Die Pulsfrequenz ist, wie Traube richtig angibt, im aufsteigenden Schenkel der Wellen meist ebenso groß, als im absteigenden, in seltenen Fällen im aufsteigenden Schenkel etwas kleiner (Curve I).

§. 3.

Die beschriebenen wellenförmigen Schwankungen des Blutdruckes sind durch die rhythmische Thätigkeit des respiratorischen Nervencentrums bedingt.

Wir haben uns bisher begnügt, einen gewissen Zustand des Arterienblutes als eine Bedingung für das Auftreten der wellenförmigen Schwankungen des Blutdruckes anzugeben, ohne näher nach der Ursache dieser eigenthümlichen Erscheinung zu fragen. Dies ist nunmehr unsere Aufgabe.

Wenn man bedenkt, daß der Rhythmus, welchen die erwähnten Wellen einhalten, immer dem Rhythmus der Athembewegungen eines Thieres, dem beide Vagi durchschnitten sind, ungefähr entspricht, so drängt sich der Gedanke auf, daß die Wellen entstehen durch eine periodische, der Innervation der quergestreiften Athmungsmuskeln associirte Innervation der Herz- oder Gefäßnerven, welche nicht durch das Curare gelähmt sind.

Unsere weiteren Versuche lassen uns an der Richtigkeit dieser Hypothese nicht zweifeln, und wir stützen uns dabei, abgesehen von mehreren Wahrscheinlichkeitsgründen, welche in den späteren Mittheilungen erwähnt werden sollen, hauptsächlich auf folgende, wie uns scheint hinreichend beweisende Thatsachen.

Es kommt vor, daß Thiere, welche man mit nicht zu großen Dosen von Curare vergiftet hat, anscheinend vollständig gelähmt sind, so lange die künstliche Athmung unterhalten wird, weil sie nämlich auf die gewöhnlich zur Controle der Lähmung benützten Reize nicht mehr durch Bewegungen reagiren. Setzt man aber die künstliche Athmung aus, so zeigen sich, sobald das Blut hinreichend dyspnoisch gewor-

den ist, doch noch rhythmische Zuckungen einzelner Athmungsmuskeln, welche aber nicht mehr im Stande sind, den Thoraxraum zu erweitern oder zu verengern, oder dies höchstens in einer gar nicht in Betracht kommenden Weise thun. Ist zu derselben Zeit die Luftröhre mit einem Manometer in luftdichter Verbindung, so kann man controliren, ob diese rhythmischen Zuckungen der Athmungsmuskeln die Weite des Thoraxraumes ändern oder nicht.

Bemerkt man nun an einem curarisirten Thiere beim Aussetzen der künstlichen Athmung derartige rudimentäre Athembewegungen, und reagirt zu gleicher Zeit das mit der Trachea verbundene Manometer nicht mehr auf diese Bewegungen, so läßt sich der Beweis für die oben gemachte Annahme zu führen, wenn man den Rhythmus der Wellen des Blutdruckes mit dem Rhythmus jener rudimentären Athembewegungen vergleicht, denn beide Rhythmen erweisen sich als identisch.

Es ist klar, daß hierbei die rhythmischen Schwankungen weder durch abwechselnde Verengung und Erweiterung des Thoraxraumes, noch durch den Druck der sich rhythmisch contrahirenden Athmungsmuskeln auf irgend welche Gefäße bedingt sein können, denn einerseits zeigt das Manometer keine Druckschwankungen der Lungenluft an, anderseits sind die Contractionen der Athmungsmuskeln viel zu schwach und im Vergleich zur Länge der Blutdruckwellen viel zu kurz, als daß die letzteren von diesen Contractionen abgeleitet werden könnten.

Leider ist man bei den eben beschriebenen Versuchen sehr auf den Zufall angewiesen. Denn nur selten gelingt es, gerade den passenden Grad der Curarevergiftung zu treffen, ebenso selten kehren die rudimentären Athembewegungen oft genug wieder, um einen deutlichen Rhythmus erkennen zu lassen; vielmehr zeigen sich zwar öfter Zuckungen der Athmungsmuskeln, aber dieselben treten entweder nur zwei- oder dreimal auf, oder sie betreffen nicht jedesmal wieder dieselben Muskeln. Gleichwohl gelingt es unter einer grösseren Zahl von Fällen doch einen beweiskräftigen zu finden. Uns selbst hat hierbei der Zufall besonders bei einem Versuche begünstigt, welcher näher beschrieben werden soll.

Es zeigt sich häufig, daß aufgebundene Hunde, sobald sie angestrengter athmen, vorzüglich auch nach Durchschneidung beider Vagi, jede Athembewegung mit mehr oder weniger deutlichen Zuckun-

gen der Beine begleiten. Insbesondere bildet ein solches Zucken öfters den regelmäßigen Begleiter der beginnenden Inspiration. Bei sehr angestrengtem Athmen zeigt sich dasselbe jedoch auch im Momente der, nach Vagusdurchschneidung bekanntlich oft mit einem heftigen Stoße erfolgenden Exspiration. An einem großen curarisirten Hunde beobachteten wir nun Folgendes: Wenn wir die künstliche Athmung unterbrochen hatten, und in Folge dessen der Blutdruck bereits angestiegen war, sich auch schon die ersten regelmäßigen Wellen gezeigt hatten, so zuckte das Thier in der regelmäßigsten Weise je einmal mit dem rechten Schenkel, so oft das Kymographion eben ein Wellenthal vorzeichnete. Aus der Beobachtung der entstehenden Curve konnte mit vollständiger Sicherheit der Eintritt jeder einzelnen Zuckung vorhergesagt werden. Das mit der Trachea luftdicht verbundene Manometer zeigte dabei keinerlei Druckschwankungen, auch waren am Thorax und Bauche nur auf der größten Höhe der Dyspnoe schwache Zuckungen zu bemerken.

Dasselbe Thier hatte vor der Curarisirung, nachdem beide Vagi bereits durchschnitten waren, bei jeder Athmung sehr heftig mit beiden Schenkeln gezuckt; leider war aber nicht festgestellt worden, ob bei der Ein- oder Ausathmung. Die Athembewegungen waren dabei sehr selten und sehr angestrengt. Nach der Curarisirung zeigten sich anfangs noch schwache rhythmische Athembewegungen, begleitet von den Zuckungen beider und zuletzt nur noch des rechten Schenkels, bis schließlich dieser letztere, wie gesagt, einzig und allein noch die rhythmische Thätigkeit des Athmungscentrums verrieth. Warum seine Muskeln am längsten thätig blieben, wissen wir nicht, wollen aber erwähnen, daß die *Vena cruralis* desselben Schenkels unterbunden war.

Sechsmal wurde bei diesem Thiere die künstliche Athmung ausgesetzt, und jedesmal zeigten die Wellen des Blutdrucks in der unzweifelhaftesten Weise denselben Rhythmus, wie die Zuckungen des Schenkels. Leider fehlte gerade an jenem Tage an unserem Kymographion die Signalvorrichtung, so daß ein Assistent das jedesmalige Zucken des Schenkels aus freier Hand an der Blutdruckcurve markiren mußte, was natürlich nur unvollkommen möglich war. Die Curven (vgl. Curve III) lehrten gleichwohl, daß die auf diese Weise gemachten Marken ausnahmslos in das Wellenthal fielen, wenn sie auch innerhalb dieses Thals ihren Ort änderten. In wieweit letzteres durch

Ungenauigkeit der Markirung bedingt war, vermögen wir nicht zu entscheiden.

Wir halten es nach diesen Erfahrungen für bewiesen, daß die periodischen Schwankungen des Blutdruckes durch die periodische Thätigkeit des Athmungscentrums bedingt sind, denn Niemand wird eine prästabilirte Harmonie zwischen dem Rhythmus der Athembewegungen und dem Rhythmus der genannten Druckschwankungen annehmen wollen.

Durch den Nachweis, daß die Ursache der periodischen Schwankungen des Blutdruckes im Athmungscentrum gelegen ist, wird zuvörderst die Hypothese Traube's ausgeschlossen, welcher eine rhythmische Erregung und Ermüdung des vasomotorischen Centrums unter dem unmittelbaren Einfluße der Kohlensäure annahm. Traube meinte offenbar, daß das dyspnoische Blut, so gut es das respiratorische Nervencentrum in erhöhte periodische Thätigkeit bringe, in analoger Weise auch auf das vasomotorische Centrum direct wirken könne. Daß er nicht auf die Vermuthung kam, die Ursache der periodischen Druckschwankungen könne im Athmungscentrum zu suchen sein, erklärt sich aus dem ganzen Gange seiner Untersuchungen, worauf in einer späteren Mittheilung zurückzukommen sein wird.

Aber auch diejenige Hypothese ist nunmehr ausgeschlossen, welcher Kowalewsky und Adamük sich zuneigen, daß nämlich die eigentliche Ursache der beschriebenen Wellen in rhythmischen, vom centralen Nervensysteme ganz unabhängigen Contractionen der Gefäße zu suchen sei. Diese Forscher fanden, wie schon angeführt wurde, daß bei curarisirten Thieren nach Durchschneidung der Vagi und Sympathici am Halse und des Rückenmarks zwischen Atlas und zweitem Brustwirbel der Blutdruck nach dem Aussetzen der künstlichen Athmung ebenfalls nach einiger Zeit wellenförmig anstieg. Aber das Steigen erfolgte immer später, als bei unverletztem Rückenmarke, zuweilen erst 2—2·5 Minute nach dem Aussetzen der Einblasungen, und die Wellen waren niedriger und länger. Wir können diese Angaben im Allgemeinen bestätigen, und werden in einer späteren Mittheilung die Ursachen dieser Blutdrucksteigerung nach Durchschneidung des Rückenmarkes näher erörtern. Schon auf den ersten Blick machen die hiebei zuweilen auftretenden „wellenförmigen" Schwankungen des Blutdruckes einen ganz anderen Eindruck als die

oben beschriebenen, weil sie außerordentlich viel länger und sehr seicht sind. Dieser Länge wegen und weil sie, wie gesagt, auch später auftreten, ist in der relativ kurzen Zeit bis zum Herztode ihre Zahl stets eine sehr beschränkte; überdies sind sie unter sich in der Länge verschieden, so daß von einer regelmäßigen rhythmischen Wiederkehr in der Art, wie sie sich bei den oben beschriebenen Wellen zeigt, eigentlich nicht die Rede sein kann. Wenn wir also auch nicht bereits den Nachweis geliefert hätten, daß jene Wellen bei unversehrtem Rückenmarke durch die rhythmische Thätigkeit des Athmungscentrums bedingt sind, so würden schon die angeführten auffälligen Verschiedenheiten dazu auffordern, diese regelmäßig rhythmischen Blutdruckschwankungen von den ganz andersartigen Druckschwankungen bei der Erstickung nach Durchschneidung des Halsmarkes durchaus zu sondern.

Endlich ist durch unsern Nachweis einer centralen Ursache der Wellen auch die Annahme ausgeschlossen, daß denselben eine, vom centralen Nervensystem unabhängige Periodicität der Herzthätigkeit zu Grunde liege, wie dies Traube früher angenommen hatte.

§. 4.

Die beschriebenen wellenförmigen Schwankungen des Blutdruckes werden nicht vom Herzen erzeugt.

Eine Abhängigkeit des Blutdruckes vom respiratorischen Nervencentrum ist nach Lähmung des Thieres mit Curare und Durchschneidung beider Vagi noch in mehrfacher Weise denkbar. Erstens nämlich könnte das Herz durch die von v. Bezold und den Brüdern Cyon angenommenen Bahnen periodisch von jenem Centrum aus innervirt werden, und demnach seine Thätigkeit periodische Änderungen erleiden; oder es könnte das vasomotorische Nervensystem im Ganzen oder in bestimmten Theilen eine rhythmische Innervation erfahren; oder endlich, beides zugleich könnte der Fall sein. Von der Annahme, daß die rhythmische Innervation seitens des Athemcentrums gar nicht den Kreislaufapparat direct betreffe, sondern die Musculatur des Darmes zu rhythmischen Contractionen anrege, sehen wir ganz ab, weil sie nach unsern Beobachtungen keinerlei Wahrscheinlichkeit für sich hat.

Gegen die Annahme, daß periodische Änderungen der Herzthätigkeit die Ursache der wellenförmigen Schwankungen des Blutdruckes seien, spricht zunächst die Thatsache, daß die Herzschläge im aufsteigenden Theile einer Welle nicht frequenter sind, als im absteigenden, ja sogar bisweilen im letzteren häufiger als im ersteren (Curve I).

Das Herz kann aber seine Thätigkeit nicht blos in Betreff der Frequenz, sondern auch in Betreff der Ausgiebigkeit seiner Einzelschläge ändern, so daß trotz gleichbleibender, oder sogar geminderter Pulsfrequenz, doch eine vom Herzen bedingte Erhöhung des arteriellen Blutdruckes denkbar ist. Ob eine derartige periodische Steigerung der Herzthätigkeit die Ursache der Wellen ist, läßt sich aus der bloßen Betrachtung der Curven nicht entnehmen; denn stärkere systolische Hebungen der Pulscurven sind durchaus nicht ohne Weiteres ein Beweis für eine erhöhte Kraft oder Dauer der systolischen Contraction des Herzens.

Über Herznerven, deren Erregung zwar nicht die Zahl, doch aber die Kraft der Herzschläge ändere, ist, abgesehen von den vasomotorischen Nerven des Herzens, nichts Sicheres bekannt. Aber es könnte Jemand solche Nerven annehmen, und aus ihrer rhythmischen Erregung die rhythmischen Hebungen und Senkungen des Blutdruckes erklären wollen.

Dieser Annahme gegenüber hätten wir nach Ludwig's und Thiry's Vorgange die Herznerven galvanokaustisch zerstören können, um die Herzthätigkeit vom centralen Nervensysteme vollkommen unabhängig zu machen. Wären hiernach, die vollständige Durchbrennung der Herznerven vorausgesetzt, die wellenförmigen Druckschwankungen nicht verschwunden, so wäre dies ein Beweis für die vom Herzen unabhängige Entstehung derselben gewesen. Diesen Versuch haben wir jedoch nicht angestellt, vielmehr untersucht, ob die Wellen auch noch in einem Gefäßsysteme entstehen, dessen Blut dem Einflusse der Herzthätigkeit gänzlich entzogen ist. Da dies, wie sogleich gezeigt werden soll, wirklich der Fall ist, und da ferner, wie schon gesagt wurde, auch die Frequenz der Herzschläge nicht auf eine rhythmische Innervation desselben seitens des centralen Nervensystems hinweist, so glauben wir uns hinreichend berechtigt, die Gefäßmusculatur und nicht das Herz als Erzeuger der wellenförmigen Druckschwankungen anzunehmen.

Damit ist nicht gesagt, daß nicht das Herz in einer mehr mittelbaren Weise den Wellen entsprechende periodische Änderungen in seiner Thätigkeit erfahren und dadurch die Form der Wellen einigermaßen beeinflussen könne. Wir haben schon oben erwähnt, daß zuweilen die Herzschläge im aufsteigenden Schenkel jeder Welle seltener sind, als im absteigenden. Bezold kam bei seinen Untersuchungen über den Einfluß des Blutdrucks auf die Herzthätigkeit zu dem Ergebnisse, daß unter bestimmten Umständen die Steigerung des Blutdruckes eine Minderung der Pulsfrequenz herbeiführen könne, wenn auch das Gegentheil die Regel sei. Demnach könnte man die in einigen Fällen beobachtete Abnahme der Pulsfrequenz im aufsteigenden Theile der Wellen als ein weiteres Beispiel für den von Bezold ausgesprochenen Satz anführen; ob mit Recht oder Unrecht, lassen wir für jetzt dahingestellt sein.

Noch eine zweite Möglichkeit ist zu bedenken. Wenn das vasomotorische System periodisch vom Athmungscentrum her erregt wird, so könnte sich diese Erregung auch auf die vasomotorischen Nerven des Herzens erstrecken, und die periodische Änderung der Circulation im Herzfleisch könnte auch periodische Änderungen der Intensität oder Frequenz der Schläge zu Folge haben.

Diese Möglichkeiten sollen hier nicht untersucht werden. Nur sollte hervorgehoben werden, daß wir eine mittelbare und untergeordnete Betheiligung des Herzens an der Erzeugung der periodischen Schwankungen des Blutdruckes nicht ausschließen wollten, wenn auch die wesentliche Ursache derselben in periodischen Gefäßcontractionen zu suchen ist.

Traube glaubte den Beweis dafür, daß das wellenförmige Ansteigen des Druckes bei der Erstickung durch centrale Erregung der vasomotorischen Nerven bedingt sei, dadurch führen zu können, daß er das Halsmark durchschnitt, in welchem die vasomotorischen Bahnen verlaufen. Er sah nach Ausführung dieser Operation keine, oder nur unbedeutende Steigerung des Blutdruckes, sobald er die künstliche Athmung unterbrach, und schloß aus diesem, im Wesentlichen negativen Ergebnisse, daß wirklich das vasomotorische System das wellenförmige Ansteigen des Blutdruckes erzeuge. Wollten wir in analoger Weise aus dem Ausbleiben der Wellen nach Durchschneidung des Halsmarkes den Schluß ziehen, daß diese vom Gefäßsystem und nicht vom Herzen erzeugt werden, so wäre dieser

Schluß insoferne nicht einwurfsfrei, als man bei Durchschneidung des Halsmarkes außer den vasomotorischen auch jene Nervenbahnen zerstört, welche durch das Rückenmark zum Herzen führen, gleichviel, ob es sich hiebei um Gefäßnerven, oder um eigentliche Herznerven handelt. Das Ausbleiben der Wellen nach Durchschneidung des Halsmarkes kann also nur beweisen, daß dieselben von einem oberhalb des Rückenmarkes gelegenen Centrum aus angeregt werden, nicht aber, in wieweit dabei Herznerven oder vasomotorische Nerven betheiligt sind.

§. 5.

Die beschriebenen wellenförmigen Schwankungen des Blutdruckes werden vom Gefässsysteme erzeugt.

Um den directen Beweis zu führen, daß die wellenförmigen Blutdruckschwankungen ganz unabhängig vom Herzen im Gefäßsystem entstehen können, ist es nöthig, das letztere vom ersteren vollständig zu isoliren. v. Bezold., sowie Kowalewsky und Adamük, haben diese Isolirung durch Abbindung des Herzens hergestellt. Hiernach sinkt selbstverständlich der Druck in den Arterien sehr rasch und bedeutend ab, steigt aber nach einiger Zeit wieder ein wenig, um schließlich wieder zu fallen. Das unbedeutende Steigen läßt, wie auch Kowalewsky und Adamük angaben, einen wellenförmigen Charakter nicht erkennen. Wir können nach eigenen Versuchen dies dahin ausdrücken, daß eigentliche Wellen überhaupt dabei nicht zur Beobachtung kamen. Somit sind diese Versuche zwar geeignet, zu beweisen, daß im Gefäßsysteme unter den genannten Umständen eine Steigerung des Blutdruckes unabhängig vom Herzen stattfinden kann, aber sie geben keinen Aufschluß über die Art der Entstehung der uns hier interessirenden periodischen Schwankungen des Blutdruckes. Übrigens ist der Zustand, in welchen ein curarisirtes Thier nach Unterbindung des Herzens geräth, doch in mehreren Beziehungen von demjenigen verschieden, in welchen es durch Aussetzen der künstlichen Athmung versetzt wird.

Bessere Resultate haben wir jedoch bei einer Abänderung der Methode erhalten. Wir haben nämlich zunächst durch Aussetzen der Ventilation eine starke Dyspnoe erzeugt, und erst als in Folge davon der Blutdruck bereits bedeutend, und zwar wellenförmig angestiegen

war, das Herz abgebunden. Hierbei muß offenbar wegen der starken, schon im Momente der Abbindung stattfindenden Contraction der betheiligten Gefäße das Überfließen des Blutes aus den Arterien in die Venen erschwert sein, und demnach das in Folge der Abbindung des Herzens entstehende Sinken des Blutdruckes viel langsamer erfolgen. Treten nun während dieses Sinkens periodische Verstärkungen der Gefäßcontraction ein, so muß auch die Curve des absinkenden Blutdruckes entsprechende periodische Verzögerungen des Falles zeigen; und dies war in der That der Fall, wie Curve V deutlich zeigt.

Ein Mangel der zuletzt beschriebenen Versuche liegt darin, daß durch das enorme Absinken des Blutdruckes und durch das rasche Ersticken des Thieres im günstigsten Falle nur noch einige wenige Perioden der rhythmischen Gefäßcontraction sich an der Curve ausprägen können. Deshalb wurde zur Ergänzung dieser Versuche noch ein anderer Weg eingeschlagen.

Schon früher haben wir wiederholt mit Erfolg versucht, in größeren Bezirken des lebenden Thieres einen künstlichen Kreislauf herzustellen. So haben wir im Verlaufe der mit Herrn Dr. Breuer angestellten Untersuchungen über die Athembewegungen öfters bei Katzen die beiden vom Aortenbogen aufsteigenden Gefäßstämme dicht an der Aorta, sowie die obere Hohlvene dicht am Herzen abgebunden und in dem auf diese Weise ziemlich vollständig isolirten Abschnitte des Gefäßsystems eine künstliche Circulation geschlagenen Hundeblutes unterhalten, indem wir dieses Blut durch den *Truncus anonymus* eintrieben und aus der oberhalb der Unterbindung geöffneten *Cava superior* wieder abfließen ließen, während im übrigen Gefäßsysteme das Blut der Katze in gewöhnlicher Weise kreiste. Man ist auf diese Weise im Stande, die Ernährung des Gehirns und der *Medulla oblongata* unabhängig zu machen von der Ernährung des übrigen Körpers, z. B. in ersteren Theilen Dyspnoe und Erstickung zu erzeugen, während der ganze übrige Körper eupnoisch ist, oder umgekehrt das Gehirn von eupnoischem Blute durchfließen zu lassen, während im Körper die heftigste Dyspnoe herrscht. Die Wichtigkeit dieser Methode für viele tiefgehende Fragen liegt auf der Hand. An einer anderen Stelle soll ausführlicher darüber berichtet werden.

Diese Erfahrungen ermuthigten uns zu dem Versuche, den ganzen Körperkreislauf des Thieres künstlich zu unterhalten und

dadurch vom Herzen vollständig unabhängig zu machen. Von drei Versuchen, welche wir bisher angestellt haben, gaben zwei wegen störender Zwischenfälle keine brauchbaren Curven; der erste, weil das Pumpwerk, welches das Herz ersetzte, noch nicht vollkommen genug eingerichtet war, der zweite, weil das Kymographion gerade im entscheidenden Augenblicke versagte, der dritte Versuch jedoch gelang vollständig. Das arterielle Blut eines großen Hundes wurde geschlagen, durch ein Tuch geseiht, zum großen Theile mit Kohlensäure, zum kleineren kurz vor dem Gebrauche noch etwas mit atmosphärischer Luft geschüttelt. Letzteres Blut wurde nun durch ein Pumpwerk einer curarisirten Katze in die vom Herzen abgebundene Aorta eingespritzt, nachdem der rechte Vorhof ausgiebig eröffnet worden war, um dem Venenblute freien Abfluß zu gestatten. Beide Vagi und Sympathici waren am Halse durchschnitten und eine *Arteria carotis* mit dem Manometer des Kymographions in Verbindung gebracht. Das kleine Pumpwerk mußten wir, in Ermanglung einer anderen Triebkraft, mit der Hand nach dem Tacte eines Metronoms in Bewegung setzen, welches zugleich bei jedem zweiten Schlage einen elektrischen Strom schloß, der mit Hilfe eines Elektromagnets auf der Trommel des Kymographions die Zeit markirte. Es wurden auf diese Weise anfangs 77, später 107mal in der Minute je 2 Grm. Blut in die Aorta eingetrieben.

Kurz vor der Herstellung der künstlichen Circulation war an demselben Thiere ein Erstickungsversuch gemacht worden. Der Blutdruck, welcher während der künstlichen Athmung 46 Mm. Quecksilb. betragen hatte, hob sich beim Aussetzen der Athmung rasch auf 62 Mm., was als Folge des Lungencollapses und der dadurch geminderten Widerstände im Lungenkreislauf anzusehen ist. In den nächsten 6 Minuten blieb der Blutdruck constant und stieg sodann in Folge der wachsenden Venosität des Blutes innerhalb 48 Minuten langsam bis auf 140 Mm. Die Curve zeigte diesmal leider nur Andeutungen der Wellen, wie dies, wie gesagt, bei Katzen öfter als bei Hunden vorkommt; gleichwohl waren die Wellen bei genauerer Betrachtung nicht zu verkennen. Ihre Zeitlänge betrug 4—5,5 Secunden.

Nachdem nun der Blutdruck in Folge der wieder eingetretenen künstlichen Athmung auf 68 Mm. gesunken war, wurde die Aorta dicht am Herzen abgeklemmt, und unmittelbar nachher durch die schon zuvor eingeführte Ludwig'sche Canüle das auf 38° C. er-

wärmte Hundeblut in der oben beschriebenen Weise eingetrieben. Der durch das Abklemmen der Aorta rasch auf 22 Mm. gesunkene Blutdruck hob sich jetzt schnell auf 48 Mm. und blieb nunmehr, abgesehen von den sogleich zu erwähnenden sehr regelmäßigen wellenförmigen Schwankungen ganz constant. Nach Ablauf von 72″ wurde der Rhythmus der Bluteintreibungen derart geändert, daß jetzt, statt 77, fortan 107 Eintreibungen auf die Minute kamen. Sogleich hob sich der Blutdruck auf circa 60 Mm. und blieb dann abermals, von den noch deutlicher gewordenen, regelmäßig periodischen Schwankungen abgesehen, auf der gleichen Höhe. Nach weiteren 92 Secunden wurde statt des arteriellen Blutes das mit Kohlensäure geschüttelte in genau derselben Weise eingetrieben; sofort hob sich langsam der Blutdruck auf circa 160 Mm., sank dann allmählig bis auf circa 100 Mm. und hielt sich auf dieser Höhe durch mehrere Minuten, bis der Versuch abgeschlossen wurde. Die periodischen Schwankungen waren während der Einspritzung des mit Kohlensäure geschüttelten Blutes nirgends deutlich entwickelt.

Curve VIII ist die bei diesem Versuche während der Einspritzung des arteriellen Blutes gezeichnete Curve. Im ersten Theile derselben (*c*—*d*), sind die periodischen Druckschwankungen nicht so deutlich, wie im zweiten (*d*—*f*), aber auch im ersteren wird man sie leicht erkennen, wenn man die Curve von der Seite betrachtet, so daß sie dem Auge in starker Verkürzung erscheint. Die mittlere Dauer der Periode oder Welle beträgt im ersten Theile der Curve 6″, im zweiten 6,6″. Von besonderer Wichtigkeit scheint uns, daß auch an diesen Wellen der aufsteigende Schenkel kürzer ist als der absteigende.

Wir finden es höchst wahrscheinlich, daß diese bei der künstlichen Circulation, also ganz unabhängig vom Herzen, auftretenden periodischen Schwankungen des Blutdruckes aus einer periodischen Erhöhung des Widerstandes zu erklären sind, welchen der Strom des künstlich eingetriebenen Blutes findet. Eine solche periodische Widerstandsänderung läßt sich beim curarisirten Thier nicht wohl anders als aus einer periodischen Thätigkeit der Gefäßmusculatur erklären. Da nun überdies die Zeitlänge und Form der hier beobachteten Wellen der Zeitlänge und Form derjenigen entspricht, welche wir an demselben Thiere beobachteten, als sein Kreislauf noch vom Herzen besorgt wurde, so glauben wir schließen zu dürfen, daß beide Arten von Wellen denselben Ursprung hatten. Damit wäre

ein weiterer Beweis dafür geliefert, daß das vasomotorische System vom Athmungscentrum rhythmisch innervirt wird.

Wir haben hierbei die Einwände, welche sich gegen unsere Auffassung des zuletzt beschriebenen Versuches machen lassen, wohl erwogen. Zuvörderst kann man sagen, daß ein einziger Versuch hier, wo es sich um so verwickelte Verhältnisse handelt, nicht zum vollen Beweise hinreiche. Diesen Einwand lassen wir durchaus gelten, und haben zu unserer Entschuldigung nur anzuführen, daß andere Untersuchungen uns gehindert haben, diesen umständlichen Versuch öfter zu wiederholen. Zweitens läßt sich tadeln, daß nicht noch während des Versuches das Rückenmark durchschnitten wurde; wären hiernach die Perioden noch fortbestanden, so wäre bewiesen, daß sie nicht vom Athmungscentrum her verursacht wurden, sondern einen anderen Grund hatten, und wären sie verschwunden, so wäre das Gegentheil wahrscheinlich gewesen. Aber man bedenke, daß die Rückenmarkdurchschneidung eine heftige und ziemlich lang nachdauernde Erregung des vasomotorischen Systems bedingt. Das Ende dieser Erregung aber hätte abgewartet werden müssen, wenn der Versuch beweiskräftig sein sollte, wenigstens für den Fall, daß die Wellen nach der Durchschneidung verschwunden wären. So lange aber hätte unser Blutvorrath nicht ausgereicht.

Ein dritter Einwand liegt darin, daß die wellenförmigen Druckschwankungen, welche, wie die Curve VIII zeigt, beim Eintreiben des arteriellen Blutes so deutlich entwickelt waren, nicht mehr deutlich auftraten, als das mit Kohlensäure geschüttelte Blut eingetrieben wurde. Wir haben diesem Einwande nichts entgegenzusetzen, als den Hinweis darauf, daß auch sonst die Wellen verschwinden, sobald die Dyspnoe und mit ihr die Steigerung des Blutdruckes über einen gewissen Grad hinausgegangen sind, und daß sie ferner in vielen Fällen schon bei nicht übermäßiger Dyspnoe so seicht werden, daß man sie bei unserer Methode der künstlichen Circulation wegen der Größe und nicht zu vermeidenden Unregelmäßigkeit der einzelnen Pumpenstöße gar nicht bemerken könnte, wenn sie auch vorhanden wären. Möglich, daß schon das von uns benützte arterielle Blut, weil es schon länger als eine Stunde bei einer Temperatur von 38° C. gestanden hatte, eine Dyspnoe erzeugte, so daß dann das mit Kohlensäure geschüttelte Blut das Thier vollends erstickte.

Ein weiterer Einwand könnte sich auf die Möglichkeit stützen, daß die Wellen des Blutdruckes lediglich durch die Art des Pumpens entstanden. Wir haben an diese Möglichkeit schon vor dem Versuche gedacht, und deßhalb wurde dafür gesorgt, daß der das Blut Einpumpende die entstehende Curve wenigstens in der entscheidenden Zeit nicht sah, und zweitens wurde die Länge seiner Athemperioden gleichzeitig bestimmt, weil der Verdacht nahe lag, daß sich die Art, in welcher er die Pumpe handhabte, seinen Athembewegungen entsprechend periodisch ändern könne. Aber die Perioden der Curven und die seiner Athmungen waren weit verschieden. Somit müssen wir wahrscheinlich finden, daß die Wellen der Curve wirklich durch periodische Contractionen der Gefäßmusculatur erzeugt worden sind.

Alles zusammengenommen glauben wir, hinreichend bewiesen zu haben, daß auch das Gefäßsystem Athembewegungen ausführt, welche sich den schon bekannten Athembewegungen associiren, und wie diese vom sogenannten Athmungscentrum her in rhythmischer Weise ausgelöst werden. Daß unsere Versuche ausschließlich an curarisirten Thieren angestellt wurden, welche scheinbar nicht mehr spontan athmen, darf gegen unsere Auffassung nicht als Einwand benützt werden. Denn daß auch bei solchen Thieren das Athmungscentrum in rhythmischer Thätigkeit ist, und daß von letzterem die motorischen Nerven der quergestreiften Athmungsmuskeln rhythmisch innervirt werden, wenn auch wegen der Lähmung keine Bewegung hierdurch zu Stande kommt, wird wohl Niemand bezweifeln wollen.

Welche Theile des Gefäßsystems es sind, die vorzugsweise oder ausschließlich die genannten Athembewegungen ausführen, ob diese Bewegungen schon im Zustande der Eupnoe, oder erst in der beginnenden Dyspnoe deutlicher auftreten, ob die periodische Innervation der Gefäßnerven sich der Inspiration oder der Exspiration associirt und ob sie wirklich eine pressorische, wie wir im Obigen vorläufig angenommen haben, oder aber eine depressorische ist, dies Alles wird erst in unseren weiteren Mittheilungen zu untersuchen sein.

Erläuterung zu den Tafeln.

Die Curven stammen, sofern nicht weiter unten ausdrücklich etwas anderes bemerkt ist, von Thieren, welche mit *Morphium muriat.* und später mit Curare vergiftet und deren Vagi durchschnitten waren. Die Curven VI und VIII, sind von Katzen, alle übrigen von Hunden gewonnen.

Sämmtliche Curven sind von einem Quecksilbermanometer gezeichnet, dessen Canüle (mit Ausnahme der Curve VI) in die nach dem Kopfe hin unterbundene Carotis eingeführt war. Auf der Horizontalen unter jeder Curve sind die Schläge eines Metronoms mit Hilfe eines Elektromagneten markirt. Am Anfange jeder Horizontalen ist angegeben, um wie viele Millimeter die Horizontale über der Abscisse, welche dem Nullpunkte des Manometers entspricht, gelegen ist. Der Blutdruck für einen beliebigen Curvenpunkt wird also (in Millimeter *Hg*) gefunden, wenn man den Verticalabstand des fraglichen Punktes von der Horizontalen in Millimetern bestimmt, zu der gefundenen Zahl die am Anfange der Horizontalen stehende Zahl addirt und die erhaltene Summe verdoppelt.

Über den meisten Curven befindet sich noch eine dritte Linie (*R*), gezeichnet von einem zweiten Manometer, welches mit der Trachealcanüle in Verbindung stand. Der Rhythmus der Lufteinblasungen verräth sich durch die Erhebungen dieser Linie, während dieselbe bei ausgesetzter künstlicher Athmung eine Horizontale darstellt.

a bezeichnet den Zeitpunkt, wo die künstliche Athmung ausgesetzt. *b* den Zeitpunkt, wo sie wieder begonnen wurde.

Übrigens verräth sich die (meist sehr frequente) künstliche Athmung an den Curven schon von selbst durch mehr oder weniger deutliche Erhebungen derselben oder wenigstens durch Ungleichheiten der Pulswellen.

Tafel I.

Curve I, in zwei Hälften getheilt, von einem 11 Kilo schweren Hunde. Die Abstände der Marken auf der Horizontalen entsprechen je 2″.

Curve II, von einem kleinen Pudel. Abstand der Zeitmarken = 1,76″.

Tafel II.

Curve III, in zwei Theile getheilt, von einem 18.5 Kilo schweren Hunde. Abstand der Zeitmarken = 1,54″.

Curve IV, von demselben Hunde, unmittelbar nach einem Erstickungsversuche gezeichnet. Abstand der Zeitmarken = 1,54″.

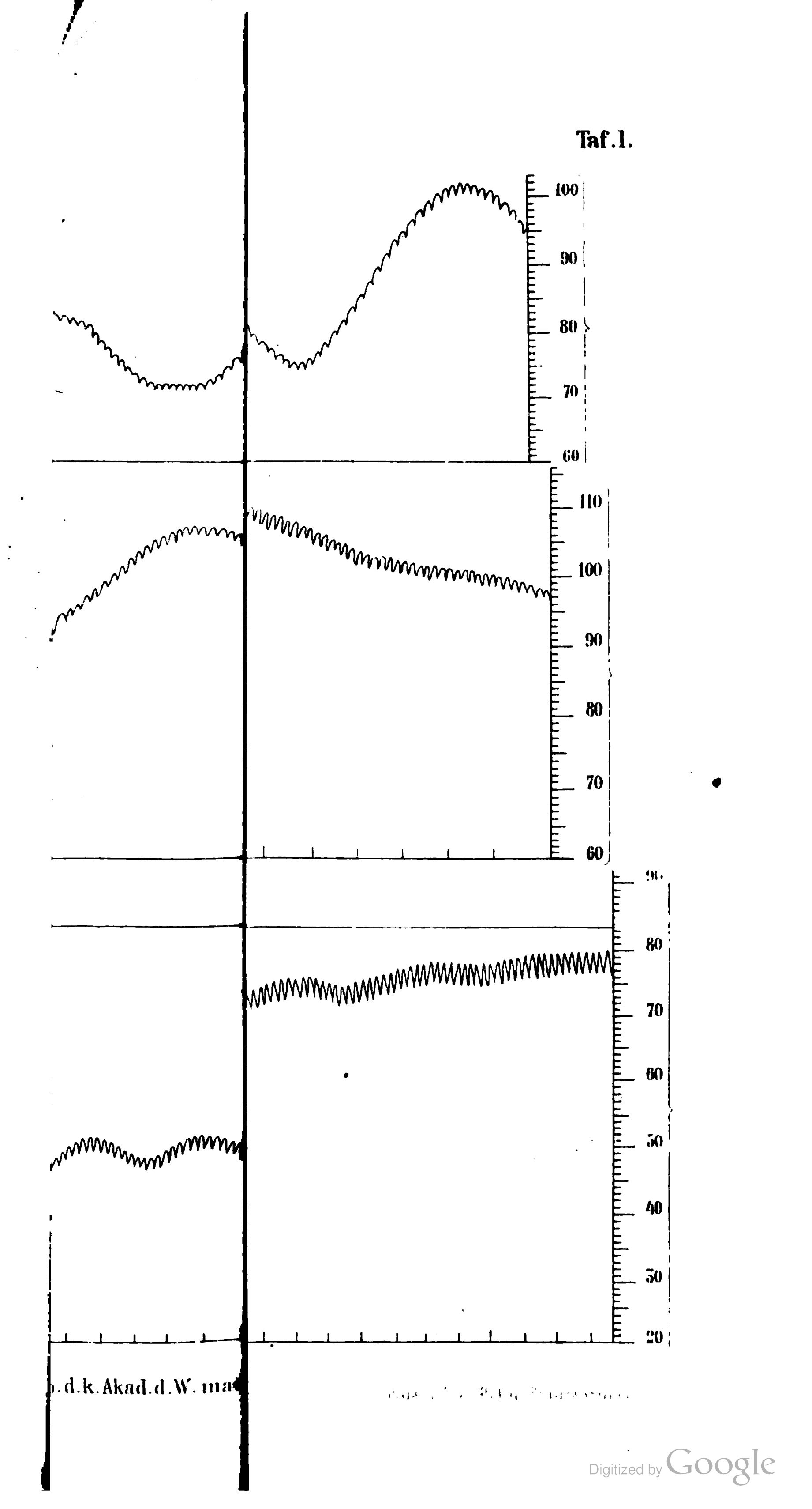
Tafel III.

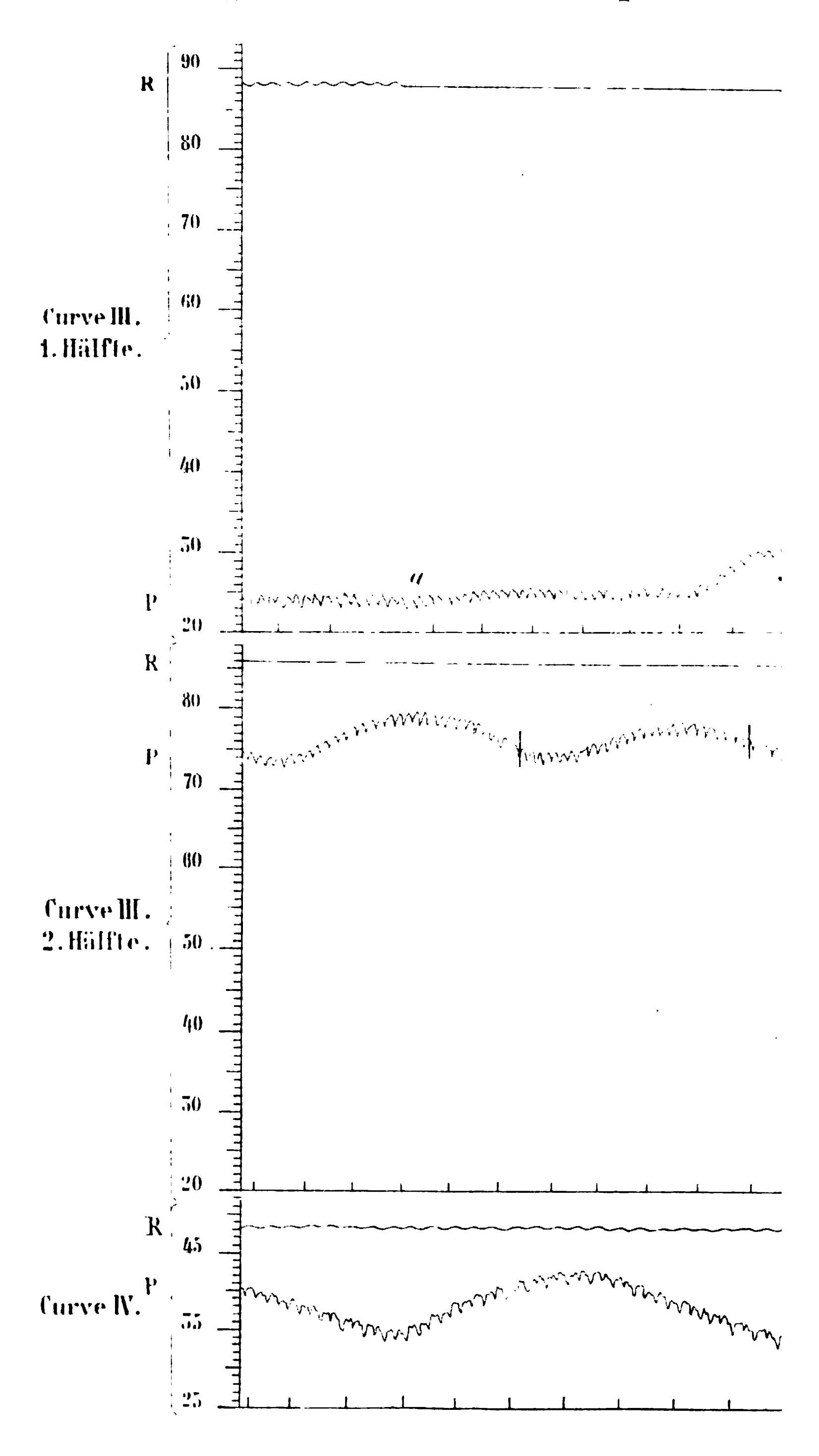
Curve V, von einem jungen, 6 Kilo schweren Hunde nach Eröffnung des Thorax. Bei *g* wurde das Herz zwischen Vorhöfen und Ventrikeln zusammengeschnürt. Abstand der Zeitmarken = 2″.

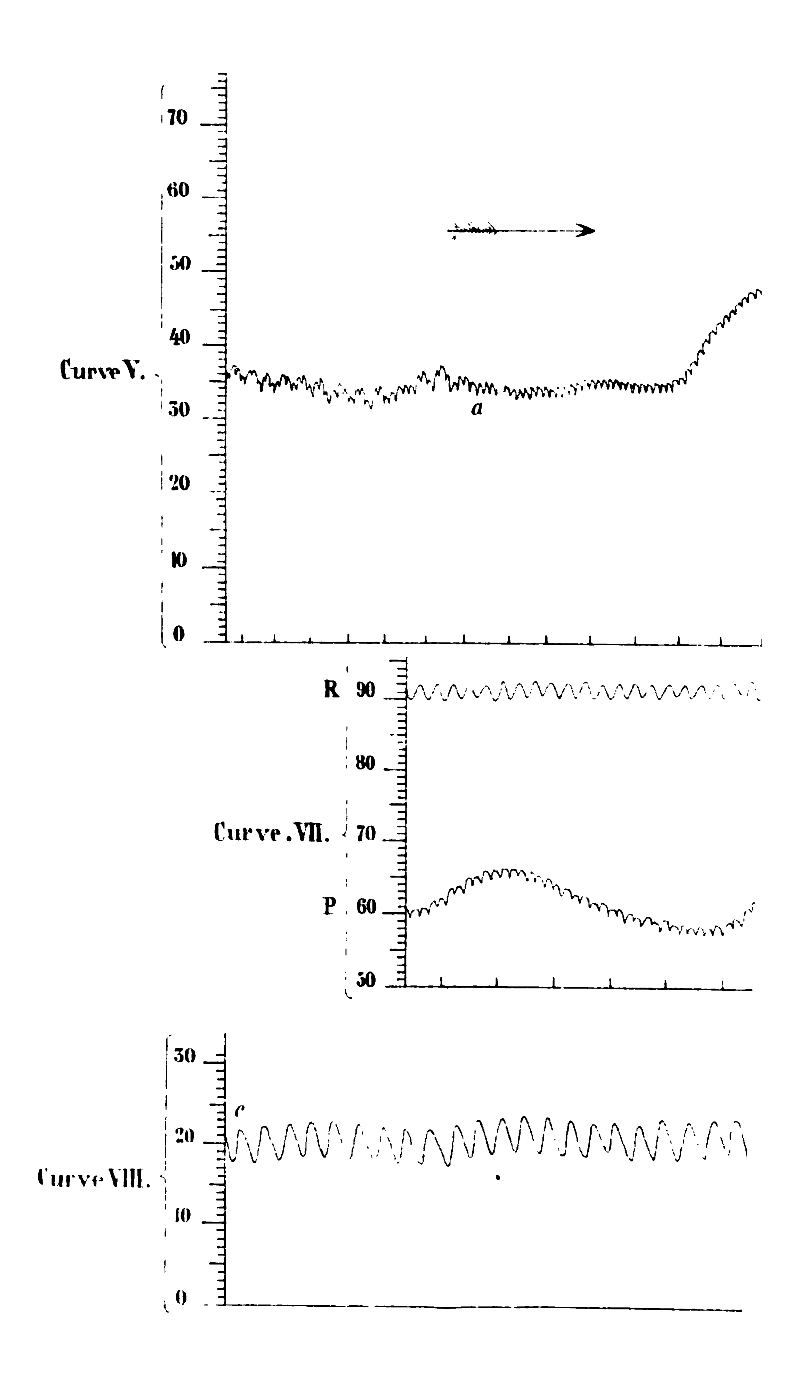
Curve VI, von einer Katze. Das Manometer in Verbindung mit der *Arteria cruralis*, welche nach der Peripherie hin unterbunden war. Die Curve beginnt 30″ nach dem Aussetzen der künstlichen Athmung, während welcher Zeit der Blutdruck von 78 auf 106 Mm. gestiegen war, ohne daß jedoch bis dahin deutliche Wellen auftraten. Abstand der Zeitmarken = 2″.

Curve VII, von demselben Hunde wie Curve I. Abstand der Zeitmarken = 2″.

Curve VIII, von einer Katze, deren Körperkreislauf durch eine Pumpe künstlich mit Hundeblut unterhalten wurde. Von *c* bis *d* 77, von *d* bis *f* 107 Pumpenstöße und entsprechende Erhebungen der Curve in der Minute. Die Horizontale unter der Curve ist die Abscisse des Nullpunktes.


Taf. I.
100
90
80
70
60
110
100
90
80
70
60
80
70
60
50
40
30
20


R
P
Curve III.
1. Hälfte.
90
80
70
60
50
40
30
20
R
P
Curve III.
2. Hälfte.
80
70
60
50
40
30
20
R
P
Curve IV.
45
35
25


70
60
50
40
Curve V.
30
a
20
10
0
R
90
80
Curve. VII.
70
P
60
50
30
c
20
Curve VIII.
10
0

Über einige zur Theorie der bestimmten Integrale gehörige Formeln und Methoden.

Von dem w. M. **Dr. Anton Winckler.**

Die Gegenstände, womit die nachstehenden Betrachtungen sich beschäftigen, gehören zumeist der Theorie der bestimmten Integrale an und lassen sich in Kürze wie folgt bezeichnen.

Zuerst werden auf elementare Art allgemeine Relationen hergeleitet, vermittelst welcher die Werthe einer großen Anzahl bestimmter Integrale mit Leichtigkeit gefunden werden können und welche sich jenen anschließen, die ich in einem 1856 erschienenen Aufsatz: „Neue Theoreme zur Lehre von den bestimmten Integralen" (Sitzungsberichte Bd. XXI, S. 389) angegeben habe.

Hierauf folgt die strenge Begründung des bekannten, in manchen Fällen nützlichen Satzes, wonach das bestimmte Integral des Productes einer beliebigen und einer zwischen den Grenzen der Integration entweder nur wachsenden oder nur abnehmenden Function auf das Integral der erstern zurückgeführt werden kann, dessen eine Grenze ein nicht näher bekannter Mittelwerth der beiden gegebenen Grenzen ist. Wie dieser Werth unter gewissen Voraussetzungen schärfer bestimmt werden könne, ist der Gegenstand einer weitern Auseinandersetzung. Endlich werden mit Hilfe des Satzes über die Umkehrung der Integrationsfolge doppelter Integrale mit constanten Grenzen, dann unter Anwendung des sogenannten discontinuirlichen Factors, sowie auch aus einer Formel, welche den Rest der n ersten Glieder der Maclaurin'schen Reihe durch ein $n$faches Integral darstellt, mehrere, zum Theil unstetige Quadraturen dem Werthe nach ermittelt.

Die meines Wissens bereits bekannten Resultate werde ich in jedem einzelnen Falle als solche bezeichnen, wo immer von ihnen die Rede sein wird.

1.

Zu allgemeinen Relationen zwischen bestimmten Integralen führen in manchen Fällen Gleichungen zwischen Functionen mehrerer Veränderlichen und ihren Differentialquotienten, wenn diese Functionen durch gewisse Eigenschaften definirt und jene Gleichungen von der Beschaffenheit sind, daß ihre einzelnen Glieder nach einer oder mehreren der unabhängigen Veränderlichen unbestimmt integrirt werden können. Die zwischen constanten Grenzen auf alle Variabeln sich erstreckende Integration der Gleichung liefert dann eine solche Relation.

Um zunächst einen sehr einfachen Fall dieser Art zu betrachten, denke man sich, es sei $F(u)$ eine für alle hier in Betracht kommenden Werthe von u endlich und stetig bleibende Function, auch nehme man an, es sei u eine gegebene Function zweier von einander unabhängiger Veränderlichen x und y. Man hat dann die beiden Gleichungen:

$$\frac{dF(u)}{dx} = F'(u)\frac{du}{dx}, \qquad \frac{dF(u)}{dy} = F'(u)\cdot\frac{du}{dy}$$

aus welchen durch Elimination von $F'(u)$ sich ergibt:

$$\frac{dF(u)}{dy}\cdot\frac{du}{dx} = \frac{dF(u)}{dx}\cdot\frac{du}{dy} \quad . \quad . \quad . \quad \text{(I)}$$

und von dieser Gleichung wird zunächst ausgegangen werden. Offenbar läßt sich auf beiden Seiten Eine Integration und zwar jedesmal beim ersten Factor unmittelbar vollziehen, wenn u so beschaffen ist, daß der zweite Factor linker Hand nur x und rechter Hand nur y enthält.

Wird

$$u = \int_{x_0}^{x}\frac{dx}{X} + \int_{y}^{y}\frac{dy}{Y}$$

gesetzt, wobei x_0, y_0, im Allgemeinen beliebige Constanten, so beschaffen sein müssen, daß in gegebenen Fällen die Integrale endliche Werthe darstellen, so gelangt man zu der Gleichung:

$$\int_{\alpha}^{\beta}\frac{dx}{X}\left\{F\left(\int_{x_0}^{x}\frac{dx}{X}+\int_{y_0}^{b}\frac{dy}{Y}\right)-F\left(\int_{x_0}^{x}\frac{dx}{X}+\int_{y_0}^{a}\frac{dy}{Y}\right)\right\}$$

$$=\int_{a}^{b}\frac{dy}{Y}\left\{F\left(\int_{x_0}^{\beta}\frac{dx}{X}+\int_{y_0}^{y}\frac{dy}{Y}\right)-F\left(\int_{x_0}^{\alpha}\frac{dx}{X}+\int_{y_0}^{y}\frac{dy}{Y}\right)\right\}.$$

Ebenso allgemeine Gleichungen ergeben sich, wenn für u nach einander die Ausdrücke,

$$\int_{x_0}^{x}\frac{dx}{Y}\int_{y_0}^{y}\frac{dy}{Y},\qquad X^Y,\ Y^X,\qquad e^{\int_{x_0}^{x}\frac{dx}{X}+\int_{y_0}^{y}\frac{dy}{Y}}$$

gesetzt werden.

Wenn specieller für u einer der Ausdrücke:

$$x+y,\qquad xy,\qquad x^y$$

angenommen wird, so folgt aus der Gleichung (I):

$$\frac{dF(x+y)}{dy}=\frac{dF(x+y)}{dx}$$

$$\frac{1}{x}\,\frac{dF(xy)}{dy}=\frac{1}{y}\cdot\frac{dF(xy)}{dx}$$

$$\frac{1}{x\log x}\cdot\frac{dF(x^y)}{dy}=\frac{1}{y}\cdot\frac{dF(x^y)}{dx}$$

Diese Gleichungen nun gehen, nach y zwischen den Grenzen a und b, und nach x zwischen α und β integrirt, über in die folgenden:

$$\int_{\alpha}^{\beta}dx[F(x+b)-F(x+a)]=\int_{a}^{b}dx[F(x+\beta)-F(x+\alpha)]\ \ldots\ (1)$$

$$\int_{\alpha}^{\beta}\frac{dx}{x}[F(bx)-F(ax)]=\int_{a}^{b}\frac{dx}{x}[F(\beta x)-F(\alpha x)]\ \ldots\ (2)$$

$$\int_{\alpha}^{\beta}\frac{dx}{x\log x}\left[F(x^b)-F(x^a)\right]=\int_a^b\frac{dx}{x}\left[F(\beta^x)-F(\alpha^x)\right]\ldots(3)$$

wobei rechter Hand die Veränderliche y mit x vertauscht worden ist.

Wenn in der zweiten dieser Gleichungen $F(\beta x)$ und $F(\alpha x)$ für $\beta=\infty$, $\alpha=0$ und in der dritten $F(\beta^x)$ und $F(\alpha^x)$ für $\beta=1$, $\alpha=0$ endliche und von x unabhängige Werthe erhalten, auch a und b positiv und von Null verschieden sind, so lassen sich jene Gleichungen durch die folgenden:

$$\int_0^{\infty}\frac{dx}{x}\left[F(bx)-F(ax)\right]=\left[F(+\infty)-F(0)\right]\log\frac{b}{a}$$

$$\int_0^1\frac{dx}{x\log x}\left[F(x^b)-F(x^a)\right]=\left[F(+1)-F(0)\right]\log\frac{b}{a}$$

ersetzen.

2.

Um einige Anwendungen zu zeigen, sei in der Gleichung (1) des vorigen Art.:

$$F(u)=\log\Gamma(u)$$

und $\alpha=0$, $\beta=1$. Man findet dann:

$$\int_0^1\log\frac{\Gamma(x+b)}{\Gamma(x+a)}\,dx=\int_a^b\log\frac{\Gamma(x+1)}{\Gamma(x)}\,dx$$

oder, da $\Gamma(x+1)=x\Gamma(x)$ und

$$\int_a^b\log x\,dx=b\log b-a\log a-(b-a)$$

so ergibt sich das Resultat:

$$\int_0^1\log\frac{\Gamma(x+b)}{\Gamma(x+a)}\,dx=b\log b-a\log a-(b-a)$$

welches, weniger einfach, auch auf anderm Wege gefunden werden kann. Gelegentlich sei bemerkt, daß man mittelst desselben sehr leicht zu anderen bekannten Resultaten gelangt. Für $a = \frac{1}{2}$, $b = 0$ folgt nämlich:

$$\int_0^1 \log \frac{\Gamma(x)}{\Gamma(x+\frac{1}{2})} dx = \frac{1}{2} \log 2 + \frac{1}{2}$$

Da aber, wie bekannt:

$$\frac{\Gamma(x)}{\Gamma(x+\frac{1}{2})} = \frac{2^{2x-1}}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{\Gamma(x)^2}{\Gamma(2x)}$$

so erhält die vorige Gleichung die Form:

$$\int_0^1 \log \frac{\Gamma(x)}{\sqrt{\Gamma(2x)}} dx = \frac{1}{4}(1 + \log 2\pi)$$

oder auch

$$\int_0^1 \log \Gamma(x)\, dx - \frac{1}{2} \int_0^1 \log \Gamma(2x)\, dx = \frac{1}{4}(1 + \log 2\pi)$$

Nun ist

$$\int_0^1 \log \Gamma(2x)\, dx = \frac{1}{2} \int_0^2 \log \Gamma(x)\, dx$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^1 \log \Gamma(x)\, dx + \frac{1}{2} \int_0^1 \log \Gamma(x+1)\, dx$$

daher, wie bekannt:

$$\int_0^1 \log \Gamma(x)\, dx = \frac{1}{2} \log 2\pi$$

Auch ergibt sich:

$$\int_0^1 \log\Gamma(2x)\,dx = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\log 2\pi$$

Wenn man in der frühern Gleichung $a = 0$ setzt. so findet man sofort auch noch die folgende, ebenfalls bekannte Formel:

$$\int_0^1 \log\Gamma(x+b)\,dx = \frac{1}{2}\log 2\pi + b\log b - b, \qquad b > 0$$

Diese Herleitung ist von der üblichen in so fern verschieden, als bei ihr weder Reihenentwickelungen noch ein Übergang vom Endlichen in's Unendliche vorkommt.

Aus der Gleichung (2) des vorigen Art. ergibt sich, wenn $F(u) = e^{-u}\varphi(u)$ und $\alpha = 0$, $\beta = \infty$ gesetzt wird, und wenn $\varphi(u)$ von $u = 0$ bis $u = \infty$ stets endlich bleibt, auch a und b positiv sind, die Formel:

$$\int_0^\infty \frac{dx}{x}\left[e^{-bx}\varphi(bx) - e^{-ax}\varphi(ax)\right] = \varphi(0)\log\frac{a}{b}$$

woraus für $\varphi(u) = 1$ das bekannte von Euler gefundene Resultat erhalten wird.

Für $F(u) = f(e^u)$ folgt:

$$\int_0^\infty \frac{dx}{x}\left[f(e^{bx}) - f(e^{ax})\right] = \left[f(\infty) - f(1)\right]\log\frac{b}{a}$$

also z. B.

$$\int_0^\infty \frac{dx}{x}\left[\left(\frac{pe^{bx}+q}{re^{bx}+s}\right)^n - \left(\frac{pe^{ax}+q}{re^{ax}+s}\right)^n\right] = \left\{\left(\frac{p+q}{r+s}\right)^n - \left(\frac{p}{r}\right)^n\right\}\log\frac{a}{b}$$

und daraus

$$\int_0^\infty \frac{dx}{x}\left[\frac{1}{e^{bx}+1} - \frac{1}{e^{ax}+1}\right] = \frac{1}{2}\log\frac{a}{b} \quad . \; . \; . \quad (1)$$

Mit Hilfe dieser letztern Gleichung läßt sich der Werth des Integrals

$$A = \int_0^\infty \frac{dx}{x}\left[\frac{1}{2x} - \frac{1}{e^x - e^{-x}}\right]$$

wovon später wieder die Rede sein wird und welches in der citirten Abhandlung auf zwei verschiedenen Wegen abgeleitet wurde, auch wie folgt finden.

Zunächst hat man, wenn $2x$ für x gesetzt wird, die Gleichung:

$$2A = \int_0^\infty \frac{dx}{x}\left[\frac{1}{2x} - \frac{2}{e^{2x} - e^{-2x}}\right]$$

folglich durch Subtraction:

$$A = \int_0^\infty \frac{dx}{x}\left[\frac{1}{e^x - e^{-x}} - \frac{2}{e^{2x} - e^{-2x}}\right] = \int_0^\infty \frac{dx}{x} \cdot \frac{(e^{\frac{1}{2}x} - e^{-\frac{1}{2}x})^2}{e^{2x} - e^{-2x}},$$

wofür offenbar auch:

$$A = \int_0^\infty \frac{dx}{x} \cdot \frac{e^{\frac{1}{2}x} - e^{-\frac{1}{2}x}}{(e^{\frac{1}{2}x} + e^{-\frac{1}{2}x})(e^x + e^{-x})}$$

und nach weiterer Reduction:

$$A = \int_0^\infty \frac{dx}{x} \cdot \frac{(e^x - 1)e^x}{(e^x + 1)(e^{2x} + 1)}$$

geschrieben werden kann. Durch Zerlegung des Bruches unter dem Zeichen erhält diese Gleichung die Form:

$$A = \int_0^\infty \frac{dx}{x}\left[\frac{1}{e^x + 1} - \frac{1}{e^{2x} + 1}\right].$$

Der Werth dieses Integrals ergibt sich für $a=2$, $b=1$ sofort aus der Gleichung (1); man hat daher:

$$A=\frac{1}{2}\log 2$$

wie auch a. a. O. gefunden wurde.

Für $F(u)=\frac{u\varphi(u)}{e^u-e^{-u}}$, $\alpha=0$, $\beta=\infty$ findet man aus der Gleichung (2) des vorigen Art. unter der Annahme, daß wieder $\varphi(u)$ von $u=0$ bis ∞ endliche Werthe behalte, die Gleichung:

$$\int_0^\infty dx\left[\frac{b\varphi(bx)}{e^{bx}-e^{-bx}}-\frac{a\varphi(ax)}{e^{ax}-e^{-ax}}\right]=\frac{1}{2}\varphi(0)\log\frac{a}{b}$$

und daraus z. B.

$$\int_0^\infty dx\left[\frac{b\cos bx}{e^{bx}-e^{-bx}}-\frac{a\cos ax}{e^{ax}-e^{-ax}}\right]=\frac{1}{2}\log\frac{a}{b}$$

Es sei k eine positive, von Null verschiedene Constante und es werde: $F(u)=\frac{\varphi(u)}{(1+ke^u)^n}$ und wie bisher $\alpha=0$, $\beta=\infty$ gesetzt. Man erhält hierfür aus (2) die Formel:

$$\int_0^\infty \frac{dx}{x}\left[\frac{\varphi(bx)}{(1+ke^{bx})^n}-\frac{\varphi(ax)}{(1+ke^{ax})^n}\right]=\frac{\varphi(0)}{(1+k)^n}\log\frac{a}{b}$$

wofür bezüglich $\varphi(u)$ die obige Bedingung gilt.

Aus der Annahme $F(u)=\log\Gamma(k+\varphi(u))$, $\varphi(u)>0$, $k>0$, $\alpha=0$, $\beta=\infty$ erhält man, wenn die Werthe von $\varphi(u)$ für $u=0$ mit A und für $u=\infty$ mit B bezeichnet werden, die Gleichung:

$$\int_0^\infty \frac{dx}{x}\log\frac{\Gamma(k+\varphi(bx))}{\Gamma(k+\varphi(ax))}=\log\frac{\Gamma(k+B)}{\Gamma(k+A)}\cdot\log\frac{b}{a}$$

Es sei ferner $F(u)=\frac{\Gamma(u+m)}{\Gamma(u+n)}$, $n>m$, $\alpha=0$, $\beta=\infty$. Da $F(u)$ verschwindet, wenn u in's Unendliche wächst[1]), so ergibt sich unmittelbar die Formel:

$$\int_0^\infty \frac{dx}{x}\left[\frac{\Gamma(bx+m)}{\Gamma(bx+n)}-\frac{\Gamma(ax+m)}{\Gamma(ax+n)}\right]=\frac{\Gamma(m)}{\Gamma(n)}\log\frac{a}{b}$$

welche auch in der früher erwähnten Abhandlung, auf anderm Wege abgeleitet, sich findet.

Wird in der Gleichung (3) des vorigen Artikels einmal $F(u)=\log(1+ku)$, $k>0$, dann $F(u)=\arcsin u$, $F(u)=\sin ku$ und $F(u)=e^{ku}$, jedesmal aber $\alpha=0$, $\beta=1$ gesetzt, so gelangt man zu den Gleichungen:

$$\int_0^1 \frac{dx}{x\log x}\log\frac{1+kx^b}{1+kx^a}=\log(1+k).\log\frac{b}{a}$$

$$\int_0^1 \frac{dx}{x\log x}\left[\text{arc}\sin(x^b)-\text{arc}\sin(x^a)\right]=\frac{\pi}{2}\log\frac{b}{a}$$

$$\int_0^1 \frac{dx}{x\log x}\left[\sin(kx^b)-\sin(kx^a)\right]=\sin k.\log\frac{b}{a}$$

$$\int_0^1 \frac{dx}{x\log x}\left[e^{kx^b}-e^{kx^a}\right]=(e^k-1)\log\frac{b}{a}.$$

---

[1]) Es ist beinahe überflüssig zu bemerken, daß das Verhältniß zweier Functionswerthe $f(u+m)$ und $f(u+n)$, worin m und n von einander verschieden sind, nicht in allen Fällen sich der Einheit als Grenze nähert, wenn u in's Unendliche wächst. Obgleich es nämlich den Anschein hat, daß es hierbei für $u=\infty$ werdend auf die endlichen Größen m und n nicht ankomme, so ist dies doch der Fall, wenn z. B. $f(u)=\Gamma(u)$ ist; denn wäre n nur um die Einheit von m verschieden, so würde man:

$$f(u+m)=\Gamma(u+m),\quad f(u+n)=(u+m)\Gamma(u+m)$$

haben und sich überzeugen, daß $f(u+m):f(u+n)$ für $u=\infty$ in Null übergeht was offenbar um so mehr der Fall ist, wenn n um mehr als die Einheit über m liegt.

Die Anwendung der Gleichungen des vorigen Artikels ist, wie man sieht, sehr einfach und um so leichter, als für die Werthe $\alpha = 0$, $\beta = 1$ und $\beta = \infty$ immer nur die Anfangs- und Endwerthe der Function $F(u)$ in die Resultate eingehen.

Da übrigens von den beiden Integrationen, welchen die Gleichung:

$$\frac{dF(u)}{dx} \cdot \frac{du}{dy} = \frac{dF(u)}{dy} \cdot \frac{du}{dx}$$

unterzogen wird, auf der rechten und linken Seite je eine, unabhängig von der nähern Beschaffenheit von F, sich unmittelbar ausführen läßt, wenn u die Summe zweier Functionen X und Y ist, wovon die erstere nur x, die letztere nur y enthält, so lassen sich, wie leicht einzusehen ist, alle vorhin betrachteten Fälle aus der Annahme $u = X + Y$ erhalten.

3.

Die Gleichung, von welcher im Art. 1 ausgegangen wurde, läßt sich in eine andere, bekannte Form bringen. Addirt man nämlich zu beiden Seiten den Ausdruck $F(u)\frac{d^2u}{dxdy}$, so geht sie über in die folgende:

$$\frac{d\left[\frac{du}{dy} F(u)\right]}{dx} = \frac{d\left[\frac{du}{dx} F(u)\right]}{dy} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

welche, wenn beide Seiten nach x und y zwischen constanten Grenzen integrirt werden, sofort eine Relation zwischen Quadraturen liefert.

Wird beispielsweise $u = xy$ gesetzt und dann nach x von α bis β, nach y von a bis b integrirt, und schließlich x für y geschrieben, so folgt:

$$\int_\alpha^\beta dx\,[bF(bx) - aF(ax)] = \int_a^b dx\,[\beta F(\beta x) - \alpha F(\alpha x)]$$

Erhalten $\beta x F(\beta x)$ und $\alpha x F(\alpha x)$ für $\beta = \infty$ und $\alpha = 0$ endliche, von x unabhängige Werthe, so ergibt sich hieraus:

$$\int_0^\infty dx\,[bF(bx)-aF(ax)]=[tF(t)]_0^\infty \log\frac{b}{a} \quad . \; . \; . \quad (2)$$

eine Gleichung, welche auf anderm Wege auch in der citirten Abhandlung hergeleitet ist und zu zahlreichen Resultaten führt.

Für $F(t)=\frac{1-k^t}{t^2}$; $tF(t)=\frac{1-k^t}{t}$, $k<1$ ergibt sich, wie leicht zu sehen, die Gleichung:

$$\int_0^\infty \frac{dx}{x}[a-b+bk^{ax}-ak^{bx}]=ab\log\frac{1}{k}\,.\log\frac{b}{a}$$

und wenn $k>1$ ist:

$$\int_0^\infty \frac{dx}{x}[a-b+bk^{-ax}-ak^{-bx}]=ab\log k\,.\,\log\frac{b}{a}$$

Für $F(t)=\left(1+\frac{k}{t}\right)^t\frac{\operatorname{arctg} t}{t}$; $tF(t)=\left(1+\frac{k}{t}\right)^t\operatorname{arctg} t$

erhält man in gleicher Weise:

$$\int_0^\infty \frac{dx}{x}\left[\left(1+\frac{k}{bx}\right)^{bx}\operatorname{arctg} bx-\left(1+\frac{k}{ax}\right)^{ax}\operatorname{arctg} ax\right]=\left(\frac{\pi}{2}e^k-1\right)\log\frac{b}{a}$$

Für $F(t)=\frac{1}{t}\Gamma\left(\frac{t+m}{t+n}\right)$ findet man:

$$\int_0^\infty \frac{dx}{x}\left[\Gamma\left(\frac{bx+m}{bx+n}\right)-\Gamma\left(\frac{ax+m}{ax+n}\right)\right]=\left(1-\Gamma\left(\frac{m}{n}\right)\right)\log\frac{b}{a}$$

u. s. w.

Alle diese Resultate, insbesondere die Gleichung (2) entsprechen dem Falle, daß in (1) die Annahme $u=xy$ gemacht werde. Für dieselbe Annahme aber läßt sich noch eine andere, von (2) verschiedene Gleichung erhalten. Da sich nämlich:

$$\frac{d[yF(xy)]}{dy} = \frac{d[xF(xy)]}{dx}$$

aus (1) ergibt, so kann man, wenn auf beiden Seiten mit $\frac{1}{x}dxdy$ multiplicirt und rechts u für xy geschrieben wird, diese Gleichung in die Form:

$$\frac{dx}{x} \cdot \frac{d[yF(xy)]}{dy} dy = \frac{1}{u} \frac{d[uF(u)]}{dx} dxdy = \frac{1}{u} \frac{d[uF(u)]}{du} \cdot \frac{du}{dx} \cdot dxdy$$

bringen und u als eine neue Veränderliche betrachten, welche an die Stelle von x tritt. Unter dieser Voraussetzung ist also:

$$\frac{dx}{x} \cdot \frac{d[yF(xy)]}{dy} dy = \frac{d[uF(u)]}{u} \cdot dy$$

und ergibt sich, wenn man nach y von a bis b, nach x von α bis β integrirt, auf der rechten Seite aber die Integration nach u zwischen den entsprechenden Grenzen αy und βy zur ersten macht, die folgende Gleichung:

$$\int_\alpha^\beta \frac{dx}{x} [bF(bx) - aF(ax)] = \int_a^b dy \int_{\alpha y}^{\beta y} \frac{d[uF(u)]}{u}$$

aus welcher sich für $\alpha = 0$, $\beta = \infty$ und wenn a und b positv sind, ergibt:

$$\int_0^\infty \frac{dx}{x}[bF(bx) - aF(ax)] = (b-a) \int_0^\infty \frac{d[uF(u)]}{u} \quad \ldots (3)$$

Angenommen, es erhalte $uF(u)$ für $u = 0$ einen endlichen von Null verschiedenen Werth U_0, es werde also $F(u)$ unendlich groß für $u = 0$, dagegen Null für $u = \infty$, so ist:

$$\int_0^\infty \frac{d[uF(u)]}{u} = \left[\frac{uF(u) - U_0}{u}\right]_0^\infty + \int_0^\infty \frac{du}{u^2}[uF(u) - U_0]$$

und wenn das erste Glied der rechten Seite verschwindet:

$$\int_0^\infty \frac{dx}{x}[bF(bx) - aF(ax)] = (b-a)\int_0^\infty \frac{du}{u^2}[uF(u) - U_0] \ldots (4)$$

Die Gleichungen (3) und (4) enthält, auf anderm Wege hergeleitet, auch die in der Einleitung bezeichnete Abhandlung.

Um einige besondere Fälle zu betrachten, nehme man an, es sei:

$$F(u) = \frac{1}{u}e^{-u^n}, \quad uF(u) = e^{-u^n}.$$

Dann ist:

$$\int_0^\infty \frac{d[uF(u)]}{u} = -n\int_0^\infty u^{n-2}e^{-u^n}du = -\Gamma\left(1-\frac{1}{n}\right)$$

und erhält man die Gleichung:

$$\int_0^\infty \frac{dx}{x^2}[e^{-b^n x^n} - e^{-a^n x^n}] = (a-b)\Gamma\left(1-\frac{1}{n}\right)$$

woraus z. B. für $n=2$ folgt:

$$\int_0^\infty \frac{dx}{x^2}[e^{-b^2x^2} - e^{-a^2x^2}] = (a-b)\sqrt{\pi}$$

oder, was dasselbe ist

$$\int_0^\infty \frac{dx}{x\sqrt{x}}[e^{-bx} - e^{-ax}] = 2(\sqrt{a}-\sqrt{b})\sqrt{\pi}$$

Setzt man ferner:

$$F(u) = \left(1+\frac{1}{u}\right)e^{-u},$$

so ist

$$\int_0^\infty \frac{d[uF(u)]}{u} = -\int_0^\infty e^{-u}du = -1$$

folglich:

$$\int_0^\infty \frac{dx}{x}\left[\left(b+\frac{1}{x}\right)e^{-bx}-\left(a+\frac{1}{x}\right)e^{-ax}\right]=a-b$$

Der Annahme:

$$F(u)=\frac{e^{\gamma u}+e^{-\gamma u}}{e^{u}-e^{-u}}, \qquad \gamma<1$$

entsprechend erhält man

$$U_0=1$$

und ist $F(u)=0$ für $u=\infty$. Es ist also:

$$\int_0^\infty \frac{dx}{x}\left[b.\frac{e^{\gamma bx}+e^{-\gamma bx}}{e^{bx}-e^{-bx}}-a.\frac{e^{\gamma ax}+e^{-\gamma ax}}{e^{ax}-e^{-ax}}\right]$$

$$=(b-a)\int_0^\infty \frac{du}{u}\left[\frac{e^{\gamma u}+e^{-\gamma u}}{e^{u}-e^{-u}}-\frac{1}{u}\right]$$

Zu dem Werthe des letztern Integrals, welcher meines Wissens nicht bekannt ist, kann man auf zwei verschiedene Arten gelangen.

Aus der bekannten Gleichung:

$$\log\Gamma(k)=\int_0^\infty \frac{e^{-x}}{x}\left[k-1-\frac{1-e^{-(k-1)x}}{1-e^{-x}}\right]dx$$

folgt nämlich, wenn man $1-k$ für k setzt:

$$\log\Gamma(1-k)=\int_0^\infty \frac{e^{-x}}{x}\left[-k-\frac{1-e^{+kx}}{1-e^{-x}}\right]dx$$

und wenn man diese beiden Gleichungen addirt, nach einem bekannten Satze:

$$\log\frac{\pi}{\sin k\pi}=\int_0^\infty \frac{dx}{x}\left[-e^{-x}-\frac{2}{e^{x}-1}+\frac{e^{(k-1)x}+e^{-kx}}{1-e^{-x}}\right]\ldots(5)$$

Da aber für $k=\frac{1}{2}$ aus der ersten Gleichung

$$\log\pi=\int_0^\infty\frac{dx}{x}\left[-e^{-x}-\frac{2}{e^x-1}+\frac{2}{e^{\frac{x}{2}}-e^{-\frac{x}{2}}}\right]$$

folgt, und, wie im Art. 2 nachgewiesen wurde:

$$\log 2=\int_0^\infty\frac{dx}{x}\left[\frac{2}{x}-\frac{2}{e^{\frac{x}{2}}-e^{-\frac{x}{2}}}\right]$$

ist, so ergibt sich

$$\log 2\pi=\int_0^\infty\frac{dx}{x}\left[\frac{2}{x}-e^{-x}-\frac{2}{e^x-1}\right]\quad\ldots\quad(6)$$

und durch Subtraction der Gleichungen (5) und (6):

$$-\log 2\sin k\pi=\int_0^\infty\frac{dx}{x}\left[-\frac{2}{x}+\frac{e^{(k-1)x}+e^{-kx}}{1+e^{-x}}\right].$$

Daraus nun erhält man, wenn $k=\frac{1+\gamma}{2}$ und $x=2u$ gesetzt wird, das in Frage stehende Integral

$$\int_0^\infty\frac{du}{u}\left[\frac{e^{\gamma u}+e^{-\gamma u}}{e^u-e^{-u}}-\frac{1}{u}\right]=-\log\left(2\cos\frac{\gamma\pi}{2}\right),\qquad\gamma<1$$

Zu demselben Resultate gelangt man auf folgende Art. In der Gleichung:

$$\int_0^\infty\frac{\cos k\beta\,dx}{k^2+x^2}=\frac{\pi}{2}\frac{\cos k\beta}{k}$$

setze man nach einander $k=1, 2, 3,\ldots$, nehme die Ergebnisse mit abwechselnden Zeichen und addire sie dann, so daß die Gleichung:

$$\int_0^\infty dx\left[\frac{\cos\beta}{1^2+x^2}-\frac{\cos 2\beta}{2^2+x^2}+\frac{\cos 3\beta}{3^2+x^2}-\dots\right]$$

$$=\frac{\pi}{2}\left[\frac{\cos\beta}{1}-\frac{\cos 2\beta}{2}+\frac{\cos 3\beta}{3}-\dots\right]$$

erhalten wird. Die Summen der beiden hierin vorkommenden Reihen sind bekannt, setzt man sie ein, so erfolgt:

$$\int_0^\infty \frac{dx}{x}\left[\frac{1}{2x}-\frac{\pi}{2}\cdot\frac{e^{\beta x}+e^{-\beta x}}{e^{\pi x}-e^{-\pi x}}\right]=\frac{\pi}{2}\cdot\frac{1}{2}\log(2+2\cos\beta)$$

Durch die Substitutionen $\pi x = u$, $\beta = \gamma\pi$ verwandelt sich diese Gleichung in die folgende:

$$\int_0^\infty \frac{du}{u}\left[\frac{e^{\gamma u}+e^{-\gamma u}}{e^u-e^{-u}}-\frac{1}{u}\right]=-\log\left(2\cos\frac{\gamma\pi}{2}\right)$$

die mit der früher gefundenen übereinstimmt.

Aus ihr erhält man noch die beiden folgenden Formeln:

$$\int_0^\infty \frac{e^{\gamma u}-e^{-\gamma u}}{e^u-e^{-u}}du=\frac{\pi}{2}\operatorname{tang}\frac{\gamma\pi}{2}$$

$$\int_0^\infty \frac{du}{u^2}\left[\frac{e^{\gamma u}-e^{-\gamma u}}{e^u-e^{-u}}-\gamma\right]=-\int_0^\gamma \log\left(2\cos\frac{\gamma\pi}{2}\right)d\gamma$$

welche gelten, wenn γ zwischen 0 und 1 liegt.

Auch ergibt sich die Gleichung:

$$\int_0^\infty \frac{du}{u}\,\frac{(e^{bu}-e^{-bu})^2}{e^u-e^{-u}}=-\log(\cos b\pi)$$

Dies vorausgesetzt hat man nun das Resultat:

$$\int_0^\infty \frac{dx}{x}\left[b.\frac{e^{\gamma bx}+e^{-\gamma bx}}{e^{bx}-e^{-bx}}-a.\frac{e^{\gamma ax}+e^{-\gamma ax}}{e^{ax}-e^{-ax}}\right]$$

$$=(a-b)\log\left(2\cos\frac{\gamma\pi}{2}\right),\quad a>0,\quad b>0,\quad \gamma<1$$

4.

Die Relation, von welcher im vorigen Artikel ausgegangen wurde, läßt sich noch in einer andern Form betrachten. So geht die daselbst hergeleitete Gleichung:

$$\frac{dx}{x}\,\frac{d[yF(xy)]}{dy}dy=\frac{d[uF(u)]}{u}dy$$

nachdem dieselbe beiderseits mit $x\varphi(x)$ multiplicirt, auf der rechten Seite aber $\frac{u}{y}$ für x geschrieben worden ist, und wenn a und b als positiv vorausgesetzt werden, durch Integration über in die folgende:

$$\int_0^\infty \varphi(x)[bF(bx)-aF(ax)]\,dx=\int_0^\infty d[uF(u)]\int_a^b \frac{dy}{y}\varphi\left(\frac{u}{y}\right)\ \ldots(1)$$

aus welcher sich u. a. die folgenden Resultate finden lassen.

Es sei

$$\varphi(x)=\frac{1}{x^{n-1}},\quad F(u)=\frac{1}{u}e^{-u},\quad n<2$$

dann folgt:

$$\int_0^\infty \frac{dx}{x^n}[e^{-bx}-e^{-ax}]=\frac{a^{n-1}-b^{n-1}}{n-1}.\Gamma(2-n)$$

eine Gleichung, welche (soviel mir bekannt, zuerst von Cauchy gefunden) auch aus einer Formel des vorigen Art. erhalten werden kann.

Setzt man

$$\varphi(x)=\frac{1}{x^{n-1}}, \quad F(u)=\frac{1}{u(1+u)^m},$$

so ergibt sich, wenn $n<2$:

$$\int_0^\infty \frac{dx}{x^n}\left[\frac{1}{(1+bx)^m}-\frac{1}{(1+ax)^m}\right]$$

$$=m.\frac{a^{n-1}-b^{n-1}}{n-1}.\frac{\Gamma(2-n)\,\Gamma(m+n-1)}{\Gamma(1+m)}$$

oder auch, wenn man $\frac{1}{x}$ für x und $m+n-2=r$, also $n=r-m+2$ setzt:

$$\int_0^\infty dx\left[\frac{x^r}{(b+x)^m}-\frac{x^r}{(a+x)^m}\right]$$

$$=\frac{1}{r-m+1}\left[a^{r-m+1}-b^{r-m+1}\right].\frac{\Gamma(1+r)\,\Gamma(m-r)}{\Gamma(m)}.$$

Diese Gleichung stimmt für $b=0$, $a=1$ mit einer von Legendre (Exerc. T. II, p. 107) gefundenen überein.

Für $r=m-\frac{3}{2}$ folgt:

$$\int_0^\infty \frac{dx}{x\sqrt{x}}\left[\left(\frac{x}{b+x}\right)^m-\left(\frac{x}{a+x}\right)^m\right]=\sqrt{\pi}\,.\left[\frac{1}{\sqrt{b}}-\frac{1}{\sqrt{a}}\right]\frac{\Gamma(m-\frac{1}{2})}{\Gamma(m)}.$$

Für die Annahme $\varphi(x)=\log x$, $F(u)=\frac{1}{u}\operatorname{arctg} u$ ergibt sich die Gleichung:

$$\int_0^\infty \frac{\log x}{x}\left[\operatorname{arctg} bx-\operatorname{arctg} ax\right]dx=$$

$$\int_0^\infty \frac{du}{1+u^2}\left[\log\frac{b}{a}\log u-\frac{1}{2}(\log b)^2+\frac{1}{2}(\log a)^2\right]$$

oder, da

$$\int_0^\infty \frac{\log u}{1+u^2}\, du = 0$$

ist, das Resultat:

$$\int_0^\infty \frac{\log x}{x}\,[\operatorname{arctg} bx - \operatorname{arctg} ax]\, dx = \frac{\pi}{4}\,[(\log a)^2 - (\log b)^2].$$

Es sei wieder $\varphi(x) = \log x$, dagegen $F(u) = \frac{1}{u} e^{-u}$. Dann erhält man für die rechte Seite der Gleichung (1) den Ausdruck:

$$-\int_0^\infty e^{-u}\left[\log\frac{b}{a}\log u - \frac{1}{2}(\log b)^2 + \frac{1}{2}(\log a)^2\right] du$$

worin sich der erste Theil durch die Constante des Integrallogarithmus ausdrücken läßt. Es ist daher:

$$\int_0^\infty \frac{\log x}{x}\,[e^{-bx} - e^{-ax}]\, dx$$

$$= 0{,}57721566 \,.\, \log\frac{b}{a} + \frac{1}{2}\,[(\log b)^2 - (\log a)^2].$$

Wenn $\varphi(x) = \log x$, $F(u) = \frac{1}{u(1+u)^m}$ gesetzt wird, so geht die rechte Seite der Gleichung (1) über in:

$$-\int_0^\infty \frac{m\,du}{(1+u)^{m+1}}\left[\log\frac{b}{a}\log u - \frac{1}{2}(\log b)^2 + \frac{1}{2}(\log a)^2\right]$$

$$= -m\log\frac{b}{a} \cdot \int_0^\infty \frac{\log u}{(1+u)^{m+1}}\, du + \frac{1}{2}\,[(\log b)^2 - (\log a)^2]$$

Da nun:

$$\int_0^\infty \frac{u^{n-1}\,du}{(1+u)^{m+1}} = \frac{\Gamma(n)\,\Gamma(m-n+1)}{\Gamma(m+1)},$$

so folgt, wenn nach n differentiirt wird:

$$\int_0^\infty \frac{u^{n-1}\log u}{(1+u)^{m+1}}\,du = \frac{\Gamma'(n)\Gamma(m-n+1) - \Gamma(n)\Gamma'(m-n+1)}{\Gamma(m+1)},$$

daher für $n=1$

$$\int_0^\infty \frac{\log u}{(1+u)^{m-1}}\,du = \frac{\Gamma'(1)\Gamma(m) - \Gamma'(m)}{\Gamma(m+1)}$$

oder, da $\Gamma'(1)$ wieder die Constante des Integrallogarithmus, negativ genommen, und $\Gamma(m+1) = m\Gamma(m)$ ist, so ist wie bekannt:

$$\int_0^\infty \frac{\log u}{(1+u)^{m+1}}\,du = -\frac{1}{m}\left[0{,}57721566 + \frac{d\log\Gamma(m)}{dm}\right].$$

Man erhält daher die Gleichung:

$$\int_0^\infty \frac{\log x}{x}\left[\frac{1}{(1+bx)^m} - \frac{1}{(1+ax)^m}\right]dx =$$

$$\left[0{,}57721566 + \frac{d\log\Gamma(m)}{dm}\right]\log\frac{b}{a} + \frac{1}{2}\left[(\log b)^2 - (\log a)^2\right].$$

In dem Falle, wenn m eine positive ganze Zahl bezeichnet, läßt sich bekanntlich der Factor in der Klammer vor $\log\frac{b}{a}$ durch die harmonische Reihe ausdrücken und erhält man also:

$$\int_0^\infty \frac{\log x}{x}\left[\frac{1}{(1+bx)^m} - \frac{1}{(1+ax)^m}\right]dx =$$

$$\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{m-1}\right)\log\frac{b}{a} + \frac{1}{2}\left[(\log b)^2 - (\log a)^2\right].$$

Für $m = 1$ ergibt sich insbesondere:

$$\int_0^\infty \frac{\log x}{x}\left[\frac{1}{1+bx} - \frac{1}{1+ax}\right] dx = \frac{1}{2}\left[(\log b)^2 - (\log a)^2\right]$$

oder, was offenbar dasselbe ist:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x dx \left[\frac{1}{1+e^{x+b}} - \frac{1}{1+e^{x+a}}\right] = \frac{1}{2}(b^2 - a^2)$$

5.

Den allgemeinen Formeln, von welchen im Vorhergehenden Gebrauch gemacht wurde, lassen sich andere zwischen doppelten Integralen mit veränderlichen Grenzen bestehende Relationen an die Seite stellen, welche sich einfach auf die Vertauschung der Veränderlichen beziehen und verschiedener Anwendungen fähig sind. Zu denselben gehört, vermöge ihrer großen Einfachheit, zunächst die folgende von Dirichlet (Journal von Crelle Bd. 4) durch geometrische Betrachtung abgeleitete Gleichung:

$$\int_0^a dx \int_0^x f(x, y)\, dy = \int_0^a dy \int_y^a f(x, y)\, dx$$

welche ein besonderer Fall einer Formel ist, die ich auf analytischem Wege (Denkschriften, Bd. 20, S. 141) bewiesen habe. Vielleicht ist es von einigem Interesse, die etwas allgemeinere Gleichung:

$$\int_a^b dx \int_a^x f(x, y)\, dy = \int_a^b dy \int_y^b f x,y)\, (dx \quad \ldots \quad (1)$$

direct und ebenfalls rein analytisch zu begründen.

Nimmt man, der Allgemeinheit unbeschadet $a < b$ an, so sind die Grenzen des linker Hand stehenden Integrals offenbar durch die beiden Ungleichheiten:

$$a < x < b, \qquad a < y < x$$

bestimmt, die sich, wie man sieht, durch die folgende:

$$a < y < x < b$$

ersetzen lassen. Letztere, von der Linken zur Rechten gelesen, gibt sofort die Grenzen des doppelten Integrals, wenn zuerst nach y und dann nach x integrirt wird. Faßt man dagegen zuerst die drei letzten Glieder jener Ungleichheit und dann das erste, zweite und vierte derselben zusammen, so ergeben sich die Grenzen des in genau demselben Umfang genommenen Doppelintegrals, in welchem jetzt umgekehrt, zuerst nach x und dann nach y integrirt wird. Hieraus aber erkennt man unmittelbar die Richtigkeit der Gleichung (1).

Dieser Beweis erfordert, was bemerkt zu werden verdient, weder eine Differentiation, noch eine Integration, sondern besteht einfach in der Umstellung der Grenzen.

Übrigens kann man zu der Gleichung (1) auch auf ganz anderm Wege gelangen. Das Integral

$$\int_a^t dy \int_b^t f(x, y) dx,$$

worin t eine von x und y unabhängige Veränderliche bezeichnet, führt, nach t differentiirt, zu der Gleichung:

$$\int_b^t f(x, t) dx + \int_a^t f(t, y)\, dy = D_t \int_a^t dy \int_b^t f(x, y)\, dx$$

welche, wieder nach t zwischen den Grenzen a und b integrirt, die Relation:

$$\int_a^b dt \int_b^t f(x, t)\, dx + \int_a^b dt \int_a^t f(t, y)\, dy = 0$$

liefert. Schreibt man im erstern Integral y und im letzten x für die Veränderliche t, so ergibt sich:

$$\int_a^b dy \int_b^y f(x,y)\,dx + \int_a^b dx \int_a^x f(x,y)\,dy = 0,$$

was mit (1) übereinstimmt.

Nicht minder bemerkenswerth als (1) ist die Relation, welche sich aus der nähern Betrachtung des Integrals:

$$\int_a^b dx \int_a^{a+b-x} f(x,y)\,dy$$

ergibt. Die Grenzen desselben sind durch die Ungleichheiten

$$a < x < b, \qquad a < y < a+b-x$$

bestimmt, die sich bei umgekehrter Folge der Veränderlichen durch:

$$a < y < b, \qquad a < x < a+b-y$$

von genau demselben Umfange ersetzen lassen.

Man hat daher die Gleichung:

$$\int_a^b dx \int_a^{a+b-x} f(x,y)\,dy = \int_a^b dy \int_a^{a+b-y} f(x,y)\,dx. \quad \ldots \quad (2)$$

Diese ergibt sich auch dadurch, daß man das Integral

$$\int_a^t dx \int_a^{a+b-t} f(x,y)\,dy$$

nach t differentiirt, wodurch:

$$\int_a^{a+b-t} f(t,y)\,dy - \int_a^t f(x,a+b-t)\,dx = D_t \int_a^t dx \int_a^{a+b-t} f(x,y)\,dy$$

erhalten wird, und daß man nun diese Gleichung nach t zwischen den Grenzen a und b integrirt. Wie leicht zu sehen findet man:

$$\int_a^b dt \int_a^{a+b-t} f(t,y)\,dy - \int_a^b dt \int_a^t f(x, a+b-t)\,dx = 0$$

oder, wenn im ersten Integral x für t, im zweiten dagegen y für $a+b-t$ gesetzt wird:

$$\int_a^b dx \int_a^{a+b-x} f(x,y)\,dy = \int_a^b dy \int_a^{a+b-y} f(x,y)\,dx$$

was mit (2) übereinstimmt.

Die Gleichungen (1) und (2) führen in manchen Fällen zu Relationen zwischen einfachen bestimmten Integralen, wie einige Beispiele zeigen werden.

Man kann zu dem Ende jene Gleichungen in der Form:

$$\int_a^b dx \int_a^x [f(x,y) + f(y,x)]\,dy = \int_a^b dx \int_a^b f(x,y)\,dy$$

und

$$\int_a^b dx \int_a^{a+b-x} [f(x,y) - f(y,x)]\,dy = 0$$

schreiben, von deren Richtigkeit man sich leicht überzeugt.

Setzt man in der erstern $a=\infty$, $b=0$ und einmal:

$$f(x,y) = e^{-\alpha(x+y)-\beta xy} \cos xy, \text{ dann } f(x,y) = e^{-\alpha(x+y)-\beta xy} \sin xy,$$

so ergeben sich, wenn α, β positiv sind, die beiden folgenden Formeln:

$$\int_0^\infty \frac{(\beta x+\alpha)\cos(x^2) - x\sin(x^2)}{x^2+(\beta x+\alpha)^2} e^{-\beta x^2-2\alpha x}\,dx$$

$$= \frac{1}{2}\int_0^\infty \frac{(\beta x+\alpha)e^{-\alpha x}}{x^2+(\beta x+\alpha)^2}\,dx$$

$$\int_0^\infty \frac{(\beta x + \alpha)\sin(x^2) + x\cos(x^2)}{x^2 + (\beta x + \alpha)^2} e^{-\beta x^2 - 2\alpha x}\, dx$$

$$= \frac{1}{2}\int_0^\infty \frac{x e^{-\alpha x}}{x^2 + (\beta x + \alpha)^2}\, dx.$$

Für $f(x, y) = e^{-(x^2+y^2)}$, $a = 0$, $b = \infty$ erhält man die Gleichung:

$$\int_0^\infty e^{-x^2}\, dx \int_0^x e^{-y^2}\, dy = \frac{1}{2}\int_0^\infty e^{-x^2}\, dx \int_0^\infty e^{-y^2}\, dy,$$

woraus, wie leicht zu sehen, sich ergibt:

$$\left[\int_0^\infty e^{-x^2}\, dx\right]^2 =$$

$$2\int_0^\infty e^{-x^2}\, dx \left[x - \frac{x^3}{1!\,3} + \frac{x^5}{2!\,5} - \ldots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{n!\,(2n+1)} + \ldots\right]$$

Da nun, wenn $x^2 = z$ gesetzt wird:

$$\int_0^\infty x^{2n+1} e^{-x^2}\, dx = \frac{1}{2}\int_0^\infty z^n e^{-z}\, dz = \frac{n!}{2}$$

folgt, so geht die rechte Seite der vorigen Gleichung über in:

$$1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \ldots = \frac{\pi}{4}$$

und ergibt sich hieraus die Formel:

$$\int_0^\infty e^{-x^2}\, dx = \frac{1}{2}\sqrt{\pi}$$

welche, wie man sieht, in sehr einfacher Weise durch Entwickelung des Integrals in eine unendliche Reihe erhalten werden kann.

6.

Die Gleichung (1) des vorigen Art.

$$\int_a^b dx \int_a^x f(x,y)\, dy = \int_a^b dy \int_y^b f(x,y)\, dx$$

welche durch bloße Umstellung der Grenzbedingungen erhalten wurde, läßt sich zur Herleitung einer andern bemerkenswerthen Formel benützen. Wird darin $\varphi(x) f(y)$ für $f(x,y)$ gesetzt, so erhält man:

$$\int_a^b \varphi(x)\, dx \int_a^x f(y)\, dy = \int_a^b [f(y) \cdot \int_y^b \varphi(x)\, dx]\, dy \quad . \; . \; . \; (1)$$

Bedeutet nun $f(y)$ eine endlich bleibende Function, welche für keinen zwischen den Grenzen a und b liegenden Werth von y ihr Zeichen ändert, so ist

$$\int_a^x f(y)\, dy = \psi(x)$$

eine stetige Function von x, welche für $x = a$ verschwindet und welche, wenn x die Werthe von a bis b durchläuft, nicht vom Wachsen in's Abnehmen, oder umgekehrt, übergeht. Ist aber dies der Fall, so kann man nach einem bekannten Satz einen mittlern Werth des Factors $\int_y^b \varphi(x)\, dx$ vor das Integral rechter Hand in (1) heraus treten lassen, folglich, wenn ξ einen zwischen a und b liegenden, sonst nicht näher bekannten Werth bezeichnet:

$$\int_a^b [f(y) \int_y^b \varphi(x)\, dx]\, dy = \int_\xi^b \varphi(x)\, dx \cdot \int_a^b f(y)\, dy = \psi(b) \int_\xi^b \varphi(x) dx$$

setzen. Die Gleichung (1) geht hiernach über in die folgende:

$$\int_a^b \varphi(x)\psi(x)\,dx = \psi(b)\int_\xi^b \varphi(x)\,dx \quad . \; . \; . \quad (2)$$

Setzt man $\psi(x) - \psi(a)$ an die Stelle von $\psi(x)$, so wird die Bedingung, daß die Function für $x = a$ verschwinde, von selbst erfüllt. Es ergibt sich dann die Gleichung:

$$\int_a^b \varphi(x)\psi(x)dx = \psi(a)\int_a^b \varphi(x)\,dx + [\psi(b) - \psi(a)]\int_\xi^b \varphi(x)\,dx \ldots (3)$$

worin nun $\psi(x)$ wieder eine stetige Function sein muß, welche nicht vom Wachsen in's Abnehmen, oder umgekehrt, übergeht, wenn x die Werthe a bis b durchläuft, und wobei ξ einen zwischen a und b liegenden Werth bezeichnet. Daß $\varphi(x)$ zwischen diesen beiden Grenzen von x durchaus endliche Werthe behalten müsse, braucht kaum bemerkt zu werden.

Nach einer im 69. Bande des Journals von Crelle (S. 82) vorkommenden Bemerkung ist der durch die Gleichung (3) ausgedrückte Satz zuerst von Herrn Weierstraß gefunden und benutzt worden. — Zu jener Gleichung kann man auch mittelst geometrischer Betrachtungen gelangen.

7.

Die vorige Herleitung des Satzes gilt auch dann, wenn die darin vorkommenden Functionen keine analytisch bestimmten sind, denn es kommen in ihr nur solche Operationen zur Anwendung, welche bei Functionen jeder Art ihren Sinn behalten. Aber der Satz läßt den Werth von ξ innerhalb des ganzen Intervalles von a bis b unbestimmt, während doch in manchen Fällen eine nähere Eingrenzung desselben wünschenswerth sein mag. Um nun für ξ engere Grenzen zu erhalten, wird außer einer nähern Charakterisirung von $\varphi(x)$ auch noch die Betrachtung des Differentialquotienten dieser Function und jener $\psi(x)$ erforderlich und treten insoferne allerdings gewisse Beschränkungen ein.

Geht man wieder von der Gleichung (1) des vorigen Art. aus setzt darin:

$$\int_y^b \varphi(x)\,dx = F(y)$$

und wendet die Entwickelung:

$$F(y) = F(h) + (y-h)\,F'(h) + \frac{(y-h)^2}{2}\,F''(h+\varepsilon(y-h))$$

an, worin $0 < \varepsilon < 1$ ist, so ergibt sich:

$$\int_y^b \varphi(x)\,dx =$$

$$\int_h^b \varphi(x)\,dx - (y-h)\,\varphi(h) - \frac{(y-h)^2}{2}\,\varphi'(h+\varepsilon(y-h))$$

Diese Gleichung multiplicire man mit $f(y)dy$ und integrire sie dann zwischen den Grenzen a und b; hierdurch geht die linke Seite über in das Integral, welches die rechte Seite der Gleichung (1) des vorigen Art. bildet. Man hat daher:

$$\int_a^b \varphi(x)\,dx \int_a^x f(y)\,dy = \int_a^b f(y)\left[\int_h^b \varphi(x)\,dx - (y-h)\,\varphi(h)\right]dy$$
$$- \frac{1}{2}\int_a^b (y-h)^2 f(y)\,\varphi'(h+\varepsilon(y-h))\,dy. \quad \ldots (1)$$

Die Größe h ist hierin willkürlich und kann also in der Weise bestimmt werden, daß der erste Theil

$$H = \int_a^b \varphi(y)\left[\int_h^b \varphi(x)\,dx - (y-h)\,\varphi(h)\right]dy$$

entweder ein Maximum oder ein Minimum wird. Nun ist:

$$\frac{dH}{dh} = \varphi'(h)\int_a^b (y-h)\,f(y)\,dy$$

und es wird $\frac{dH}{dh} = 0$, wenn, abgesehen von dem Falle, daß auch $\varphi'(h)$ Null werden könne, die Größe h durch die Gleichung:

$$h = \frac{\int_a^b y f(y)\, dy}{\int_a^b f(y)\, dy}$$

bestimmt wird, wofür man:

$$H = \int_a^b f(y)\, dy \int_h^b \varphi(x)\, dx$$

erhält. Dies vorausgesetzt, sei nun wieder:

$$\int_a^x f(y)\, dy = \psi(x)$$

woraus:

$$f(x) = \psi'(x), \qquad \psi(a) = 0$$

und

$$h = \int_a^b y \frac{\psi'(y)}{\psi(b)} dy, \qquad H = \psi(b) \int_h^b \varphi(x)\, dx$$

folgt.

Die Gleichung (1) geht dann über in:

$$\int_a^b \varphi(x)\, \psi(x)\, dx = \qquad \ldots (2)$$

$$\psi(b) \int_h^b \varphi(x)\, dx - \frac{1}{2} \int_a^b (x - h)^2 \psi'(x)\, \varphi'(h + \varepsilon(x - h))\, dx$$

wobei unter dem letztern Integral x für y geschrieben wurde. Durch theilweise Integration ergibt sich für h der Ausdruck:

$$h = b - \int_a^b \frac{\psi(x)}{\psi(b)} dx \quad . . . (3)$$

Was nun zunächst diesen Werth von h betrifft, so ist klar, daß er stets zwischen a und b liegt, wenn die für $x = a$ verschwindende Function $\psi(x)$ von $x = a$ bis $x = b$ entweder nur wächst oder nur abnimmt, weil in beiden Fällen der Ausdruck unter dem Integralzeichen ein positiver echter Bruch ist.

Unter der die Allgemeinheit nicht beeinträchtigenden Annahme, daß $a < b$ sei, ist daher $a < h < b$.

Ferner ergibt sich, daß wenn, wie angenommen wurde, $\psi(x)$ von $x = a$ bis b entweder nur wächst, oder nur abnimmt, und $\psi(a) = 0$ ist, $\psi(x)$ und $\psi'(x)$ innerhalb jenes Intervalles immer gleiches Zeichen haben und daß es daher bei Betrachtung der Gleichung (2) hinreicht, dieses Zeichen als positiv vorauszusetzen.

In Hinsicht der andern Function $\varphi(x)$, welche in dem Satze des vorigen Art. bezüglich ihres Wachsens und Abnehmens keiner Beschränkung unterliegt, müssen in der vorliegenden Frage die beiden Fälle unterschieden werden, ob $\varphi(x)$ innerhalb der Grenzen der Integration beständig wächst oder beständig abnimmt.

Wird zunächst vorausgesetzt, es sei $\varphi(x)$ von $x = a$ bis b eine stets wachsende Function, also $\varphi'(x)$ positiv, so enthält das zweite Integral rechter Hand in (2) nur positive Elemente, folglich ist

$$\int_a^b \varphi(x)\psi(x)\,dx < \psi(b)\int_h^b \varphi(x)\,dx.$$

Um nun zu bestimmen, welcher Werth an die Stelle der untern Grenze h zu setzen sei, damit diese Ungleichheit in eine Gleichung übergehe, muß man beachten, daß dem vorhergehenden Art. gemäß, selbst wenn $\varphi(x)$ irgend eine continuirliche Function vorstellt, die Gleichung:

$$\int_a^b \varphi(x)\psi(x)\,dx = \psi(b)\int_\xi^b \varphi(x)\,dx, \qquad a < \xi < b$$

stattfindet, welche unmittelbar zu dem Schlusse führt, daß jene untere Grenze größer als h zu nehmen ist, wenn der Anfangswerth $\varphi(h)$ positiv oder Null, dagegen kleiner als h, wenn $\varphi(h)$ negativ ist, weil dann in beiden Fällen das rechts stehende Integral der Ungleichheit verkleinert wird.

Nimmt man nun ferner an, es sei $\varphi'(x)$ von $x=a$ bis b eine stets abnehmende Function, also $\varphi'(x)$ negativ, so enthält das zweite Integral auf der rechten Seite in (2) nur negative Elemente und ist selbst negativ, daher:

$$\int_a^c \varphi(x)\psi(x)\,dx > \psi(b)\int_h^b \varphi(x)\,dx.$$

Um diese Ungleichheit in eine Gleichheit zu verwandeln, muß ebenfalls mit Rücksicht auf die angeführte Gleichung des vorigen Art., wenn der Anfangswerth $\varphi(h)$ positiv, ein kleinerer, und wenn $\psi(h)$ negativ oder Null ist, ein größerer Werth an die Stelle der untern Grenze h gesetzt werden, wodurch in beiden Fällen das rechts stehende Integral einen größern Werth erhält.

Daß in allen hier unterschiedenen Fällen der an die Stelle der untern Grenze h tretende Werth nicht unter a und nicht über b liegen kann, geht, wie kaum bemerkt zu werden braucht, daraus hervor, daß ξ immer zwischen a und b liegt.

Man kann diese Ergebnisse in den folgenden Satz zusammenfassen. Bezeichnet $\psi(x)$ eine von $x=a$ bis $x=b$ entweder nur wachsende oder nur abnehmende Function, welche für $x=a$ verschwindet, und wird

$$h=b-\int_a^b \frac{\psi(x)}{\psi(b)}\,dx$$

gesetzt, so hat man:

I. Wenn $\varphi(x)$ von $x=a$ bis $x=b$ stets wächst und $\varphi(h)$ positiv oder Null, oder, wenn $\varphi(x)$ stets abnimmt und $\varphi(h)$ negativ oder Null ist:

$$\int_a^b \varphi(x)\psi(x)\,dx = \psi(b)\int_{b+\varepsilon(h-b)}^b \varphi(x)\,dx$$

II. Wenn $\varphi(x)$ von $x=a$ bis $x=b$ stets wächst und $\varphi(h)$ negativ, oder, wenn $\varphi(x)$ stets abnimmt und $\varphi(h)$ positiv ist:

$$\int_a^b \varphi(x)\psi(x)\,dx = \psi(b)\int_{a+\varepsilon(h-a)}^b \varphi(x)\,dx,$$

wobei ε nur durch die Bedingung $0<\varepsilon<1$ gegeben ist.

Wird $\psi(x)-\psi(a)$ für $\psi(x)$ gesetzt, so wird die Bedingung, daß $\psi(x)$ für $x=a$ verschwinde, von selbst erfüllt, und ist blos noch erforderlich, daß $\psi(x)$ innerhalb der Grenzen der Integration entweder beständig wachse oder beständig abnehme. Dann ist:

$$h = b - \int_a^b \frac{\psi(x)-\psi(a)}{\psi(b)-\psi(a)}\,dx$$

und man hat im Fall (I) die Gleichung:

$$\int_a^b \varphi(x)\psi(x)\,dx = \psi(a)\int_a^b \varphi(x)\,dx + [\psi(b)-\psi(a)]\int_{b+\varepsilon(h-b)}^b \varphi(x)\,dx$$

dagegen im Fall (II):

$$\int_a^b \varphi(x)\psi(x)\,dx = \psi(a)\int_a^b \varphi(x)\,dx + [\psi(b)-\psi(a)]\int_{a+\varepsilon(h-a)}^b \varphi(x)\,dx$$

Wird beispielsweise: $\varphi(x)=x$ gesetzt, so ergibt sich

$$h = \frac{a+b}{2}$$

und es ist daher, wenn die Voraussetzung (I) stattfindet:

$$\int_a^b x\varphi(x)\,dx = a\int_a^b \varphi(x)\,dx + (b-a)\int_{b-\varepsilon\frac{b-a}{2}}^b \varphi(x)\,dx$$

und wenn den Voraussetzungen (II) entsprochen wird:

$$\int_a^b x\varphi(x)\,dx = a\int_a^b \varphi(x)\,dx + (b-a)\int_{a+\varepsilon\frac{b-a}{2}}^b \varphi(x)\,dx$$

Die nähere Präcisirung, welche in der Formel:

$$\int_a^b \varphi(x)\psi(x)\,dx = \psi(b)\int_\xi^b \varphi(x)\,dx, \quad a < \xi < b$$

die Größe ξ wenigstens in einigen Fällen durch den vorigen Satz erhält, ist jener analog, welche in der ebenfalls bekannten Formel:

$$\int_a^b \varphi(x)\psi(x)\,dx = \varphi(\xi)\int_a^b \psi(x)\,dx, \quad a < \xi < b$$

die Größe ξ in gewissen Fällen zuläßt, und welche ich im 28. Bande der Denkschriften (S. 274) nachgewiesen habe.

8.

Zu dem Thema dieses Aufsatzes zurückkehrend, werde ich im Folgenden einige weitere Relationen zwischen bestimmten Integralen entwickeln.

Der Ausdruck

$$\frac{x^{a-1}\,e^{-bx}\,y^{n-1}}{(1+y)^{x+c}},$$

welcher zunächst betrachtet werden mag, führt, wenn er zwischen den Grenzen 0 und ∞ zuerst nach y integrirt wird, zu dem Euler-schen Integral erster Gattung, und wenn man ihn zwischen denselben Grenzen zuerst nach x integrirt, zur Gammafunction. Wie leicht einzusehen, erhält man daraus die folgende Gleichung:

$$\Gamma(n)\int_0^\infty x^{a-1}e^{-bx}\frac{\Gamma(x+c-n)}{\Gamma(x+c)}dx=\Gamma(a)\int_0^\infty\frac{y^{n-1}\,dy}{(1+y)^c[b+\log(1+y)]^a}\;..(1)$$

welche immer besteht, wenn a, b, c, n positiv sind und $c>n$ ist.

Bedeutet darin n eine positive ganze Zahl, so ist:

$$\Gamma(x+c)=(x+c-1)\,(x+c-2)\ldots(x+c-n)\Gamma(x+c-n)$$

und lässt sich die Gleichung wie folgt schreiben:

$$\int_0^\infty\frac{x^{a-1}\,e^{-bx}\,dx}{(x+c-1)\,(x+c-2)\ldots(x-c-n)}$$

$$=\frac{\Gamma(a)}{\Gamma(n)}\int_0^\infty\frac{x^{n-1}\,dx}{(1+x)^c[b+\log(1+x)]^a}$$

Für $n=1$ ergibt sich hinaus:

$$\int_0^\infty\frac{dx}{(1+x)^c[b+\log(1+x)]^a}=\frac{1}{\Gamma(a)}\int_0^\infty\frac{x^{a-1}\,e^{-bx}}{x+c-1}\,dx$$

Für $b=0$ findet man:

$$\int_0^\infty\frac{x^{n-1}\,dx}{(1+x)^c[\log(1+x)]^a}=$$

$$\frac{\Gamma(n)}{\Gamma(a)}\int_0^\infty\frac{x^{a-1}\,dx}{(x+c-1)(x+c-2)\ldots(x+c-n)}.$$

Das Integral der zweiten Seite dieser Gleichung lässt sich unter der Voraussetzung daß a ein positiver echter Bruch sei, näher ausführen. Man kann nämlich den Ausdruck unter dem Integralzeichen in n Brüche zerlegen und erhält für das Integral des ν. dieser Brüche den Ausdruck:

$$\frac{(-1)^{n-\nu}}{(\nu-1)!\,(n-\nu)!}\int_0^\infty\frac{x^{a-1}\,dx}{x+c-\nu}=\frac{(-1)^{n-\nu}\,(c-\nu)^{a-1}}{(\nu-1)!\,(n-\nu)!}\cdot\frac{\pi}{\sin a\pi}$$

woraus sich, wenn man nach einander $\nu = 1, 2, \ldots n$ setzt und die Resultate addirt, nach einigen einfachen Reductionen die folgende Gleichung ergibt:

$$\int_0^\infty \frac{x^{n-1}\,dx}{(1+x)^c[\log(1+x)]^a} =$$

$$\frac{(-1)^{n-1}}{\Gamma(a)} \cdot \frac{\pi}{\sin a\pi} \left\{(c-1)^{a-1} - \frac{n-1}{1}(c-2)^{a-1}\right.$$

$$\left. + \frac{(n-1)(n-2)}{1.2}(c-3)^{a-1} - \ldots + (-1)^{n-1}(c-n)^{a-1}\right\}$$

welche gilt, wenn n eine positive ganze Zahl und $c > n$, sodann $0 < a < 1$ ist.

Für $a = \frac{1}{2}$, $n = 1$, $c > 1$ findet man beispielsweise die Formel:

$$\int_0^\infty \frac{dx}{(1+x)^c \sqrt{\log(1+x)}} = \sqrt{\frac{\pi}{c-1}}$$

welche sich leicht verificiren läßt.

Es sei noch bemerkt, daß die Gleichung (1), wenn man rechter Hand $1 + y = e^x$, $dy = e^x\,dx$ und durchgehend $n = c - l$ setzt, in die Form:

$$\int_0^\infty x^{a-1}\,e^{-bx} \cdot \frac{\Gamma(x+l)}{\Gamma(x+c)}\,dx = \frac{\Gamma(a)}{\Gamma(c-l)} \cdot \int_0^\infty \frac{(e^x-1)^{c-l-1}\,dx}{(x+b)^a\,e^{(c-1)x}}$$

gebracht werden kann, worin nun $c > l$ sein muß.

In analoger Weise werde nunmehr der Ausdruck:

$$\frac{x^b\,y}{(x^2 + 2xy\cos\alpha + y^2)\,(y^2 + 2y\cos\alpha + 1)}$$

unter der Voraussetzung, daß b zwischen -1 und $+1$, und α zwischen $-\pi$ und $+\pi$ liege, der Integration nach x und y

zwischen den Grenzen 0 und ∞ unterzogen. Betrachtet man das hierdurch entstehende doppelte Integral zunächst in der Anordnung:

$$\int_0^\infty \frac{y\,dy}{y^2+2y\cos\alpha+1}\int_0^\infty \frac{x^b\,dx}{x^2+2xy\cos\alpha+y^2}$$

und setzt man darin $x=yz$, $dx=ydz$, so verwandelt es sich in das folgende:

$$\int_0^\infty \frac{y^b\,dy}{y^2+2y\cos\alpha+1}\int_0^\infty \frac{z^b\,dz}{z^2+2z\cos\alpha+1}$$

worin die Veränderlichen getrennt sind. Nun fand Legendre (Exerc. T. II, p. 101) die Formel:

$$\int_0^\infty \frac{z^b\,dz}{1+2z\cos\alpha+z^2}=\frac{\pi}{\sin b\pi}\cdot\frac{\sin b\alpha}{\sin\alpha}$$

und man erhält daher, wenn das Doppelintegral auch in der umgekehrten Anordnung geschrieben wird, die Gleichung:

$$\int_0^\infty x^b\,dx\int_0^\infty \frac{y\,dy}{(y^2+2y\cos\alpha+1)(y^2+2xy\cos\alpha+x^2)}=\left(\frac{\pi}{\sin b\pi}\cdot\frac{\sin b\alpha}{\sin\alpha}\right)^2$$

Der Bruch unter dem Zeichen lässt sich in die Form:

$$\frac{1}{(x-1)\,[x^2-2x\cos 2\alpha+1]}\left\{\frac{(x+1)y+2\cos\alpha}{y^2+2y\cos\alpha+1}-\frac{(x+1)\,y+2x^2\cos\alpha}{y^2+2xy\cos\alpha+x^2}\right\}$$

bringen und dann leicht integriren. Das unbestimmte Integral des Klammerausdrucks ist:

$$\frac{x+1}{2}\log\frac{y^2+2y\cos\alpha+1}{y^2+2xy\cos\alpha+x^2}$$
$$+(1-x)\operatorname{cotg}\alpha\left\{\operatorname{arctg}\frac{y+\cos\alpha}{\sin\alpha}+\operatorname{arctg}\frac{y+x\cos\alpha}{x\sin\alpha}\right\}+C$$

und dieses zwischen den Grenzen 0 und ∞ genommen:

$$(x+1)\log x + 2(1-x)\,\alpha\operatorname{cotg}\alpha.$$

Man hat daher die Gleichung:

$$\int_0^\infty \frac{x^b\left[(x+1)\log x + 2(1-x)\,\alpha\operatorname{cotg}\alpha\right]}{(x-1)\left[x^2-2x\cos 2\alpha+1\right]}\,dx = \left(\frac{\pi}{\sin b\pi}\cdot\frac{\sin b\alpha}{\sin\alpha}\right)^2 \quad \ldots \quad (2)$$

worin nun $-1 < b < +1$, $-\pi < \alpha < +\pi$ sein muß.

Für $\alpha = 0$ folgt daraus wie leicht zu sehen:

$$\int_0^\infty \frac{x^b\,dx}{(x-1)^3}\left[(1+x)\log x + 2(1-x)\right] = \left(\frac{b\pi}{\sin b\pi}\right)^2$$

Das Integral ändert sich nicht, wenn man $-b$ für b setzt, was nicht nur aus seinem rechts stehenden Werthe, sondern auch direct aus der linken Seite folgt, wenn $\frac{1}{x}$ für x geschrieben wird.

Für $b=0$ ergibt sich aus (2) ferner noch die Gleichung:

$$\int_0^\infty \frac{dx}{x-1}\cdot\frac{(x+1)\log x + 2(1-x)\,\alpha\operatorname{cotg}\alpha}{x^2-2x\cos 2\alpha - 1} = \left(\frac{\alpha}{\sin\alpha}\right)^2$$

und wenn gleichzeitig $\alpha = 0$ und $b = 0$ gesetzt wird:

$$\int_0^\infty \frac{dx}{(x-1)^3}\left[(1+x)\log x + 2(1-x)\right] = 1$$

9.

Wie bekannt haben Poisson (Journ. de l'école polytechn. T. X, p. 612) uud später Delaunay u. A. auf verschiedenen Wegen gezeigt, daß das Integral

$$\int_0^\pi dx \log(a^2 + 2a\cos x + 1)$$

eine Function von a ist, welche entweder 0 oder $\pi \log(a^2)$ zum Werthe hat, je nachdem a innerhalb oder außerhalb des Intervalls von -1 bis $+1$ liegt. Alle mir bekannten Herleitungen dieses Resultates beruhen entweder auf der Benützung unendlicher Reihen oder dem Übergang vom Endlichen ins Unendliche; das folgende Verfahren nimmt blos die einfachsten Hilfsmittel der Integralrechnung in Anspruch.

Der Ausdruck

$$\frac{2y+2\cos x}{y^2+2y\cos x+1}$$

nach x zwischen den Grenzen 0 und π, nach y zwischen den Grenzen 0 und a, zuerst nach y und dann nach x, sowie auch in umgekehrter Ordnung integrirt, führt zu der Gleichung:

$$\int_0^\pi dx \log(a^2+2a\cos x+1) = \int_0^a dy \int_0^\pi \frac{2y+2\cos x}{y^2+2y\cos x+1}\, dx$$

Das Doppelintegral kann in der Form:

$$\int_0^a \frac{dy}{y} \int_0^\pi dx \left(1 - \frac{1-y^2}{y^2+2y\cos x+1}\right)$$

geschrieben werden, und da

$$\int \frac{dx}{y^2+2y\cos x+1} = \frac{2}{1-y^2} \operatorname{arctg}\left(\frac{1-y}{1+y}\operatorname{tang}\frac{x}{2}\right) + C$$

so hat man:

$$\int_0^\pi dx \log(a^2+2a\cos x+1) = \int_0^a \frac{dy}{y}\left[\pi - 2\operatorname{arctg}\left(\frac{1-y}{1+y}\operatorname{tang}\frac{\pi}{2}\right)\right]$$

Wird nun zunächst angenommen, es sei $-1 \leqq a \leqq +1$, so ist stets sowohl $1-y$ als $1+y$ positiv, daher der Ausdruck in der eckigen Klammer $=0$. In diesem Falle verschwindet also das in Frage stehende Integral.

Nimmt man dagegen an, es sei $a > +1$, so zerlege man das Integral rechter Hand in zwei Integrale, wovon das eine 0 und $+1$, das andere $+1$ und a zu seinen Grenzen hat. Man erhält dann:

$$\int_0^{+1} \frac{dy}{y}\left[\pi - 2\operatorname{arctg}\left(\frac{1-y}{1+y}\operatorname{tang}\frac{\pi}{2}\right)\right] + \int_{+1}^{a} \frac{dy}{y}\left[\pi - 2\operatorname{artcg}\left(\frac{1-y}{1+y}\operatorname{tang}\frac{\pi}{2}\right)\right]$$

Das erste Integral ist, wie vorhin gezeigt wurde, gleich Null; in dem zweiten aber bleibt für alle zwischen 1 und a liegenden Werthe von y der Zähler $1-y$ stets negativ, der Nenner $1+y$ stets positiv, folglich ist in diesem Falle der Ausdruck in der eckigen Klammer $= \pi - 2\operatorname{arctg}(-\infty) = 2\pi$, also der Gesammtwerth der beiden Integrale

$$= \int_1^a \frac{dy}{y}.2\pi = 2\pi \log a = \pi \log(a^2).$$

Derselbe Werth wird erhalten, wenn $a < -1$ ist; denn zerlegt man in diesem Falle das Integral in zwei andere, deren Grenzen 0 und -1, sodann -1 und a sind, so verschwindet wieder, dem Vorhergehenden gemäß, das erste dieser Integrale und ist $1-y$ positiv, dagegen $1+y$ negativ und reducirt sich somit das zweite Integral auf:

$$\int_{-1}^{a} \frac{dy}{y}.2\pi = 2\pi \int_{+1}^{-a} \frac{dx}{x} = 2\pi \log(-a)$$

wofür wieder $\pi \log(a^2)$ geschrieben werden kann.

Hieraus folgt nun das vorhin erwähnte Resultat, daß

$$\int_0^{\pi} dx \log(a^2 + 2a\cos x + 1) = 0 \quad \text{wenn} \quad -1 \leqq a \leqq +1$$
$$= \pi \log(a^2) \text{ wenn } a < -1 \text{ oder } a > +1.$$

Dieses Integral ist, wie man sieht, eine Function von a, welche, ohne discontinuirlich zu werden, für ein endliches Intervall der Werthe von a unveränderlich bleibt und erst außerhalb dieses Intervalls mit a sich ändert. Offenbar lassen sich Functionen dieser Art

durch doppelte Integrale darstellen, wovon das auf die eine Veränderliche bezogene Integral für ein Intervall von Werthen der andern beständig Null bleibt und wovon das andere Integral sich auf eine endlich bleibende Function seiner Veränderlichen bezieht.

Um dies an einem besondern Falle näher zu zeigen, will ich von dem Integral

$$\int_0^\infty \frac{dx}{x} \cos bx \sin xy = \frac{\pi}{2}, \quad -y < b < +y$$
$$= \frac{\pi}{4}, \quad b = \pm y$$
$$= 0, \quad b > +y \text{ oder } b < -y$$

ausgehen, welches, gewöhnlich als Function von b betrachtet, benützt und auf bekannte Art geometrisch dargestellt wird. Aber nichts hindert, umgekehrt das Integral als Function von y zu betrachten, denn es ergibt sich dann leicht, daß das Integral

$$= +\frac{\pi}{2} \text{ so lange } b < y < +\infty, \quad = -\frac{\pi}{2} \text{ so lange } -\infty < y < -b$$
$$= +\frac{\pi}{4} \text{ für } y = b\,, \quad = -\frac{\pi}{4} \text{ für } y = -b$$
$$= \quad 0 \text{ so lange } -b < y < +b$$

ist und daß dasselbe geometrisch, wenn y zwischen $-b$ und $+b$ liegt, ein Stück der Abscissenaxe, und für alle über $+b$ liegenden positiven Werthe von y in der Entfernung $+\frac{\pi}{2}$, dagegen für alle unter $-b$ liegenden y in der Entfernung $-\frac{\pi}{2}$ eine parallele Gerade zu jener Axe liefert.

Gelegentlich sei bemerkt, daß wenn man sowohl y als b sich unabhängig ändern läßt und als Abscissen auf zwei rechtwinklichte Axen trägt, den Integralwerth dagegen als die entsprechende Ordinate einer Fläche betrachtet, für diese letztere zwei ebene Flächenstücke erhalten werden, welche, resp. in der Entfernung $+\frac{\pi}{2}$

und $-\frac{\pi}{2}$ von der by Ebene, dieser parallel sind und welche von zwei, durch die dritte Axe gehenden Ebenen begrenzt werden, die mit den beiden anderen Axen einen halben rechten Winkel bilden, daß daher jedes dieser Flächenstücke in dem unbegrenzten Raume eines rechten Winkels besteht und beide von entgegengesetzter Richtung sind.

Dies vorausgesetzt, hat man also, wenn $f(y)$ eine zwischen $y=0$ bis a endliche Function bezeichnet, die Gleichung:

$$\begin{aligned}\int_0^\infty \frac{dx}{x}\cos bx\int_0^a f(y)\sin xy\,dy &= 0 \qquad \text{wenn } a<b \\ &= \frac{\pi}{2}\int_b^a f(y)\,dy \quad \text{wenn } a>b\end{aligned} \qquad \ldots(1)$$

woraus hervorgeht, daß das Integral linker Hand in der That für alle unter b liegenden Werthe von a Null wird und erst von $a=b$ an, ohne unstetig zu werden, einen von Null verschiedenen Werth erhält, wie dies bei dem im Eingange dieses Art. betrachteten Integral der Fall ist.

Es sei, um ein Beispiel zu betrachten $f(y)=e^{ky}$, wofür

$$\int_0^a f(y)\sin xy\,dy = \frac{x+e^{ak}(k\sin ax - x\cos ax)}{k^2+x^2}$$

erhalten wird. Hiernach ist also:

$$\begin{aligned}\int_0^\infty \frac{\cos bx\,dx}{x(k^2+x^2)}[x+e^{ak}(k\sin ax - x\cos ax)] &= 0 \qquad , \quad a<b \\ &= \frac{\pi}{2k}(e^{ak}-e^{bk}), \quad a>b\end{aligned}$$

Für $k=0$ ergibt sich insbesondere noch:

$$\begin{aligned}\int_0^\infty \frac{dx}{x^2}\cos bx(1-\cos ax) &= 0 \qquad , \quad a<b \\ &= \frac{\pi}{2}(a-b), \quad a>b\end{aligned}$$

was mit einem zuerst von Herrn Bierens de Haan (Nouv. Tables d'intégrales définies, T. 157, Nr. 5) gefundenen Resultate übereinstimmt.

Wird ferner $f(y) = \sin \gamma y$ gesetzt, so erhält man:

$$\int_0^\infty \frac{dx}{x} \cos bx . \left[\frac{\sin a(\gamma - x)}{\gamma - x} - \frac{\sin a(\gamma + x)}{\gamma + x}\right] = 0 \qquad , a < b$$
$$= \frac{\pi}{\gamma}(\cos b\gamma - \cos a\gamma), \; a > b.$$

Ein analoges Resultat ergibt sich für $f(y) = \cos \gamma y$.

Der Gleichung (1) kann man diejenige an die Seite stellen, welche aus dem vorhin angeführten Integral:

$$\int_0^\infty \frac{dx}{x} \sin bx \cos xy = \frac{\pi}{2}, \quad -b < y < +b$$
$$= 0, \quad y > +b \text{ oder } y < -b$$

erhalten wird. Sie ist, wie leicht zu sehen, wenn a und b positiv sind, die folgende:

$$\int_0^\infty \frac{dx}{x} \sin bx \int_0^a f(y) \cos xy \, dy = \frac{\pi}{2}\int_0^a f(y)\, dy \text{ wenn } a < b$$
$$\ldots (2)$$
$$= \frac{\pi}{2}\int_0^b f(y)\, dy \text{ wenn } a > b$$

Das Integral linker Hand ist also im ersten Falle von b und im zweiten Falle von a unabhängig.

Für $f(y) = e^{ky}$ ergibt sich

$$\int_0^\infty \frac{\sin bx . dx}{x(k^2 + x^2)} [-k + e^{ak}(k \cos ax + x \sin ax)] = \frac{\pi}{2k}(e^{ak} - 1), \; a < b$$
$$= \frac{\pi}{2k}(e^{bk} - 1), \; a > b.$$

Ferner folgt für $f(y) = \cos\gamma y$

$$\int_0^\infty \frac{dx}{x}\sin bx.\left[\frac{\sin a(\gamma-x)}{\gamma-x}+\frac{\sin a(\gamma+x)}{\gamma+x}\right]=\frac{\pi}{\gamma}\sin a\gamma,\quad a<b$$

$$=\frac{\pi}{\gamma}\sin b\gamma,\quad a>b.$$

Ein analoges Resultat findet man, wenn $f(y) = \sin\gamma y$ gesetzt wird.

10.

Die Gleichungen (1) und (2) gehen für $a=\infty$ über in die folgenden:

$$\int_0^\infty \frac{dx}{x}\cos bx\int_0^\infty f(y)\sin xy\,dy = \frac{\pi}{2}\int_b^\infty f(y)\,dy \quad \ldots (1)$$

$$\int_0^\infty \frac{dx}{x}\sin bx\int_0^\infty f(y)\cos xy\,dy = \frac{\pi}{2}\int_0^b f(y)\,dy \quad \ldots (2)$$

wenn darin b als positiv betrachtet wird. Wodurch sich diese Gleichungen von jenen der Fourier'schen Doppelintegrale unterscheiden ist klar; letztere ergeben sich, wenigstens für den Fall daß $f(y)$ stetig bleibt, aus (1) und (2) durch Differentiation nach b. Auch umgekehrt kann man (2) aus einer der Fourier'schen Gleichungen erhalten, die Gleichung (1) dagegen nicht.

Zu einigen bemerkenswerthen, theils bekannten, theils neuen Resultaten führt die Annahme $f(y) = e^{-\alpha y}y^{a-1}$. Dieselben aber setzen die Werthe zweier vielfach erörterten Integrale voraus, über welche, des Zusammenhanges wegen, das Folgende angeführt werden mag. Diese Integrale sind:

$$A=\int_0^\infty e^{-\alpha x}x^{a-1}\cos\beta x\,.\,dx,\quad B=\int_0^\infty e^{-\alpha x}x^{a-1}\sin\beta x\,.\,dx$$

die man, wie zuerst Euler gethan hat, aus der Formel:

$$\int_0^\infty e^{-(\alpha+\beta\sqrt{-1})x} x^{a-1} dx = \frac{\Gamma(a)}{(\alpha+\beta\sqrt{-1})^a}, \quad a>0. \quad \alpha>0$$

durch Trennung des Reellen vom Imaginären, oder aber nach dem Vorgange von Poisson direct durch Integration zweier simultanen Differentialgleichungen ermitteln kann.

Die Begründung dieser letztern Formel hat, wie bekannt, zu weitläufigen Betrachtungen Anlaß gegeben, die jedoch später durch ein sehr einfaches Verfahren von Herrn Minding umgangen worden sind. Bezeichnet man nämlich das in Frage stehende Integral mit u, so folgt einmal

$$\frac{du}{d\beta} = -\sqrt{-1}\int_0^\infty e^{-(\alpha+\beta\sqrt{-1})x} x^a dx$$

und dann, wenn u theilweise integrirt wird:

$$u = \frac{\alpha+\beta\sqrt{-1}}{a}\int_0^\infty e^{-(\alpha+\beta\sqrt{-1})x} x^a dx$$

Es ist daher

$$\frac{du}{d\beta} = -\frac{a\sqrt{-1}}{\alpha+\beta\sqrt{-1}}.u, \qquad u = \frac{\text{Const}}{(\alpha+\beta\sqrt{-1})^a}$$

Da $u = \frac{\Gamma(a)}{\alpha^a}$ für $\beta = 0$, so folgt Const $= \Gamma(a)$, womit die oben bemerkte Formel gefunden ist.

Die directe Bestimmung von A und B, welche Poisson (Journ. de l'école polytechn. T. IX, p. 215) gezeigt hat, wird nicht selten für sehr umständlich gehalten; die folgende Darstellung derselben ist beträchtlich kürzer.

Da

$$\frac{dA}{d\beta} = -\int_0^\infty e^{-\alpha x} x^a \sin\beta x \, . \, dx, \qquad \frac{dB}{d\beta} = \int_0^\infty e^{-\alpha x} x^a \cos\beta x \, . \, dx$$

oder, wenn man auf jedes dieser Integrale die theilweise Integration anwendet:

$$\frac{dA}{d\beta} = -a\int_0^\infty e^{-\alpha x} x^{a-1} \cdot \frac{\beta\cos\beta x + \alpha\sin\beta x}{\alpha^2+\beta^2}\,dx$$

$$\frac{dB}{d\beta} = -a\int_0^\infty e^{-\alpha x} x^{a-1} \cdot \frac{\beta\sin\beta x - \alpha\cos\beta x}{\alpha^2+\beta^2}\,dx,$$

so ergeben sich die Gleichungen:

$$(\alpha^2+\beta^2)\frac{dA}{d\beta} = -a\beta A - a\alpha B$$

$$(\alpha^2+\beta^2)\frac{dB}{d\beta} = -a\beta B + a\alpha A$$

oder, was dasselbe ist:

$$(\alpha^2+\beta^2)\frac{d\log A}{d\beta} = -a\beta - a\alpha\frac{B}{A}$$

$$(\alpha^2+\beta^2)\frac{d\log B}{d\beta} = -a\beta + a\alpha\frac{A}{B}$$

Zieht man diese Gleichungen von einander ab und setzt der Kürze wegen $\frac{A}{B}=z$, so ergibt sich:

$$\frac{dz}{1+z^2} = -a\cdot\frac{\alpha d\beta}{\alpha^2+\beta^2},\qquad z=\operatorname{tang}\left(C-a\cdot\operatorname{arctg}\frac{\beta}{\alpha}\right)$$

Für $\beta=0$ wird $B=0$, $z=\infty$, also $C=\frac{\pi}{2}$, folglich ist:

$$\frac{A}{B} = \operatorname{cotg}\left(a\cdot\operatorname{arctg}\frac{\beta}{\alpha}\right)$$

und wenn man diesen Werth in die Gleichung für $\frac{d\log A}{d\beta}$ einsetzt und integrirt:

$$\log A = -a\int\frac{\beta d\beta}{\alpha^2+\beta^2} - a\alpha\int\frac{\operatorname{tang}\left(a\cdot\operatorname{arctg}\frac{\beta}{\alpha}\right)}{\alpha^2+\beta^2}\,d\beta$$

Daraus findet man nun:

$$\log A = -\frac{a}{2}\log(\alpha^2+\beta^2) + \log\cos\left(a\cdot\operatorname{arctg}\frac{\beta}{\alpha}\right) + \log\mathrm{Const}$$

oder also:

$$A = \frac{\cos\left(a \,.\, \operatorname{arctg}\frac{\beta}{\alpha}\right)}{(\alpha^2+\beta^2)^{\frac{a}{2}}} \,.\, \text{Const.}$$

Für $\beta = 0$ geht A über in:

$$\int_0^\infty e^{-\alpha x} x^{a-1}\, dx = \frac{\Gamma(a)}{\alpha^a} = \frac{\text{Const}}{\alpha^a}$$

Es ist daher:

$$\text{Const} = \Gamma(a)$$

und man hat sofort die Gleichungen:

$$\int_0^\infty e^{-\alpha x} x^{a-1} \cos\beta x \,.\, dx = \frac{\Gamma(a)}{(\alpha^2+\beta^2)^{\frac{a}{2}}} \cos\left(a \,.\, \operatorname{arctg}\frac{\beta}{\alpha}\right)$$

$$\int_0^\infty e^{-\alpha x} x^{a-1} \sin\beta x \,.\, dx = \frac{\Gamma(a)}{(\alpha^2+\beta^2)^{\frac{a}{2}}} \sin\left(a \,.\, \operatorname{arctg}\frac{\beta}{\alpha}\right)$$

Diese gelegentlichen Bemerkungen vorausgeschickt, kehre ich zurück zu den Gleichungen (1) und (2) um dieselben, wie erwähnt, auf den Fall

$$f(y) = e^{-\alpha y} y^{a-1}$$

anzuwenden, wofür man aus ihnen erhält:

$$\int_0^\infty \frac{\cos bx \,.\, dx}{x(\alpha^2+x^2)^{\frac{a}{2}}} \sin\left(a \,.\, \operatorname{arctg}\frac{x}{\alpha}\right) = \frac{\pi}{2\Gamma(a)} \int_b^\infty e^{-\alpha y} y^{a-1}\, dy \quad \ldots (3)$$

$$\int_0^\infty \frac{\sin bx \,.\, dx}{x(\alpha^2+x^2)^{\frac{a}{2}}} \cos\left(a \,.\, \operatorname{arctg}\frac{x}{\alpha}\right) = \frac{\pi}{2\Gamma(a)} \int_0^b e^{-\alpha y} y^{a-1}\, dy \quad \ldots (4)$$

Die Gleichungen (1) und (2) dürfen, wie gezeigt wurde, nach b differentiirt werden, weil sie, wenn b als positiv vorausgesetzt wird, in die Fourier'schen Gleichungen übergehen; man kann also beifügen, daß:

$$\int_0^\infty \frac{\sin bx\,.\,dx}{(\alpha^2+x^2)^{\frac{a}{2}}} \sin\left(a\,.\,\operatorname{arctg}\frac{x}{\alpha}\right) = \frac{\pi}{2\Gamma(a)}\,.\,e^{-\alpha b}\, b^{a-1} \ldots (5)$$

$$\int_0^\infty \frac{\cos bx\,.\,dx}{(\alpha^2+x^2)^{\frac{a}{2}}} \cos\left(a\,.\,\operatorname{arctg}\frac{x}{\alpha}\right) = \frac{\pi}{2\Gamma(a)}\,.\,e^{-\alpha b}\, b^{a-1} \ldots (6)$$

Aus (3) ergibt sich nun für $b=0$, $\alpha=1$ und wenn man x für $\operatorname{arctg} x$ setzt, die Gleichung:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx\,.\,\frac{\sin ax}{\sin x} \cos^{a-1} x = \frac{\pi}{2}, \qquad a > 0$$

$$= \infty, \qquad a \leqq 0$$

wobei die letztere Bestimmung aus dem Integral selbst hervorgeht.

Aus (6) folgt unter denselben Voraussetzungen

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos ax\,.\,\cos^{a-2} x\, dx \qquad = 0\;, \quad a > 1$$

$$= \frac{\pi}{2}\;, \quad a = 1$$

$$= \infty, \quad a < 1.$$

(Über die beiden letzteren Formeln siehe Bierens de Haan, Nouv. Tables. T. 45 und 41.)

Aus (5) erhält man, wenn nach der Division mit b letzteres $=0$ und dann $\alpha=1$, x für $\operatorname{arctg} x$ gesetzt wird, die Gleichung:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx\,.\,\sin x\,.\,\sin ax \cos^{a-3} x \quad = 0\;, \quad a > 2$$

$$= \frac{\pi}{2}, \quad a = 2$$

$$= \infty, \quad a < 2.$$

Die drei letzteren Integrale stellen, wie man sieht, unstetige Functionen dar, worauf besonders aufmerksam zu machen, der Zweck dieser Auseinandersetzungen war.

Aus (3) und (4) ergeben sich mit Leichtigkeit für $a = 1$, 2, 3, ... die Werthe einiger bestimmten Integrale.

Für $a = 2$ erhält man z. B.:

$$\int_0^\infty \frac{\cos bx \, . \, dx}{(\alpha^2 + x^2)^2} = \frac{\pi}{4\alpha^3}(\alpha b + 1) e^{-\alpha b}$$

$$\int_0^\infty \frac{(\alpha^2 - x^2) \sin bx \, dx}{x(\alpha^2 + x^2)^2} = \frac{\pi}{2\alpha^2}\left[1 - (\alpha b + 1) e^{-\alpha b}\right]$$

und hieraus:

$$\int_0^\infty \frac{dx}{x} . \frac{2\alpha x \cos bx + (\alpha^2 - x^2) \sin bx}{(\alpha^2 + x^2)^2} = \frac{\pi}{2\alpha^2}$$

Da die Integrale rechter Hand in (3) und (4) sich immer angeben, und $\sin\left(a . \operatorname{arctg} \frac{x}{\alpha}\right)$, $\cos\left(a . \operatorname{arctg} \frac{x}{\alpha}\right)$ sich immer algebraisch ausdrücken lassen, wenn a eine positive ganze Zahl bezeichnet, so sieht man wie sich aus jenen Gleichungen weitere Resultate ziehen lassen.

Es sei noch bemerkt, daß wenn man in der aus (1) und (2) sich ergebenden Gleichung:

$$\int_0^\infty \frac{dx}{x} \int_0^\infty f(y) \sin x(b + y) \, dy = \frac{\pi}{2} \int_0^\infty f(y) \, dy$$

für $f(y)$ die Ausdrücke: $e^{-\alpha y} y^{a-1} \sin \beta y$ und $e^{-\alpha y} y^{a-1} \cos \beta y$ setzt, die Formeln:

$$\int_0^\infty \frac{dx}{x}\left[\frac{\cos\left(bx - a . \operatorname{arctg} \frac{\beta - x}{\alpha}\right)}{[\alpha^2 + (\beta - x)^2]^{\frac{a}{2}}} - \frac{\cos\left(bx + a . \operatorname{arctg} \frac{\beta + x}{\alpha}\right)}{[\alpha^2 + (\beta + x)^2]^{\frac{a}{2}}}\right]$$

$$= \pi . \frac{\sin\left(a . \operatorname{arctg} \frac{\beta}{\alpha}\right)}{(\alpha^2 + \beta^2)^{\frac{a}{2}}}$$

$$\int_0^\infty \frac{dx}{x}\left[\frac{\sin\left(bx + a.\operatorname{arctg}\frac{\beta+x}{\alpha}\right)}{[\alpha^2+(\beta+x)^2]^{\frac{a}{2}}} + \frac{\sin\left(bx - a.\operatorname{arctg}\frac{\beta-x}{\alpha}\right)}{[\alpha^2+(\beta-x)^2]^{\frac{a}{2}}}\right]$$

$$= \pi.\frac{\cos\left(a.\operatorname{arctg}\frac{\beta}{\alpha}\right)}{(\alpha^2+\beta^2)^{\frac{a}{2}}}$$

erhalten werden.

Für $\beta = 0$ folgt aus der letztern, sowie auch durch Addition der Gleichungen (3) und (4) die Formel:

$$\int_0^\infty \frac{dx}{x}.\frac{\sin\left(bx + a.\operatorname{arctg}\frac{x}{\alpha}\right)}{(\alpha^2+x^2)^{\frac{a}{2}}} = \frac{\pi}{2\alpha^a}$$

oder, wenn x für $\operatorname{tang}\frac{x}{\alpha}$ und b für αb gesetzt wird:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sin x}.\sin(ax + b\operatorname{tang} x)\cos^{a-1} x = \frac{\pi}{2}, \qquad a > 0,\ b > 0.$$

Der Fall $b = 0$ wurde vorhin schon besprochen.

11.

Mehrere der Integrale, von welchen bisher die Rede war, lassen insofern eine allgemeinere Gestaltung zu, als an die Stelle der unendlichen Reihen, in welche die unter dem Integralzeichen vorkommende Function sich entwickeln läßt, deren, die Summe der n ersten Glieder ergänzender Rest tritt. Nun kann der Rest der Maclaurin'schen Reihe allerdings in Form eines einfachen bestimmten Integrals dargestellt werden, aber diese ist für den vorliegenden Zweck nicht wohl geeignet; dienlicher ist jene eines vielfachen Integrals, zu welcher man auf dem folgenden Wege gelangt.

Bezeichnen x, x_1, x_2, ... x_n von einander unabhängige Veränderliche, so finden offenbar die Gleichungen statt:

$$f(x)=f(0)+\int_0^1 x f'(xx_1)dx_1$$

$$f'(xx_1)=f'(0)+\int_0^1 xx_1 f''(xx_1x_2)dx_2$$

$$f''(xx_1x_2)=f''(0)+\int_0^1 xx_1x_2 f'''(xx_1x_2x_3)dx_3$$

. . . .

$$f^{(n-1)}(xx_1x_2\ldots x_{n-1})=f^{(n-1)}(0)+\int_0^1 xx_1x_2\ldots x_{n-1}f^{(n)}(xx_1x_2\ldots x_n)dx_n$$

aus welchen man alle Integrale, mit Ausnahme des letzten, nach einander eliminiren kann, so daß sich die Gleichung ergibt:

$$f(x)-[f(0)+xf'(0)+\frac{x^2}{2!}f''(0)+\ldots+\frac{x^{n-1}}{(n-1)!}f^{(n-1)}(0)]= \qquad \ldots(1)$$
$$x^n\int_0^1 x_1^{n-1}dx_1\int_0^1 x_2^{n-2}dx_2\ldots\int_0^1 x_{n-1}dx_{n-1}\int_0^1 f^{(n)}(xx_1x_2\ldots x_n)dx_n$$

aus der sich zwei andere ableiten lassen. — Es ist nämlich, wenn X eine endlich bleibende Function von x bezeichnet, offenbar auch

$$\int_a^b X[f(x)-\{f(0)+xf'(0)+\frac{x^2}{2!}f''(0)+\ldots+\frac{x^{n-1}}{(n-1)!}f^{(n-1)}(0)\}]dx= \qquad \ldots(2)$$
$$\int_0^1 dx_n\int_0^1 x_{n-1}dx_{n-1}\int_0^1 x_{n-2}^2dx_{n-2}\ldots\int_0^1 x_1^{n-1}dx_1\int_a^b x^n X f^{(n)}(xx_1x_2\ldots x_n)\,dx$$

Wenn man dagegen in (1) für die linke Seite den Rest:

$$\frac{x^n}{n!}f^{(n)}(0)+\frac{x^{n+1}}{(n+1)!}f^{(n+1)}(0)+\frac{x^{n+2}}{(n+2)!}f^{(n+2)}(0)+\ldots$$

setzt, dann mit x^n beiderseits dividirt und mit Xdx multiplicirt, $f(x)$ für $f^{(n)}(x)$ ferner $n-1$ für n schreibt und wie vorhin nach x von a bis b integrirt:

$$\int_a^b X\Big[f(0)+\frac{x}{n}f'(0)+\frac{x^2}{n(n+1)}f''(0)+\frac{x^3}{n(n+1)(n+2)}f'''(0)+\ldots\Big]dx= \quad \ldots(3)$$
$$(n-1)!\int_0^1 x_1^{n-2}dx_1\int_0^1 x_2^{n-3}dx_2\int_0^1 x_3^{n-4}dx_3\ldots\int_0^1 dx_{n-1}\int_a^b Xf(xx_1x_2\ldots x_{n-1})dx$$

In (2) kann die Reihe linker Hand auch durch das bekannte Restintegral ausgedrückt werden.

12.

Um einige Anwendungen dieser Formeln zu zeigen werde in(3):

$$f(x)=e^{-\alpha x}-e^{-\beta x}, \quad X=\frac{1}{x}, \quad a=0, \quad b=\infty$$

gesetzt, wofür man

$$f^{(m)}(x)=(-1)^m\left[\alpha^m e^{-\alpha x}-\beta^m e^{-\beta x}\right]$$

und

$$\int_a^b Xf(xx_1x_2\ldots x_{n-1})\,dx=\int_0^\infty\frac{dx}{x}\left[e^{-\alpha\xi x}-e^{-\beta\xi x}\right]$$

erhält, wenn der Kürze wegen $\xi=x_1\,x_2\,x_3\ldots x_{n-1}$ gesetzt wird. Der Werth des letztern Integrals ist $\log\frac{\beta}{\alpha}$; setzt man der Kürze wegen:

$$\varphi(\alpha x)=1-\frac{\alpha x}{n}+\frac{\alpha^2x^2}{n(n+1)}-\frac{\alpha^3x^3}{n(n+1)(n+2)}+\ldots$$

$$\varphi(\beta x)=1-\frac{\beta x}{n}+\frac{\beta^2x^2}{n(n+1)}-\frac{\beta^3x^3}{n(n+1)(n+2)}+\ldots$$

so ist also

$$\int_0^\infty\frac{dx}{x}\left[\varphi(\alpha x)-\varphi(\beta x)\right]=\log\frac{\beta}{\alpha}, \quad \alpha>0, \quad \beta>0$$

Diese Gleichung zeigt den bemerkenswerthen Umstand, daß der Werth des Integrals von n ganz unabhängig ist; sie kann zugleich auch als die Verallgemeinerung der Euler'schen Formel

$$\int_0^\infty \frac{dx}{x}\left[e^{-\alpha x}-e^{-\beta x}\right]=\log\frac{\beta}{\alpha}$$

betrachtet werden, in welche sie für $n=1$ übergeht.

Dem hier betrachteten Beispiele der Gleichung (3) correspondirt in der Gleichung (2) die Annahme:

$$f(x)=\beta^n e^{-\alpha x}-\alpha^n e^{-\beta x},\quad X=\frac{1}{x^{n+1}}$$

wofür

$$f^{(m)}(x)=(-1)^m\left[\alpha^m\beta^n e^{-\alpha x}-\beta^m\alpha^n e^{-\beta x}\right]$$

und

$$\int_a^b x^n X f^{(n)}(xx_1 x_n)dx=(-1)^n\alpha^n\beta^n\int_0^\infty\frac{dx}{x}\left[e^{-\alpha\xi x}-e^{-\beta\xi x}\right]$$

wenn

$$\xi=x_1 x_2\ldots x_n$$

ist, erhalten wird. Es ergibt sich die Formel:

$$\int_0^\infty\frac{dx}{x^{n+1}}\Big\{\beta^n e^{-\alpha x}-\alpha^n e^{-\beta x}-(\beta^n-\alpha^n)+\frac{\alpha\beta x}{1}(\beta^{n-1}-\alpha^{n-1})-\frac{\alpha^2\beta^2x^2}{1.2}(\beta^{n-2}-\alpha^{n-2})$$
$$+\ldots+(-1)^n.\frac{\alpha^{n-1}\beta^{n-1}x^{n-1}}{1.2\ldots(n-1)}(\beta-\alpha)\Big\}$$
$$=(-1)^n.\frac{\alpha^n\beta^n}{1.2.3..n}\log\frac{\beta}{\alpha}.$$

Es sei ferner

$$f(x)=\sin\alpha x,\quad X=\frac{1}{x},\quad a=0,\quad b=\infty,$$

wofür

$$f^{(m)}(x)=\alpha^m\sin\left(\alpha x+\frac{m\pi}{2}\right)$$

und

$$\int_a^b Xf(xx_1\ldots x_{n-1})\,dx = \int_0^\infty \frac{dx}{x}\sin\alpha\xi x$$

gefunden wird. Der Werth des letztern Integrals ist $\frac{\pi}{2}$, wenn $\alpha > 0$; setzt man daher:

$$\varphi(x) = \frac{\alpha x}{n} - \frac{\alpha^3 x^3}{n(n+1)(n+2)} + \frac{\alpha^5 x^5}{n(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)} - \cdots$$

so ergibt sich uns (3) die Gleichung

$$\int_0^\infty \frac{dx}{x}\varphi(x) = \frac{\pi}{2}, \qquad \alpha > 0,$$

worin das Integral ebenfalls unabhängig von n ist und woraus für $n = 1$ die Formel

$$\int_0^\infty \frac{dx}{x}\sin\alpha x = \frac{\pi}{2}, \qquad \alpha > 0$$

als specieller Fall wieder erhalten wird.

Ich füge die entsprechende Anwendung der Gleichung (2) hinzu. Es sei

$$f(x) = \sin\left(\alpha x + \frac{n\pi}{2}\right), \quad X = \frac{1}{x^{n+1}}, \quad \alpha > 0$$

also

$$f^{(m)}(x) = \alpha^m \sin\left(\alpha x + \frac{(m+n)\pi}{2}\right)$$

und

$$\int_a^b x^n X f^{(n)}(xx_1\ldots x_n)\,dx = \alpha^n \int_0^\infty \frac{dx}{x}\sin(\alpha\xi x + n\pi)$$

wofür, wenn α positiv ist, $(-1)^n\alpha^n\frac{\pi}{2}$ gesetzt werden kann.

Es findet daher die Gleichung statt:

$$\int_0^\infty \frac{dx}{x^{n+1}} \Big\{ \sin\left(\alpha x + \frac{n\pi}{2}\right) - \sin\frac{n\pi}{2} - \alpha x \sin\frac{(n+1)\pi}{2} - \frac{\alpha^2 x^2}{1.2} \sin\frac{(n+2)\pi}{2} - \ldots - \frac{\alpha^{n-1} x^{n-1}}{1.2\ldots(n-1)} \sin\frac{(2n-1)\pi}{2} \Big\}$$

$$= (-1)^n \cdot \frac{\alpha^n}{1.2\ldots n} \cdot \frac{\pi}{2}, \quad \alpha > 0$$

Nimmt man an, es sei

$$f(x) = \cos\alpha x, \quad X = \frac{\sin\beta x}{x}, \quad a = 0, \quad b = \infty$$

so ist

$$f^{(m)}(x) = \alpha^m \cos\left(\alpha x + \frac{m\pi}{2}\right)$$

und

$$\int_a^b X f(x x_1 \ldots x_{n-1})\, dx = \int_0^\infty \frac{dx}{x} \cos\alpha\xi x \,.\, \sin\beta x$$

Da nun ξ stets zwischen 0 und 1 liegt, so bleibt $\alpha\xi$ immer innerhalb der Grenzen $-\beta$ und $+\beta$, wenn vorausgesetzt wird, es sei $-\beta < \alpha < +\beta$.

Dann ist (Art. 9) das Integral $= +\frac{\pi}{2}$. Wird also der Kürze wegen

$$\varphi(x) = 1 - \frac{\alpha^2 x^2}{n(n+1)} + \frac{\alpha^4 x^4}{n(n+1)(n+2)(n+3)} - \ldots$$

gesetzt, so ergibt sich aus (3) die Gleichung:

$$\int_0^\infty \frac{dx}{x} \varphi(x) \sin\beta x = \frac{\pi}{2}, \quad -\beta < \alpha < +\beta, \quad \beta > 0$$

welche für $n = 1$ mit dem bekannten Resultat übereinstimmt.

Um auch hierbei die entsprechende Anwendung der Gleichung (2) zu machen, setze man:

$$f(x) = \cos\left(\alpha x + \frac{n\pi}{2}\right), \quad X = \frac{\sin\beta x}{x^{n+1}}, \quad \beta > 0$$

so ist

$$f^{(m)}(x) = \alpha^m \cos\left(\alpha x + \frac{(m+n)\pi}{2}\right)$$

und

$$\int_a^b x^n X f^{(n)}(x x_1 \ldots x_n)\, dx = \alpha^n \int_0^\infty \frac{dx}{x} \cos(\alpha\xi x + n\pi) \sin\beta x$$

Der Werth dieses Integrals ist unter der Voraussetzung, daß wieder α zwischen $-\beta$ und $+\beta$ liege, $(-1)^n \frac{\pi}{2}$. Man findet daher aus (2) die Gleichung:

$$\int_0^\infty \frac{\sin\beta x dx}{x^{n+1}} \left\{ \cos\left(\alpha x + \frac{n\pi}{2}\right) - \cos\frac{n\pi}{2} - \alpha x \cos\frac{(n+1)\pi}{2} - \frac{\alpha^2 x^2}{1.2} \cos\frac{(n+2)\pi}{2} - \ldots - \frac{\alpha^{n-1} x^{n-1}}{1.2\ldots(n-1)} \cos\frac{(2n-1)\pi}{2} \right\}$$

$$= (-1)^n \cdot \frac{\alpha^n}{12\ldots n} \cdot \frac{\pi}{2}, \quad -\beta < \alpha < \beta, \quad \beta > 0$$

In der Gleichung (3) werde $f(x) = e^{-\alpha x}$, $X = x^{\beta-1}$ gesetzt, wofür

$$\int_a^b X f(x x_1 \ldots x_{n-1})\, dx = \int_0^\infty x^{\beta-1} e^{-\alpha\xi x}\, dx = \frac{\Gamma(\beta)}{(\alpha\xi)^\beta}$$

ist. Die rechte Seite jener Gleichung ist somit:

$$(n-1)! \frac{\Gamma(\beta)}{\alpha^\beta} \int_0^1 x_1^{n-\beta-2}\, dx_1 \int_0^1 x_2^{n-\beta-3}\, dx_2 \ldots \int_0^1 x_{n-1}^{-\beta}\, dx_{n-1}$$

wofür, wenn β ein positiver echter Bruch ist, ein endlicher Werth erhalten wird. Unter dieser Voraussetzung und wenn:

$$\varphi(x) = 1 - \frac{\alpha x}{n} + \frac{\alpha^2 x^2}{n(n+1)} - \frac{\alpha^3 x^3}{n(n+1)(n+2)} + \ldots$$

gesetzt wird, folgt aus (3) die Gleichung:

$$\int_0^\infty x^{\beta-1}\varphi(x)dx = \frac{1\;.\;2\;\ldots\;(n-1)}{(1-\beta)(2-\beta)\ldots(n-1-\beta)}\cdot\frac{\Gamma(\beta)}{\alpha^\beta}$$

Für $n=1$ erhält man eine bekannte Gleichung.

In (2) sei entsprechend dem vorigen:

$$f(x)=e^{-\alpha x},\quad X=\frac{1}{x^{n-\beta+1}},\quad \alpha>0.$$

Dann ist

$$f^{(m)}(x)=(-1)^m\alpha^m e^{-\alpha x}$$

und

$$\int_a^b x^n X f^{(n)}(xx_1\ldots x_n)dx=(-1)^n\alpha^n\int_0^\infty x^{\beta-1}e^{-\alpha\xi x}dx=(-1)^n\cdot\frac{\alpha^{n-\beta}}{\xi^\beta}\cdot\Gamma(\beta)$$

Man findet daher die Gleichung:

$$\int_0^\infty\frac{dx}{x^{n-\beta+1}}\left\{e^{-\alpha x}-1+\alpha x-\frac{\alpha^2x^2}{1.2}+\frac{\alpha^3x^3}{1.2.3}-\ldots+(-1)^{n-1}\frac{\alpha^{n-1}x^{n-1}}{1.2\ldots(n-1)}\right\}$$

$$=(-1)^n\frac{1\;.\;2\;\ldots\;(n-1)}{(1-\beta)(2-\beta)\ldots(n-1-\beta)}.\alpha^{n-\beta}.\Gamma(\beta),\quad \alpha>0,\ 0<\beta<1,$$

deren Zusammenhang mit der vorhergehenden leicht zu ersehen ist.

Für $n=1, 2, 3$ ergeben sich daraus die Formeln, welche Herr Liouville in der Abhandlung „sur le calcul des différentielles à indices quelconques" entwickelt hat.

In der Gleichung (3) des Art. 11 sei

$$f(x)=\frac{1}{(1+x)^{\alpha+\beta}},\quad X=x^{\alpha-1}$$

und wie bisher $a=0$, $b=\infty$. Es ist dann

$$\int_a^b Xf(xx_1\ldots x_{n-1})\,dx=\int_0^\infty\frac{x^{\alpha-1}dx}{(1+\xi x)^{\alpha+\beta}}=\frac{1}{\xi^\alpha}\cdot\frac{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}{\Gamma(\alpha+\beta)}$$

und man erhält die Gleichung:

$$\int_0^\infty x^{\alpha-1}\left\{1-\frac{\alpha+\beta}{n}x+\frac{(\alpha+\beta)(\alpha+\beta-1)}{n(n+1)}x^2\right.$$
$$\left.-\frac{(\alpha+\beta)(\alpha+\beta-1)(\alpha+\beta-2)}{n(n+1)(n+2)}x^3+\ldots\right\}dx$$
$$=\frac{1\quad.\quad2\quad\ldots\quad(n-1)}{(1-\alpha)(2-\alpha)\ldots(n-1-\alpha)}\cdot\frac{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}{\Gamma(\alpha+\beta)},\qquad 0<\alpha<1$$

Dieser entspricht eine andere, welche uns (2) folgt, wenn man darin

$$f(x)=(1+x)^{n-\beta},\quad X=x^{\alpha-n-1}$$

setzt, wofür

$$\int_a^b x^n X f^{(n)}(xx_1\ldots x_n)\,dx=\int_0^\infty x^{\alpha-1}\cdot\frac{(n-\beta)(n-\beta-1)\ldots(1-\beta)}{(1+\xi x)^\beta}dx$$

oder also

$$(1-\beta)(2-\beta)\ldots(n-\beta)\cdot\frac{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta-\alpha)}{\xi^\alpha\Gamma(\beta)}$$

erhalten wird.

Man findet, wie leicht zu sehen ist, die folgende Gleichung:

$$\int_0^\infty\frac{dx}{x^{n-\alpha+1}}\left\{(1+x)^{n-\beta}-1-(n-\beta)x-\frac{(n-\beta)(n-\beta-1)}{1\quad.\quad2}x^2\right.$$
$$\left.-\ldots-\frac{(n-\beta)(n-\beta-1)\ldots(1-\beta)}{1\ .\ 2\ .\ 3\ \ldots(n-1)}x^{n-1}\right\}$$
$$=\frac{(1-\beta)(2-\beta)\ldots(n-\beta)}{(1-\alpha)(2-\alpha)\ldots(n-\alpha)}\cdot\frac{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta-\alpha)}{\Gamma(\beta)},\quad 0<\alpha<1,\quad \beta>\alpha$$

Für $n=1$ ergibt sich hieraus:

$$\int_0^\infty\frac{dx}{x^{2-\alpha}}\left[(1+x)^{1-\beta}-1\right]=\frac{1-\beta}{1-\alpha}\cdot\frac{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta-\alpha)}{\Gamma(\beta)}.$$

Diese Gleichung wurde, in etwas anderer Form (Art. 4) zuerst von Legendre gefunden. (Exerc. T. II, p. 107.)

13.

Die Gleichung (2) des Art. 11 führt, auch in anderer Weise als vorhin angewendet, zur Kenntniß des Werthes einer Anzahl neuer Integrale. Aus (2) folgt nämlich die Gleichung:

$$\int_a^b X[f(x)-f(0)]\,dx = \int_0^1 dx_1 \int_a^b x X f'(xx_1)\,dx$$

die sich in besonderen Fällen wie folgt benutzen läßt.

Es sei

$$f(x) = \log(1+x), \quad X = \frac{1}{1+x}, \quad a = 0$$

Man findet:

$$\frac{1}{2}[\log(1+b)]^2 = \int_0^1 \frac{dx_1}{x_1-1}\left[\log(1+b) - \frac{1}{x_1}\log(1+bx_1)\right]$$

oder, was dasselbe ist:

$$\int_0^1 \frac{dx}{x(x-1)}[x\log(1+b) - \log(1+bx)] = \frac{1}{2}[\log(1+b)]^2$$

Es sei

$$f(x) = \log(1+x), \quad X = \frac{1}{1+x^2}, \quad a = 0$$

Dann ist

$$\int_0^b \frac{dx}{1+x^2}\log(1+x) = \int_0^1 dx_1 \int_0^b \frac{x\,dx}{(1+x^2)(1+xx_1)}$$

$$= \int_0^1 \frac{dx}{1+x_1^2}\left[-\log(1+bx_1) + \frac{1}{2}\log(1+b^2) + x_1 \operatorname{arctg} b\right]$$

Man erhält daher nach einigen Reductionen die Gleichung:

$$\int_0^b \frac{(b+x^2)\log(1+x)}{(b^2+x^2)(1+x^2)}\,dx = \frac{1}{2(1+b)}\left[\frac{\pi}{4}\log(1+b^2) + \operatorname{arctg} b . \log 2\right]$$

woraus für $b=1$ das von Bertrand gefundene Integral

$$\int_0^1 \frac{\log(1+x)}{1+x^2}\,dx = \frac{\pi}{8}\log 2$$

sich ergibt.

Es sei ferner

$$f(x)=\log(1+x^2),\qquad X=\frac{1}{1+x},\qquad a=0.$$

Hier ergibt sich die Gleichung:

$$\int_0^b \frac{dx}{1+x}\log(1+x^2) = 2\int_0^1 x_1 dx_1 \int_0^b \frac{x^2\,dx}{(1+x)(1+x^2x_1^2)}$$

$$= 2\int_0^1 \frac{x_1 dx_1}{1+x_1^2}\left[\log(1+b)+\frac{1}{2x_1^2}\log(1+b^2x_1^2)-\frac{1}{x_1}\operatorname{arctg} bx_1\right]$$

Auch hier gelangt man nach einigen Reductionen zu dem Resultate

$$\int_0^b \frac{(b^2-x^2)\log(1+x^2)}{x(1+x)(b^2+x^2)}\,dx = -\log(1+b).\log 2 + 2\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}\operatorname{arctg} bx$$

woraus für $b=1$ sich ergibt

$$\int_0^1 \frac{(1-x^2)\log(1+x^2)}{x(1+x)(1+x^2)}\,dx = \left(\frac{\pi}{4}\right)^2 - (\log 2)^2$$

Man kann übrigens für $b=1$ noch ein anderes Integral finden. Da nämlich die zuerst erhaltene Gleichung in der Form:

$$\int_0^1 \frac{dx}{1+x}\log(1+x^2) = (\log 2)^2 - \left(\frac{\pi}{4}\right)^2 + \int_0^1 \frac{dx}{x(1+x^2)}\log(1+x^2)$$

geschrieben und das Integral rechter Hand durch

$$\int_0^1 \frac{dx}{x}\log(1+x^2) - \int_0^1 \frac{x\,dx}{1+x^2}\log(1+x^2)$$

ausgedrückt werden kann, wobei der erste Theil $\frac{\pi^2}{24}$, der letzte $\frac{1}{4}(\log 2)^2$ zum Werthe hat, so ergibt sich

$$\int_0^1 \frac{dx}{1+x} \log(1+x^2) = \frac{3}{4}(\log 2)^2 - \frac{\pi^2}{48}$$

Man erhält daraus durch partielle Integration noch die Gleichung

$$\int_0^1 \frac{x\,dx}{1+x^2} \log(1+x) = \frac{1}{8}(\log 2)^2 + \frac{\pi^2}{96}$$

Einem weitern hierher gehörigen Falle entsprechen die Annahmen

$$f(x) = \operatorname{arctg} x \qquad X = \frac{1}{1+x}, \quad a = -b, \quad 0 < b < 1,$$

für welche man die Gleichung erhält:

$$\int_{-b}^{+b} \frac{\operatorname{arctg} x}{1+x} dx = \int_0^1 dx_1 \int_{-b}^{+b} \frac{x\,dx}{(1+x)(1+x^2 x_1^2)}$$

Die rechte Seite näher entwickelt gibt

$$\int_0^1 \frac{dx_1}{1+x_1^2} \left\{ \log \frac{1-b}{1+b} + \frac{2}{x_1} \operatorname{arctg} b x_1 \right\}$$

oder

$$\frac{\pi}{4} \log \frac{1-b}{1+b} + \int_{-b}^{+b} \frac{b^2 \operatorname{arctg} x}{x(b^2+x^2)} dx$$

Es ist daher:

$$\int_{-b}^{+b} \frac{(b^2 - x^2) \operatorname{arctg} x}{x(1+x)(b^2+x^2)} dx = \frac{\pi}{4} \log \frac{1+b}{1-b}$$

Auch mag bemerkt werden, daß die Gleichung stattfindet:

$$\int_0^1 \frac{\operatorname{arctg} bx}{x(1+x^2)} dx = \frac{\pi}{8} \log \frac{1+b}{1-b} + \frac{1}{2} \int_{-b}^{+b} \frac{\operatorname{arctg} x}{1+x} dx$$

Wird endlich

$$f(x) = \log (1+x), \quad X = \frac{1}{x(1+x^2)}, \quad a = 0, \quad b > 0$$

gesetzt, so ergibt sich zunächst die Gleichung

$$\int_0^b \frac{\log (1+x)}{x(\alpha^2+x^2)} dx = \int_0^1 dx_1 \int_0^b \frac{dx}{(\alpha^2+x^2)(1+xx_1)} .$$

deren rechte Seite

$$\int_0^1 \frac{dx_1}{1+\alpha^2 x_1^2} \left[\frac{1}{\alpha} \operatorname{arctg} \frac{b}{\alpha} - \frac{x_1}{2} \log \left(1 + \frac{b^2}{\alpha^2}\right) + x_1 \log (1+bx_1)\right]$$

ist. Nach einigen Umformungen gelangt man zu dem Resultat

$$\int_0^b \frac{(b^2 - x^4) \log (1+x)}{x(\alpha^2+x^2)(b^2+\alpha^2 x^2)} dx$$

$$= \frac{1}{\alpha^2} \left[\operatorname{arctg} \alpha . \operatorname{arctg} \frac{b}{\alpha} - \frac{1}{4} \log (1+\alpha^2) . \log \left(1 + \frac{b^2}{\alpha^2}\right)\right]$$

Für $\alpha = b = 1$ folgt hieraus:

$$\int_0^1 \frac{(1-x^2) \log (1+x)}{x(1+x^2)} dx = \left(\frac{\pi}{4}\right)^2 - \frac{1}{4} (\log 2)^2.$$

Über die Bestimmung einer Kometenbahn.

(II. Abhandlung.)

Von dem c. M. **Dr. Theodor Ritter v. Oppolzer.**

Ich habe eine Abhandlung, die mit der vorliegenden gleich betitelt ist, im LVII. Bande (Februar-Heft 1868) der Sitzungsberichte veröffentlicht. Die daselbst gegebene Lösung des Problems, aus drei Beobachtungen eines Kometen die parabolischen Elemente seiner Bahn zu bestimmen, hatte den Endzweck, aus den gegebenen Beobachtungen die Elemente in der ersten Hypothese schon möglichst genau zu erhalten, so daß der nachtheilige Einfluß der Beobachtungsfehler auf ein Minimum herabgebracht wird; andererseits bietet die daselbst entwickelte Methode den Vortheil, daß dieselbe frei ist von dem bekannten Ausnahmefalle, welcher nicht zu selten die Anwendbarkeit und Brauchbarkeit der Olbers'schen Methode in Frage stellt. Es würde offenbar die von mir vorgeschlagene Rechnungsform jedenfalls stets vor der sonst üblichen Olbers'schen den Vorzug verdienen, wenn dieselbe auf eben so kurze Rechnungen führen würde, wie die letztere; da nun aber durch die Anwendung meiner Formeln eine Mehrarbeit in Bezug auf die auszuführenden Rechnungsoperationen entsteht, so wird man nur in den Fällen dieselben anzuwenden haben, wo die ungünstigen Verhältnisse die Olbers'sche Methode in Frage stellen. Ich habe nun in der letzten Zeit sehr zweckmäßige Abkürzungen für meine Methode gefunden, so daß eine ganz wesentliche Erleichterung in der Rechnung eintritt und die Kürze der Olbers'schen Rechnungsform fast erreicht ist. Die Mehrarbeit, die meine Methode nun erfordert, ist sehr gering, und ich meine, daß man dieselbe jetzt häufiger wird mit Vortheil anwenden, wenn die Verhältnisse nur halbwegs ungünstig für Olbers' Methode sind. Es wird daher vorerst die Frage herantreten, wie man vor Beginn der Rechnung mit Sicher-

heit entscheiden kann, ob Olbers' Methode mit Vortheil anwendbar ist oder nicht.

§. 1. Über die Grenzen der Anwendbarkeit der Olbers'schen Methode. Ich habe in meiner ersten Abhandlung gezeigt, daß im Allgemeinen bei der Bestimmung parabolischer Elemente der mittleren Beobachtung nicht völlig genügt werden kann, indem das Problem nur fünf willkürliche Constante enthält, während drei Beobachtungen sechs völlig unabhängige Bedingungsgleichungen aufstellen; ich habe diesen nachtheiligen Umstand dadurch beseitigt, indem ich anstatt der zweiten Beobachtung als Bedingung eingeführt habe, daß der Komet zur Zeit der zweiten Beobachtung bloß in einem größten Kreise steht, der durch die mittlere Beobachtung hindurchgelegt ist. Die Lage dieses größten Kreises ist sonst willkürlich, er braucht nur durch die mittlere Beobachtung hindurchzugehen. Ich habe ferner in der ersten Abhandlung gezeigt, daß die Fixirung der Lage dieses größten Kreises durch die weitere Bedingung, daß er außerdem durch den mittleren Sonnenort hindurchgelegt wird, auf die Olbers'sche Lösung des Problems hinführt; man kann aber auch den größten Kreis so wählen, daß der nachtheilige Einfluß der Beobachtungsfehler auf die Bestimmung der Elemente möglichst herabgedrückt wird und diese Wahl hat die in der ersten Abhandlung entwickelte Methode bedingt; ich habe daselbst einen Beweis gegeben für die Rechtfertigung der Wahl des größten Kreises; seitdem habe ich einen neuen schärferen Beweis gefunden, und ich werde denselben hier entwickeln. Bezeichnet man mit Π die Länge des aufsteigenden Knotens des zu wählenden größten Kreises und mit J die Neigung, so ist die Bedingung, daß der größte Kreis durch die mittlere Beobachtung hindurchgeht, ausgedrückt durch

$$tg\, J = \frac{tg\, \beta_{,,}}{\sin(\lambda_{,,} - \Pi)}$$

wobei $\lambda_{,,}$ und $\beta_{,,}$ die durch die mittlere Beobachtung gegebene Länge und Breite des Kometen vorstellt; diese Bedingung muß daher unter allen Umständen völlig scharf erfüllt werden. Um nun aber die sonst willkürliche Lage des größten Kreises in das Problem aufnehmen zu können, werde ich eine neue Größe einführen, nämlich den Winkel i, den der zu wählende größte Kreis am mittleren Kometenorte mit dem zugehörigen Breitenkreise bildet. Für denselben

lassen sich nach dem bisherigen sofort die folgenden Relationen aufstellen:

$$\sin J \cos(\lambda_{,,} - \Pi) = \cos i$$
$$\sin J \sin(\lambda_{,,} - \Pi) = \sin i \sin \beta_{,,}$$
$$\cos J = \sin i \cos \beta_{,,}.$$

Es ist klar, dass der Winkel i völlig willkürlich gewählt werden kann.

Die zwischen der ersten und dritten geocentrischen Distanz ($\rho_{,}$ und $\rho_{,,,}$) bestehende Relation habe ich in meiner ersten Abhandlung auf die folgende Form gebracht.

Bezeichnet man die Verhältnisse der Dreiecksflächen durch

$$\frac{[r_{,} r_{,,}]}{[r_{,} r_{,,,}]} = n'', \quad \frac{[r_{,,} r_{,,,}]}{[r_{,} r_{,,,}]} = n$$

und ferner mit der Beibehaltung der Bezeichnung der ersten Abhandlung

$$\left.\begin{aligned} \odot_{,} &= R_{,} \sin(L_{,} - \Pi) \\ \odot_{,,} &= R_{,,} \sin(L_{,,} - \Pi) \\ \odot_{,,,} &= R_{,,,} \sin(L_{,,,} - \Pi) \\ ☿_{,} &= \sin\beta_{,} \cos J - \sin(\lambda_{,} - \Pi) \cos\beta_{,} \sin J \\ ☿_{,,,} &= \sin(\lambda_{,,,} - \Pi) \cos\beta_{,,,} \sin J - \sin\beta_{,,,} \cos J \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

so wird diese Relation

$$\rho_{,,,} n'' ☿_{,,,} = \sin J \{n \odot_{,} - \odot_{,,} + n'' \odot_{,,,}\} + \rho_{,} n ☿_{,} \quad . \quad . \quad (2)$$

Führt man nun in diese Relation den willkürlichen Winkel i ein und setzt, um zusammenziehen zu können

$$nR_{,} \sin(L_{,} - \lambda_{,,}) - R_{,,} \sin(L_{,,} - \lambda_{,,}) + \\ + n'' R_{,,,} \sin(L_{,,,} - \lambda_{,,}) = f \sin F$$
$$\sin\beta_{,,} \{nR_{,} \cos(L_{,} - \lambda_{,,}) - R_{,,} \cos(L_{,,} - \lambda_{,,}) + \\ + n'' R_{,,,} \cos(L_{,,,} - \lambda_{,,})\} = f \cos F$$
$$\sin\beta_{,} \cos\beta_{,,} - \cos(\lambda_{,,} - \lambda_{,}) \cos\beta_{,} \sin\beta_{,,} = \sin\Delta_{,,,} \cos w_{,}$$
$$\sin(\lambda_{,,} - \lambda_{,}) \cos\beta_{,} = \sin\Delta_{,,,} \sin w_{,}$$
$$\sin\beta_{,,,} \cos\beta_{,,} - \cos(\lambda_{,,,} - \lambda_{,,}) \cos\beta_{,,,} \sin\beta_{,,} = \sin\Delta_{,} \cos w_{,,,}$$
$$\sin(\lambda_{,,,} - \lambda_{,,}) \cos\beta_{,,,} = \sin\Delta_{,} \sin w_{,,,}$$

so wird statt der obigen Gleichung die folgende geschrieben werden können:

$$\rho_{,,,} n'' \sin\Delta_{,} \sin(w_{,,,} - i) = f \sin(F+i) + \rho_{,} n \sin\Delta_{,,,} \sin(w_{,} + i) \ldots (3)$$

welche die sehr merkwürdige Eigenschaft besitzt, daß dieselbe stets richtig bleibt, gleichviel, welche Annahme man über i macht.

Einige der eben eingeführten Hilfsgrößen lassen eine sehr einfache geometrische Deutung zu, so wird sein: $\mathfrak{H}_{,}$ der Sinus des Perpendikels vom ersten Ort auf den gewählten größten Kreis, $\mathfrak{H}_{,,,}$ der Sinus des Perpendikels vom dritten Ort auf den gewählten größten Kreis, der durch die mittlere Beobachtung hindurchgelegt ist. $\Delta_{,,,}$ ist offenbar die scheinbare Distanz des ersten und zweiten Ortes und $\Delta_{,}$ die des zweiten und dritten Ortes, $w_{,}$ ist der Winkel, den $\Delta_{,,,}$ mit dem mittleren Breitenkreise, $w_{,,,}$ der Winkel, den $\Delta_{,}$ mit demselben Breitenkreise einschließt.

Die gegenseitige Bestimmung von $\rho_{,}$ und $\rho_{,,,}$ aus der Gleichung (3) wird um so sicherer sein, je größer die zugehörigen Coefficienten werden, denn die Structur der Gleichung zeigt, daß der Fall $\frac{\infty}{\infty}$ nicht eintreten kann. Es wird demnach zu setzen sein:

$$\{n \sin\Delta_{,,,} \sin(w_{,} + i)\}^2 + \{n'' \sin\Delta_{,} \sin(w_{,,,} - i)\}^2 = \text{Maximum},$$

oder

$$n^2 \sin\Delta_{,,,}^2 \sin 2(w_{,} + i) - n''^2 \sin\Delta_{,}^2 \sin 2(w_{,,,} - i) = 0.$$

Zunächst wird man bemerken, daß die Größen n und n'' vor Auflösung des Problems nicht genau bekannt sind; dies wird aber für die Lösung der vorgelegten Aufgabe ganz ohne Bedeutung sein, da man im Stande ist, hinreichend genaue Näherungen zu geben für diese Werthe, und es wird auch stets genügen, nur ganz beiläufig die günstigste Lage des größten Kreises festzulegen, da die Bahnbestimmung nicht wesentlich an Sicherheit verlieren kann, wenn nur genähert der Bedingung des Maximums genügt wird. Es ist aber mit Beibehaltung der allgemein angenommenen Bezeichnungsweise

$$\frac{n}{n''} = \frac{\tau_{,}}{\tau_{,,,}} \left\{ 1 - \frac{1}{6} \frac{{}^2 - \tau_{,,,}{}^2}{r_{,,}{}^3} + \ldots \right\}$$

in welchem Ausdrucke die Glieder zweiter Ordnung schon dem eben Gesagten zu Folge übergangen werden können; dieselben werden

aber um so einflußloser sein, je gleicher die Zwischenzeiten gewählt wurden, einer Bedingung, der man sich aus anderweitig bekannten Gründen ohnedies möglichst zu nähern bestrebt sein muß. Setzt man zur Abkürzung

$$\frac{\tau_{,} \sin \Delta_{,,,}}{\tau_{,,,} \sin \Delta_{,}} = g$$

so wird für's Maximum:

$$g^2 \sin 2(w_{,} + i) - \sin 2(w_{,,,} - i) = 0$$

woraus man ohne Schwierigkeit bestimmt

$$tg\,2i = \frac{\sin 2w_{,,,} - g^2 \sin 2w_{,}}{g^2 \cos 2w_{,} + \cos 2w_{,,,}}.$$

Die Zweideutigkeit, die in der Bestimmung durch die Tangente liegt, ist dadurch zu erklären, daß die durchgeführte Bestimmungsart ebenfalls für die Bestimmung des Minimums gilt; der eine Werth gehört zum Maximum, der andere zum Minimum. Die Entscheidung, welchen Werth man zu nehmen hat, wird nicht schwer und meist auf den ersten Blick zu erhalten sein; sollte je ein Zweifel entstehen, so wird die Rückkehr zur Gleichung

$$g^2 \sin(w_{,} + i)^2 + \sin(w_{,,,} - i)^2 = \text{Maximum}$$

und die Substitution der gefundenen Werthe für i sofort den zu wählenden Winkel finden lassen. Es wäre gewiß dieses eben angegebene Verfahren zur Bestimmung von i im Allgemeinen wenig empfehlenswerth, da aus der Anwendung desselben eine nicht unbeträchtliche Mehrarbeit in der Rechnung entsteht; ist aber die Bewegung des Kometen nicht allzu unregelmäßig und abweichend von einem größten Kreise, so wird sich leicht eine hinreichend genaue Näherung für i beschaffen lassen. Nennt man den Winkel, den der auf der scheinbaren Bewegungsrichtung des Kometen senkrechte größte Kreis mit dem Breitenkreise einschließt: γ, so wird näherungsweise sein:

$$w_{,} = 90^\circ - \gamma.$$
$$w_{,,,} = 90^\circ + \gamma$$

und bei nicht zu unregelmäßiger geocentrischer Bewegung

$$g = 1.$$

Es wird dann:

$$tg\,2i = tg\,2\gamma$$

und für

$i = \gamma$ das Maximum
$i = \gamma - 90^\circ$ das Minimum.

Die Bestimmung des größten Kreises ist so getroffen, daß derselbe senkrecht auf der scheinbaren Bewegung des Kometen steht, eine Wahl, die a priori viel für sich hat. Ist ein bestimmter Werth für i angenommen, so bestimmt sich daraus J und Π nach

$$\left.\begin{aligned} \sin(\lambda_{,,} - \Pi)\, tg\, J &= tg\, \beta_{,,} \\ \cos(\lambda_{,,} - \Pi)\, tg\, J &= cotg\, i \sec \beta_{,,} \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

wobei J stets kleiner als 90° angenommen werden kann. Für $cotg\, i$ wird man, wenn es gestattet ist, die eben angedeuteten Näherungen einzuführen, mit ausreichender Genauigkeit setzen dürfen:

$$cotg\, i = -\frac{\lambda_{,,,} - \lambda_{,}}{\beta_{,,,} - \beta_{,}} \cos \beta_{,,}$$

und man hat demnach zur unmittelbaren Bestimmung von J und Π die höchst einfachen Gleichungen:

$$\sin(\lambda_{,,} - \Pi)\, tg\, J = tg\, \beta_{,,}$$
$$\cos(\lambda_{,,} - \Pi)\, tg\, J = -\frac{\lambda_{,,,} - \lambda_{,}}{\beta_{,,,} - \beta_{,}}$$

welche Form identisch ist mit dem in der ersten Abhandlung gegebenen Ausdrucke und welche ich für erste Bahnbestimmungen, falls Olbers' Methode verlassen werden muß, stets vorschlagen möchte, wenn nicht außerordentliche Verhältnisse die Rückkehr auf die strengen Formeln gerathen erscheinen lassen. Da es meist nur auf eine beiläufige Bestimmung von i ankommt, so könnte in diesem letzteren Falle auch mit Hilfe eines Globus leicht dieser Werth auf constructivem Wege erlangt werden; will man aber ganz streng vorgehen, so sind nach den bisherigen Entwicklungen die folgenden

Formeln zu benützen, bei denen man sich wohl mit einer vierstelligen logarithmischen Rechnung begnügen kann.

$$\sin\beta_{,}\ \cos\beta_{,,} - \cos(\lambda_{,,} - \lambda_{,})\cos\beta_{,}\ \sin\beta_{,,} = \sin\Delta_{,,,}\cos w_{,}$$
$$\sin(\lambda_{,,} - \lambda_{,})\cos\beta_{,} = \sin\Delta_{,,,}\sin w_{,}$$
$$\sin\beta_{,,,}\cos\beta_{,,} - \cos(\lambda_{,,,} - \lambda_{,,})\cos\beta_{,,,}\ \sin\beta_{,,} = \sin\Delta_{,}\ \cos w_{,,,}$$
$$\sin(\lambda_{,,,} - \lambda_{,,})\cos\beta_{,,,} = \sin\Delta_{,}\ \sin w_{,,,}$$
$$g = \frac{T_{,,,} - T_{,,}}{T_{,,} - T_{,}} \cdot \frac{\sin\Delta_{,,,}}{\sin\Delta_{,}}$$
$$tg\,2i = \frac{\sin 2w_{,,,} - g^2\sin 2w_{,}}{\cos 2w_{,,,} + g^2\cos 2w_{,}}.$$

Der Quadrant, in dem $2i$ zu nehmen ist, bestimmt sich daraus, daß der Ausdruck

$$g^2\sin(w_{,} + i)^2 + \sin(w_{,,,} - i)^2$$

zu einem Maximum wird. Ist i bestimmt, so ermittelt man nach (4) die Werthe für J und Π.

Nach diesen Vorbereitungen wird es nicht schwer sein, von Fall zu Fall zu entscheiden, in wie weit sich Olbers' Methode von der günstigsten Auswahl des größten Kreises entfernt, und in welchem Maße im ersteren Falle die Beobachtungsfehler nachtheiliger einwirken.

Vor Allem wird es nöthig werden, den Werth des Winkels i zu ermitteln, wie derselbe in Olbers' Methode bestimmt wird; nenne ich denselben i_0 so wird dieser Winkel, wenn man bedenkt, daß nun der größte Kreis durch den zweiten Sonnenort ($L_{,,}$) hindurchgeht:

$$tg\,i_0 = tg(\lambda_{,,} - L_{,,})\,cosec\,\beta_{,,}.$$

Die günstigste Bestimmung ist aber:

$$tg\,i = -\frac{\beta_{,,,} - \beta_{,}}{\lambda_{,,,} - \lambda_{,}}\,sec\beta_{,,}.$$

Die Unsicherheit, in welchem Quadrante i_0 und i zu nehmen sind, ist für den vorliegenden Fall bedeutungslos, wie dies eine einfache Überlegung zeigt. Wird $i = i_0 \pm 180$, so ist die Olbers'sche Annahme identisch mit der bestmöglichsten Wahl, ist aber $i = i_0 \pm 90°$, so ist Olbers' Methode nicht verwendbar, indem Beobachtungsfehler

einen allzu nachtheiligen Einfluß ausüben und selbst theoretisch unbrauchbar, wenn die zwei äußeren Orte in dem durch den zweiten Kometen und Sonnenort gelegten Kreise liegen; es wird dann die Relation zwischen den geocentrischen Distanzen die unbestimmte Form

$$\rho_{,,,} = \frac{0}{0}\,\rho.$$

erhalten. Je mehr sich also i_0 der ungünstigen Annahme annähert, um so mehr gehen die Beobachtungsfehler vergrößert auf das Resultat über; anfänglich wird aber der Unterschied, so lange nahe $i = i_0 \pm 180$ ist, ganz ohne Bedeutung sein.

Es wird sich also die Aufgabe stellen, die Genauigkeit der beiden Methoden in eine solche Relation zu bringen, daß man entscheiden kann, um wievielmal vergrößert die Beobachtungsfehler nach Olbers' Methode in das Resultat übergehen; es wird dann von Fall zu Fall dem Ermessen des Rechners überlassen bleiben müssen, ob diese Vergrößerung hinlänglich mäßig ist, um nicht allzu ungenaue Resultate zu erhalten.

Vor Allem kann hervorgehoben werden, daß das Glied: $f \sin (F + i)$ in der Gleichung (3) außer Acht gelassen werden kann, indem in demselben die Beobachtungsfehler mit Größen zweiter Ordnung in Bezug auf die Zwischenzeiten multiplicirt erscheinen, also auf das Resultat ohne irgendwie erheblichen Einfluß sein können; bezeichnet man also das Verhältniß: $\frac{n \sin \Delta_{,,,} \sin (w_{,} + i)}{n'' \sin \Delta_{,} \sin (w_{,,,} - i)}$ mit M, so wird ausschließlich die Unsicherheit der Bestimmung mit der fehlerhaften Annahme über M im Zusammenhange stehen; es ist aber

$$\frac{n}{n''} \cdot \frac{\vartheta_{,}}{\vartheta_{,,,}} = M.$$

Daraus wird erhalten:

$$dM = \left\{\frac{n}{n''}\, d\vartheta_{,} - M\, d\vartheta_{,,,}\right\} \frac{1}{\vartheta_{,,,}} \quad (5)$$

$\frac{n}{n''}$ und M sind im Allgemeinen nahe constante Größen; mag man i wie immer wählen, im Allgemeinen werden die Beobachtungsfehler

die gleichen $d\vartheta_{,}$ und $d\vartheta_{,,,}$ hervorbringen, daraus erschließt man unmittelbar, daß die Unsicherheit ganz wesentlich von dem Factor $\frac{1}{\vartheta_{,,,}}$ abhängt; nenne ich $\vartheta_{,,,}$ den Sinus des Perpendikels auf den größten Kreis, der der günstigsten Bestimmung entspricht, so wird die Unsicherheit von M nach Olbers' Annahme zunehmen, im Verhältniß:

$$\frac{\vartheta_{,,,}}{\vartheta_{,,,}^{\circ}}$$

wo unter der Größe $\vartheta_{,,,}^{\circ}$ jetzt der zu Olbers' Bestimmung gehörige Sinus des Perpendikels verstanden wird; man kann aber für diesen Quotienten schreiben, wenn man mit i die günstigste Lage des Kreises bezeichnet, mit i_0 die Lage, welche nach Olbers' Methode getroffen werden muß:

$$\frac{\vartheta_{,,,}}{\vartheta_{,,,}^{\circ}} = \frac{\sin(w_{,,,}-i)}{\sin(w_{,,,}-i_0)} = \frac{\sin(w_{,,,}-i)}{\sin\{(w_{,,,}-i)+(i-i_0)\}} =$$
$$\frac{1}{\cos(i-i_0)+\operatorname{cotg}(w_{,,,}-i)\sin(i-i_0)}.$$

Nun zeigen aber die vorausgehenden Entwickelungen, daß stets sehr nahe

$$w_{,,,} = 90 + i$$

ist, daher $\operatorname{cotg}(w_{,,,}-i)$ verschwindend klein betrachtet werden darf. Daraus kann man schließen, daß die Unsicherheit von M sehr nahe im Verhältnisse von sec $(i-i_0)$ zunimmt. Will man also nicht, daß die Beobachtungsfehler einen mehr als doppelt so großen Einfluß auf das Resultat nehmen, als dies nothwendig ist, so wird man Olbers' Methode verlassen zu haben, wenn

$$\cos(i-i_0) < \pm\frac{1}{2}.$$

Es mag hier am Platze sein, zu erinnern, daß alle Fehler in M, um eine Ordnung vergrößert auf die Elemente übergehen, wie dies zuerst von Clausen nachgewiesen wurde.

An die Gleichung (5) läßt sich auch eine nicht unwichtige Bemerkung knüpfen; die Fehler $d\vartheta_{,}$ und $d\vartheta_{,,,}$ können von verschie-

dener Größe und von verschiedenem Zeichen sein, und es kann recht wohl der in der Klammer stehende Ausdruck durch die Wahl von i dahin gebracht werden, daß derselbe verschwindet, also den Fehler in M aufhebt; man kennt aber kein Hilfsmittel, welches leiten könnte, um i dieser Bedingung gemäß zu bestimmen, da die Beobachtungsfehler als solche unbekannt sind. Es kann daher wohl leicht der Fall eintreten, daß in einem gewissen Falle, wo Olbers' Methode in ihrer Anwendung an sich nicht günstig ist, die Beobachtungsfehler so vertheilt sind, daß dM verschwindet, und man demnach ein besseres Resultat erhält, als nach der umständlicheren Methode; aber auf solche Zufälligkeiten, die wohl auch leicht im entgegengesetzten Sinne wirken können, darf man niemals rechnen, und der Vorzug der Genauigkeit wird im Allgemeinen der letzteren Methode gesichert bleiben. Der eben erwähnte Fall trifft mit dem in der Praxis nicht selten auftretenden Falle überein, daß eine Beobachtung mit sehr geringem Gewichte oft dem thatsächlichen Werthe näher kommt, als eine solche mit sehr hohem Gewicht; es wird wohl aber Niemand beifallen, der Beobachtung mit geringem Gewicht aus dem Umstande des Stimmens mit dem wahren Werthe ein hohes Gewicht zuschreiben zu wollen.

§. 2. Die Ersetzung der Verhältnisse der Dreiecksflächen in der Fundamentalgleichung. Die Gleichung (2), welche die Relation zwischen $\rho_,$ und $\rho_{,,,}$ darstellt, enthält die unbekannten Verhältnisse der Dreiecksflächen, die man aber wenigstens der Hauptsache nach durch die Zwischenzeiten auszudrücken vermag und ich habe in meiner ersten Abhandlung Reihen gegeben, die bis zu Größen vierter Ordnung (exclusive) vorschreiten und in den Gliedern zweiter und dritter Ordnung die Größen $(r_, + r_{,,,})$ und $(r_{,,,} - r_,)$ enthalten, ich habe dadurch eine durch die bisherigen Methoden noch nicht erreichte Genauigkeit sofort in der ersten Hypothese erzielt, meine aber durch diese weitgehende Genauigkeit meiner Methode geschadet zu haben, indem nothwendig die Formeln complicirter werden und zur Anwendung sich auf den ersten Blick nicht sehr empfehlen. Ich habe mir daher vorgesetzt, in der Substitution der Verhältnisse der Dreiecksflächen durch die Zwischenzeiten nur so weit zu gehen, wie Olbers in seiner Methode, nämlich bis zu Gliedern zweiter Ordnung; die Annäherung wird sofort dritter Ordnung bei gleichen Zwischenzeiten. Es ist mir nun in der That gelungen, die Rech-

nungsoperationen wesentlich zu vereinfachen, und ich meine, daß nun kein Zweifel mehr obwalten kann, daß meine Methode nächst Olbers' Methode die kürzeste ist, und daß bei dem Eintritte des Ausnahmefalles die vorliegende Methode die bei Weitem bequemste und sicherste der bisher bekannten Methoden ist, sie steht an Kürze sogar kaum der Olbers'schen Methode nach.

Bringt man die Gleichung (2) auf die Form:

$$\rho_{,,,} = \frac{\sin J}{n'' \mathfrak{D}_{,,,}} \{ n \odot_{,} - \odot_{,,} + n'' \odot_{,,,} \} + \frac{n}{n''} \cdot \frac{\mathfrak{D}_{,}}{\mathfrak{D}_{,,,}} \rho_{,} \quad (6)$$

so sieht man sofort, daß in dem in der Klammer stehenden Ausdrucke die Verhältnisse der Dreiecksflächen durch die Zwischenzeiten um eine Ordnung genauer ausgedrückt werden müssen, als in dem mit $\rho_{,}$ multiplicirten Verhältnisse, weil der erstere Ausdruck durch den Sinus des Perpendikels des dritten Ortes auf den gewählten größten Kreis ($\mathfrak{D}_{,,,}$) dividirt erscheint, welche Größe nothwendig von der ersten Ordnung ist, während im zweiten Gliede im Zähler der Factor $\mathfrak{D}_{,}$ erscheint, also $\frac{\mathfrak{D}_{,}}{\mathfrak{D}_{,,,}}$ sofort nullter Ordnung wird. Es ist deßhalb theoretisch ungenügend, in der ersten Annäherung in den in der Klammer stehenden Ausdrücken die Verhältnisse der Dreiecksflächen unmittelbar den Zwischenzeiten proportional zu setzen; man begeht dadurch nach der eben hervorgehobenen Auseinandersetzung einen Fehler erster Ordnung, welcher Fehler auf die Elemente abermals um eine Ordnung vergrößert übergeht, also Fehler 0ter Ordnung hervorbringt; die erhaltenen Resultate könnten daher unter Umständen nicht einmal als Näherungen gelten, und es ist daher meine Behauptung gerechtfertigt, daß meine Methode die sicherste ist, da sich die anderen Methoden, die man in diesem Falle anwenden könnte, durchaus diese Vernachlässigung erlauben. Ich werde später darauf aufmerksam machen, welchen Umständen man es zu verdanken hat, daß die Methoden doch meistens zu einem praktisch brauchbaren Resultate führten; vor Allem kann gleich hier hervorgehoben werden, daß die Kometen meist in der Erdnähe entdeckt werden und häufig daher eine starke geocentrische Bewegung zeigen, dadurch aber erhält sofort $\mathfrak{D}_{,,,}$ einen größeren Werth und kann allenfalls auch dem Werthe nach bisweilen als eine Größe 0ter Ordnung angesehen werden; wäre $\mathfrak{D}_{,,,}$ thatsächlich 0ter Ordnung, so wäre die einfache Einsetzung der Zwischenzeiten eine hin-

reichende Annäherung. Man könnte nun meinen, daß, da man füglich $\delta_{,,,}$ als erster Ordnung ansehen muß, der von mir hervorgehobene Fehler auch Olbers' Methode trifft; doch ist dies nicht der Fall, denn nach Olbers' Annahme über die Lage des größten Kreises, nämlich:

$$L_{,,} = \Pi$$

wird sofort:

$$\begin{aligned} \odot_{,} &= R_{,} \sin(L_{,} - L_{,,}) \\ \odot_{,,} &= 0 \\ \odot_{,,,} &= R_{,,,} \sin(L_{,,,} - L_{,,}) \end{aligned}$$

also $\odot_{,}$ und $\odot_{,,,}$ selbst erster Ordnung, wodurch der Fehler innerhalb der Klammer dritter Ordnung wird.

Ich werde nun die Gleichung (6) zur weiteren Transformation vornehmen. Sieht man von den höchst unbeträchtlichen Breitenstörungen, die die Erde erleidet, ab, so wird man nach der bekannten symbolischen Bezeichnung für die Verhältnisse der Dreiecksflächen setzen können:

$$\frac{[R_{,,} R_{,,,}]}{[R_{,} R_{,,,}]} \odot_{,} - \odot_{,,} + \frac{[R_{,} R_{,,}]}{[R_{,} R_{,,,}]} \odot_{,,,} = 0.$$

Zieht man diesen Ausdruck von der Gleichung (6) ab, nachdem derselbe mit $\frac{\sin J}{n'' \delta_{,,,}}$ multiplicirt wurde, so wird erhalten:

$$\rho_{,,,} = \frac{\sin J}{n'' \delta_{,,,}} \left\{ \odot_{,} \left(n - \frac{[R_{,,} R_{,,,}]}{[R_{,} R_{,,,}]}\right) + \right.$$
$$\left. + \odot_{,,,} \left(n'' - \frac{[R_{,} R_{,,}]}{[R_{,} R_{,,,}]}\right) \right\} + \frac{n}{n''} \frac{\delta_{,}}{\delta_{,,,}} \rho_{,}.$$

Da sich nun die Erde und der Komet, wenn man wieder von den sehr unbedeutenden Störungen absieht, in Kegelschnittslinien um die Sonne bewegen, so gelten die folgenden Reihen, deren Ableitung in der ersten Abhandlung um eine Ordnung weiter fortgeführt erscheint

$$n = \frac{\tau_{,}}{\tau_{,,}} + \frac{4}{3} \cdot \frac{\tau_{,}}{\tau_{,,}} \cdot \frac{\tau_{,,}^2 - \tau_{,}^2}{(r_{,} + r_{,,,})^3} + \cdots$$

$$n'' = \frac{\tau_{,,,}}{\tau_{,,}} + \frac{4}{3} \cdot \frac{\tau_{,,,}}{\tau_{,,}} \cdot \frac{\tau_{,,}^2 - \tau_{,,,}^2}{(r_{,} + r_{,,,})^3} + \cdots$$

$$\frac{[R_{,,} R_{,,,}]}{[R_{,} R_{,,,}]} = \frac{\tau_{,}}{\tau_{,,}} + \frac{4}{3} \cdot \frac{\tau_{,}}{\tau_{,,}} \cdot \frac{\tau_{,,}^2 - \tau_{,}^2}{(R_{,} + R_{,,,})^2} + \dots$$

$$\frac{[R_{,} R_{,,}]}{[R_{,} R_{,,,}]} = \frac{\tau_{,,,}}{\tau_{,,}} + \frac{4}{3} \cdot \frac{\tau_{,,,}}{\tau_{,}} \cdot \frac{\tau_{,,}^2 - \tau_{,,,}^2}{(R_{,} + R_{,,,})^2} + \dots$$

Damit erhält man zunächst, wenn man den vorgesetzten Grenzen entsprechend substituirt:

$$\rho_{,,,} = \frac{4}{3} \frac{\sin J}{\mathfrak{V}_{,,,}} \left\{ \frac{1}{(r_{,} + r_{,,,})^3} - \frac{1}{(R_{,} + R_{,,,})^3} \right\} \times$$

$$\times \left\{ \frac{\tau_{,}}{\tau_{,,,}} \odot_{,} (\tau_{,,}^2 - \tau_{,}^2) + \odot_{,,,} (\tau_{,,}^2 - \tau_{,,,}^2) \right\} + \frac{\mathfrak{V}_{,}}{\mathfrak{V}_{,,,}} \frac{\tau_{,}}{\tau_{,,,}} \rho_{,}.$$

Es wird sich aber für die Ausdrücke $\odot_{,}$, und $\odot_{,,,}$ offenbar eine Entwicklung nach steigenden Potenzen der Zwischenzeiten geben lassen, und man wird, ohne sich mit der Entwicklung der speciellen Coefficienten aufzuhalten, die Reihen haben:

$$\odot_{,} = \odot_{,,} - \alpha\tau_{,,,} + \beta\tau_{,,,}^2 - \dots$$
$$\odot_{,,,} = \odot_{,,} + \alpha\tau_{,} + \beta\tau_{,}^2 + \dots$$

Läßt man die Glieder zweiter Ordnung in diesen Reihen sofort weg, da daraus nur Fehler vierter Ordnung innerhalb des zweiten Klammerausdruckes entstehen, so wird für denselben geschrieben werden können:

$$3\tau_{,,}\tau_{,}\odot_{,,} + \alpha\tau_{,}\tau_{,,}(\tau_{,} - \tau_{,,,}).$$

Das zweite Glied dieses Transformationsresultates ist dritter Ordnung und kann übergangen werden, dasselbe wird aber um so unbedeutender sein, da es bei Gleichheit der Zwischenzeiten, die man stets anstreben wird, völlig verschwindet; es ist die oben gemachte Äußerung, daß diese Methode, wie bei Olbers, bei Gleichheit der Zwischenzeiten um eine Ordnung genauer wird, gerechtfertigt, da in dem mit $\rho_{,}$ multiplicirten Factor auch die Glieder zweiter Ordnung verschwinden. Setzt man also

$$4 \sin J \tau_{,} \tau_{,,} \frac{\odot_{,,}}{\mathfrak{V}_{,,,}} = F$$

$$G = -\frac{F}{(R_{,} + R_{,,,})^3}$$

$$M = \frac{\mathfrak{V}_{,}}{\mathfrak{V}_{,,,}} \cdot \frac{\tau_{,}}{\tau_{,,,}}$$

so wird die höchst einfache und theoretisch gerechtfertigte Relation zwischen den geocentrischen Distanzen sein:

$$\rho_{,,,} = G + \frac{F}{(r_{,} + r_{,,,})^3} + M\rho_{,}$$

oder indem ich, um mit kleinen Zahlen zu operiren, setze $M - 1 = N$, so wird:

$$\rho_{,,,} - \rho_{,} = G + \frac{F}{(r_{,} + r_{,,,})^3} + N\rho_{,}.$$

Wenn man die vorstehende Relation mit derjenigen vergleicht, welche in der ersten Abhandlung gegeben wurde, so sieht man sofort die erlangte Vereinfachung in den Rechnungsoperationen.

Da in den meisten Fällen zur Zeit der Entdeckung der Komet der Erde nahe steht, so muß fast nothwendig R nahezu gleich r sein; die Folge davon ist, daß sehr nahe

$$G + \frac{F}{(r_{,} + r_{,,,})^3} = 0$$

ist. Dies ist der zweite Grund (vergl. p. 928), weßhalb die theoretisch unvollkommenen Methoden, die bei dem Eintreten des Ausnahmefalles bisher angewendet wurden, in der Regel der Hauptsache nach brauchbare Resultate geliefert haben.

§. 3. Auflösung der Gleichung. Um nun die bei der Lösung des Problems auftretende höhere Gleichung lösen zu können, ist es nöthig, sowohl die Radienvectoren des Kometen $r_{,}$ und $r_{,,,}$ zur Zeit der ersten und dritten Beobachtung als auch die zwischen denselben gelegene Sehne s, als Function der geocentrischen Distanzen darzustellen; ich habe zur Berechnung der letzteren Größen in meiner ersten Abhandlung die Hilfsgrößen A, B, C, D und E eingeführt, deren Berechnung einfach genug sich gestaltet hat; ich habe aber für dieselben noch wesentlich kürzere und bequemere Formen gefunden. Berechnet man nämlich:

$$D = 4\left\{\sin^2\tfrac{1}{2}(\beta_{,,,} - \beta_{,}) + \cos\beta_{,}\cos\beta_{,,,}\sin^2\tfrac{1}{2}(\lambda_{,,,} - \lambda_{,})\right\}$$
$$R_{,,,}\cos(L_{,,,} - L_{,}) - R_{,} = g\cos(\Gamma - L_{,})$$
$$R_{,,,}\sin(L_{,,,} - L_{,}) = g\sin(\Gamma - L_{,})$$

und setzt weiter:

$$A = g^{2}$$
$$B = -g\cos\beta_{,,,}\cos(\lambda_{,,,} - \Gamma)$$
$$C = \frac{2g}{D}\{\cos\beta_{,}\cos(\lambda_{,} - \Gamma) - \cos\beta_{,,,}\cos(\lambda_{,,,} - \Gamma)\}$$

so ist

$$s_1^{\,2} = A + (C + \rho_{,,,})D\rho_{,} + (\rho_{,,,} - \rho_{,})(B + \rho_{,,,} - \rho_{,}).$$

Die Euler'sche Gleichung gibt aber für dieselbe Sehne den Werth

$$s_2 = \frac{2\tau_{,,}}{\sqrt{r_{,} + r_{,,,}}} \cdot \mu$$

wobei μ die bekannte, von Encke entwickelte Hilfsgröße ist, deren Logarithmus sich in der von Encke berechneten Tafel mit dem Argumente

$$\eta = \frac{2\tau_{,,}}{(r_{,} + r_{,,,})^{\frac{3}{2}}}$$

findet.

Um nun weiter $\rho_{,}$ und $\rho_{,,,}$ mit $r_{,}$ und $r_{,,,}$ zu verbinden, habe ich in meiner ersten Abhandlung die Formeln angesetzt:

$$\cos\beta_{,}\cos(\lambda_{,} - L_{,}) = \cos\psi_{,}, \qquad \cos\beta_{,,,}\cos(\lambda_{,,,} - L_{,,,}) = \cos\psi_{,,,}$$
$$R_{,}\sin\psi_{,} = B_{,}, \qquad R_{,,,}\sin\psi_{,,,} = B_{,,,}$$
$$R_{,}\cos\psi_{,} = F_{,}, \qquad R_{,,,}\cos\psi_{,,,} = F_{,,,}$$

wobei $\sin\psi_{,}$ und $\sin\psi_{,,,}$ aus $\cos\psi_{,}$ und $\cos\psi_{,,,}$ abgeleitet werden müssen, eine Ableitung, die unter Umständen ($\cos\psi$ nahe gleich der Einheit) mißlich sein kann; man kann aber in diesem Falle zur Berechnung von $\sin\psi_{,}$ und $\sin\psi_{,,,}$ benützen:

$$\sin\psi_{,}^{\,2} = \cos\beta_{,}^{\,2}\sin(\lambda_{,} - L_{,})^2 + \sin\beta_{,}^{\,2}$$
$$\sin\psi_{,,,}^{\,2} = \cos\beta_{,,,}^{\,2}\sin(\lambda_{,,,} - L_{,,,})^2 + \sin\beta_{,,,}^{\,2}.$$

In Bezug auf die Auflösung möchte ich Folgendes hinzufügen. Ich führe die ersten Versuche nach der Näherungsform

$$\rho_{,,,} - \rho_{,} = G + \frac{F}{8r_{,}^{\,3}} + N\rho_{,}$$
$$s_2 = \frac{2\tau_{,,}}{\sqrt{2r_{,}}}$$

vierstellig durch, so daß die Berechnung von $r_{,,,}$ entfällt und nehme gewöhnlich gleichzeitig die drei Werthe $\rho_{,} = 0\cdot2, = 0\cdot6, = 1\cdot0$ vor, da in der Regel innerhalb dieser Grenzen die Entfernung des Kometen eingeschlossen ist, und die Kenntniß dreier Werthe sofort die Interpolation mit Rücksicht auf die zweiten Differenzen gestattet.

Nenne ich für den

$$\begin{array}{lll} \text{ersten Versuch:} & & s_2 - s_1 = w_1 \\ \text{zweiten} & „ & s_2 - s_1 = w_2 \\ \text{dritten} & „ & s_2 - s_1 = w_3 \end{array}$$

so ist die Correction (x) von $0\cdot6$, welcher Werth dem $\rho_{,}$ des zweiten Versuches entspricht, in Einheiten des Intervalls $(0\cdot4)$ bestimmt durch:

$$-2w_2 = (w_3 - w_1)x + (w_1 + w_3 - 2w_2)x^2$$

welche Gleichung rasch (am besten auf indirecte Weise) gelöst wird, indem der Coefficient von x^2 meist im Verhältniß zum Coefficienten von x sehr klein sein wird. Ist man so zu einem nahe richtigen Werth von $\rho_{,}$ gelangt, so muß jetzt Alles genauer gerechnet werden; hierbei tritt gleichsam als Schwierigkeit hervor, daß $r_{,,,}$ zur Ermittlung von $\rho_{,,,}$ bekannt sein muß, ohne daß man noch in der Lage ist, aus den vorhandenen Werthen eine sichere Interpolation für $(r_{,} + r_{,,,})$ auszuführen. Ich rechne deßhalb diesen ersten genauern Versuch vorerst nach der Form:

$$\rho_{,,,}{}^{\circ} - \rho_{,} = G + \frac{F}{8r_{,}{}^{3}} + N\rho_{,}$$

corrigire aber dann $\rho_{,,,}{}^{\circ}$ und den aus diesem Werthe folgenden Radiusvector des Kometen $r_{,,,}{}^{\circ}$ mit Rücksicht auf die ersten Potenzen der Differenz $(\log r_{,,,} - \log r_{,})$ nach den leicht zu erhaltenden Formeln:

$$d\rho_{,,,}{}^{\circ} = \frac{F}{r_{,}{}^{3}} \cdot \frac{3}{16} \frac{(\lg r_{,} - \lg r_{,,,})}{\text{Mod.}}, \quad \log \frac{3}{16.\ \text{Mod.}} = 9\cdot6352$$

$$d\log r_{,,,} = \text{Mod.} \frac{\sin\theta_{,,,}}{r_{,,,}} d\rho_{,,,}{}^{\circ}, \quad \log \text{Mod.} = 9\cdot6378.$$

Dann ist mit genügender Genauigkeit:

$$\rho_{,,,} = \rho_{,,,}{}^{\circ} + d\rho_{,,,}{}^{\circ}, \quad \log r_{,,,} = \log r_{,,,}{}^{\circ} + d\log r_{,,,}{}^{\circ}$$

Die Durchführung dieses ersten genaueren Versuches wird sich im Allgemeinen gewiß noch nicht als genügend erweisen und es wird zwischen s_2 und s_1 sich noch eine Differenz herausstellen; bezeichnet man analog wie früher für diesen Versuch:

$$s_2 - s_1 = w_4$$

so wird die Correction (y) des eben angenommenen Werthes in Einheiten des Intervalles (0·4) gefunden, mit Rücksicht auf die obigen Vorversuche:

$$y = \frac{-2w_4}{w_3 - w_1 + 2(w_3 + w_1 - 2w_2)x.}$$

Es wird nun der Werth

$$\rho_{,} = 0{\cdot}6 + 0{\cdot}4(x + y)$$

eine ziemliche Annäherung an die Wahrheit sein, und mit diesem Werth wird der zweite Versuch nach dem oben angegebenen Schema durchgeführt. Die Interpolation nach diesen genauen Versuchen wird in der Regel den wahren Werth schon finden lassen, und für den dritten und meist letzten Versuch wird man leicht aus den beiden vorausgehenden Versuchen den Werth von $\log(r_{,} + r_{,,,})$ interpoliren können, so daß die Anwendung der oben vorgeschlagenen Differentialformeln nicht mehr nöthig wird. Jedenfalls muß im letzten Versuche $r_{,,,}$ direct nach $\rho_{,,,}$ berechnet werden, mit Umgehung der Differentialformeln.

Sollten die Vorversuche zeigen, daß der Werth von $\rho_{,}$ weit über die Grenze 1 hinausfällt, so wird man den vorhandenen Versuchen weitere Vorversuche anfügen, etwa mit den Werthen 1·4 und 1·8.

Verfährt man auf die eben auseinandergesetzte Weise, so wird man selten nöthig haben, mehr als drei genaue Versuche über $\rho_{,}$ anzustellen, und die Auflösung der Gleichung wird bei einiger Übung gewiß weniger als eine Stunde in Anspruch nehmen, meist wird man viel weniger Zeit in Anspruch zu nehmen brauchen. Ist einmal $\rho_{,}$ und $\rho_{,,,}$ bekannt, dann ermitteln sich nach den hinreichend bekannten Methoden, die übrigens in meiner ersten Abhandlung aufgenommen sind, die Elemente.

§. 4. Zusammenstellung der Formeln und Beispiel. Ich gebe jetzt, um eine allfällige Anwendung der eben gegebenen

Formeln zu erleichtern, eine kurze Übersicht der nothwendigen Rechnungsoperationen und füge, um die außerordentliche Kürze der Methode zu zeigen, in extenso ein Beispiel bei.

Vorbereitungs-Rechnungen.

$$tgJ\sin(\lambda_{,,}-\Pi)=tg\,\beta_{,,}, \qquad \vartheta_{,}=\sin\beta_{,}\cos J-\sin(\lambda_{,}-\Pi)\cos\beta_{,}\sin J$$

$$tgJ\cos(\lambda_{,,}-\Pi)=-\frac{\lambda_{,,,}-\lambda_{,}}{\beta_{,,,}-\beta_{,}}, \quad \vartheta_{,,,}=\sin(\lambda_{,,,}-\Pi)\cos\beta_{,,,}\sin J-\sin\beta_{,,,}\cos J$$

$$\odot_{,,}=R_{,,}\sin(L_{,,}-\Pi)$$

$$\cos\beta_{,}\cos(\lambda_{,}-L_{,})=\cos\psi_{,} \qquad \cos\beta_{,,,}\cos(\lambda_{,,,}-L_{,,,})=\cos\psi_{,,,}$$

$R_{,}\sin\psi_{,}$ [*]) $=B_{,}$ $\qquad$ $R_{,,,}\sin\psi_{,,,}$ [1]) $=B_{,,,}$

$$R_{,}\cos\psi_{,}=f_{,} \qquad R_{,,,}\cos\psi_{,,,}=f_{,,,}$$

$$D=4\left\{\sin^2\tfrac{1}{2}(\beta_{,,,}-\beta_{,})+\cos\beta_{,}\cos\beta_{,,,}\sin^2\tfrac{1}{2}(\lambda_{,,,}-\lambda_{,})\right\}$$

$$R_{,,,}\cos(L_{,,,}-L_{,})-R_{,}=g\cos(\Gamma-L_{,})$$

$$R_{,,,}\sin(L_{,,,}-L_{,})=g\sin(\Gamma-L_{,})$$

$$A=g^2$$

$$B=-2g\cos\beta_{,,,}\cos(\lambda_{,,,}-\Gamma)$$

$$C=\frac{2g}{D}\left\{\cos\beta_{,}\cos(\lambda_{,}-\Gamma)-\cos\beta_{,,,}\cos(\lambda_{,,,}-\Gamma)\right\}$$

$$(T_{,,}-T_{,})k=\tau_{,,,} \qquad F=4\sin J\tau_{,}\tau_{,,}\frac{\odot_{,,}}{\vartheta_{,,,}}$$

$$(T_{,,,}-T_{,})k=\tau_{,,} \qquad G=-\frac{F}{(R_{,}+R_{,,,})^2}$$

$$(T_{,,,}-T_{,,})k=\tau_{,} \qquad M=\frac{\vartheta_{,}}{\vartheta_{,,,}}\frac{\tau_{,}}{\tau_{,,,}}$$

$$\log k=8\cdot235581 \qquad N=M-1$$

Auflösung der Gleichungen.

$$\rho_{,,,}-\rho_{,}=G+\frac{F}{(r_{,}+r_{,,,})^2}+N\rho_{,}$$

$$\frac{\rho_{,}-f_{,}}{B_{,}}=tg\theta_{,} \qquad \frac{\rho_{,,,}-f_{,,,}}{B_{,,,}}=tg\,\theta_{,,,}$$

$$r_{,}=B_{,}\sec\theta_{,} \qquad r_{,,,}=B_{,,,}\sec\theta_{,,,}$$

$$s_1^2=A+(C+\rho_{,,,})D\rho_{,}+(\rho_{,,,}-\rho_{,})(B+\rho_{,,,}-\rho_{,})$$

$$s_2=\frac{2\tau_{,,}}{\sqrt{r_{,}+r_{,,,}}}\mu, \qquad \eta=\frac{2\tau_{,,}}{(r_{,}+r_{,,,})}{}^{3/2}$$

---

[1]) Ist die Bestimmung von $\sin\psi$ aus $\cos\psi$ zu unsicher, so ist auch

$$\sin\psi_{,}^2=\cos\beta_{,}^2\sin(\lambda_{,}-L_{,})^2+\sin\beta_{,}^2$$

$$\sin\psi_{,,}^2=\cos\beta_{,,,}^2\sin(\lambda_{,,,}-L_{,,,})^2+\sin\beta_{,,,}^2$$

Bei der Auflösung wird man von den früher erläuterten Hilfsmitteln Gebrauch machen, und man wird mit Vortheil aus den folgenden Formeln, deren Anwendung oben auseinandergesetzt ist, Nutzen ziehen.

$$-2w_2 = (w_3 - w_1)x + (w_1 + w_3 - 2w_2)x^2$$

$$d\rho_{,,,}{}^{\circ} = a\frac{F}{r_{,}{}^{3}}(\log r_{,} - \log r_{,,,}), \quad \log a = 9\cdot6352$$

$$d\log r_{,,,}{}^{\circ} = b\frac{\sin\theta_{,,,}{}^{\circ}}{r_{,,,}}d\rho_{,,,}{}^{\circ}\ ^{1)}, \quad \log b = 9\cdot6378$$

$$y = \frac{-2w_4}{w_3 - w_1 + 2(w_1 + w_3 - w_2)x.}$$

Durch die Auflösung dieser Gleichungen gelangt man zur Kenntniß von $\rho_{,}$ und $\rho_{,,,}$, aus welchen beiden Größen die Elemente zu ermitteln sein werden.

Als Beispiel wähle ich den eben jetzt sichtbaren Kometen, den der eifrige Kometenentdecker Tempel in Marseille am 27. November 1869 entdeckt hat; die scheinbare Bahn war anfänglich fast völlig zusammenfallend mit dem durch den zweiten Kometen- und Sonnenort gelegten größten Kreis, so daß eine Bahnbestimmung nach der gewöhnlich üblichen Methode fast völlig unthunlich, war und eine außerordentliche, nicht zu erreichende Genauigkeit der Beobachtungen nothwendig gewesen wäre, um annehmbare Resultate zu erreichen; bei nur viertägiger Zwischenzeit, auf welche ich meine ersten Elemente gründete, die sich im Circular, welches am 4. December (1869) von der Akademie ausgegeben wurde, vorfinden, und bei nicht ganz genügender Schärfe der Beobachtungen (Tempel's Ort war nur eine beiläufige Schätzung) habe ich doch sehr brauchbare Näherungen nach meiner Methode erhalten, während das sonst übliche Rechnungsschema bei der Vereinigung so ungünstiger Umstände mich zu völlig unbrauchbaren Werthen geführt hätte; ja selbst der zweite Versuch, den ich mit genaueren Beobachtungen aus 10tägiger Zwischenzeit nach meiner Methode durchführte, hätte, wie ich unten dies zeigen werde, zu keinem annehmbaren Resultate

---

1) Im letzten Versuche muß, falls die Rechnung mit Hilfe von $d\rho_{,,}{}^{\circ}$ geführt wurde, $r_{,,,}$ direct aus $\rho_{,,,}$ berechnet werden.

nach Olber's Methode geführt. Der Rechnung legte ich bei dieser zweiten Bahnbestimmung die weiter unten folgenden, für Aberration und Parallaxe genähert corrigirten Orte zu Grunde, welche ich aus den Beobachtungen Wien Nov. 29, Bonn Decemb. 4, und Krakau Decemb. 9, ermittelt habe; nebenbei setze ich die Sonnenlängen und die Logarithmen der geocentrischen Entfernungen derselben an; Alles bezieht sich auf das mittlere Äquinoctium 1869, 0; die Zeiten sind auf den Berliner Meridian reducirt.

	T	λ	β	L	$\log R$
I. 1869.	333·41600	351°46'47"2	+20°25'26"1	247°44'30"3	9.993 819
II.	338·42221	0 41 44·1	+19 48 54·3	252 49 24·5	9·993 502
III.	343·42722	10 9 7·7	+18 39 14·6	257 54 38·1	9·993 222

Vorerst habe ich untersucht, ob Olbers' Methode anwendbar ist, und ich fand nach pag. 7:

$$i_0 = 96°14'$$
$$i = 5\ 61$$

es gehen also die Beobachtungsfehler um das 150fache vergrößert auf M über; Olbers' Methode ist also unbrauchbar, und umsomehr deßhalb, da der Komet ein für die genaue Beobachtung wenig geeignetes Object war, so daß beträchtliche Beobachtungsfehler zu befürchten sind. Ich habe des Interesses halber das M berechnet, welches ich nach Olbers' Methode bekommen hätte, und finde so:

$$\log \frac{\rho_{III}}{\rho_I} = 0 \cdot 1005$$

während dasselbe thatsächlich sein sollte:

$$\log \frac{\rho_{III}}{\rho_I} = 9 \cdot 9908$$

so, daß also aus dem ersteren Werthe keine brauchbare Lösung resultiren würde.

Ich setze nun die weitere Rechnung, wie ich dieselbe geführt habe, in extenso an, um die Kürze der Rechnungsoperationen zu zeigen:

$\frac{1}{2}(\lambda_{,,,}-\lambda_{,})$	=9°11'10"25	$\sin\beta_{,}$	= 9·542 780
$\frac{1}{2}(\beta_{,,,}-\beta_{,})$	=−0·53 575	$\cos\beta_{,}$	= 9·971 803
$\log(\lambda_{,,,}-\lambda_{,})$ [1]	= 2·741 286	$\sin(\lambda_{,}-\Pi)$	= 9_n081 416
$\log(\beta_{,,,}-\beta_{,})$ [1]	= 1_n725 061	lg II	= 9_n051 216
$\mathrm{tg}\,J\sin(\lambda_{,,}-\Pi)$	= 9·556 687	lg I	= 8·524 290
$\cos(\lambda_{,,}-\Pi)$	= 9·999 738	Gauß' log [2]	= 0·118 013
$\mathrm{tg}\,J\cos(\lambda_{,,}-\Pi)$	= 1·016 225	$\lg\delta_{,}$	= 9·164 229
$\lambda_{,,}-\Pi$	= 1°59'16"7	$\sin\beta_{,,,}$	= 9.504 951
$-\Pi$	= 1 17 32·6	$\cos\beta_{,,,}$	= 9·976 564
$\mathrm{tg}\,J$	= 1·016 487	$\sin(\lambda_{,,,}-\Pi)$	= 9·297 583
$\sin J$	= 9·997 997	lg I	= 9·272 144
$\cos J$	= 8·981 510	lg II	= 8·486 461
$\lambda_{,}-\Pi$	=353°4'19"8	Gauß' log	= 9·922 310
$\lambda_{,,,}-\Pi$	=11 26 40·3	$\lg\delta_{,,,}$	= 9·194 454
$L_{,,}-\Pi$	=254 6 57"1		
$\sin(L_{,,}-\Pi)$	= 9_n983 092	$\lg\odot_{,,}$	= 9_n976 594
$\lambda_{,}-L_{,}$	= 104°2'16"9	$\lambda_{,,,}-L_{,,,}$	= 112°14'29"6
$\cos(\lambda_{,}-L_{,})$	= 9_n384 830	$\cos(\lambda_{,,,}-L_{,,,})$	= 9_n578 080
$\cos\psi_{,}$	= 9_n356 633	$\cos\psi_{,,,}$	= 9_n554 644
$\sin\psi_{,}$	= 9.988 479	$\sin\psi_{,,,}$	= 9·970 105
$\lg B_{,}$	= 9·982 298	$\lg B_{,,,}$	= 9·963 327
$\lg f_{,}$	= 9_n350 452	$\lg f_{,,,}$	= 9_n547 866
$f_{,}$	=−0·224 105	$f_{,,,}$	=−0·353 074
$\sin^2\frac{1}{2}(\lambda_{,,,}-\lambda_{,})$	= 8.406 300	$\lambda_{,}-\Gamma$	= 8°30'39"1
$\cos\beta_{,}\cos\beta_{,,,}$	= 9·948 367	$\lambda_{,,,}-\Gamma$	= 26 52 59·6
log II	= 8·354 667	$\cos(\lambda_{,}-\Gamma)$	= 9·995 191
log I	= 6·377 538	$\cos(\lambda_{,,,}-\Gamma)$	= 0·950 330
Gauß log	= 0·004 555	$\cos\beta_{,}\cos(\lambda_{,}-\Gamma)$	= 9·966 994
$\lg D:4$	= 8·359 222	$-\cos\beta_{,,,}\cos(\lambda_{,,,}-\Gamma)$	= 9_n926 894
$L_{,,,}-L_{,}$	= 10°10'7"8	$\lg 2g$	= 9·543 142
$\sin(L_{,,,}-L_{,}$	= 9·246 866	log Subt.	= 8.985 567
$\cos(L_{,,,}-L_{,})$	= 9·993 124	$\log\frac{C.D.}{2g}$	= 8·912 461
$R_{,,,}\cos(L_{,,,}-L_{,})$	= 9.986 346	$\log C.D$	= 8·455 603
log Subt.	= 8·239 471	$\log B$	= 9_n470 036
$g\cos(\Gamma-L_{,})$	= 8_n225 817	$\lg C$	= 9·494 321
$\sin(\Gamma-L_{,})$	= 9·997 976	$\lg A$	= 8·484 224
$g\sin(\Gamma-L_{,})$	= 9·240 088	A	=+0·030 494·7
$\Gamma-L_{,}$	= 95°31'37"8	B	=−0·295 145
Γ	= 343 16 8·1	C	=+0·312 119
$\log g$	= 9·242 112	$\log D$	= 8·961 282

Nun sind nur noch die von den Zwischenzeiten abhängigen Größen zu berechnen.

[1]) In Bogenminuten verwandelt.

[2]) Nach Bremiker's Tafeln.

$\log T_{,,} - T_{,}$	=	0.699 509	$\log 4 \sin J$	=	0·600 057
$\log T_{,,,} - T_{,}$	=	1·000 487	$\log \tau_{,} \tau_{,,}$	=	8·171 054
$\log T_{,,,} - T_{,,}$	=	0·699 405	$\log \odot_{,,} :$ ☌$_{,,,}$	=	0_n782 140
$\log \tau_{,,,}$	=	8·935 090	$\log F$	=	9_n553 251
$\log \tau_{,,}$	=	9·236 068	Gauß L.	=	0·300 731
$\log \tau_{,}$	=	8·934 986	$\log (R_{,} + R_{,,,})$	=	0·294 550
$\log \tau_{,} : \tau_{,,,}$	=	9·999 896	$\log (R_{,} + R_{,,,})^3$	=	0·883 650
$\log$ ☌$_{,} :$ ☌$_{,,,}$	=	9·969 775	$\log G$	=	8·669 601
$\log M$	=	9·969 671	G	=	+0·046 731
$\log N$	=	8_n829 00.			

Hiemit sind die vorbereitenden Rechnungen beendet; dieselben nehmen im Ganzen 98 Zeilen in Anspruch; hätte man nach Olbers' Methode in der bekannten Gauß'schen Umformung gerechnet, so hätte man etwa 80 Zeilen gebraucht, so daß nicht einmal ein Viertheil Mehrarbeit durch die Anwendung der obigen Methode entsteht. Ich werde nun ebenfalls die gemachten Versuche ausführlich mittheilen, um zu zeigen, daß die Durchführung derselben nicht allzu beschwerlich ist. Die Vorversuche wurden nach dem oben mitgetheilten Näherungsschema (pag. 15 ff) wie folgt durchgeführt, und ich löse die Gleichungen ganz so auf, als ob Nichts über den Werth von $\rho_{,}$ vor Abschluß der Rechung bekannt wäre.

Vorversuche.

$\rho_{,}$	0·2000	0·6000	1·0000
$\rho_{,} - f_{,}$	0·4241	0·8241	1·2241
$\log (\rho_{,} - f_{,})$	9·6275	9·9160	0·0878
$\operatorname{tg} \theta_{,}$	9·6452	9.9337	0·1055
$\cos \theta_{,}$	9·9613	9·8802	9·7904
$\log r_{,}$	0·0210	0·1021	0·1919
$\log 2 r_{,}$	0·3220	0·4031	0·4929
$\log (2 r_{,})^3$	0·9660	1·2093	1·4787
$\log \Pi$	8_n5873	8_n3440	8_n0746
Π	−0·0387	−0·0221	−0·0119
$\log \rho_{,}$	9·3010	9·7782	0·0000
$\log N \rho_{,}$	8_n1300	8_n6072	8_n8290
$N \rho_{,}$	−0·0135	−0·0405	−0·0674
$G + \Pi$	+0·0080	+0·0246	0·0348
$\rho_{,,,} - \rho_{,}$	−0·0055	−0·0159	−0·0326
$\rho_{,,,}$	0·1945	0·5841	0·9674
$\log \sqrt{2 r_{,}}$	0·1610	0.2015	0·2464
$\log s_2$	9·3761	9·3356	9·2907
s_2	+0·2377	+0·2165	+0·1953

$C+\rho_{,,,}$	$+0\cdot5066$	$+0\cdot8962$	$+1\cdot2795$
$\log(C+\rho_{,,,})$	$9\cdot7047$	$9\cdot9524$	$0\cdot1070$
$\log D\rho_{,}$	$8\cdot2623$	$8\cdot7395$	$8\cdot9613$
$\log \text{II}$	$7\cdot9670$	$8\cdot6919$	$9\cdot0683$
$B+\rho_{,,,}-\rho_{,}$	$-0\cdot3006$	$-0\cdot3110$	$-0\cdot3277$
$\log(B+\rho_{,,,}-\rho_{,})$	9_n4780	9_n4928	9_n5155
$\log(\rho_{,,,}-\rho_{,})$	7_n7404	8_n2014	8_n5132
$\log \text{III}$	$7\cdot2184$	$7\cdot6942$	$8\cdot0287$
II	$+0\cdot00927$	$+0\cdot04919$	$+0\cdot11703$
III	$+0\cdot00165$	$+0\cdot00495$	$+0\cdot01068$
s_1^2	$+0\cdot04141$	$+0.08463$	$+0\cdot15820$
$\log s_1^2$	$8\cdot6171$	$8\cdot9275$	$9\cdot1992$
s_1	$+0\cdot2035$	$+0\cdot2909$	$+0\cdot3977$

Ich erhalte also:

$$0\cdot1488 = -0\cdot2365\,x - 0\cdot0194\,x^2$$

also:

$$\rho_{,} = 0\cdot334$$

mit welchem Werthe der erste genauere Versuch durchgeführt wird, und bei welchem Versuche von den obigen Differentialformeln Gebrauch gemacht wurde. Die Durchführung des Versuches ergab $w_4 = +0\cdot001171$. Es fand sich der neue genauere Werth von $\rho_{,}$ mit Hilfe des Werthes y

$$\rho_{,} = 0\cdot338444$$

womit der zweite Versuch unternommen wurde ganz nach dem Schema des ersteren; und es fand sich $w_5 = -0\cdot000004$. Beiden Versuchen haftet der Mangel an, daß der Werth: $r_{,}-r_{,,,}$ als differentielle Größe aufgefaßt wurde, deren höhere Potenzen man vernachlässigen kann, ohne der Genauigkeit irgendwie zu schaden; es wurde deßhalb für den dritten Versuch nach den vorhandenen Größen zur Ermittlung des Werthes $\frac{F}{(r_{,}+r_{,,,})^2}$ der Logarithmus von $r_{,}+r_{,,,}$ im Voraus interpolirt, und demnach das Rechnungsschema entsprechend abgeändert, da nun nicht mehr die Werthe $d\rho_{,,,}{}^{\circ}$ und $d\log r_{,,,}{}^{\circ}$ berechnet werden; ich habe aber, um nicht zu viel Raum in Anspruch zu nehmen, diesen dritten Versuch, der vermöge der Interpolation mit dem Werthe $\rho_{,} = 0\cdot338429$ begonnen wurde, neben den vorausgehenden angesetzt, mit dem Vorbehalte, daß die in dieser dritten

Columne aufgenommenen Größen theilweise eine andere Bedeutung haben. Man wird jetzt auch nicht erwarten dürfen, daß $w_6 = s_3 - s_1 = 0$ wird, da in der That die zweiten Potenzen der Größe $(r_{,} - r_{,,,})$ ganz merkbar sind; es fanden sich $w_6 = +0 \cdot 000007$. Die Durchführung eines weiteren Versuches ist aber zwecklos, da man durch eine einfache Interpolation zwischen den Werthen des ersten und zweiten Versuches, die noch nothwendigen Änderungen findet, um w_6 der Null gleich zu machen. Ich fand so:

$$d\rho_{,} = +0 \cdot 000026$$
$$d\rho_{,,,} = +0 \cdot 000026$$
$$d\log r_{,} = +0 \cdot 000005$$
$$d\log r_{,,,} = +0 \cdot 000006$$
$$ds_3 = -0 \cdot 000001$$

und die drei Versuche selbst waren:

Versuche:

	I.	II.	III.
$\rho_{,}$	+0·334 000	+0·338 444	+0·338 429
$\rho_{,} - f_{,}$	+0·558 105	+0·562 549	+0·562 534
$\log(\rho_{,} - f_{,})$	9·746 716	9·750 160	9·750 150
$\mathrm{tg}\,\theta_{,}$	9·764 418	9·767 862	9·767 852
$\cos\theta_{,}$	9·936 782	9·935 907	9·935 910
$\log r_{,}$	0·045 516	0·046 391	0·046 388
$\log r_{,}^3$	0·136 548	0·139 173	1·061 499
$\log \Pi$	8_n 513 613	8_n 510 988	8_n 491 752
Π	−0·032 630	−0·032 433	−0·031 028
$\log\rho_{,}$	9·523 746	9·529 487	9·529 468
$\log N\rho_{,}$	8_n 352 75.	8_n 358 49.	8_n 358 47.
$N\rho_{,}$	−0·022 529	−0·022 829	−0·022 828
$G + \Pi$	+0·014 101	+0·014 298	+0·015 703
$\rho_{,,,}^{\circ} - \rho_{,}$	−0·008 428	−0·008 531	−0·007 125
$\rho_{,,,}^{\circ}$	+0·325 572	+0·329 913	+0·331 304
$\rho_{,,}^{\circ} - f_{,,,}$	+0·678 646	+0.682 987	+0·684 378
$\log(\rho_{,,,}^{\circ} - f_{,,,})$	9·831 643	9·834 412	9·835 296
$\mathrm{tg}\,\theta_{,,,}$	9·868 316	9·871 085	9·871 969
$\cos\theta_{,,,}$	9·905 494	9·904 513	9·904 198
$\log r_{,,,}^{\circ}$	0·057 833	0·058 814	0·059 129
$d\rho_{,,,}^{\circ}$	+0 001 388	+0.001 392	
$d\log r_{,,,}^{\circ}$	+0·000 313	+0·000 315	
$\rho_{,,,}$	+0·326 960	+0.331 305	

$\rho_{,,,}-\rho_{,}$	−0·007 040	−0·007 139	
$\log r_{,,,}$	0·058 146	0.059 129	
Gauß log	0·294 761	0·294 707	0·294 706
$\log(r_{,}+r_{,,,})$	0·352 907	0.353 836	0.353 835
$\frac{1}{2}\log(r_{,}+r_{,,,})$	0·176 433	0·176 918	0.176 917
$\frac{3}{2}\log(r_{,}+r_{,,,})$	0.529 360	0·530 754	
$\log\eta$	9.007 74.	9.006 34.	
η	0·101 8..	0·101 5..	
μ	0·000 188	0·000 187	0·000 187
$2\tau_{,,}\mu$	9·537 286	9·537 285	9·537 285
$\log s_2$	9·360 833	9.360 367	9.360 368
s_2	+0·229 527	+0·229 281	+0·229 281
$C+\rho_{,,,}$	+0·639 079	+0·643 424	+0·643 423
$\log(C+\rho_{,,,})$	9·805 554	9·808 497	9·808 497
$\log D\rho_{,}$	8·485 028	8·490 769	8·490 750
log II	8·290 582	8·299 266	8·299 247
$B+\rho_{,,,}-\rho_{,}$	−0·302 185	−0·302 284	−0·302 270
$\log(B+\rho_{,,,}-\rho_{,})$	9_n480 273	9_n480 415	9_n480 395
$\log(\rho_{,,,}-\rho_{,})$	7_n847 573	7_n853 637	7_n852 785
log III	7·327 846	7·334 052	7·333 180
II	+0·019 5246	+0·019 9189	+0.019 9180
III	+0·002 1274	+0·002 1580	+0·002 1537
s_1^2	+0·052 1467	+0.052 5716	+0·052 5664
$\log s_1^2$	8·717 227	8·720 751	8·720 708
s_1	+0·228 356	+0·229 285	+0·229 274

Man hat also für die Berechnung der Elemente anzunehmen:

$$\rho_{,} = 0{\cdot}338\ 455$$
$$\rho_{,,,} = 0{\cdot}331\ 330$$

Um aber zweckmäßige Prüfungen in Verlaufe dieser Rechnung zu haben, wird man weiter interpoliren, nämlich:

$$\log r_{,} = 0{\cdot}046\ 393$$
$$\log r_{,,,} = 0{\cdot}059\ 135$$
$$s = 0.229\ 280 \quad .$$

Aus den obigen geocentrischen Distanzen habe ich durch fünfstellige Rechnung die Elemente ermittelt; dieselben finden sich im akademischen Anzeiger (in der Perihelzeit hat sich ein Druckfehler eingeschlichen) vom 16. December 1869, und dienten zur raschen Beischaffung einer Ephemeride; dieselben sind:

Komet III. 1869.

T = Nov. 20·3821 m. Berliner Zeit

$$\left.\begin{aligned} \Pi &= 40^\circ 36' 37'' \\ \Omega &= 292\ 55\ 57 \\ i &= 6\ 56\ 10 \end{aligned}\right\} \text{m. Aeq. } 1869{,}0$$

$\log q = 0{\cdot}04252$

und die mittlere Beobachtung wird dargestellt im Sinne Beobachtung-Rechnung:

$$d\lambda = +2'', \qquad d\beta = +32''.$$

Dieser für die mittlere Beobachtung berechnete Ort steht innerhalb der Unsicherheit der logarithmischen Rechnung in dem für die mittlere Beobachtung substituirten größten Kreise; bei einer Zwischenzeit von zehn Tagen also ist die oben vorgeschlagene Ersetzung der Verhältnisse der Dreiecksflächen durch die Zwischenzeiten als völlig befriedigend zu betrachten. Der nicht unbeträchtliche Fehler in Breite, welcher wohl ausschließlich den unvermeidlichen Beobachtungsfehlern zugeschrieben werden muß, trägt dazu ganz wesentlich bei, daß der oben nach Olbers' Methode gefundene Werth für M so gar ungenau ausgefallen ist.

Es kann noch vom Interesse sein, zu untersuchen, wie genau man $\rho_{,}$ erhalten würde, wenn man sich die bei den bisherigen Methoden für die Behandlung des Ausnahmefalles in der ersten Lösung als erlaubt angesehenen Vernachlässigungen gestattet hätte ($m=0$); man wird vorerst bemerken, daß in diesem Falle in der That der begangene Fehler nicht allzu nachtheilig einwirken wird, da der Radiusvector des Kometen so nahe der Einheit gleich ist, also die Größe:

$$\frac{1}{(R_{,}+R_{,,,})^3} - \frac{1}{(r_{,}+r_{,,,})^3}$$

jedenfalls viel kleiner wird, als es im Allgemeinen zu erwarten steht.

Man hat also für die erste Lösung die Relation:

$$\log \rho_{,,,} = \log \rho_{,} + 9{\cdot}9697,$$

woraus sich nach einer flüchtigen Rechnung in Verbindung mit der Euler'schen Gleichung findet.

$$\rho_{,} = 0{\cdot}303$$
$$\lg(r_{,} + r_{,,,}) = 0{\cdot}347$$

so daß immerhin brauchbare Werthe hiemit erhalten werden, die um so vortheilhafter für die zweite Näherung sind, da in derselben (nach Encke) zur genaueren Bestimmung nur der Werth von $(r_{,} + r_{,,,})$ in Betracht kommt, auf welchen zufälliger Weise der Fehler in $\rho_{,}$ sehr verringert übergeht, da der Winkel am Kometen im Dreiecke Sonne, Komet, Erde ganz beiläufig ein Rechter ist. Man wird erhalten als neue Relation zwischen $\rho_{,,,}$ und $\rho_{,}$

$$\log \rho_{,,,} = \log \rho_{,} + 9{\cdot}9910,$$

welcher Werth mit dem hier gefundenen (9·9908) sehr nahe übereinstimmt. Es kann aber kaum bezweifelt werden, daß die hier vorgetragene Methode sehr wesentlich kürzer ist und sicherer zum Ziele führt, denn wäre nicht zufällig r so nahe der Einheit gleich, so hätte man beträchtlich ungenauere Werthe erhalten können, die eine Annäherung überhaupt in Frage gestellt hätten.

Errata.

Sinnstörende Druckfehler in Unferdinger's Abhandlungen, Sitzungsberichte Bd. LX, II. Abth. Octoberheft 1869.

(Die eingeschlossene Seitenzahl bezieht sich auf die Separatabdrücke.)

Seite 618 (28), Zeile 2 u. 4 von oben lies $(\alpha+\beta x)^{a-1}$ statt $(\alpha+\beta x)^{n-1}$.

„ 653 (63), „ 6 von unten lies x^2 statt x^3.

„ 664 (74), „ 12 „ „ „ gleiche statt ungleiche.


3 2044 093 295 053

